

45. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: Пер. с англ. / под ред. Дж. Холла, Дж. Уатта. — М.: Мир, 1979. — 312 с.
46. Вержбицкий В.М. Численные методы (математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения). — М.: Высшая школа, 2001. — 382 с.
47. Арушанян О.Б., Залеткин С.Ф. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений на Фортране. — М.: Изд-во МГУ, 1990. — 336 с.
48. Gear C.W. The automatic integration of ordinary differential equations // Communications of the ACM. — 1971. — V. 14. — № 3. — P. 176–179.
49. Gear C.W. The Algorithm 407: DIFSUB for solution of ordinary differential equations [D2] // Communications of the ACM. — 1971. — March. — V. 14. — № 3. — P. 185–190.
50. Nordsieck A. On Numerical Integration of Ordinary Differential Equations // Mathematics of Computation. — 1962. — V. 16. — № 77. — Jan. — P. 22–49.
51. Miranker W.L. The Computation Theory of Stiff Differential Equations. Serie III. № 102. — Roma: IAC. Istituto per Le Applicazioni Del calcolo «Mauro Picone», 1975. — 120 p.
52. Miranker W.L. Numerical method for stiff equations and singular perturbation problem. — Reidel: Reidel Publishing Company, 1981. — V. 5. — № 1. — 205 p.
53. Dahlquist G. Convergence and stability in the numerical integrator of ordinary differential equations // Math. Scand. — 1956. — V. 4. — P. 33–53.
54. Dahlquist G. A special stability problem for linear multistep methods // BIT Numerical Mathematics. — 1963. — V. 3. — № 1. — P. 27–43.
55. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. — М.: Наука, 1989. — 320 с.
56. Влах И., Сингхал К. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем: Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1988. — 560 с.
57. Shampine L.F., Thompson S. Stiff systems // Scholarpedia. 2007. URL: www.scholarpedia.org/article/Stiff_systems (дата обращения: 14.04.2010).
58. Mott D., Oran E., B. L. A Quasi-Steady-State Solver for the Stiff Ordinary Differential Equations of Reaction Kinetics // Journal of Computational Physics. — 2000. — № 164. — Iss. 2. — P. 407–428.
59. Cash J. Efficient numerical methods for the solution of stiff initial-value problems and differential algebraic equations // Proc. Royal Society Lond. — 2003. — V. 459. — P. 797–815.

Поступила 15.04.2010 г.

УДК 517.9

КОЭФФИЦИЕНТНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Т.Д. Асылбеков, М.К. Чамашев

Ошский государственный университет, Кыргызстан
E-mail: marat2712@rambler.ru

Методом интегральных уравнений и сжимающих отображений, доказана корректность коэффициентной обратной задачи для линейного гиперболического уравнения четвертого порядка с действительными трехкратными и простыми характеристиками.

Ключевые слова:

Коэффициентная обратная задача, функция Римана, система интегральных уравнений, система интегро-дифференциальных уравнений, корректность, векторная функция, метод сжимающих отображений.

Key words:

Coefficient inverse problem, Riemann function, the integral equation system, integro-differential equation system, correctness, vector function, contraction method.

1. Постановка задачи. Исследование коэффициентных обратных задач является одним из основных направлений теории обратных задач для дифференциальных уравнений. Обзор работ, посвященных таким задачам, приведены, например, в работах [1–3]. Коэффициентные обратные задачи для уравнений в частных производных третьего и четвертого порядков рассмотрены в работах [4–7].

В области $D = \{(x, y): 0 < x < \ell, 0 < y < h\}$ рассмотрим линейное уравнение в частных производных четвертого порядка

$$u_{xxxx} + \alpha(x, y)u_{xxy} + \beta_1(x, y)u_{xx} + \beta_2(x, y)u_{xy} + \gamma_1(x, y)u_x + \gamma_2(x, y)u_y + \delta(x, y)u = f(x, y). \quad (1)$$

Краевые задачи, задачи Коши и Дарбу для уравнения (1) изучены в работах [8, 9].

