УДК 539.12

А.В.ГАЛАЖИНСКИЙ

ПРОБЛЕМА КВАНТОВАНИЯ БЕСКОНЕЧНО ПРИВОДИМЫХ СВЯЗЕЙ В ТЕОРИИ СУПЕРСТРУН

Техника ковариантного дополнения бесконечно приводимых связей первого рода до системы связей конечного порядка приводимости реализована для примера нулевой моды суперструны или суперчастицы. Проанализированы производящие уравнения БРСТ-алгебры. В расширенном фазовом пространстве построен БРСТ-заряд с конечным набором гостовских переменных, позволяющий произвести последовательное квантование методом континуального интеграла для рассматриваемой модели.

Введение

В последние два десятилетия наблюдается значительный интерес к теории суперструн [1]. Классически суперструна представляет собой обобщение точечной релятивистской частицы на случай протяженных объектов (кольцо в случае замкнутых струн). Замечательным свойством, характеризующим суперструнный подход, является присутствие в спектре квантованной теории состояний, которые можно отождествить с гравитоном. Иными словами, в рамках суперструнного формализма открывается возможность объединения теории гравитации с другими фундаментальными взаимодействиями в рамках *единой* квантовой теории. Хорошо известно, что построение теории квантовой гравитации с использованием стандартного аппарата квантовой теории поля приводит к серьезным трудностям вследствие имеющихся в теории перенормируемых расходимостей.

Помимо очевидных преимуществ суперструнной точки зрения (достаточно лишь упомянуть сокращение аномалий для выделенных калибровочных групп, вычисление критической размерности, анализ спектра в калибровке светового конуса, установление конечности теории в однополевом приближении) имеются также две серьезные проблемы, присущие этой теории. Первая проблема связана с неоднозначностью в лагранжевом описании теории суперструн. Вторая обусловлена трудностями явного ковариантного квантования модели суперструны, которые к настоящему моменту не позволяют вывести вычисления за рамки однополевого приближения. Таким образом, вопрос о квантовой самосогласованности теории взаимодействующих суперструн остается открытым.

Хорошо известно, что система фермионных связей модели суперструны представляет собой смесь связей, половина из которых относится к первому роду и половина – ко второму. Поскольку соответствующий спинор принадлежит минимальному спинорному представлению группы Лоренца, ковариантное разделение связей по родам в исходном фазовом пространстве невозможно.

К настоящему времени известно несколько подходов к проблеме ковариантного квантования суперструны. Одной из наиболее обещающих является формулировка Зигеля [2, 3]. Будучи физически эквивалентной стандартной модели суперструны, последняя, однако, не содержит проблематичных связей второго рода.

Вместе с тем система связей модифицированной суперструны оказывается бесконечной стадии приводимости и требует введения бесконечной серии гостовских переменных. Соответственно, выражение для S-матрицы оказывается формальным и не приспособлено для практических вычислений.

В недавней работе [4] был предложен метод ковариантного дополнения бесконечно приводимых связей до системы связей конечного порядка приводимости. Данный подход позволяет построить полностью согласованную квантовую теорию для модифицированной формулировки суперструны, свободную от трудностей, связанных с бесконечным набором гостовских переменных.

В настоящей работе указанный подход реализован для более простого случая нулевой моды суперструны или суперчастицы. В следующем разделе приведен краткий обзор исходной формулировки, доказано отсутствие состояний с отрицательной нормой и унитарность в физическом подпространстве. В последующих разделах с использованием техники работы [4] фермионные связи, имеющиеся в теории, дополнены до неприводимых и далее для результирующей теории вычислен БРСТ-заряд в минимальном гостовском секторе. Полученное выражение является достаточным для последующего квантования методом континуального интеграла.

1. Обзор исходной формулировки. Отсутствие состояний с отрицательной нормой и унитарность в физическом подпространстве

Удерживая только связи первого рода в модели стандартной суперчастицы [6] (доступное изложение формализма систем со связями представлено в [5]), приходим к набору связей, характеризующих суперчастицу Зигеля [2]:

$$p^2 = 0, \qquad (p_\theta \sigma^n p_n)_{\dot\alpha} = 0\,, \qquad (\sigma^n p_{\bar\theta} p_n)_\alpha = 0\,, \tag{1}$$

где $(p_n, p_{\theta\alpha}, p_{\bar\theta\dot\alpha})$ обозначают импульсы, канонически сопряженные переменным конфигурационного пространства $(x^n, \theta^\alpha, \bar\theta^{\dot\alpha})$. Соответствующий канонический гамильтониан дается выражением

$$H = p^2/2. \tag{2}$$

Вследствие наличия в теории светоподобного вектора p_n только половина фермионных связей оказывается линейно независимой (см. также Приложение). В частности, выполняется тождество

$$(p_\theta \sigma^n p_n)_{\dot\alpha} Z_1{}^{\dot\alpha\alpha} + Z_1{}^\alpha p^2 \equiv 0\,, \tag{3}$$

где $Z_1{}^{\dot\alpha\alpha} = (\tilde\sigma^n p_n)^{\dot\alpha\alpha}$, $Z_1{}^\beta = p_\theta{}^\beta$. На поверхности связей не все компоненты функции $Z_1{}^{\dot\alpha\alpha}$ являются независимыми. В частности, имеют место соотношения

$$Z_1{}^{\dot\alpha\alpha} Z_{2\alpha\dot\beta} \approx 0\,, \qquad Z_{2\alpha\dot\beta} = (\sigma^n p_n)_{\alpha\dot\beta}\,. \tag{4}$$

Очевидно, что данный процесс генерирования тождеств может быть неограниченно продолжен, изучаемая модель относится к теориям бесконечного порядка приводимости, следуя стандартной терминологии [7].

Квантовый анализ теории наиболее удобно провести в калибровке светового конуса. Накладывая общепринятые калибровочные условия в фермионном секторе

$$\theta\sigma^+ = 0, \qquad \sigma^+\bar\theta = 0 \tag{5}$$

или

$$\theta^2 = 0, \qquad \bar\theta_i = 0\,, \tag{6}$$

приходим к частично редуцированному фазовому пространству, которое включает три канонические пары[1] (x^n, p_n), (θ, p_θ), $(\bar\theta, p_{\bar\theta})$, удовлетворяющие обычным каноническим коммутационным соотношениям и следующим свойствам комплексного сопряжения:

$$(\theta)^* = \bar\theta\,, \qquad (p_\theta)^* = -\,p_{\bar\theta}\,. \tag{7}$$

Общепринятый переход к квантовому описанию ($\{\hat\theta, \hat p_\theta\} = i$, $\{\hat{\bar\theta}, \hat p_{\bar\theta}\} = i$) подразумевает сохранение свойств сопряжения (7). Иными словами, требуется, чтобы скалярное произведение в гильбертовом пространстве автоматически воспроизводило соотношения

$$\hat\theta^+ = \hat{\bar\theta}\,, \qquad \hat p_\theta{}^+ = -\hat p_{\bar\theta}\,. \tag{8}$$

Однако, как легко убедиться, это требование немедленно приводит к заключению, что в реализованном таким образом квантовом пространстве имеются состояния с отрицательной нормой. Действительно, рассмотрим операторы

$$\begin{aligned} \hat a &= \frac{1}{\sqrt2}(\hat\theta - i\hat p_{\bar\theta}), \quad \hat a^+ = \frac{1}{\sqrt2}(\hat{\bar\theta} - i\hat p_\theta), \quad \{\hat a, \hat a^+\} = 1; \\ \hat b &= \frac{1}{\sqrt2}(\hat\theta + i\hat p_{\bar\theta}), \quad \hat b^+ = \frac{1}{\sqrt2}(\hat{\bar\theta} + i\hat p_\theta), \quad \{\hat b, \hat b^+\} = -1. \end{aligned} \tag{9}$$

Реализуя пространство представления данной алгебры операторов как тензорное произведение соответствующих фоковских пространств, обнаруживаем состояние с отрицательной нормой вследствие последнего соотношения в (9).

[1] В дальнейшем мы опускаем индексы, ассоциированные с фермионными переменными.

Интересно отметить, однако, что имеется альтернативная возможность построить самосогласованную квантовую механику, если отказаться от сопряжения (8) в пользу следующей модификации:

$$\hat{p}_\theta^+ = -i\hat{\theta}, \qquad \hat{p}_{\bar\theta}^+ = -i\hat{\bar\theta}. \tag{10}$$

При таком выборе операторы

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\theta} - i\hat{p}_{\bar\theta}), \quad \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\bar\theta} - i\hat{p}_\theta); \\ \hat{b} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\theta} + i\hat{p}_{\bar\theta}), \quad \hat{b}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\bar\theta} + i\hat{p}_\theta) \end{aligned} \tag{11}$$

удовлетворяют соотношениям

$$\{\hat{a}, \hat{a}^+\} = 1, \qquad \{\hat{b}, \hat{b}^+\} = 1, \tag{12}$$

и соответствующее фоковское пространство, очевидно, свободно от состояний с отрицательной нормой.

