

УДК 621.391

РАЗРАБОТКА ОБОБЩЕННОГО МАСШТАБНО-ВРЕМЕННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ

С.Ф. Быков, А.А. Блынский*

Институт «Кибернетический центр» ТПУ

*ЗАО «Иркос», г. Москва

E-mail: serbyk@mail.ru

Рассмотрено получение обобщенного масштабного-временного представления сигналов, которое определяется как совокупность масштабного-временного (вейвлет-преобразования) и масштабного-инверсного представления сигналов. Применение обобщенного масштабного-временного представления сигналов позволит расширить возможности анализа и обработки сигналов различной природы.

Ключевые слова:

Вейвлет-преобразования, масштабного-инверсного представление сигналов, масштабного-временного представление сигналов, теоретико-групповой подход.

Key words:

Wavelet transform, scale-inverse signal presentation, scale-time signal presentation, group-theoretical approach.

В настоящее время масштабного-временного представление сигналов, более известное как вейвлет-преобразование, прочно вошло в инструментальный методов обработки сигналов, связанных с кодированием, анализом, прогнозированием, распознаванием и фильтрацией [1–5].

Широкое распространение масштабного-временного представления (МВП) сигналов определило теоретические направления его развития. Можно выделить два основных направления развития. Первое из них связано с разработкой банков фильтров (вейвлетов) для улучшения аппроксимации и корреляции сигнала [6]. Второе направление характеризуется исследованиями, опирающимися на достижения в области масштабного-временного представления сигналов и направленными на разработку новых методов представления сигналов [7–9]. Одним из таких методов является разработка масштабного-инверсного представления (МИП) сигналов.

Как МВП, так и МИП имеют свои достоинства и недостатки, в частности, МИП сигналов имеет преимущество перед МВП при обработке сигналов малой длительности и анализе переходных процессов. Поэтому представляется перспективным получение представления сигналов, объединяющего свойства указанных выше представлений.

В данной статье предлагается метод, позволяющий объединить вычисление МВП и МИП, и тем самым получить общее представление, которое для краткости будем называть обобщенным масштабного-временным представлением сигналов (ОМВП).

Обычное масштабного-временное представление сигналов (вейвлет-преобразование) определяется выражением [1]:

$$Ls(\alpha, t) = \frac{1}{\sqrt{C_\psi}} \frac{1}{\sqrt{|\alpha|}} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\psi\left(\frac{\tau-t}{\alpha}\right)} s(\tau) d\tau, \quad (a \neq 0), \quad (t \in R), \quad (1)$$

где $Ls(\alpha, t)$ – непрерывное вейвлет-преобразование сигнала $s(t)$; α – коэффициент масштабирования; t – время, τ – переменная интегрирования, $s(t)$ – исследуемый сигнал, $C_\psi = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(w)|^2}{|w|} dw < \infty$ – условие допустимости для вейвлета $\psi(t)$, причём $\Psi(w)$ – преобразование Фурье вейвлета $\psi(t)$, w – частота.

Масштабно-инверсное представление сигналов определяется в соответствии с выражением:

$$Bs(\alpha, t) = \sqrt{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} s(t_1) h \left(\frac{\frac{t_1 t}{\alpha}}{t - t_1} \frac{dt_1}{t_1^2} \right) = \sqrt{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} s(t_1) h \left(\frac{\frac{t_1}{\alpha}}{-\frac{t_1}{t} + 1} \frac{dt_1}{t_1^2} \right)$$

Здесь $Bs(\alpha, t)$ – масштабного-инверсное представление сигнала $s(t)$, $h(t)$ – импульсная характеристика системы формирования масштабного-инверсного представления, t_1 – переменная интегрирования.