Пусть $C^{r+s}(D)$ означает класс функций, имеющих непрерывные производные

$$\frac{\partial^{i+j}}{\partial x^i \partial y^j} \quad (i = 1, \dots, r; j = 0, \dots, s).$$

Задача 1. Требуется найти коэффициент $\gamma_2(x)$ и решение $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^{3+1}(D)$ уравнения (1), удовлетворяющее начальным и краевым условиям:

$$u(x, 0) = \tau(x), \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad (2)$$

$$u(0, y) = \chi_1(y), \quad u_x(0, y) = \chi_2(y),$$

$$u_{xx}(0, y) = \chi_3(y), \quad 0 \leq y \leq h,$$

$$u(x, h) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad (3)$$

где $\alpha, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \delta, f, \tau, \chi_i$ ($i = \overline{1, 3}$), ψ — известные функции, причем

$$\alpha, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2, \delta, f \in C(D),$$

$$\tau, \psi \in C^3[0, \ell], \quad \chi_i \in C^1[0, h], \quad (4)$$

$$\tau(0) = \chi_1(0), \quad \tau'(0) = \chi_2(0), \quad \tau''(0) = \chi_3(0),$$

$$\psi(0) = \chi_1(h), \quad \psi'(0) = \chi_2(h), \quad \psi''(0) = \chi_3(h). \quad (5)$$

2. Сведение задачи 1 к системе интегральных уравнений. С этой целью воспользуемся представлением

$$u(x, y) = \Phi_1(x, y) + \int_0^x d\xi \int_0^y \vartheta(x, \xi) E(\xi, \eta) d\eta, \quad (6)$$

дающей решение уравнения $u_{xxy} = E(x, y)$, удовлетворяющее условиям (2) и (3), где

$$\Phi_1(x, y) = \tau(x) + \frac{1}{2} x^2 \chi_3(y) - \frac{1}{2} x^2 \chi_3(0) +$$

$$+ x \chi_2(y) - x \chi_2(0) + \chi_1(y) - \chi_1(0),$$

а $\vartheta(x, \xi) = 1/2(x - \xi)^2$ – функция Римана.

Переносим в уравнении (1) все младшие члены в правую часть равенства и используя формулу (6), получим интегро-дифференциальное уравнение

$$u(x, y) = \Phi_0(x, y) -$$

$$- \int_0^x d\xi \int_0^y \vartheta(x, \xi) [\alpha(\xi, \eta) u_{\xi\xi\eta} + \beta_1(\xi, \eta) u_{\xi\xi} +$$

$$+ \beta_2(\xi, \eta) u_{\xi\eta} + \gamma_1(\xi, \eta) u_{\xi} + \gamma_2(\xi, \eta) u_{\eta} + \delta(\xi, \eta) u] d\eta, \quad (7)$$

где $\Phi_0(x, y) = \Phi_1(x, y) - \int_0^x d\xi \int_0^y \vartheta(x, \xi) f(x, y) d\eta$.

Дифференцируя (7) по x и y , будем иметь

$$u_x(x, y) = \Phi_{0x}(x, y) -$$

$$- \int_0^x d\xi \int_0^y \vartheta_x(x, \xi) \left[\alpha(\xi, \eta) u_{\xi\xi\eta} + \beta_1(\xi, \eta) u_{\xi\xi} + \right.$$

$$\left. + \beta_2(\xi, \eta) u_{\xi\eta} + \gamma_1(\xi, \eta) u_{\xi} + \gamma_2(\xi, \eta) u_{\eta} + \delta(\xi, \eta) u \right] d\eta, \quad (8)$$

$$u_y(x, y) = \Phi_{0y}(x, y) -$$

$$- \int_0^x \vartheta(x, \xi) \left[\alpha(\xi, y) u_{\xi\xi y} + \beta_1(\xi, y) u_{\xi\xi} + \right.$$

$$\left. + \beta_2(\xi, y) u_{\xi y} + \gamma_1(\xi, y) u_{\xi} + \gamma_2(\xi, y) u_y + \delta(\xi, y) u \right] d\xi, \quad (9)$$

$$u_{xx}(x, y) = \Phi_{0xx}(x, y) -$$

$$- \int_0^x d\xi \int_0^y \left[\alpha(\xi, \eta) u_{\xi\xi\eta} + \beta_1(\xi, \eta) u_{\xi\xi} + \right.$$

$$\left. + \beta_2(\xi, \eta) u_{\xi\eta} + \gamma_1(\xi, \eta) u_{\xi} + \gamma_2(\xi, \eta) u_{\eta} + \delta(\xi, \eta) u \right] d\eta, \quad (10)$$