Явная реализация представления операторов $(\hat{\theta}, \hat{\bar\theta}, \hat{p}_\theta, \hat{p}_{\bar\theta})$ в квантовом пространстве со скалярным произведением, согласованным с соотношениями (10), была построена в недавней работе [8]. Достаточно стартовать с линейной оболочки четырех векторов $(|0\rangle, |\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle)$, которые в дальнейшем обозначены одним символом $|\sigma\rangle$, принимающим значения $(\theta, \bar\theta, p_\theta, p_{\bar\theta})$. Действие операторов задано соотношениями

$$\begin{array}{llll} \hat\theta|0\rangle = 0, & \hat\theta|\uparrow\rangle = i|0\rangle, & \hat\theta|\downarrow\rangle = 0, & \hat\theta|\uparrow\downarrow\rangle = i|\downarrow\rangle; \\ \hat{\bar\theta}|0\rangle = 0, & \hat{\bar\theta}|\uparrow\rangle = 0, & \hat{\bar\theta}|\downarrow\rangle = i|0\rangle, & \hat{\bar\theta}|\uparrow\downarrow\rangle = -i|\uparrow\rangle; \\ \hat{p}_\theta|0\rangle = i|\uparrow\rangle, & \hat{p}_\theta|\uparrow\rangle = 0, & \hat{p}_\theta|\downarrow\rangle = |\uparrow\downarrow\rangle, & \hat{p}_\theta|\uparrow\downarrow\rangle = 0; \\ \hat{p}_{\bar\theta}|0\rangle = i|\downarrow\rangle, & \hat{p}_{\bar\theta}|\uparrow\rangle = -|\uparrow\downarrow\rangle, & \hat{p}_{\bar\theta}|\downarrow\rangle = 0, & \hat{p}_{\bar\theta}|\uparrow\downarrow\rangle = 0. \end{array} \tag{13}$$

Полное гильбертово пространство определяется как тензорное произведение линейной оболочки и пространства квадратично интегрируемых функций, на котором $\hat{x}^n$ и $\hat{p}^n$ действуют в обычном координатном представлении.

Физическое подпространство в полном квантовом пространстве выделяется обычными предписаниями формализма систем со связями

$$\hat{p}^2|\text{phys}\rangle = 0. \tag{14}$$

Ограничивая рассмотрение собственными функциями оператора энергии-импульса, находим

$$\Phi_{p,\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2(2\pi)^3}}|\sigma\rangle \otimes e^{-ip^0 t + i\boldsymbol{px}}, \tag{15}$$

где из физических соображений выбрана верхняя пола светового конуса $p^0 = \sqrt{\boldsymbol{p}^2}$.

Лоренц-инвариантное скалярное произведение в физическом подпространстве реализуется следующим образом:

$$\langle\Phi|\Psi\rangle = i\int d^3\boldsymbol{x}(\bar\Phi\partial_0\Psi - \partial_0\bar\Phi\Psi), \tag{16}$$

что приводит к равенству

$$\langle\Phi_{p,\sigma}|\Psi_{p',\sigma'}\rangle = p_0\delta^{(3)}(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}')\delta_{\sigma\sigma'} \tag{17}$$

при ограничении на собственные функции оператора энергии-импульса.

Для дальнейшего изложения полезно изучить структуру вектора Паули – Любанского для рассматриваемой модели. Ограничивая классическое выражение

$$W_a = \frac{1}{2}\epsilon_{abcd}p^b S^{cd}, \tag{18}$$

где $S^{cd} = p_{\theta\gamma}(\sigma^{cd})^\gamma{}_\delta\theta^\delta + p_{\bar\theta}{}^{\dot\gamma}(\tilde\sigma^{cd})_{\dot\gamma}{}^{\dot\delta}\bar\theta_{\dot\delta}$ соответствует спиновой части генераторов Лоренца, на поверхность связей и калибровок, находим

$$W_a = -\frac{i}{2} p_a (p_\theta \theta - p_{\bar\theta} \bar\theta). \tag{19}$$

При получении этого равенства оказываются полезными тождества

$$\sigma_{ab} = \frac{i}{2} \epsilon_{abcd} \sigma^{cd}, \qquad \tilde\sigma_{ab} = -\frac{i}{2} \epsilon_{abcd} \tilde\sigma^{cd}. \tag{20}$$

Нетрудно убедиться, что для рассматриваемой величины переход в квантовую область свободен от неоднозначностей, связанных с упорядочением операторов. В частности, для квантового аналога находим

$$\hat W_a \Phi_{p,\sigma} = p_a \sigma \Phi_{p,\sigma}, \tag{21}$$

где числовой коффициент σ принимает значения

$$\sigma = \left(0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right) \tag{22}$$

для состояний $|\sigma\rangle = (|0\rangle, |\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle)$ соответственно.

Поскольку построение одночастичных унитарных неприводимых представлений группы Пуанкаре сводится к построению соответствующих представлений малой группы, генерируемой оператором $\hat W_a$ (подробное изложение теории представлений группы Пуанкаре можно найти в [9]), нетрудно убедиться, что для любого фиксированного значения вектора $|\sigma\rangle = (|0\rangle, |\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle)$ в формуле (15) соответствующее линейное пространство (p_a принимает значения на верхней поле светового конуса) реализует неприводимое представление спиральности σ, где σ определена соотношением (22).

В заключение данного раздела отметим, что полученный набор спиральностей позволяет отождествить построенное гильбертово пространство с одночастичным сектором квантованной безмассовой суперсимметричной модели Весса – Зумино. Данная интерпретация хорошо согласуется с результатами дираковского квантования, рассмотренного в предыдущей работе [8].

Представление собственного времени для суперпропагатора безмассовой модели Весса – Зумино, которое явно вовлекает действие модели суперчастицы Зигеля (в фиксированной калибровке), было построено в [8].

2. Суперчастица Зигеля в расширенном фазовом пространстве

Как было продемонстрировано в предыдущем разделе, модель суперчастицы Зигеля в оригинальной формулировке является теорией бесконечного порядка приводимости. В данном разделе модель сформулирована в более широком фазовом пространстве. Специфическое расширение нединамическими вспомогательными переменными позволяет дополнить бесконечно приводимые фермионные связи до неприводимых. Результирующая модель допускает корректное квантование.

2.1. Функционал действия и симметрии

Функционал действия суперчастицы в расширенном конфигурационном пространстве имеет вид

$$S = \int d\tau \left\{ \frac{1}{2e} (\dot x^m + i\theta\sigma^m \dot{\bar\theta} - i\dot\theta\sigma^m \bar\theta + i\psi\sigma^m \bar\rho - i\rho\sigma^m \bar\psi + \omega\Lambda^m)^2 - \right.$$
$$\left. - \rho^\alpha \dot\theta_\alpha - \bar\rho_{\dot\alpha} \dot{\bar\theta}^{\dot\alpha} - \omega - \phi\Lambda^2 - \Lambda_m i\varphi\sigma^m \bar\chi + \Lambda_m i\chi\sigma^m \bar\varphi \right\}. \tag{23}$$

Аналогично формулировке Зигеля переменные $(x^m, \theta^\alpha, \bar\theta_{\dot\alpha})$ параметризуют стандартное $R^{4|4}$ суперпространство, $(e, \psi^\alpha, \bar\psi_{\dot\alpha})$ оказываются калибровочными полями для локальных репараметризаций и κ-симметрии, в то время как пара $(\rho^\alpha, \bar\rho_{\dot\alpha})$ обеспечивает члены, соответствующие ковариантному (смешанному) пропагатору для фермионов. Как будет установлено далее, переменные $(\omega, \Lambda^m, \phi, \varphi^\alpha, \bar\varphi_{\dot\alpha}, \chi^\alpha, \bar\chi_{\dot\alpha})$ являются нединамическими.

В рамках лагранжева формализма модель инвариантна относительно глобальных преобразований суперсимметрии. Локальные репараметризации и κ-симметрия оригинальной формулировки

$$
\begin{array}{lll}
\delta_\alpha\theta=\alpha\dot\theta, & \delta_\alpha\overline{\theta}=\alpha\dot{\overline{\theta}}, & \delta_\alpha x^n=\alpha\dot x^n,\\
\delta_\alpha\rho=\alpha\dot\rho, & \delta_\alpha\overline{\rho}=\alpha\dot{\overline{\rho}}, & \delta_\alpha e=(\alpha e)^{\cdot},\\
\delta_\alpha\psi=(\alpha\psi)^{\cdot}, & \delta_\alpha\overline{\psi}=(\alpha\overline{\psi})^{\cdot}, & \delta_\alpha\omega=(\alpha\omega)^{\cdot},\\
\delta_\alpha\Lambda^n=\alpha\dot\Lambda^n, & \delta_\alpha\chi=\alpha\dot\chi, & \delta_\alpha\overline{\chi}=\alpha\dot{\overline{\chi}},\\
\delta_\alpha\varphi=(\alpha\varphi)^{\cdot}, & \delta_\alpha\overline{\varphi}=(\alpha\overline{\varphi})^{\cdot}, & \delta_\alpha\phi=(\alpha\phi)^{\cdot},
\end{array}
\tag{24}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\delta_\kappa\theta=-ie^{-1}\Pi_\kappa\sigma^n\overline{\kappa}, & \delta_\kappa\overline{\theta}=-ie^{-1}\Pi_\kappa\kappa\sigma^n,\\
\multicolumn{2}{l}{\delta_\kappa x^n=i\delta_\kappa\theta\sigma^n\overline{\theta}-i\theta\sigma^n\delta_\kappa\overline{\theta}-i\kappa\sigma^n\overline{\rho}+i\rho\sigma^n\overline{\kappa},}\\
\delta_\kappa e=4\dot\theta\kappa, & \delta_\kappa\psi=\dot\kappa,\\
\delta_\kappa\overline{\psi}=\dot{\overline{\kappa}},
\end{array}
$$