Масштабно-временное представление сигналов позволяет обрабатывать сигнал в координатах масштаб-сдвиг по времени, тем самым реализуя представление сигнала относительно группы преобразований подобия и сдвига. Обратный элемент данной группы преобразований характеризуется множеством матриц, следующего вида

$$g(\alpha, \tau)^{-1} \in \begin{pmatrix} 1 & -\tau \\ \alpha & \alpha \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Преобразование сигнала записывается в виде

$$s\{g(\alpha, \tau)^{-1}t\} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} s\left(\frac{1}{\alpha}(t-\tau)\right).$$

Здесь множитель $1/\sqrt{\alpha}$ выбран из условия сохранения энергии сигнала при групповом преобразовании времени.

В свою очередь, масштабно-инверсное представление сигналов позволяет обрабатывать сигнал в координатах масштаб-инверсный сдвиг, т. е. относительно инверсной группы преобразований. Инверсная группа преобразований включает в себя инверсный сдвиг и преобразование подобия, а обратный элемент принадлежит множеству матриц вида:

$$g(\alpha, \beta)^{-1} \in \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha} & 0 \\ \beta & 1 \end{pmatrix}.$$

Преобразование сигнала с помощью инверсной группы определяется в виде

$$s(g(\alpha, \beta)^{-1}t) = \sqrt{\alpha} s \left(\frac{t/\alpha}{\beta t/\alpha + 1} \right). \quad (2)$$

Множитель $\sqrt{\alpha}$ в (2) необходим для выполнения условия сохранения энергии сигнала при групповом преобразовании времени.

Необходимо отметить, что рассмотрение МВП с помощью теоретико-группового подхода позволяет выделить наиболее фундаментальные свойства данного преобразования и определить перспективные направления развития в области разработки новых методов представления сигналов.

Определение МВП на частотно-временной плоскости с применением теории каркасов [1] схематично представлено на рис. 1.

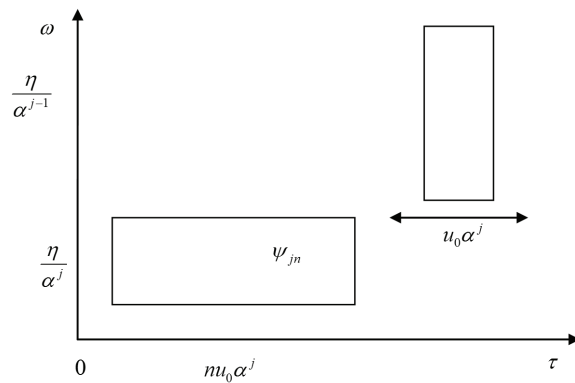


Рис. 1. Разбиение частотно-временной плоскости с помощью прямоугольников Гейзенберга для вейвлета ψ_{jn} . Здесь η – шаг дискретизации частоты ω ; j – номер отсчета по оси частоты; α – значение масштаба; u_0 – шаг дискретизации времени τ ; n – номер отсчета по оси времени

Из рис. 1 видно, что протяженность прямоугольника Гейзенберга по оси времени τ и частоте ω пропорциональна соответственно масштабу α^j и $1/\alpha^j$.

На рис. 2 представлено определение МИП. В отличие от МВП, МИП определено в области инверсных частот ν и инверсных сдвигов β .

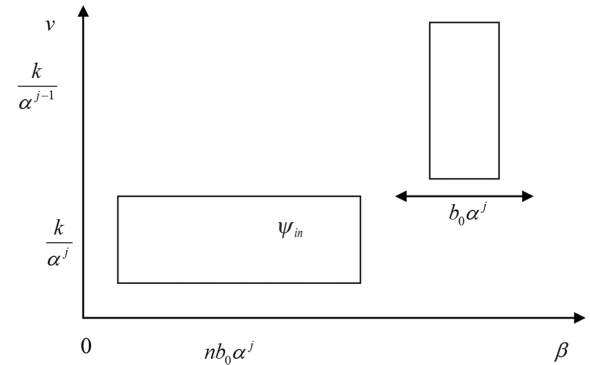


Рис. 2. Разбиение инверсной частотно-временной плоскости с помощью прямоугольников Гейзенберга для вейвлета ψ_{in} . Здесь k – шаг дискретизации инверсной частоты ν ; j – номер отсчета по оси инверсной частоты; α – значение масштаба; b_0 – шаг дискретизации в инверсно-временной области β ; n – номер отсчета в инверсно-временной области

Область инверсных частот ν определяется инверсным преобразованием Фурье (аналог преобразования Фурье для инверсной группы преобразований)

$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \exp\left(i2\pi\nu \frac{1}{t}\right) \frac{dt}{t^2} = I\{s(t)\},$$

где $I\{\dots\}$ – оператор инверсного преобразования Фурье.

