

Рис. 2. Кривые разбиения областей образования и необразования виртуального катода в зависимости от тока пучка, давления газа и энергии пучка. Сплошная –  $I_{b0} = -300$  A, штриховая –  $I_{b0} = -5$  кA, пунктирная –  $I_{b0} = -15$  кA. Ar (a), He (б),  $B_z = 1.5$  кГс. Выше кривых ВК не образуется, ниже – образуется.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров С.А. Основы физики плазмы. – М.: Атомиздат, 1977. – 384 с.

2. Захаров А.В. Исследование влияния параметров газа на транспортировку сильноточного электронного пучка в отсутствии внешних полей // дис. канд. физ.-мат. наук, Томск, 1987.

3. Gryzinski M. Classical theory of atomic collisions. I. Theory of Inelastic Collisions // Phys. Rev.  $-1965. - T. 138. - N_{2} 2A. - C. 336-358.$ 

4. Газовые лазеры / Под ред. Мак-Даниель И., Нигэн У. – М.: Мир, 1986. – 550 с.

5. Митчнер М., Кругер Ч. Частично ионизованные газы. – М.: Мир, 1976. – 497 с.

6. Диденко А.Н., Григорьев В.П., Усов Ю.П. Мощные электронные пучки и их применение. – М.: Атомиздат, 1977. – 280 с.

7. Звигинцев И.Л., Григорьев В.П. Leading Edge Erosion of Low-energy Electron Beam During Transport into Neutral Gas // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2012. – Т. 55. – № 10-3. – С. 460-462.

8. Grigoryev S.V., Astrelin V.T., Devjatkov N.V., Kandaurov I.V., Koval N.N., Kozyrev A.V., Moskvin P.V. and Teresov A.D. Generation of Submillisecond Electron Beam in the Diode with the Grid Plasma Cathode and the Plasma Anode Generated by the Asymmetrical Reflective Discharge // 16th International Symposium on High Current Electronics: Proceedings. – 2010. – C. 19-22.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ИМПЕДАНСА ЦЕЗИЕВОЙ ПЛАЗМЫ ТЕРМОЭМИССИОННОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ В ДИФФУЗИОННОМ РЕЖИМЕ

В.П. Зимин (г. Томск, Томский политехнический университет) e-mail: zimin@tpu.ru

# INVESTIGATION OF IMPEDANCE CESIUM PLASMA THERMIONIC CONVERTER IN THE DIFFUSION MODE

V.P. Zimin (Tomsk, Tomsk Polytechnic University)

Experimental impedance of the plasma gap thermionic energy converter exhibits both inductive and capacitive properties. On the basis of the non-stationary models of processes in low temperature plasma cesium thermionic energy converter analyzed the contribution of voltage drop components in the impedance of the plasma gap. It was shown that the components of the plasma gap of the voltage drop depending on the phase parameters and the plasma thermionic energy converter may exhibit both inductive and capacitive properties. Obtained and analyzed the estimated hodographs of the plasma impedance gap of the converter in the diffusion mode.

Thermionic converter, non-stationary processes, cesium plasma, the impedance of the plasma gap, hodograph, the diffusion mode.

Введение. Изучение импеданса термоэмиссионного преобразователя тепловой энергии в электрическую является одной из основных проблем создания термоэмиссионного реактора-преобразователя [1] на переменном токе. В частности, для исследования нестационарных процессов в электрогенерирующем канале, который должен функционировать в режиме периодически возникающего переходного процесса, требуется знание двух составляющих: импеданса конструкций канала [2] и импеданса рабочего тела – низкотемпературной плазмы [3].

Теоретическое изучение второй составляющей импеданса является трудной задачей, требующей моделирования нестационарных процессов в низкотемпературной плазме и динамических вольтамперных характеристик (ДВАХ) изотермического термоэмиссионного преобразователя энергии (ТЭП). Результаты экспериментальных исследований показывают, что импеданс плазменного зазора (ИПЗ) ТЭП в дуговом режиме [4] проявляет как индуктивные, так и емкостные свойства. Для нестационарной модели плазменного зазора ТЭП [5], используемой в данной статье, характерно выделение в межэлектродном зазоре (МЭЗ) приэлектродных областей и области занятой плазмой. Падение напряжения на зазоре преобразователя, работающего в режиме постоянного тока, представляется в виде суммы падений напряжений на активном сопротивлении каждой из областей МЭЗ [3]. Для преобразователя, работающего в режиме переменного тока, импедансы этих областей могут проявлять также емкостные или индуктивные свойства.