где $\Pi^m=\dot x^m+i\theta\sigma^m\dot{\overline{\theta}}-i\dot\theta\sigma^m\overline{\theta}+i\psi\sigma^m\overline{\rho}-i\rho\sigma^m\overline{\psi}+\omega\Lambda^m$, расширяются новыми преобразованиями с фермионными параметрами β,γ, действующими в секторе дополнительных переменных:

$$\delta_\beta\chi=\overline{\beta}\tilde{\sigma}^n\Lambda_n,\quad \delta_\beta\overline{\chi}=\Lambda_n\tilde{\sigma}^n\beta,\quad \delta_\beta\phi=i(\varphi\beta-\overline{\varphi}\overline{\beta});\tag{25}$$

$$\delta_\beta\varphi=\overline{\gamma}\tilde{\sigma}^n\Lambda_n,\quad \delta_\beta\overline{\varphi}=\Lambda_n\tilde{\sigma}^n\gamma,\quad \delta_\beta\phi=i(\chi\gamma-\overline{\chi}\overline{\gamma}).\tag{26}$$

2.2. Дополнение фермионных связей до неприводимых

Переходя к гамильтонову аналогу теории, находим четырнадцать первичных связей:

$$p_e=0,\quad p_\psi=0,\quad p_{\overline{\psi}}=0,\quad p_\rho=0,\quad p_{\overline{\rho}}=0,\quad p_\omega=0,$$

$$p_\Lambda=0,\quad p_\phi=0,\quad p_\varphi=0,\quad p_{\overline{\varphi}}=0,\quad p_\chi=0,\quad p_{\overline{\chi}}=0,$$

$$p_{\theta\alpha}-p_n i(\sigma^n\overline{\theta})_\alpha-\rho_\alpha=0,\qquad p_{\overline{\theta}}{}^{\dot\alpha}+p_n i(\theta\sigma^n)^{\dot\alpha}-\overline{\rho}^{\dot\alpha}=0,\tag{27}$$

где p_q обозначает импульс, канонически сопряженный к переменной q. Полный канонический гамильтониан имеет вид

$$
\begin{aligned}
H={}&p_e\lambda_e+p_{\psi\alpha}\lambda_\psi{}^\alpha+p_{\overline{\psi}}{}^{\dot\alpha}\lambda_{\overline{\psi}\dot\alpha}+p_{\rho\alpha}\lambda_\rho{}^\alpha+p_{\overline{\rho}}{}^{\dot\alpha}\lambda_{\overline{\rho}\dot\alpha}+p_\omega\lambda_\omega+p_{\Lambda n}\}\lambda_\Lambda{}^n+p_\phi\lambda_\phi+\\
&+p_{\varphi\alpha}\lambda_\varphi{}^\alpha+p_{\overline{\varphi}}{}^{\dot\alpha}\lambda_{\overline{\varphi}\dot\alpha}+p_{\chi\alpha}\lambda_\chi{}^\alpha+p_{\overline{\chi}}{}^{\dot\alpha}\lambda_{\overline{\chi}\dot\alpha}+(p_{\overline{\chi}}+p_n i\theta\sigma^n-\overline{\rho})^{\dot\alpha}\lambda_{\overline{\theta}\dot\alpha}+\\
&+(p_\chi-p_n i\sigma^n\overline{\theta}-\rho)_\alpha\lambda_\theta{}^\alpha+\frac{1}{2}ep^2-i\psi\sigma^n\overline{\rho}p_n+i\rho\sigma^n\overline{\psi}p_n+\phi\Lambda^2+\\
&+\omega(1-\Lambda p)+i\varphi\sigma^n\overline{\chi}\Lambda_n-i\chi\sigma^n\overline{\varphi}\Lambda_n.
\end{aligned}
\tag{28}
$$

Как обычно, символ $\lambda_{\ldots}$ обозначает лагранжевы множители, ассоциированные с первичными связями. Сохранение во времени первичных связей влечет вторичные связи:

$$
\begin{gathered}
p^2=0,\qquad p_n(\sigma^n\overline{\rho})_\alpha=0,\qquad p_n(\rho\sigma^n)_{\dot\alpha}=0,\\
\Lambda_n(\sigma^n\overline{\chi})_\alpha=0,\qquad \Lambda_n(\chi\sigma^n)_{\dot\alpha}=0,\\
\Lambda_n(\sigma^n\overline{\varphi})_\alpha=0,\qquad \Lambda_n(\varphi\sigma^n)_{\dot\alpha}=0,\\
\Lambda^2=0,\qquad 1-\Lambda p=0,\\
-2\phi\Lambda^n+\omega p^n-i\varphi\sigma^n\overline{\chi}+i\chi\sigma^n\overline{\varphi}=0,
\end{gathered}
\tag{29}
$$

а также фиксирует некоторые из лагранжевых множителей

$$
\begin{array}{ll}
\lambda_\theta=-p_n i\sigma^n\overline{\psi}, & \lambda_{\overline{\theta}}=i\psi\sigma^n p_n,\\
\lambda_\rho=-2p_n i\sigma^n\lambda_{\overline{\theta}}\approx0, & \lambda_{\overline{\rho}}=2i\lambda_\theta\sigma^n p_n\approx0.
\end{array}
\tag{30}
$$

Интересно отметить, что последнее уравнение в (29) может быть сведено к (доказательство приведено в Приложении)

$$\omega=0,\qquad -2\phi-i\varphi\sigma^n\overline{\chi}p_n+i\chi\sigma^n\overline{\varphi}p_n=0.\tag{31}$$

С учетом этого замечания условие согласованности вторичных связей с динамикой сводится к следующему набору соотношений:

$$\begin{aligned}
&p\lambda_\Lambda = 0, \qquad \Lambda\lambda_\Lambda = 0, \qquad \lambda_\omega = 0,\\
&2\lambda_\phi = -i\lambda_\varphi\sigma^n\overline{\chi}p_n + i\lambda_\chi\sigma^n\overline{\varphi}p_n - i\varphi\sigma^n\lambda_{\overline{\chi}}p_n + i\chi\sigma^n\lambda_{\overline{\varphi}}p_n,\\
&\Lambda_n(\sigma^n\lambda_{\overline{\chi}})_\alpha + \lambda_{\Lambda n}(\sigma^n\overline{\chi})_\alpha = 0, \quad \Lambda_n(\lambda_\chi\sigma^n)_{\dot\alpha} + \lambda_{\Lambda n}(\chi\sigma^n)_{\dot\alpha} = 0,\\
&\Lambda_n(\sigma^n\lambda_{\overline{\varphi}})_\alpha + \lambda_{\Lambda n}(\sigma^n\overline{\varphi})_\alpha = 0, \quad \Lambda_n(\lambda_\varphi\sigma^n)_{\dot\alpha} + \lambda_{\Lambda n}(\varphi\sigma^n)_{\dot\alpha} = 0.
\end{aligned} \tag{32}$$

Используя технику калибровки светового конуса (см. Приложение), можно показать, что каждое из фермионных уравнений, входящих в (32), фиксирует в точности половину соответствующих лагранжевых множителей.

Таким образом, в теории отсутствуют третичные связи, полный набор связей имеет вид

$$p_e = 0, \quad p_\psi = 0, \quad p_{\overline{\psi}} = 0; \tag{33}$$

$$p_\rho = 0, \quad p_\theta - p_n i(\sigma^n\overline{\theta}) - \rho = 0; \tag{34}$$

$$p_{\overline{\rho}} = 0, \quad p_{\overline{\theta}} + p_n i(\theta\sigma^n) - \overline{\rho} = 0; \tag{35}$$

$$p_\omega = 0, \quad \omega = 0; \tag{36}$$

$$p_\phi = 0, \quad -2\phi - i\varphi\sigma^n\overline{\chi}p_n + i\chi\sigma^n\overline{\varphi}p_n = 0; \tag{37}$$

$$p_\varphi = 0, \quad \varphi\sigma^n\Lambda_n = 0; \tag{38}$$

$$p_{\overline{\varphi}} = 0, \quad \sigma^n\overline{\varphi}\,\Lambda_n = 0; \tag{39}$$

$$p_\chi = 0, \quad \chi\sigma^n\Lambda_n = 0; \tag{40}$$

$$p_{\overline{\chi}} = 0, \quad \sigma^n\overline{\chi}\,\Lambda_n = 0; \tag{41}$$

$$p^2 = 0, \quad p_\theta\sigma^n p_n = 0, \quad \sigma^n p_{\overline{\theta}} p_n = 0; \tag{42}$$

$$p_\Lambda = 0, \quad \Lambda^2 = 0, \quad 1 - \Lambda p = 0. \tag{43}$$

Соотношения (33) являются связями первого рода. Накладывая калибровку

$$e = 0, \quad \psi = 0, \quad \overline{\psi} = 0, \tag{44}$$

которая подразумевает уравнения

$$\lambda_e = 0, \quad \lambda_\psi = 0, \quad \lambda_{\overline{\psi}} = 0, \tag{45}$$

можно отбросить канонические пары (e,p_e), (ψ,p_ψ), $(\overline{\psi}, p_{\overline{\psi}})$. Аналогичным образом, переменные (ρ,p_ρ), $(\overline{\rho}, p_{\overline{\rho}})$, (ω,p_ω), (ϕ,p_ϕ) можно опустить после введения скобки Дирака, ассоциированной со связями второго рода (34)–(37). Скобки Дирака для оставшихся переменных оказываются совпадающими со скобками Пуассона.