$$u_{xy}(x, y) = \Phi_{0xy}(x, y) -$$

$$- \int_0^x \vartheta_x(x, \xi) \left[\alpha(\xi, y) u_{\xi\xi y} + \beta_1(\xi, y) u_{\xi\xi} + \right.$$

$$\left. + \beta_2(\xi, y) u_{\xi y} + \gamma_1(\xi, y) u_{\xi} + \gamma_2(\xi, y) u_y + \delta(\xi, y) u \right] d\xi, \quad (11)$$

$$u_{xxy}(x, y) = \Phi_{0xxy}(x, y) -$$

$$- \int_0^x \left[\alpha(\xi, y) u_{\xi\xi y} + \beta_1(\xi, y) u_{\xi\xi} + \right.$$

$$\left. + \beta_2(\xi, y) u_{\xi y} + \gamma_1(\xi, y) u_{\xi} + \gamma_2(\xi, y) u_y + \delta(\xi, y) u \right] d\xi. \quad (12)$$

Далее интегрируя уравнение (1) по y в пределах от 0 до h и воспользуясь краевыми условиями (2) и (3), найдем

$$\gamma_2(x) = \gamma_0(x) -$$

$$- \frac{1}{\varphi(x)} \int_0^h \left[\alpha(x, \eta) u_{x\eta} + \beta_1(x, \eta) u_{xx} + \right.$$

$$\left. + \beta_2(x, \eta) u_{x\eta} + \gamma_1(x, \eta) u_x + \delta(x, \eta) u \right] d\eta, \quad (13)$$

где

$$\gamma_0(x) = \frac{1}{\varphi(x)} \left[\int_0^h f(x, \eta) d\eta - \varphi'''(x) \right],$$

$$\varphi(x) = \tau(x) - \psi(x).$$

Система уравнений (7–13) представляет собой замкнутую нелинейную систему интегро-дифференциальных уравнений относительно

$$u(x, y), u_x(x, y), u_y(x, y), u_{xx}(x, y),$$

$$u_{xy}(x, y), u_{xxy}(x, y), \gamma_2(x).$$

3. Решение системы уравнений методом сжимающих отображений [10]. Для этого систему уравнений запишем в виде операторного уравнения

$$g = Ag,$$

где $g = (g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7)$ – векторная функция, причем

$$g_1(x) = u(x, y), \quad g_2(x) = u_x(x, y), \quad g_3(x) = u_y(x, y),$$

$$g_4(x) = u_{xx}(x, y), \quad g_5(x) = u_{xy}(x, y),$$

$$g_6(x) = u_{xxy}(x, y), \quad g_7(x, y) = g_7(x) = u(x, y),$$

а оператор A определен на множестве функций $g \in C(\bar{D})$ и имеет вид

$$A_1 g = g_{01} - \int_0^x d\xi \int_0^y \vartheta(x, \xi) \times$$

$$\times \left[\delta(\xi, \eta) g_1(\xi, \eta) + \gamma_1(\xi, \eta) g_2(\xi, \eta) + \right.$$

$$\left. + \beta_1(\xi, \eta) g_4(\xi, \eta) + \beta_2(\xi, \eta) g_5(\xi, \eta) + \right.$$

$$\left. + \alpha(\xi, \eta) g_6(\xi, \eta) + g_3(\xi, \eta) g_7(\xi) \right] d\eta,$$

$$A_2 g = g_{02} - \int_0^x d\xi \int_0^y \vartheta_x(x, \xi) \times$$

$$\times \left[\delta(\xi, \eta) g_1(\xi, \eta) + \gamma_1(\xi, \eta) g_2(\xi, \eta) + \right.$$

$$\left. + \beta_1(\xi, \eta) g_4(\xi, \eta) + \beta_2(\xi, \eta) g_5(\xi, \eta) + \right.$$

$$\left. + \alpha(\xi, \eta) g_6(\xi, \eta) + g_3(\xi, \eta) g_7(\xi) \right] d\eta,$$

$$A_3 g = g_{03} - \int_0^x \vartheta(\xi, \eta) \times$$

$$\times \left[\delta(\xi, y) g_1(\xi, y) + \gamma_1(\xi, y) g_2(\xi, y) + \right.$$