Подобие между частотно-временной и инверсной частотно-временной плоскостями характеризуется наличием изоморфизма между временной и инверсно-временной областями.

В [5] рассматривается вычисление МВП (1) в частотной области с целью сокращения количества операций при вычислении. Данный метод основан на возможности вычисления свертки в частотной области. Для чего необходимо вычислить преобразование Фурье входного сигнала и набора импульсных характеристик $\psi_\alpha(t) = \psi\left(\frac{-t}{\alpha}\right)$, найти их произведение, и получить обратное преобразование Фурье. Схематично это можно представить так:

$$Ls(\alpha, t) = \frac{1}{\sqrt{C_\psi |a|}} F^{-1}\{F\{s(t)\}F\{\psi_\alpha(t)\}\},$$

где $F\{\dots\}$ и $F^{-1}\{\dots\}$ – прямое и обратное преобразование Фурье.

При вычислении МИП свертка между входным сигналом и набором импульсных характеристик осуществляется в инверсно-временной области и называется инверсной сверткой.

Операция инверсной свертки определяется в соответствии с выражением

$$s_1(t) \otimes s_2(t) = \int_0^{\infty} s_1(t_1) s_2\left(\frac{t \cdot t_1}{t_1 - t}\right) \frac{dt_1}{t_1^2}.$$

Таким образом, методы реализации указанных представлений отличаются операцией свертки, которая задается конкретной группой преобразований.

Однако существует отображение, позволяющее привести свертку на группе инверсных преобразований к свертке, определенной на группе аддитивных преобразований, и тем самым использовать существующие алгоритмы вычисления МВП. Данным отображением является преобразование сигналов из временной области в инверсно-временную, определяемое как

$$s(t) \xrightarrow{-1/t} s(-1/t). \quad (3)$$

Выражение (3) основано на существовании изоморфизма между группой аддитивных преобразований $s\{g(\tau)^{-1}t\}=s(t-\tau)$ и группой инверсного сдвига (проективных преобразований) $s\{g(\beta)^{-1}t\}=s(t/(\beta t+1))$.

Для реализации перевода дискретного сигнала в инверсно-временную область существует метод, основанный на нахождении значений сигнала в точках, значения которых определяются выражением:

$$\tilde{n}_i = \frac{n_0}{(\tilde{N} - i)\Delta n_0 + 1} - n_{N-1},$$

где \tilde{n}_i – индексы отсчетов инверсного сигнала; \tilde{N} – количество отсчетов инверсного сигнала; Δ – интервал между инверсными отсчетами; n_0 – индекс начального отчета интерполяции; n_{N-1} – индекс последнего отчета интерполяции.

Таким образом, дополнительное преобразование обрабатываемого сигнала $s(t) \xrightarrow{-1/t} s(-1/t)$ позволяет использовать метод МВП для нахождения МИП.

Обобщенное масштабнo-временное представление сигналов состоит из МВП и МИП, и определяется как двухмерное комплексное представление сигнала.

Метод получения обобщенного масштабнo-временного представления сигналов заключается в следующем:

1. Входной сигнал, определенный на вещественной оси, преобразуется по закону $s(t) \rightarrow s(-1/t)$, т. е. переводится в инверсно-временную область $s_i(t)$.
2. Формируется комплексный сигнал $y(t)$, вещественная часть которого представляет собой входной сигнал $s(t)$, а мнимая часть – входной сигнал в инверсно-временной области, т. е. $y(t) = s(t) + i s_i(t)$.
3. Производится преобразование Фурье от сигнала $y(t)$: $Y(f) = F\{y(t)\}$.
4. Формируется набор импульсных характеристик $\psi_\alpha(t)$, зависящих от параметра масштаба:

$$\psi_\alpha(t) = \frac{1}{\alpha} \overline{\psi\left(\frac{-t}{\alpha}\right)}, \text{ где } \psi(t) \text{ – импульсная характеристика МВП (вейвлет).}$$