Бо́льшая изобретательность необходима при наложении калибровки в секторе (38), (39). Переходя к переменным светового конуса (см. Приложение), заключаем, что вследствие $\Lambda^2 = 0$ имеется только одна линейно независимая компонента, входящая в последнюю из спинорных связей (38), (39). Эта компонента оказывается связями второго рода, в то время как соответствующие импульсы содержат по одной связи первого и второго рода. Любопытно отметить, что указанные связи могут быть поделены по родам ковариантным, хотя избыточным, образом

$$p_\varphi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} p_\varphi\sigma^n\Lambda_n = 0 & - \quad \text{первый род,} \\ p_\varphi\sigma^n p_n = 0 & - \quad \text{второй род.} \end{cases} \tag{46}$$

Фиксация калибровки теперь не представляет трудности (снова в ковариантной, но избыточной форме)

$$\sigma_n\varphi p_n = 0, \tag{47}$$

что дает

$$\varphi = 0 \tag{48}$$

при учете уравнения (38). Сохранение во времени калибровочных условий приводит к соотношениям

$$\lambda_\varphi\sigma^n p_n = 0, \tag{49}$$

которые полностью фиксируют лагранжев множитель λ_φ при объединении с уравнениями (32). В свою очередь, самосогласованность формализма ($\varphi^* = \overline{\varphi}$) требует наложения комплексно-сопряженного уравнения

$$p_n\sigma^n\overline{\varphi} = 0 \;\; \rightarrow \;\; \overline{\varphi} = 0. \tag{50}$$

Таким образом, окончательно заключаем, что сектор (φ, p_φ), $(\overline{\varphi}, p_{\overline{\varphi}})$ является нединамическим.

Аналогичные аргументы могут быть применены к переменным (χ, p_χ), $(\overline{\chi}, p_{\overline{\chi}})$. Однако для дальнейшего оказывается полезным не накладывать калибровку в этом секторе, а использовать эти чисто вспомогательные переменные для дополнения зигелевых связей (42) до неприводимых. Действительно, прямыми вычислениями убеждаемся, что система связей (см. также [4])

$$\overline{\Phi}_{\dot\alpha} \equiv (p_\theta\sigma^n p_n + p_\chi\sigma^n\Lambda_n)_{\dot\alpha} = 0\,, \;\; \Phi_\alpha \equiv (p_n\sigma^n p_{\overline{\theta}} + \Lambda_n\sigma^n p_{\overline{\chi}})_\alpha = 0 \;\; - \text{ первый род;} \tag{51}$$

$$\overline{\Psi}_{\dot\alpha} \equiv (\chi\sigma^n\Lambda_n + p_\chi\sigma^n p_n)_{\dot\alpha} = 0\,, \;\; \Psi_\alpha \equiv (\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi} + p_n\sigma^n p_{\overline{\chi}})_\alpha = 0 \;\; - \text{ второй род;} \tag{52}$$

$$p^2 = 0 \;\; - \text{ первый род} \tag{53}$$

полностью эквивалентна исходным уравнениям (40)–(42). При установлении последнего факта необходимо использовать тождества

$$p_\chi{}^\alpha = -\frac{1}{2\Lambda p}\overline{\Phi}_{\dot\alpha}(\tilde\sigma^m p_m)^{\dot\alpha\alpha} - \frac{1}{2\Lambda p}\overline{\Psi}_{\dot\alpha}(\tilde\sigma^m\Lambda_m)^{\dot\alpha\alpha} - \frac{1}{2\Lambda p}p^2 p_\theta{}^\alpha - \frac{1}{2\Lambda p}\Lambda^2\chi^\alpha\,; \tag{54}$$

$$p_{\overline{\chi}}{}^{\dot\alpha} = -\frac{1}{2\Lambda p}(\tilde\sigma^m p_m)^{\dot\alpha\alpha}\Phi_\alpha - \frac{1}{2\Lambda p}(\tilde\sigma^m\Lambda_m)^{\dot\alpha\alpha}\Psi_\alpha - \frac{1}{2\Lambda p}p^2 p_{\overline{\theta}}{}^{\dot\alpha} - \frac{1}{2\Lambda p}\Lambda^2\overline{\chi}^{\dot\alpha}\,. \tag{55}$$

Указанная эквивалентность подразумевает также, что полученный набор связей является неприводимым, в противном случае уравнения (51)–(53) содержали бы менее чем 8 + 1 соотношений и набор не был бы эквивалентен уравнениям (40)–(42) (8 + 1 линейно независимых компонент).

Остается обсудить бозонные связи (43). Конструируя (слабый) проектор на направления, ортогональные векторам p^n, Λ^n:

$$\pi_m{}^n = \delta_m{}^n - \pi_m\Lambda^n - \Lambda_m p^n, \tag{56}$$

легко выделить связи первого рода, содержащиеся в p_Λ. Полный набор в данном секторе имеет вид

$$\tilde p_{\Lambda m} \equiv (\pi p_\Lambda)_m = p_{\Lambda m} - (p_\Lambda\Lambda)p_m - (p_\Lambda p)\Lambda_m = 0 - \text{первый род;} \tag{57}$$

$$p_\Lambda p = 0, \quad \Lambda^2 = 0, \quad p_\Lambda\Lambda = 0, \quad 1 - \Lambda p = 0 - \text{ второй род.} \tag{58}$$

В силу тождеств[2]

$$\tilde p_\Lambda\Lambda \approx 0\,, \quad \tilde p_\Lambda p \approx 0 \tag{59}$$

заключаем, что уравнение (57) содержит только две линейно независимые компоненты. Полное число связей, таким образом, подразумевает отсутствие динамических степеней свободы в данном секторе. Для того чтобы явно отделить имеющиеся связи первого рода от фермионных связей, достаточно сделать переопределение вида

$$\tilde p_\Lambda^n = 0 \;\; \rightarrow \;\; \tilde p_\Lambda^n - \frac{1}{2}\chi\sigma^n\tilde\sigma^m p_\chi p_m - \frac{1}{2}p_{\overline{\chi}}\tilde\sigma^m\sigma^n\overline{\chi}p_m = 0\,. \tag{60}$$

Необходимо отметить, что динамическая эквивалентность модели (23) и суперчастицы Зигеля [2] легко устанавливается в нековариантной калибровке светового конуса

$$\Lambda^i = 0, \quad i = 1, 2. \tag{61}$$

Таким образом, в расширенном фазовом пространстве бесконечная приводимость связей (42), характеризующих модель Зигеля, может быть скомпенсирована бесконечной приводимостью связей из сектора дополнительных переменных. Фермионные связи в расширенном пространстве оказываются неприводимыми. Остаточная приводимость приходится на бозонные связи (57), (58). Будучи системой связей первого порядка приводимости, последние допускают последовательное квантование методом континуального интеграла.

Квантование системы связей (51)–(53), (57), (58) будет являться нашей основной задачей в последующих разделах.

[2] Здесь и далее символ $\approx$ означает равенство с точностью до линейной комбинации связей *второго* рода.

2.3. Скобка Дирака

В присутствии связей второго рода как уравнение нильпотентности на БРСТ-заряд, так и уравнение на унитаризующий гамильтониан следует решать относительно скобки Дирака, ассоциированной со связями второго рода, имеющимися в теории [7, 10]. Для построения последней достаточно обратить матрицу скобок Пуассона связей второго рода[3]. Обозначая все связи одним символом $\Theta_i = (p_\Lambda p,\ \Lambda^2,\ p_\Lambda\Lambda,\ 1-\Lambda p,\ (\chi\sigma^n\Lambda_n + p_\chi\sigma^n p_n)_{\dot\alpha},\ ((\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi} + p_n\sigma^n p_{\overline{\chi}})_\alpha)$ и $\Gamma_{ij} \equiv \{\Theta_i, \Theta_j\}$, находим матрицу связей второго рода (мы используем спинорные обозначения из [12]):

$$
\Gamma_{ij} = \begin{pmatrix}
0 & -2\Lambda p & -pp_\Lambda & p^2 & -(\chi\sigma^n p_n)_{\dot\beta} & -(p_n\sigma^n\overline{\chi})_\beta \\
2\Lambda p & 0 & -2\Lambda^2 & 0 & 0 & 0 \\
pp_\Lambda & -2\Lambda^2 & 0 & \Lambda p & -(\chi\sigma^n\Lambda_n)_{\dot\beta} & -(\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi})_\beta \\
-p^2 & 0 & -\Lambda p & 0 & 0 & 0 \\
(\chi\sigma^n p_n)_{\dot\alpha} & 0 & (\chi\sigma^n\Lambda_n)_{\dot\alpha} & 0 & -4(\tilde\sigma^{nm})_{\dot\alpha\dot\beta}\Lambda_n p_m & 0 \\
(p_n\sigma^n\overline{\chi})_\alpha & 0 & (\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi})_\alpha & 0 & 0 & -4(\sigma^{nm})_{\alpha\beta}\Lambda_n p_m
\end{pmatrix}. \tag{62}
$$

Для любой суперматрицы $F = F_B + F_S$, где F_B и F_S обозначают «тело» и «дух» соответственно [13], обратная строится в соответствии с формулой [13]

$$
F^{-1} = F_B^{-1} + \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k (F_B^{-1}F_S)^k F_B^{-1}. \tag{63}
$$

Нетрудно убедиться, что в нашем случае ряд обрывается в третьем порядке, соответствующая обратная суперматрица дается выражением

$$
\Gamma_{ij} = \frac{1}{\Delta}\cdot\begin{pmatrix}
0 & \Lambda p & 0 & 2\Lambda^2 & 0 & 0 \\
-\Lambda p & 0 & p^2 & pp'_\Lambda & -\frac{1}{2}(\chi\sigma^n p_n)^{\dot\beta} & \frac{1}{2}(p_n\sigma^n\overline{\chi})^\beta \\
0 & -p^2 & 0 & -2\Lambda p & 0 & 0 \\
-2\Lambda^2 & -pp'_\Lambda & -\Lambda p & 0 & -(\chi\sigma^n\Lambda_n)^{\dot\beta} & (\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi})^\beta \\
0 & -\frac{1}{2}(\chi\sigma^n p_n)^{\dot\alpha} & 0 & -(\chi\sigma^n\Lambda_n)^{\dot\alpha} & 2(\tilde\sigma^{nm})^{\dot\alpha\dot\beta}\Lambda_n p_m & 0 \\
0 & \frac{1}{2}(p_n\sigma^n\overline{\chi})^\alpha & 0 & (\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi})^\alpha & 0 & 2(\sigma^{nm})^{\alpha\beta}\Lambda_n p_m
\end{pmatrix}. \tag{64}
$$

где $\Delta = 2((\Lambda p)^2 - \Lambda^2 p^2)$ и $pp'_\Lambda = pp_\Lambda + (\chi^2 + \overline{\chi}^2)/2$.