Метод исследования импеданса плазменного зазора – это малые гармонические возмущения одного из параметров ТЭП; в настоящей статье – это вариация одного из параметров электрической цепи – тока преобразователя. ИПЗ ТЭП формируется в результате большого количества процессов в плазме [3]: поверхностная ионизация и объемная ионизация, столкновения заряженных частиц с нейтральными и друг с другом, взаимодействие потоков частиц в приэлектродных областях и др. В работе анализируется вклада каждой компоненты падения напряжения в реактивные свойства импеданса плазменного зазора и вычисляется годограф в диффузионном режиме работы преобразователя.

Модель и анализ нестационарных процессов в плазменном зазоре преобразователя. В [5] представлена модель нестационарных процессов в низкотемпературной плазме дугового режима работы термоэмиссионного диода и его ДВАХ. Одномерная модель состоит из нестационарных уравнений:

для плотности плазмы n(x, t)

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_a \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + s(n, T_e), \qquad (1)$$

где  $D_a$  – коэффициент амбиполярной диффузии,  $s(n, T_e)$  – ступенчатая генерация ионов в цезиевой плазме [3];

для температура электронов  $T_e(t)$ , которая полагается постоянной по пространственной координате, но изменяющейся во времени

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} = F_{Te}\left(\langle n \rangle, T_e, \langle J_i \rangle, \langle s \rangle, q_{e0}, q_{ed}, J(t)\right),\tag{2}$$

Где <...> – это усреднение по зазору;  $q_{e0}$ ,  $q_{ed}$  –энергия электронов у эмиттера и коллектора; J(t) – плотность тока преобразователя;

для электрической цепи

$$(F_{E} - F_{C})/e - V_{d} - V_{H} = (F_{E} - F_{C})/e - V_{d} - J(t)R_{H}S_{E} \equiv 0, \quad (3)$$

где  $F_E$ ,  $F_C$  – работа выхода эмиттера и коллектора; e – заряд электрона;  $V_d$  – падение напряжения на плазменном зазоре;  $V_H$  – падение напряжения на нагрузке;  $R_H$  – сопротивление нагрузки;  $S_E$  – площадь электрода.

Уравнения для остальных переменных (плотности ионного тока, потенциала пространства, занятого плазмой), а также граничные условия берутся в квазистационарном приближении [5]. Данная модель позволяет изучать нестационарные процессы в плазме в области частот  $\omega \le 10^6 \dots 10^8$  рад/с.

Исследования граничных условий у электродов для монотонных потенциальных барьеров разной полярности [6, 7] позволили применить данную модель для анализа нестационарных процессов в диффузионном режиме работы ТЭП. Представляет интерес исследование с помощью модели (1)–(3) вклада процессов, обуславливающих импеданс приэлектродных областей и области занятой плазмой, в реактивные свойства импеданса плазменного зазора (ИПЗ) преобразователя.

ИПЗ ТЭП при известных возмущения тока  $J(t)=J_0+\delta J \cdot \sin(\omega t+\varphi_J)$  и напряжения  $V_H(t)=V_{H0}+\delta V_H \cdot \sin(\omega t+\varphi_{VH})$ , относительно значений в точке стационарной ВАХ ( $V_{H0}$ ,  $J_0$ ), при малых амплитудах  $\delta J/J_0 <<1$  и  $\delta V_H/V_{H0} <<1$ , записывается в виде

$$z = \frac{V_H}{\dot{J}} = \frac{\delta V_H}{\delta J} e^{i(\varphi_{VH} - \varphi_J + \pi)}.$$
 (4)

В наших исследованиях задается  $\varphi_J=0$  и для изучения реактивных свойств *z* достаточно знание величины  $\varphi_{VH}$ . При  $0 < \varphi_{VH} < \pi$  импеданс будет проявлять емкостные свойства, а при  $\pi < \varphi_{VH} < 2\pi$  – индуктивные. Возмущение  $\tilde{V}_H(t)$  определяется следующими выражениями [5]

$$\tilde{V}_{H} = \left(\tilde{F}_{E} - \tilde{F}_{C}\right) / e - \tilde{V}_{d}, \quad \tilde{V}_{d} = -\tilde{V}_{E} + \tilde{V}_{N} + \tilde{V}_{K} + \tilde{V}_{L} - \tilde{V}_{C}, \quad (5)$$