$$\left. + \beta_1(\xi, y) g_4(\xi, y) + \beta_2(\xi, y) g_5(\xi, y) + \right.$$

$$\left. + \alpha(\xi, y) g_6(\xi, y) + g_3(\xi, y) g_7(\xi) \right] d\xi,$$

$$\begin{aligned}
 A_4 g &= g_{04} - \\
 &- \int_0^x d\xi \int_0^y \left[\delta(\xi, \eta) g_1(\xi, \eta) + \gamma_1(\xi, \eta) g_2(\xi, \eta) + \right. \\
 &\quad \left. + \beta_1(\xi, \eta) g_4(\xi, \eta) + \beta_2(\xi, \eta) g_5(\xi, \eta) + \right. \\
 &\quad \left. + \alpha(\xi, \eta) g_6(\xi, \eta) + g_3(\xi, \eta) g_7(\xi) \right] d\eta, \\
 A_5 g &= g_{05} - \int_0^x \vartheta_x(x, \xi) \times \\
 &\times \left[\delta(\xi, y) g_1(\xi, y) + \gamma_1(\xi, y) g_2(\xi, y) + \right. \\
 &\quad \left. + \beta_1(\xi, y) g_4(\xi, y) + \beta_2(\xi, y) g_5(\xi, y) + \right. \\
 &\quad \left. + \alpha(\xi, y) g_6(\xi, y) + g_3(\xi, y) g_7(\xi) \right] d\xi, \\
 A_6 g &= g_{06} - \\
 &- \int_0^x \left[\delta(\xi, y) g_1(\xi, y) + \gamma_1(\xi, y) g_2(\xi, y) + \right. \\
 &\quad \left. + \beta_1(\xi, y) g_4(\xi, y) + \beta_2(\xi, y) g_5(\xi, y) + \right. \\
 &\quad \left. + \alpha(\xi, y) g_6(\xi, y) + g_3(\xi, y) g_7(\xi) \right] d\xi, \\
 A_7 g &= g_{07} - \frac{1}{\phi(x)} \times \\
 &\times \int_0^x \left[\delta(\xi, \eta) g_1(\xi, \eta) + \gamma_1(\xi, \eta) g_2(\xi, \eta) + \right. \\
 &\quad \left. + \beta_1(\xi, \eta) g_4(\xi, \eta) + \beta_2(\xi, \eta) g_5(\xi, \eta) + \right. \\
 &\quad \left. + \alpha(\xi, \eta) g_6(\xi, \eta) \right] d\eta,
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 g_1^{(0)} &= \Phi_0(x, y), \quad g_2^{(0)} = \Phi_{0x}(x, y), \quad g_3^{(0)} = \Phi_{0y}(x, y), \\
 g_4^{(0)} &= \Phi_{0xx}(x, y), \quad g_5^{(0)} = \Phi_{0xy}(x, y), \\
 g_6^{(0)} &= \Phi_{0xyy}(x, y), \quad g_7^{(0)} = \gamma_0(x),
 \end{aligned}$$

компоненты вектора

$$g^{(0)} = (g_1^{(0)}, g_2^{(0)}, g_3^{(0)}, g_4^{(0)}, g_5^{(0)}, g_6^{(0)}, g_7^{(0)}).$$

Норму g определим равенством

$$\|g\| = \max_{1 \leq i \leq 7} \max_{(x, y) \in D} |g_i(x, y)|.$$

В силу свойств заданных функций (4) $\exists M > 0$ $\forall (x, y) \in \bar{D}: \|g^{(0)}\| \leq M$. В пространстве $C(\bar{D})$ рассмотрим шар $B(g^{(0)}, M) = \{g: \|g - g^{(0)}\| \leq M\}$. Тогда

$$\forall g \in B(g^{(0)}, M): \|g\| \leq \|g^{(0)}\| + M \leq 2M.$$

Пусть

$$\max \{ \max |\alpha|, \max |\beta_1|, \max |\beta_2|, \max |\gamma_1|, \max |\delta| \} = H,$$

$$\forall x \in [0, \ell]: |\phi(x)| \geq \alpha > 0.$$

Заметим также, что

$$\forall x \in [0, \ell] \quad \forall \xi \in [0, \ell]: |\vartheta(x, \xi)| \leq \ell^2, \quad |\vartheta_x(x, \xi)| \leq \ell.$$