При наличии Γ^{ij} построение скобки Дирака не представляет особой трудности:

$$
\{A, B\}_D = \{A, B\} - \{A, \Theta_i\}\Gamma^{ij}\{\Theta_j, B\} =
$$

$$
= \{A, B\} + \frac{1}{\Delta}\{A, \Lambda^2\}\Lambda p\{pp_\Lambda, B\} - \frac{1}{\Delta}\{A, pp_\Lambda\}\Lambda p\{\Lambda^2, B\} + \{A, 1-\Lambda p\}\Lambda^2\{pp_\Lambda, B\} -
$$

$$
- \frac{2}{\Delta}\{A, pp_\Lambda\}\Lambda^2\{1-\Lambda p, B\} + \frac{1}{\Delta}\{A, p_\Lambda\Lambda\}p^2\{\Lambda^2, B\} - \frac{1}{\Delta}\{A, \Lambda^2\}p^2\{p_\Lambda\Lambda, B\} +
$$

$$
+ \frac{1}{\Delta}\{A, 1-\Lambda p\}pp'_\Lambda\{\Lambda^2, B\} - \frac{1}{\Delta}\{A, \Lambda^2\}pp'_\Lambda\{1-\Lambda p, B\} + \frac{2}{\Delta}\{A, p_\Lambda\Lambda\}\Lambda p\{1-\Lambda p, B\} -
$$

$$
- \frac{2}{\Delta}\{A, 1-\Lambda p\}\Lambda p\{p_\Lambda\Lambda, B\} + \frac{1}{2\Delta}\{A, \Lambda^2\}(\chi\sigma^m p_m)^{\dot\alpha}\{(\chi\sigma^n\Lambda_n + p_\chi\sigma^n p_n)_{\dot\alpha}, B\} +
$$

$$
+ \frac{1}{2\Delta}\{A, (\chi\sigma^n\Lambda_n + p_\chi\sigma^n p_n)_{\dot\alpha}\}(\chi\sigma^m p_m)^{\dot\alpha}\{\Lambda^2, B\} - \frac{1}{2\Delta}\{A, (\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi} + p_n\sigma^n p_{\overline{\chi}})_\alpha\} \times
$$

$$
\times (p_m\sigma^m\overline{\chi})^\alpha\{\Lambda^2, B\} - \frac{1}{2\Delta}\{A, \Lambda^2\}(p_m\sigma^m\overline{\chi})^\alpha\{(\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi} + p_n\sigma^n p_{\overline{\chi}})_\alpha, B\} +
$$

---

[3] Конструкция оказывается более сложной, когда связи второго рода являются приводимыми. Соответствующий рецепт был предложен в [11].

$$+\frac{1}{\Delta}\{A,(\chi\sigma^n\Lambda_n+p_\chi\sigma^n p_n)_{\dot\alpha}\}(\chi\sigma^m p_m)^{\dot\alpha}\{1-\Lambda p,B\}+\frac{1}{\Delta}\{A,1-\Lambda p\}(\chi\sigma^m p_m)^{\dot\alpha}\times$$

$$\times\{(\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi}+p_n\sigma^n p_{\overline{\chi}})_\alpha,B\}-\frac{1}{\Delta}\{A,(\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi}+p_n\sigma^n p_{\overline{\chi}})_\alpha\}(\Lambda_m\sigma^m\overline{\chi})^\alpha\{1-\Lambda p,B\}-$$

$$-\frac{1}{\Delta}\{A,1-\Lambda p\}(\Lambda_m\sigma^m\overline{\chi})^\alpha\{(\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi}+p_n\sigma^n p_{\overline{\chi}})_\alpha,B\}-$$

$$-\frac{2}{\Delta}\{A,(\chi\sigma^n\Lambda_n+p_\chi\sigma^n p_n)_{\dot\alpha}\}(\widetilde{\sigma}_{kl})^{\dot\alpha\dot\beta}\Lambda^k p^l\{(\chi\sigma^m\Lambda_m+p_\chi\sigma^m p_m)_{\dot\beta},B\}-$$

$$-\frac{2}{\Delta}\{A,(\Lambda_n\sigma^n\overline{\chi}+p_n\sigma^n p_{\overline{\chi}})_\alpha\}(\sigma_{kl})^{\alpha\beta}\Lambda^k p^l\{(\Lambda_m\sigma^m\overline{\chi}+p_m\sigma^m p_{\overline{\chi}})_\beta,B\}. \qquad (65)$$

Будучи весьма сложной в общем положении, скобка значительно упрощается при ограничении на специфические координатные секторы:

$$\{\chi^\alpha,p_{\chi\beta}\}=\frac{1}{2}\delta^\alpha{}_\beta-\frac{2}{\Delta}\Lambda p(\sigma_{nm})_\beta{}^\alpha\Lambda^n p^m,\quad \{\chi^\alpha,\chi^\beta\}=\frac{2}{\Delta}p^2(\sigma_{nm})^{\alpha\beta}\Lambda^n p^m,$$
$$\{p_{\chi\alpha},p_{\chi\beta}\}=\frac{2}{\Delta}\Lambda^2(\sigma_{nm})_{\alpha\beta}\Lambda^n p^m; \qquad (66)$$

$$\{\overline{\chi}_{\dot\alpha},p_{\overline{\chi}}{}^{\dot\beta}\}=\frac{1}{2}\delta_{\dot\alpha}{}^{\dot\beta}-\frac{2}{\Delta}\Lambda p(\widetilde{\sigma}_{nm})^{\dot\beta}{}_{\dot\alpha}\Lambda^n p^m,\quad \{\overline{\chi}_{\dot\alpha},\overline{\chi}_{\dot\beta}\}=\frac{2}{\Delta}p^2(\widetilde{\sigma}_{nm})_{\dot\alpha\dot\beta}\Lambda^n p^m,$$
$$\{p_{\overline{\chi}}{}^{\dot\alpha},p_{\overline{\chi}}{}^{\dot\beta}\}=\frac{2}{\Delta}\Lambda^2(\widetilde{\sigma}_{nm})^{\dot\alpha\dot\beta}\Lambda^n p^m; \qquad (67)$$

$$\{\Lambda^n,p_{\Lambda m}\}=\delta^n{}_m-\frac{2}{\Delta}\Lambda p(p^n\Lambda_m+\Lambda^n p_m)+\frac{2}{\Delta}p^2\Lambda^n\Lambda_m+\frac{2}{\Delta}\Lambda^2 p^n p_m,$$
$$\{\Lambda^n,\Lambda^m\}=0,\qquad \{p_{\Lambda n},p_{\Lambda m}\}=\frac{2}{\Delta}p^2(\Lambda_n p_{\Lambda m}-\Lambda_m p_{\Lambda n})+\frac{2}{\Delta}pp_\Lambda(p_n\Lambda_m-p_m\Lambda_n)+ \qquad (68)$$
$$+\frac{2}{\Delta}p\Lambda(p_{\Lambda n}p_m-p_{\Lambda m}p_n)-\frac{i}{\Delta}(\chi^2-\overline{\chi}^2)\in_{nmkl}\Lambda^k p^l;$$

$$\{\theta^\alpha,p_{\theta\beta}\}=\delta^\alpha{}_\beta,\quad \{\theta^\alpha,\theta^\beta\}=0,\quad \{p_{\theta\alpha},p_{\theta\beta}\}=0; \qquad (69)$$

$$\{\overline{\theta}_{\dot\alpha},p_{\overline{\theta}}{}^{\dot\beta}\}=\delta_{\dot\alpha}{}^{\dot\beta},\quad \{\overline{\theta}_{\dot\alpha},\overline{\theta}_{\dot\beta}\}=0,\quad \{p_{\overline{\theta}}{}^{\dot\alpha},p_{\overline{\theta}}{}^{\dot\beta}\}=0; \qquad (70)$$

$$\{x^n,p_m\}=\delta^n{}_m,\qquad \{p_n,p_m\}=0,$$
$$\{x_n,x_m\}=\frac{2}{\Delta}\Lambda^2(\Lambda_n p_{\Lambda m}-\Lambda_m p_{\Lambda n})+$$
$$+\frac{1}{\Delta}\Lambda_n(\chi\sigma^k\widetilde{\sigma}_m p_\chi\Lambda_k+\overline{\chi}\widetilde{\sigma}^k\sigma_m p_{\overline{\chi}}\Lambda_k)-\frac{1}{\Delta}\Lambda_m(\chi\sigma^k\widetilde{\sigma}_n p_\chi\Lambda_k+\overline{\chi}\widetilde{\sigma}^k\sigma_n p_{\overline{\chi}}\Lambda_k)- \qquad (71)$$
$$-\frac{1}{\Delta}(p_\chi^2+p_{\overline{\chi}}^2)(\Lambda_n p_m-\Lambda_m p_n)-\frac{i}{\Delta}(p_\chi^2-p_{\overline{\chi}}^2)\in_{nmkl}\Lambda^k p^l.$$