5. Для полученного набора импульсных характеристик с помощью преобразования Фурье формируется набор передаточных характеристик: $\Psi_\alpha(f) = F\{\psi_\alpha(t)\}$.
6. Производится перемножение спектрального представления сигнала $Y(f)$ и каждой передаточной характеристики $\Psi_\alpha(f)$ из набора: $Y(f)\Psi_\alpha(f)$.
7. Вычисляется обратное преобразование Фурье от каждого произведения, полученного на предыдущем шаге: $Us(\alpha, t) = F^{-1}\{Y(f)\Psi_\alpha(f)\}$.

ОМВП определяется в комплексном виде. Вещественная часть ОМВП является масштабнo-временным представлением, а мнимая часть – масштабнo-инверсным представлением входного сигнала $s(t)$.

Необходимо отметить, что за счет использования комплексной формы представления вещественных сигналов вычисление МВП и МИП в виде ОМВП позволит сократить количество вычислений в два раза.

Необходимым условием при нахождении ОМВП является условие определения входного сигнала $s(t)$ и импульсной характеристики $\psi(t)$ в вещественном виде.

Для проверки работоспособности предложенного метода было проведено моделирование в системе MathCad. В качестве тестового сигнала использовался гармонический сигнал, временная диаграмма которого представлена на рис. 3. По оси ординат показаны значения амплитуд сигнала $A = \sin(t)$, а по оси абсцисс – значения времени t .

На рис. 4, а, представлена вещественная часть ОМВП (МВП) для тестового сигнала, а на рис. 4, б, – мнимая часть ОМВП (МИП).

На рис. 4, а, по оси ординат приведены значения масштабов, по оси абсцисс – временные отсчеты. На рис. 4, б, по оси ординат – значения масштабов, по оси абсцисс – отсчеты во инверсно-временной области $1/t$. Необходимо отметить, что при реализации МИП производится интерполяция сигнала, за счет чего количество отсчетов сигнала увеличивается в два раза, а количество масштабов увеличивается на один.

Полученная диаграмма ОМВП на рис. 4, а, соответствует МВП гармонического сигнала [4], а диаграмма на рис. 4, б, соответствует МИП гармонического сигнала или МВП частотно-модулированного сигнала $\sin(2\pi f_0 t)$, где f_0 – несущая частота [4].

Таким образом, разработан метод, позволяющий получить совокупность масштабнo-временного и масштабнo-инверсного представления сигналов, определяющих обобщенное масштабнo-временное представление сигналов. Этот метод увеличивает возможности по анализу и обработке сигналов различной природы.