где  $\tilde{F}_E, \tilde{F}_C, \tilde{V}_d$  – возмущение работ выхода эмиттера и коллектора и падения напряжения на межэлектродном зазоре преобразователя;  $\tilde{V}_E, \tilde{V}_N, \tilde{V}_K, \tilde{V}_L, \tilde{V}_C$  – возмущения компонент падения напряжения: в слое у эмиттера, за счет столкновения заряженных и нейтральных частиц плазмы, за счет кулоновских столкновений, за счет диффузионной компоненты, в слое у коллектора. Тогда на основании (4) и (5) с учетом  $\varphi_J=0$  можно записать

$$z = z_{FE} - z_{FC} + z_E - z_N - z_K - z_L + z_C .$$
(6)

Таким образом, ИПЗ ТЭП равен алгебраической сумме импедансов, каждый из которых формируется, как и соответствующее падение напряжения, за счет определенных физических процессов в плазме, около и на электродах преобразователя:  $z_E$ ,  $z_C$  – процессов в неравновесных приэлектродных областях;  $z_N$  – рассеяния заряженных частиц на нейтралах;  $z_K$  – кулоновских столкновений;  $z_L$  – различия приэлектродных концентраций плазмы;  $z_{FE}$ ,  $z_{FC}$ – влияния параметров плазмы на значения  $F_E$ ,  $F_C$ , например, за счет эффекта Шоттки.

Характер реактивности каждого *l*-го слагаемого в (6) (*l=FE*, *FC*, *E*, *N*, *K*, *L*, *C*) будем изучать по поведению  $\phi_{Vl}$ , т.к. и в этом случае выполняется соотношение  $\phi_{zl} = \phi_{Vl} + \pi$ . В свою очередь, значения  $\phi_{Vl}$  будут зависеть от параметров нестационарной плазмы  $\tilde{n}(\xi, t)$ ,  $\tilde{T}_e(t)$  и тока  $\tilde{J}(t)$ . Исследования показали [5], что возмущения  $F_E$ ,  $F_C$  за счет эффекта Шоттки пренебрежимо малы, т.е.  $\tilde{F}_E(t) \approx 0$ ,  $\tilde{F}_C(t) \approx 0$ , и основной вклад в импеданс *z* дают импедансы приэлектродных областей  $z_E$ ,  $z_C$  и импеданс плазменной области  $z_p = z_N + z_K + z_L$ .

Для исследования фазы *l*-ой компоненты падения напряжения на зазоре проводится следующий анализ. Линеаризуя  $\tilde{V}_{l}(t)$  относительно  $\tilde{n}(\xi,t)$ ,  $\tilde{T}_{e}(t)$ ,  $\tilde{J}(t)$ , получим

$$\tilde{V}_{l}(t) = a_{lT}^{j} \tilde{T}_{e}(t) + a_{ln}^{j} \tilde{n}(t) + a_{lJ}^{j} \tilde{J}(t), \qquad (7)$$

где  $a_{l(T,n,J)}^{j}$  – значения первых производных от  $\tilde{V}_{l}(t)$  по температуре электронов, плотности плазмы и току в стационарной точке. Верхний индекс *j* введен только для *l*=*E*, *C* и обознача-

ет полярность приэлектродных падений напряжения: j=1 для  $V_E < 0$ ,  $V_C < 0$  и j=0 для  $V_E > 0$ ,  $V_C > 0$ . Для  $l=N \tilde{n}(t) = \langle \tilde{n}(x,t) \rangle_x$ , т.е. проводится усреднение нестационарной плотности плазмы по  $x \in [0,d]$ . Используя результаты исследования температурного резонанса в [8], оценим область определения  $\varphi_T$  и  $\varphi_n$  в диапазоне частот  $[0, \infty)$ . Для  $\varphi_T$ , согласно оценкам [8], имеем  $-\pi/2 < \omega_T < 0, 0 < \omega_T < \pi/2$ . (8)

а для  $\phi_n$  имеем

$$0 \leq \varphi_n < \pi/2, -\pi \leq \varphi_n < 0, \tag{9}$$

**Результаты моделирования и обсуждения.** На основании исследования на знак коэффициентов  $a_{l(T,n,J)}^{j}$  выражения (7), использования неравенств (8), (9) и выражений (5), (6) получены оценки возможных реактивных свойств каждой компоненты  $z_l$  по отношению к импедансу плазменного зазора *z*. Например, компонента  $z_E$  при  $0 \le \varphi_T \le \pi/2$  и  $0 \le \varphi_n < \pi/2$  может проявлять только индуктивные свойства. Результаты исследований показали, что в зависимости от значений параметров плазмы в стационарной точке ВАХ любое слагаемое в (6) в принципе может проявлять как индуктивные, так и емкостные свойства.