Аналогично в кросс-секторе находим следующие выражения:

$$\{p_{\Lambda n},\chi^\alpha\}=\frac{1}{\Delta}p^2\Lambda_n\chi^\alpha+\frac{1}{\Delta}p^2(\chi\sigma_n\widetilde{\sigma}^k\Lambda_k)^\alpha+\frac{1}{\Delta}p_n(\chi\sigma^k\Lambda_k\widetilde{\sigma}^m p_m)^\alpha-\frac{1}{\Delta}\Lambda p(\chi\sigma_n\widetilde{\sigma}^k p_k)^\alpha; \qquad (72)$$

$$\{p_{\Lambda n},p_{\chi\alpha}\}=\frac{1}{\Delta}\Lambda^2 p_n\chi_\alpha+\frac{1}{\Delta}\Lambda^2(\chi\sigma_n\widetilde{\sigma}^k p_k)_\alpha+\frac{1}{\Delta}\Lambda_n(\chi\sigma^k p_k\widetilde{\sigma}^m\Lambda_m)_\alpha-\frac{1}{\Delta}\Lambda p(\chi\sigma_n\widetilde{\sigma}^k\Lambda_k)_\alpha; \qquad (73)$$

$$\{p_{\Lambda n},\overline{\chi}_{\dot\alpha}\}=\frac{1}{\Delta}p^2\Lambda_n\overline{\chi}_{\dot\alpha}+\frac{1}{\Delta}p^2(\widetilde{\sigma}^k\Lambda_k\sigma_n\overline{\chi})_{\dot\alpha}+\frac{1}{\Delta}p_n(\widetilde{\sigma}^k p_k\sigma^l\Lambda_l\overline{\chi})_{\dot\alpha}-\frac{1}{\Delta}\Lambda p(\widetilde{\sigma}^k p_k\sigma_n\overline{\chi})_{\dot\alpha}; \qquad (74)$$

$$\{p_{\Lambda n},p_{\overline{\chi}}{}^{\dot\alpha}\}=\frac{1}{\Delta}\Lambda^2 p_n\overline{\chi}^{\dot\alpha}+\frac{1}{\Delta}\Lambda^2(\widetilde{\sigma}^k p_k\sigma_n\overline{\chi})^{\dot\alpha}+\frac{1}{\Delta}\Lambda_n(\widetilde{\sigma}^k\Lambda_k\sigma^l p_l\overline{\chi})^{\dot\alpha}-\frac{1}{\Delta}\Lambda p(\widetilde{\sigma}^k\Lambda_k\sigma_n\overline{\chi})^{\dot\alpha}. \qquad (75)$$

При получении уравнений (66)–(75) мы использовали тождества

$$\mathrm{Tr}(\sigma_{ab}\sigma_{cd})=-\frac{1}{2}(\eta_{ac}\eta_{bd}-\eta_{ad}\eta_{bc})+\frac{i}{2}\in_{abcd},\quad \mathrm{Tr}(\sigma_{ab}\sigma_{cd})=-\frac{1}{2}(\eta_{ac}\eta_{bd}-\eta_{ad}\eta_{bc})-\frac{i}{2}\in_{abcd}, \qquad (76)$$

в которых приняты обозначения $\epsilon_{0123}=1$ и $\eta_{nm}=\mathrm{diag}\,(-,+,+,+)$.

В заключение данного раздела полезно отметить, что, поскольку нашей основной задачей является квантование теории методом континуального интеграла, присутствие дельта-функции от связей второго рода в соответствующей интегральной мере [7] позволяет решать уравнения на БРСТ-заряд и унитаризующий гамильтониан с точностью до связей второго рода [7]. В частности, это приводит к дальнейшим упрощениям в соотношениях (66)–(75).

2.4. Алгебра связей первого рода

Оценив скобки Дирака, мы теперь в состоянии вычислить алгебру связей первого рода (51), (53), (57). Соответствующие структурные функции будут использованы при построении БРСТ-заряда в следующем разделе.

Принимая во внимание уравнения (54), (55), тождества

$$\chi^2 = -\frac{1}{\Lambda p} p^2 (p_\chi \chi) - \frac{1}{\Lambda p} \overline{\Psi}_{\dot\alpha} (\widetilde{\sigma}^m p_m \chi)^{\dot\alpha}\,; \tag{77}$$

$$\overline{\chi}^2 = -\frac{1}{\Lambda p} p^2 (p_{\overline{\chi}} \overline{\chi}) - \frac{1}{\Lambda p} (\overline{\chi} \widetilde{\sigma}^m p_m)^{\alpha} \Psi_\alpha\,, \tag{78}$$

а также тот факт, что в соответствии с общим рецептом [7] достаточно знать алгебру по модулю связей второго рода, находим следующие выражения:

$$\begin{aligned}
&\{\widetilde{p}_{\Lambda n}, \widetilde{p}_{\Lambda m}\} = U_{nm}{}^{k} \widetilde{p}_{\Lambda k} + U_{nm} p^2\,,\\
&\{\widetilde{p}_{\Lambda n}, \Phi_\alpha\} = U_{n\alpha}{}^{\beta} \Phi_\beta + U_{n\alpha} p^2\,,\\
&\{\widetilde{p}_{\Lambda n}, \overline{\Phi}_{\dot\alpha}\} = U_{n\dot\alpha}{}^{\dot\beta} \overline{\Phi}_{\dot\beta} + U_{n\dot\alpha} p^2\,,
\end{aligned} \tag{79}$$

где соответствующие структурные функции имеют вид

$$U_{nm}{}^{k} = \frac{2}{\Delta}((\Lambda_n p^2 - p_n)\delta_m{}^{k} - (\Lambda_m p^2 - p_m)\delta_n{}^{k})\,,$$

$$U_{nm} = \frac{i}{\Delta}(p_\chi \chi - p_{\overline{\chi}} \overline{\chi})\, \epsilon_{nmkl} \Lambda_k p^l,$$

$$\begin{aligned}
U_{n\alpha}{}^{\beta} &= \frac{1}{2}(\sigma_n \widetilde{\sigma}^k p_k)_\alpha{}^\beta + \frac{1}{\Delta}\Lambda_n p^2 \delta_\alpha{}^\beta + \frac{1}{\Delta}(\Lambda_n p^2 - p_n)(\Lambda^k \sigma_k \widetilde{\sigma}^l p_l)_\alpha{}^\beta\,,\\
U_{n\alpha} &= \frac{1}{2}(\sigma_n p_{\overline{\theta}})_\alpha - \frac{1}{\Delta}\Lambda_n (p^k \sigma_k p_{\overline{\theta}})_\alpha + \frac{1}{\Delta}(\Lambda_n p^2 - p_n)(\Lambda^k \sigma_k p_{\overline{\theta}})_\alpha\,,\\
U_{n\dot\alpha}{}^{\dot\beta} &= \frac{1}{2}(\widetilde{\sigma}^k p_k \sigma_n)^{\dot\beta}{}_{\dot\alpha} + \frac{1}{\Delta}\Lambda_n p^2 \delta^{\dot\beta}{}_{\dot\alpha} + \frac{1}{\Delta}(\Lambda_n p^2 - p_n)(\widetilde{\sigma}^k p_k \sigma^l \Lambda_l)^{\dot\beta}{}_{\dot\alpha}\,,\\
U_{n\dot\alpha} &= \frac{1}{2}(\sigma_n p_n)_{\dot\alpha} - \frac{1}{\Delta}\Lambda_n (p_\theta \sigma^k p_k)_{\dot\alpha} + \frac{1}{\Delta}(\Lambda_n p^2 - p_n)(p_\theta \sigma^k \Lambda_k)_{\dot\alpha}\,.
\end{aligned} \tag{80}$$

Следует отметить важные алгебраические свойства структурных функций:

$$U_{nm}\Lambda^m = 0, \qquad U_{nm} p^m = 0; \tag{81}$$

$$U_{n\alpha}{}^{\beta}\Lambda^n \approx 0, \qquad U_{n\alpha}{}^{\beta} p^n \approx 0; \tag{82}$$

$$U_{n\alpha}\Lambda^n \approx 0, \qquad U_{n\alpha} p^n \approx 0; \tag{83}$$

$$U_{n\dot\alpha}{}^{\dot\beta}\Lambda^n \approx 0\,, \qquad U_{n\dot\alpha}{}^{\dot\beta} p^n \approx 0\,; \tag{84}$$

$$U_{n\dot\alpha}\Lambda^n \approx 0\,, \qquad U_{n\dot\alpha} p^n \approx 0\,. \tag{85}$$

Последние будут часто использоваться при построении БРСТ-заряда в следующем разделе.