Если $\forall g \in B(g^{(0)}, M)$, то $Ag \in C(\bar{D})$ и, кроме того, справедливы неравенства

$$\begin{aligned}
 |A_1 g - g_{01}| &\leq 2\ell^3 hML, \quad |A_2 g - g_{02}| \leq 2\ell^2 hML, \\
 |A_3 g - g_{03}| &\leq 2\ell^2 hML, \quad |A_4 g - g_{04}| \leq 2\ell hML, \\
 |A_5 g - g_{05}| &\leq 2\ell^2 hML, \quad |A_6 g - g_{06}| \leq 2\ell hML,
 \end{aligned}$$

$$|A_7 g - g_{07}| < \frac{2h}{\alpha} ML, \quad (14)$$

где $L = 5H + 4M$.

Из оценок (14) заключаем, что

$$\|Ag - g^{(0)}\| \leq \theta(\ell, h)M, \quad (15)$$

$$\text{где } \theta(\ell, h) = 2L \left[\left(\ell^3 + \ell^2 + \ell + \frac{1}{2} \right) h + \ell^2 + \ell \right].$$

Пусть ℓ и h такие, что

$$\theta(\ell, h) \leq 1. \quad (16)$$

Тогда из (15) имеем неравенство $\|Ag - g^{(0)}\| \leq M$. Это означает, что при выполнении условия (16) оператор A отображает шар $B(g_0, M)$ в себя, то есть

$$\forall g \in B(g_0, M): Ag \in B(g_0, M).$$

Теперь покажем, что оператор A является сжимающим оператором. С этой целью рассмотрим два произвольных вектора $g^{(1)}, g^{(2)} \in B(g_0, M)$, где $g^{(i)} = (g_1^{(i)}, g_2^{(i)}, g_3^{(i)}, g_4^{(i)}, g_5^{(i)}, g_6^{(i)}, g_7^{(i)})$, $i=1, 2$.

Если учесть неравенство

$$\begin{aligned}
 |g_3^{(1)} g_7^{(1)} - g_3^{(2)} g_7^{(2)}| &\leq |g_3^{(1)} - g_3^{(2)}| |g_7^{(1)}| + \\
 &+ |g_3^{(2)}| |g_7^{(1)} - g_7^{(2)}| \leq 2K \|g^{(1)} - g^{(2)}\|,
 \end{aligned}$$

то получим следующие оценки

$$\begin{aligned}
 |A_1 g^{(1)} - A_1 g^{(2)}| &\leq \ell^3 hL \|g^{(1)} - g^{(2)}\|, \\
 |A_2 g^{(1)} - A_2 g^{(2)}| &\leq \ell^2 hL \|g^{(1)} - g^{(2)}\|, \\
 |A_3 g^{(1)} - A_3 g^{(2)}| &\leq \ell^3 L \|g^{(1)} - g^{(2)}\|, \\
 |A_4 g^{(1)} - A_4 g^{(2)}| &\leq \ell hL \|g^{(1)} - g^{(2)}\|, \\
 |A_5 g^{(1)} - A_5 g^{(2)}| &\leq \ell^2 L \|g^{(1)} - g^{(2)}\|, \\
 |A_6 g^{(1)} - A_6 g^{(2)}| &\leq \ell L \|g^{(1)} - g^{(2)}\|, \\
 |A_7 g^{(1)} - A_7 g^{(2)}| &\leq \frac{h}{\alpha} L \|g^{(1)} - g^{(2)}\|. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Тогда из (17) получим неравенство

$$\|Ag^{(1)} - Ag^{(2)}\| \leq \frac{1}{2} \theta(\ell, h) \|g^{(1)} - g^{(2)}\|. \quad (18)$$

Отсюда вытекает, что при любых ℓ и h , удовлетворяющих неравенству (16), в силу (18), оператор A осуществляет сжимающее отображение шара $B(g^{(0)}, M)$ в себя. Тогда по теореме Банаха в шаре $B(g^{(0)}, M)$ существует единственная неподвижная точка отображения, т. е. существует единственное решение уравнения (15). Таким образом, доказано следующая теорема.