На рис. 1 представлены годографы ИПЗ, координаты которого Rez и Imz вычисляются из (4), для различных точек стационарной диффузионной BAX, рассчитанной для параметров ТЭП:  $T_E$ =1800 K,  $T_C$ =950 K,  $p_{Cs}$ =4 мм рт.ст., d=0,025 см,  $J_{Ee}$ =28,9 A/см<sup>2</sup>. В расчетах полагалось  $\delta J/J_0$ =0,005.

Характерные годографы для двух плотностей тока диффузионной ветви ВАХ ТЭП соответствуют стационарным токам  $J_0$  (A/cm<sup>2</sup>): a - 0,71;  $\delta - 0,45$ . На рис. 1 изображены годографы в точках на диффузионной ветви ВАХ преобразователя с учетом (•) и без учета (х) ионизации в объеме плазмы. Числа у крестов и точек годографа обозначают частоты возмущения плотности тока, умноженные на  $10^{-3}$ .



Рис. 1. Годографы импеданса плазменного зазора преобразователя: *а* – для дугового режима; *б* – для диффузионного режима

ИПЗ в диффузионном режиме работы ТЭП проявляет как индуктивные, так и емкостные свойства. Емкостные свойства ИПЗ для плотностей токов близких к току квазинасыщения проявляются только без учета объемной ионизации, рис. 1, a (х). При меньших  $J_0=0,45$  А/см<sup>2</sup> (рис. 1,  $\delta$ ) емкостные свойства проявляются и при учете объемной ионизации. В области  $J_0<0,45$  А/см<sup>2</sup> годографы ИПЗ, рассчитанные с учетом и без учета объемной ионизации, мало отличаются друг от друга.

Заключение. Таким образом, поведение импеданса плазменного зазора термоэмиссионного преобразователя, работающего в диффузионном режиме, имеет сложный характер. В зависимости от параметров термоэмиссионного преобразователя энергии и состояния плазмы в рабочей точке на ВАХ компоненты импеданса плазменного зазора могут проявлять как индуктивные, так и емкостные свойства. При этом значительную роль играет объемная ионизация.

С уменьшением влияния объемной ионизации на процессы в межэлектродном зазоре вклад емкостной составляющей импеданса преобразователя увеличивается. Возможно, этими обстоятельствами объясняется сложный характер поведения импеданса плазменного зазора в области шнурования разряда, где сосуществуют области с параметрами плазмы характерными как для дугового, так и для диффузионного режимов работы ТЭП.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Синявский В.В. Методы и средства экспериментальных исследований и реакторных испытаний термоэмиссионных сборок.– М.: Энергоатомиздат, 2000.– 375 с.

2. Мендельбаум М.А., Эськов В.Д. Термоэмиссионный преобразователь в режиме переключения нагрузки// Известия АН СССР. Энергетика и транспорт.– 1983.– № 6.– С. 147–151.

3. Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма/ Ф.Г. Бакшт, Г.А. Дюжев, А.М. Марциновский и др.; под ред. Б.Я. Мойжеса и Г.Е. Пикуса.– М.: Наука, 1973.– 480 с.

4. Лидоренко Н.С., Лошкарев А.И., Бондаренко В.Д. Динамические характеристики плазменного диода в режиме низковольтного дугового разряда. П. Экспериментальное исследование динамических характеристик // ЖТФ. – 1973. – Том 43. – С. 1203–1211.

5. Дейнеженко А.Л., Зимин В.П. Численное моделирование нестационарных вольтамперных характеристик плазменного диода в дуговом режиме // Известия СО АН СССР. Серия Технические науки.– 1987.– № 6.– С. 84–87.

6. Зимин В.П. Исследование особенностей плазменных граничных условий у эмиттера термоэмиссионного диода // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Том 322. – № 2. – С. 11–15.

7. Зимин В.П. Исследование особенностей плазменных граничных условий у коллектора термоэмиссионного диода // Известия Томского политехнического университета.– 2013.– Том 323.– № 2.– С. 158–163.

8. Зимин В.П. Исследование температурного резонанса в низкотемпературной нестационарной плазме // Материалы VIII-ой Всесоюзной конференции по физике низкотемпературной плазмы, г. Минск, 1991.– Минск, 1991.– С. 27–28.

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Т.А. Инхиреева., А.В. Козловских (г. Томск, Томский политехнический университет) e-mail:tai2@tpu.ru

## ANALYTICAL SOLUTION OF DIFFERENTIAL EQUATION WITH CUBIC NONLINEARITY

T. A. Inkhireeva, A. V. Kozlovskikh (Tomsk, Tomsk Polytechnik University)

This paper considers method of Cauchy problem solution for nonlinear differential equation. Source of solution error and way of eliminating it is studied. Solution obtained with suggested method is compared with solution obtained with built-in MATLAB functions.