3. БРСТ-заряд в минимальном гостовском секторе

Для построения БРСТ-заряда расширяем исходное фазовое пространство (первичными) гостовскими переменными (минимальный сектор) $(C^{\dot\alpha},\overline{P}_{\dot\alpha})$, $(C^{\alpha},\overline{P}_{\alpha})$, $(C,\overline{P})$, $(C^{n},\overline{P}_{n})$, соответствующими связям первого рода (51), (53), (57). Накладываются стандартные ограничения на четность и гостовское число новых переменных:

$$\epsilon(C^{A})=\epsilon(\overline{P}^{A})=\epsilon_{A}+1,\qquad \mathrm{gh}(C^{A})=-\mathrm{gh}(\overline{P}^{A})=1. \tag{86}$$

Поскольку имеется только две линейно независимые компоненты, входящие в бозонные связи (57), а соответствующие ковариантно введенные госты $(C^{n},\overline{P}_{n})$ содержат по четыре компоненты, необходимо компенсировать имеющийся дисбаланс гостами второй стадии [7] $(C^{1},\overline{P}^{1})$, $(C^{2},\overline{P}^{2})$. Последние удовлетворяют соотношениям

$$\epsilon(C^{1,2})=\epsilon(\overline{P}^{1,2})=0,\qquad \mathrm{gh}(C^{1,2})=-\mathrm{gh}(\overline{P}^{1,2})=2. \tag{87}$$

Уравнение нильпотентности на БРСТ-заряд

$$\{\Omega_{\min},\Omega_{\min}\}\approx 0 \tag{88}$$

следует решать при наличии граничного условия

$$\Omega_{\min}=\Phi_{\alpha}C^{\alpha}+\overline{\Phi}_{\dot\alpha}C^{\dot\alpha}+\widetilde{p}_{\Lambda n}C^{n}+p^{2}C+\overline{P}_{n}\Lambda^{n}C^{1}+\overline{P}_{n}p^{n}C^{2}+\dots\,. \tag{89}$$

С учетом уравнения (88) последнее автоматически генерирует как калибровочную алгебру (79), так и тождества (59).

Вычисляя вклад граничных членов в уравнение нильпотентности (88)

$$\{\Omega_{\min},\Omega_{\min}\}\approx 2\overline{P}_{n}\{\Lambda^{m},\widetilde{p}_{\Lambda n}\}C^{1}C^{n}-2(U_{n\alpha}{}^{\beta}\Phi_{\beta}+U_{n\alpha}p^{2})C^{\alpha}C^{n}-$$
$$-2(U_{n\dot\alpha}{}^{\dot\beta}\Phi_{\dot\beta}+U_{n\dot\alpha}p^{2})C^{\dot\alpha}C^{n}+2(U_{nm}{}^{k}p_{\Lambda k}+U_{nm}p^{2})C^{m}C^{n}+\dots, \tag{90}$$

можно частично прояснить структуру членов, явно не указанных в (89). В частности, расширяя анзац (89) тремя новыми вкладами

$$\frac{1}{2}\overline{P}_{k}\widetilde{U}^{k}_{nm}C^{m}C^{n}+\overline{P}_{\alpha}U_{n\beta}{}^{\alpha}C^{\beta}C^{n}+\overline{P}_{\dot\alpha}U_{n\dot\beta}{}^{\dot\alpha}C^{\dot\beta}C^{n}, \tag{91}$$

где

$$\widetilde{U}^{k}_{nm}=U_{nm}{}^{k}-\frac{2}{\Delta}p^{k}(\Lambda_{n}p_{m}-\Lambda_{m}p_{n}),\qquad \widetilde{U}^{k}_{nm}\Lambda^{m}\approx\frac{2}{\Delta}\{\Lambda^{k},p_{\Lambda n}\},\qquad \widetilde{U}^{k}_{nm}p^{m}\approx 0, \tag{92}$$

можно избавиться от первого члена, а также слагаемых, вовлекающих $\widetilde{p}_{\Lambda}$, Φ, $\overline{\Phi}$:

$$\{\Omega_{\min},\Omega_{\min}\}\approx -U_{nm}p^{2}C^{m}C^{n}-2U_{n\alpha}p^{2}CC^{n}-2U_{n\dot\alpha}p^{2}C^{\dot\alpha}C^{n}-$$
$$-2\overline{P}_{\alpha}U_{n\gamma}{}^{\alpha}U_{m\beta}{}^{\gamma}C^{m}C^{n}C^{\beta}-2\overline{P}_{\dot\alpha}U_{n\dot\gamma}{}^{\dot\alpha}U_{m\dot\beta}{}^{\dot\gamma}C^{m}C^{n}C^{\dot\beta}+\dots\,. \tag{93}$$

Для проверки данного соотношения необходимо использовать следующие тождества Якоби:

$$\widetilde{U}^{k}_{[m\hat a}\widetilde{U}^{a}_{bc]}\approx 0,\qquad \widetilde{U}_{[m\hat a}{}^{k}\widetilde{U}_{bc]}{}^{a}\approx 0; \tag{94}$$

$$\widetilde{p}_{\Lambda[n}\widetilde{U}^{k}_{ab]}\approx 0,\qquad \widetilde{p}_{\Lambda[n}U_{ab]}{}^{k}\approx 0; \tag{95}$$

$$\{\widetilde{p}_{\Lambda n}U_{m\alpha}{}^{\beta}\}-\{\widetilde{p}_{\Lambda m}U_{n\alpha}{}^{\beta}\}-U_{nm}{}^{k}U_{k\alpha}{}^{\beta}\approx 0; \tag{96}$$

$$\{\widetilde{p}_{\Lambda n}U_{m\dot\alpha}{}^{\dot\beta}\}-\{\widetilde{p}_{\Lambda m}U_{n\dot\alpha}{}^{\dot\beta}\}-U_{nm}{}^{k}U_{k\dot\alpha}{}^{\dot\beta}\approx 0; \tag{97}$$

$$\{\widetilde{p}_{\Lambda n}U_{m\alpha}\}-\{\widetilde{p}_{\Lambda m}U_{n\alpha}\}-U_{nm}{}^{k}U_{k\alpha}\approx 0; \tag{98}$$

$$\{\widetilde{p}_{\Lambda n}U_{m\dot\alpha}\}-\{\widetilde{p}_{\Lambda m}U_{n\dot\alpha}\}-U_{nm}{}^{k}U_{k\dot\alpha}\approx 0. \tag{99}$$

Квадратные скобки обозначают антисимметризацию индексов.

Далее оказывается полезным явно выписать члены, содержащие квадратичные комбинации структурных функций в уравнении (93):

$$U_{m\alpha}{}^{\beta}U_{n\beta}{}^{\gamma} - U_{n\alpha}{}^{\beta}U_{m\beta}{}^{\gamma} = \left\{\frac{1}{\Delta}(\Lambda_n p_m - \Lambda_m p_n)(\Lambda_l \sigma^l \tilde{\sigma}^k p_k)_{\alpha}{}^{\gamma} + \frac{1}{\Delta}(\Lambda_n p_m - \Lambda_m p_n)\delta_{\alpha}{}^{\gamma} + \right.$$

$$+\frac{1}{\Delta}\Lambda_m(\sigma_n\tilde{\sigma}^k p_k)_{\alpha}{}^{\gamma} - \frac{1}{\Delta}\Lambda_n(\sigma_m\tilde{\sigma}^k p_k)_{\alpha}{}^{\gamma} - \frac{1}{\Delta}(\Lambda_m p^2 - p_m)(\sigma_n\tilde{\sigma}^k\Lambda_k)_{\alpha}{}^{\gamma} +$$

$$\left. + \frac{1}{\Delta}(\Lambda_n p^2 - p_n)(\sigma_m\tilde{\sigma}^k\Lambda_k)_{\alpha}{}^{\gamma} + (\sigma_{nm})_{\alpha}{}^{\beta}\right\} \equiv \Pi_{nm\alpha}{}^{\gamma}p^2 ; \tag{100}$$

$$\Pi_{nm\alpha}{}^{\gamma}\Lambda^n \approx 0, \qquad \Pi_{nm\alpha}{}^{\gamma}p^2 \approx 0 . \tag{101}$$

Аналогично

$$U_{m\dot\alpha}{}^{\dot\beta}U_{n\dot\beta}{}^{\dot\gamma} - U_{n\dot\alpha}{}^{\dot\beta}U_{m\dot\beta}{}^{\dot\gamma} = \left\{\frac{1}{\Delta}(\Lambda_n p_m - \Lambda_m p_n)(\tilde{\sigma}^k p_k \sigma^l \Lambda_l)^{\dot\gamma}{}_{\dot\alpha} + \frac{1}{\Delta}(\Lambda_n p_m - \Lambda_m p_n)\delta^{\dot\gamma}{}_{\dot\alpha} + \right.$$

$$+\frac{1}{\Delta}\Lambda_m(\tilde{\sigma}^k p_k\sigma_n)^{\dot\gamma}{}_{\dot\alpha} - \frac{1}{\Delta}\Lambda_n(\tilde{\sigma}^k p_k\sigma_m)^{\dot\gamma}{}_{\dot\alpha} - \frac{1}{\Delta}(\Lambda_m p^2 - p_m)(\tilde{\sigma}^k\Lambda_k\sigma_n)^{\dot\gamma}{}_{\dot\alpha} +$$

$$\left. + \frac{1}{\Delta}(\Lambda_n p^2 - p_n)(\tilde{\sigma}^k\Lambda_k\sigma_m)^{\dot\gamma}{}_{\dot\alpha} + (\tilde{\sigma}_{mn})^{\dot\gamma}{}_{\dot\alpha}\right\} \equiv \Pi_{mn\dot\alpha}{}^{\dot\gamma}p^2 ; \tag{102}$$

$$\Pi_{nm\dot\alpha}{}^{\dot\gamma}\Lambda^n \approx 0, \qquad \Pi_{nm\dot\alpha}{}^{\dot\gamma}p^2 \approx 0 . \tag{103}$$