Теорема 1. Если выполняются условия (4), (5) и (16), то система уравнений (7–12) определяет в области D единственное непрерывное решение задачи 1, принадлежащее классу $C^{3+1}(D)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Романов В.Г. Обратные задачи математической физики. — М.: Наука, 1984. — 264 с.
1. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. — Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. — 457 с.
2. Атаманов Э.Р., Мамаюсов М.Ш. Неклассические задачи для псевдопараболических уравнений. — Фрунзе: Илим, 1990. — 100 с.
3. Пакиров С. Обратные задачи для псевдопараболических уравнений // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. — Бишкек: Илим, 1994. — Вып. 25. — С. 49–53.
4. Аблабеков Б.С. Обратные задачи для псевдопараболических уравнений. — Бишкек: Илим, 2001. — 180 с.
5. Матанова К.Б. Об одной обратной задаче для псевдопараболического уравнения // Научные труды ОшГУ. — Ош: Редакц.-изд. отдел «Билим», 1999. — Вып. 2. — С. 137–145.
6. Матанова К.Б. О существовании и единственности решения одной обратной задачи // Обратные и некорректные задачи математической физики: Докл. Междунар. конф., посвящ. 75-летию акад. М.М. Лаврентьева, 20–25 авг. 2007 г. — Новосибирск, 2007. — С. 137–145.
7. Джураев Т.Д., Сопуев А. К теории дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка. — Ташкент: Фан, 2000. — 144 с.
8. Асылбеков Т.Д. Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений четвертого порядка: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. 01.01.02. — Бишкек, 2002. — 121 с.
9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1968. — 496 с.

Поступила 10.02.2010 г.

УДК 519.17

М-АЦИКЛИЧЕСКИЕ И ДРЕВОВИДНЫЕ ГИПЕРГРАФЫ

В.В. Быкова

Институт математики Сибирского федерального университета, г. Красноярск

E-mail: bykvalen@mail.ru

Приводится характеристика двух классов гиперграфов: М-ациклических и древовидных. Установлена связь между этими классами: гиперграф М-ациклический тогда и только тогда, когда двойственный к нему гиперграф является древовидным. Эта связь дает возможность объединить арсенал известных полиномиальных алгоритмов, позволяющих распознавать принадлежность гиперграфа к указанным классам и строить деревья соединений, деревья декомпозиций и деревья реализаций гиперграфа.

Ключевые слова:

Реализация гиперграфа деревом, дерево соединений гиперграфа, древовидная декомпозиция задач дискретной оптимизации, полиномиальные вычисления.

Key words:

Tree realization hypergraph, tree compounds hypergraph, tree decomposition of problem discrete optimization, polynomial computations.

Введение

Теория гиперграфов — один из разделов современной дискретной математики, имеющий большое прикладное значение. Данная теория располагает группой задач, не имеющих аналогов в теории графов и являющихся в большинстве своем NP-трудными. К этой группе задач, в частности, относятся задачи поиска для гиперграфа декомпозиций и реализаций с заданными свойствами [1–4]. Необходимость практического решения этих задач в условиях, когда размерность задач велика, ставит вопрос о выделении классов гиперграфов, для которых они полиномиально разрешимы. Такие классы, например, образуют М-ациклические и древовидные гиперграфы.

Класс М-ациклических гиперграфов обладает рядом интересных свойств. Основное из них — это существование для связного М-ациклического гиперграфа дерева соединений. Понятие дерева соединений было введено в работе [4] и использовано там для построения монотонных планов соединений и программ полной редукции реляционных баз данных. Между тем, подобные деревья (их на-

зывают деревьями декомпозиции, деревьями клик) широко употребляют при решении задач дискретной оптимизации методами локальной декомпозиции и динамического программирования [2, 3]. Локальная оптимизация, осуществляемая в соответствии с деревом декомпозиции, дает возможность решать многие NP-трудные задачи дискретного программирования с разреженной матрицей ограничений за полиномиальное время [3].

Древовидный гиперграф — гиперграф, для которого существует реализация деревом. Древовидная реализация относится к минимальным (по числу ребер) реализациям гиперграфа. Необходимость построения минимальных реализаций появляется, в частности, при проектировании интегральных и вакуумных схем [1]. Доказано, что в общем случае задача поиска минимальной реализации является NP-трудной [5], но в классе древовидных гиперграфов она может быть решена за полиномиальное время [6–8]. Для древовидных гиперграфов полиномиально разрешимыми являются также задачи распознавания бихроматичности гиперграфа и реализуемости гиперграфа на пло-