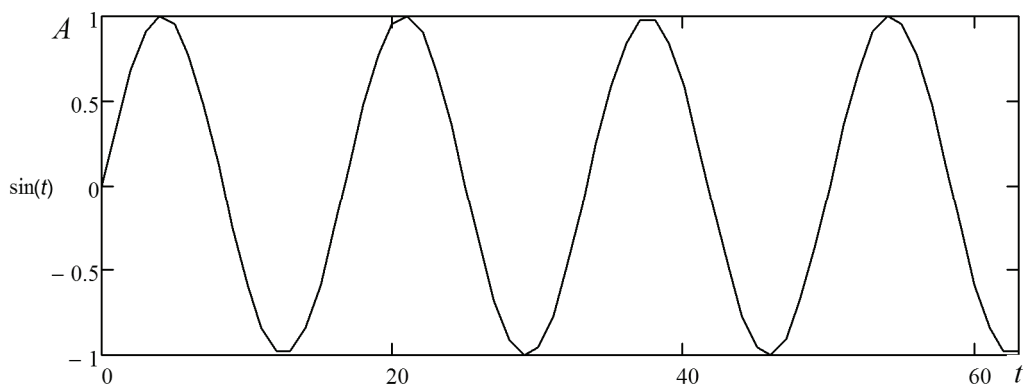


Рис. 3. Временная диаграмма тестового сигнала

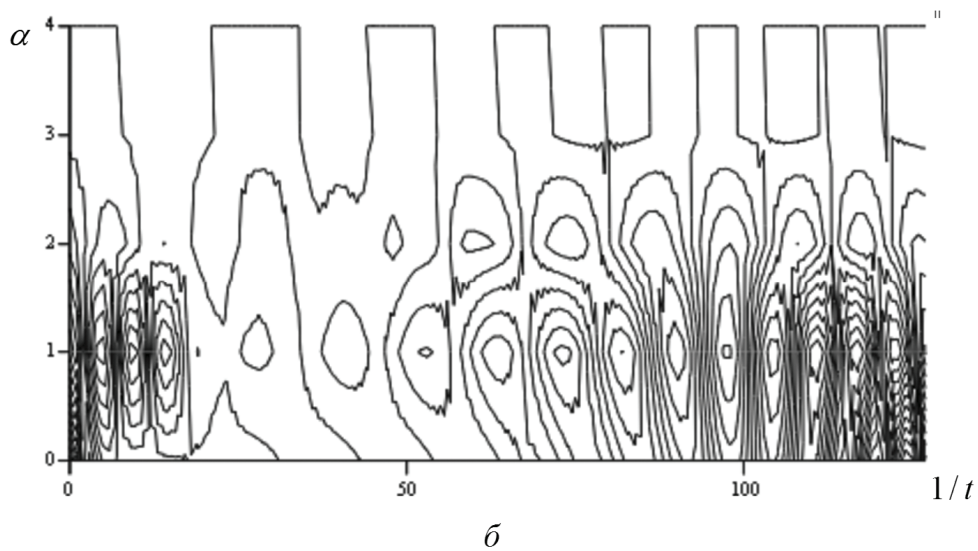
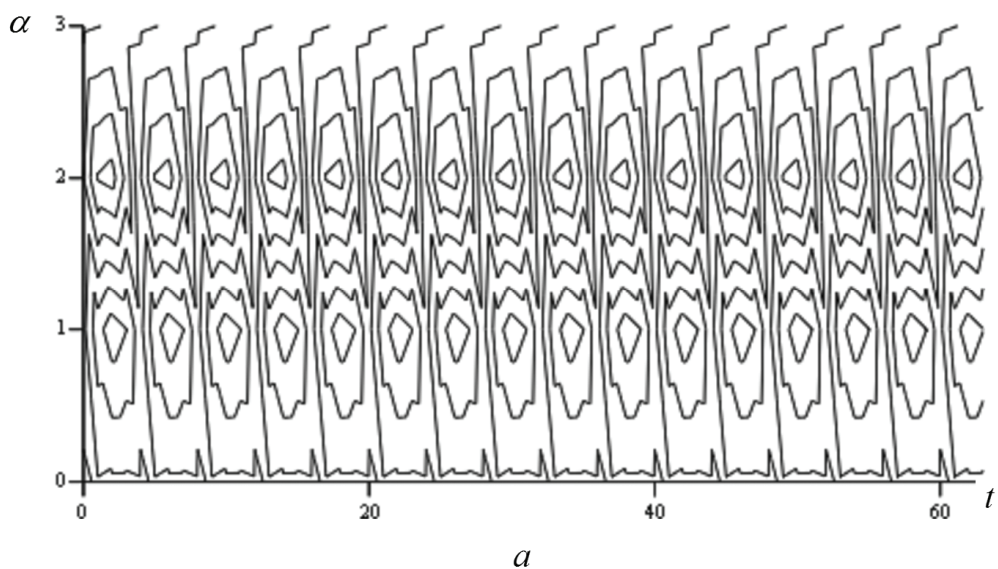


Рис. 4. Масштабно-временное (а) и масштабно-инверсное (б) представление для сигнала на рис. 3