Будучи факторами p^2, данные выражения подсказывают возможный вид следующего вклада в исходный анзац:

$$\overline{P}U_{n\alpha}C^{\alpha}C^n + \overline{P}U_{n\dot\alpha}C^{\dot\alpha}C^n + \frac{1}{2}\overline{P}U_{nm}C^mC^n -$$

$$-\frac{1}{2}\overline{P}\overline{P}_{\alpha}\Pi_{nm\beta}{}^{\alpha}C^mC^nC^{\beta} - \frac{1}{2}\overline{P}\overline{P}_{\dot\alpha}\Pi_{nm\dot\beta}{}^{\dot\alpha}C^mC^nC^{\dot\beta} . \tag{104}$$

Прямыми вычислениями с интенсивным использованием тождеств Якоби убеждаемся далее, что полный БРСТ-заряд

$$\Omega_{\min} = \Phi_{\alpha}C^{\alpha} + \overline{\Phi}_{\dot\alpha}C^{\dot\alpha} + \tilde{p}_{\Lambda n}C^n + p^2C + \overline{P}_n\Lambda^nC^1 + \overline{P}_np^nC^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\overline{P}_k\tilde{U}^k_{nm}C^mC^n + \overline{P}_{\alpha}U_{n\beta}{}^{\alpha}C^{\beta}C^n + \overline{P}_{\dot\alpha}U_{n\dot\beta}{}^{\dot\alpha}C^{\dot\beta}C^n + \overline{P}U_{n\alpha}C^{\alpha}C^n +$$

$$+\overline{P}U_{n\dot\alpha}C^{\dot\alpha}C^n + \frac{1}{2}\overline{P}U_{nm}C^mC^n - \frac{1}{2}\overline{P}\overline{P}_{\alpha}\Pi_{nm\beta}{}^{\alpha}C^mC^nC^{\beta} - \frac{1}{2}\overline{P}\overline{P}_{\dot\alpha}\Pi_{nm\dot\beta}{}^{\dot\alpha}C^mC^nC^{\dot\beta} \tag{105}$$

является нильпотентным. Необходимо отметить, что полученное выражение вовлекает только конечный набор гостовских переменных.

Заключительные замечания

Основным результатом данной работы является построение нильпотентного БРСТ-заряда для модели суперчастицы Зигеля с использованием конечного набора гостовских переменных. Расширение в неминимальный гостовский сектор и построение соответствующего континуального интеграла являются очевидными обобщениями.

Следует отметить, что альтернативным подходом к решению данной проблемы является использование лоренцевых гармоник [14] для выделения линейно независимых компонент из связей (42). Поскольку полученное нами выражение для БРСТ-заряда соответствует системе со связями ранга два, этот результат хорошо согласуется с альтернативным подходом, рассмотренным в работе [14]. Преимуществом нашей формулировки являются обычные соотношения, связывающие спин и статистику переменных, а также наличие явно лагранжевой формулировки.

Интересно также обобщить предложенный подход на случай теории суперструны. Данный вопрос находится в стадии изучения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В данном приложении доказана эквивалентность последнего уравнения в (29) и пары (31) при условии, что выполнены связи (29). Также представлены некоторые детали, относящиеся к анализу связей в калибровке светового конуса.

Умножая векторное уравнение

$$-2\phi\Lambda^n+\omega p^n-i\varphi\sigma^n\overline{\chi}+i\chi\sigma^n\overline{\varphi} \tag{П.1}$$

на Λ^n, находим

$$\omega=0, \tag{П.2}$$

и, следовательно, второе слагаемое в (П.1) может быть опущено. Переходя к координатам светового конуса, имеем

$$-2\phi\Lambda^+-i\varphi\sigma^+\overline{\chi}+i\chi\sigma^+\overline{\varphi}=0; \tag{П.3}$$

$$-2\phi\Lambda^--i\varphi\sigma^-\overline{\chi}+i\chi\sigma^-\overline{\varphi}=0; \tag{П.4}$$

$$-2\phi\Lambda^i-i\varphi\sigma^i\overline{\chi}+i\chi\sigma^i\overline{\varphi}=0, \tag{П.5}$$

где, как обычно, обозначено $\Lambda^{\pm}=\pm(\Lambda^0\pm\Lambda^3)/\sqrt{2}$.

Заметим далее, что для любого светоподобного вектора $\Lambda^2=-2\,\Lambda^+\Lambda^-+\Lambda^i\Lambda^i=0$ уравнение $(\varphi\sigma^n)_{\dot\alpha}\Lambda_n=0$ содержит только половину линейно независимых компонент. Действительно, выбирая стандартное представление для σ-матриц в $R^{1|3}$

$$\{\sigma_n,\widetilde{\sigma}_m)-2\eta_{nm}, \qquad \eta_{nm}=\mathrm{diag}(-,+,+,+),$$

$$\sigma^+=-\sqrt{2}\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}, \qquad \sigma^-=-\sqrt{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \tag{П.6}$$

$$\Lambda_n\sigma^n=\begin{pmatrix}\sqrt{2}\Lambda^+ & \Lambda^1-i\Lambda^2\\ \Lambda^1+i\Lambda^2 & \sqrt{2}\Lambda^-\end{pmatrix}, \qquad \Lambda_n\widetilde{\sigma}^n=\begin{pmatrix}\sqrt{2}\Lambda^- & -(\Lambda^1-i\Lambda^2)\\ -(\Lambda^1+i\Lambda^2) & \sqrt{2}\Lambda^+\end{pmatrix},$$

где $\widetilde{\sigma}^{n\dot\alpha\alpha}=\in^{\dot\alpha\dot\beta}\in^{\alpha\beta}\sigma_{n\beta\dot\beta}$, находим

$$(\varphi\sigma^n)_{\dot\alpha}\Lambda_n=0 \quad\Rightarrow\quad \begin{cases}\sqrt{2}\varphi^0\Lambda^++\varphi^1(\Lambda^1+i\Lambda^2)=0,\\ \varphi^1(\Lambda^1-i\Lambda^2)+\sqrt{2}\varphi^1\Lambda^-=0.\end{cases} \tag{П.7}$$

Умножая первое уравнение в (П.7) на $(\Lambda^1-i\Lambda^2)$, приходим ко второму уравнению при условии, что стандартное условие калибровки светового конуса

$$\Lambda^+\neq 0 \tag{П.8}$$

выполнено.

Используя явный вид σ-матриц, систему связей (П.3)–(П.5) можно привести к виду

$$-2\phi\Lambda^++i\sqrt{2}\varphi^1\overline{\chi}^{\dot 1}-i\sqrt{2}\chi^1\overline{\varphi}^{\dot 1}=0; \tag{П.9}$$

$$-2\phi\Lambda^-+i\sqrt{2}\varphi^0\overline{\chi}^{\dot 0}-i\sqrt{2}\chi^0\overline{\varphi}^{\dot 0}=0; \tag{П.10}$$

$$-\phi(\Lambda^1+i\Lambda^2)-i\varphi^0\overline{\chi}^{\dot 1}+i\chi^0\overline{\varphi}^{\dot 1}=0; \tag{П.11}$$

$$-\phi(\Lambda^1-i\Lambda^2)-i\varphi^1\overline{\chi}^{\dot 0}+i\chi^1\overline{\varphi}^{\dot 0}=0. \tag{П.12}$$

Принимая далее во внимание уравнение (П.7) (аналогичное соотношение выполнено для χ и $\overline{\chi}$), можно показать, что последние три уравнения следуют из (П.9).

Таким образом, имеется только одна линейно независимая компонента, входящая в исходное векторное уравнение. Используя формализм калибровки светового конуса, нетрудно убедиться далее, что последняя может быть записана в виде

$$-2\phi-i\varphi\sigma^n\overline{\chi}p_n+i\chi\sigma^n\overline{\varphi}p_n=0. \tag{П.13}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Green M., Schwarz J., Witten E. Superstring theory. – Cambridge: University Press, 1987.
2. Siegel W. // Class. Quant. Grav. – 1985. – V. 2. – P. L 95.
3. Siegel W. // Nucl. Phys. B. – 1985. – V. 263. – P. 93; Phys. Lett. B. – 1988. – V. 203. – P. 79.
4. Deriglazov A.A., Galajinsky A.V. // Phys. Lett. B. – 1996. – V. 381. – P. 105.
5. Dirac P.A.M. Lectures on Quantum Mechanics. – Ney York: Yeshiva University Press, 1964.
6. Brink L., Schwarz J.H. // Phys. Lett. B. – 1981. – V. 100. – P. 310.
7. Batalin I.A., Fradkin E.S. // Phys. Lett. B. – 1983. – V. 122. – P. 157.
8. Galajinsky A.V., Gitman D.M. // Nucl. Phys. B. – 1999. – V. 536. – P. 435.
9. Weinberg S. The Quantum Theory of Fields. – Cambridge: University Press, 1996.
10. Fradkin E.S., Fradkina T.E. // Phys. Lett. B. – 1978. – V. 72. – P. 343.
11. Dresse A., Fisch J., Henneaux S., Schomblond C. // Phys. Lett. B. – 1988. – V. 210. – P. 141; Deriglazov A.A., Galajinsky A.V., Lyakhovich S.L. // Nucl. Phys. B. – 1996. – V. 473. – P. 245.
12. Buchbinder I.L., Kuzenko S.M. Ideas and Methods of Supersymmetry and Supergravity. – Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 1995.
13. De Witt B.S. Supermanifolds. – Cambridge: University Press, 1986.
14. Nissimov E.R., Pacheva S.J. // Phys. Lett. B. – 1987. – V. 189. – P. 57.