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. – М.: Мир, 2005. – 671 с.
2. Способ и устройство быстрого вычисления дискретного вейвлет-преобразования сигнала с произвольным шагом дискретизации масштабных коэффициентов: пат. 2246132 Рос. Федерация. № 2003100794/09; заявл. 09.01.2003; опубл. 20.07.2004, Бюл. № 6. – 3 с.
3. Блаттер К. Вейвлет-анализ. Основы теории. – М.: Техносфера, 2006. – 272 с.
4. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. – М.: СОЛОН-Р, 2002. – 448 с.
5. Штарк Г.-Г. Применение вейвлетов для ЦОС. – М.: Техносфера, 2007. – 192 с.
6. Чобану М. Многомерные многоскоростные системы обработки сигналов. – М.: Техносфера, 2009. – 480 с.
7. Малый В.В. Развитие теории масштабно-временных сигналов и Wavelet-анализа в интересах совершенствования системы освещения подводной обстановки: дис. ... докт. техн. наук. – СПб.: ВМА, 2006. – 404 с.
8. Сапрыкин В.А. Проблемы аддитивно-мультипликативной симметрии // Военная радиоэлектроника: Опыт использования и проблемы, подготовка специалистов: XX Межвузовская научно-техн. конф. ВМИРЭ. – СПб.: Петродворец, 2002. – С. 3.
9. Бутырский Е.Ю. Определение функции неопределенности сигналов на группах преобразований // Информация и космос. – 2008. – № 3. – 120 с.

Поступила 23.04.2010 г.

УДК 004.94

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И АНАЛИЗ ОБЛАСТИ СОСТОЯНИЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

В.К. Погребной

Институт «Кибернетический центр» ТПУ
E-mail: vkp@tpu.ru

Выделены условия динамики функционирования объекта управления и на этой основе предложена методика представления модели системы реального времени совокупностью динамических объектов (процессов). Определена область состояний, в которых может пребывать динамическая модель системы реального времени. На примере построения расчётной траектории смены состояний модели, отражающей динамику её функционирования, показана возможность эволюционного поиска варианта модели системы реального времени с улучшенными характеристиками траектории.

Ключевые слова:

Модель системы реального времени, прикладная функция, процесс, модуль, условия динамики, область состояний, траектория смены состояний.

Key words:

Real-time system model, applied function, process, module, dynamic conditions, region of states, pass of state change.

Динамика автономной и совместной работы агрегатов объекта управления (ОУ) определяется техническим регламентом его функционирования и при проектировании системы реального времени (СРВ) по управлению данным объектом воспринимается неизменной. Это означает, что область возможных состояний ОУ и траектории, отражающие динамику функционирования ОУ в границах этой области, принимаются заданными. Известны также правила (алгоритмы) расчёта эффективных траекторий изменения состояний ОУ в границах этой области. Задача заключается в разработке такой СРВ, которая, реализуя данные алгоритмы, способна обеспечить пребывание ОУ на эффективной траектории. При этом условия динамики функционирования ОУ должны соблюдаться неукоснительно.

Состояние ОУ определяется потоком информации с датчиков, а смена состояния осуществляется через исполнительные механизмы агрегатов управ-

ляющими воздействиями, которые вычисляются с помощью технологических алгоритмов, выполняющих основные прикладные функции управления. Такие алгоритмы, реализуя совокупность прикладных функций (ПФ), составляют основную программную нагрузку на вычислительную систему проектируемой СРВ. В [1] предложен способ визуального представления на языке SML моделей алгоритмов ПФ программной нагрузки и их доопределения в соответствии с требованиями SML-технологии, а в [2] подробно изложена методика отображения условий динамики функционирования ОУ на модель программной нагрузки СРВ.

Динамика функционирования модели СРВ при выполнении программной нагрузки на виртуальной машине моделирования (ВММ) [1] во многом определяется динамикой функционирования ОУ. Вместе с тем, модель СРВ, выполняя программную нагрузку и тем самым обеспечивая пребывание ОУ на эффективной траектории, функционирует как