

УДК 004

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ ГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ. МНОЖЕСТВО МАНДЕЛЬБРОТА

Самушкина Я.Ф.

Научный руководитель: Демин А.Ю., доцент каф. ИПС

Национальный Исследовательский Томский политехнический университет,
634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30
E-mail: yfs1@tpu.ru

In this article is considered fractal images. Fractal images are infinitely complex patterns that are self-similar across different scales. They are created by repeating a simple process over and over in an ongoing feedback loop. There are many different kinds of fractal images, such as dragon curve, Koch snowflake, etc. In this project is realized visualization of Mandelbrot set. It is made by escape-time algorithm, using program language C++ and open graphics library OpenGL.

Ключевые слова: компьютерная графика, визуализация, фрактальная графика, множество Мандельброта

Key words: visualization, fractal graphics, computer graphics, Mandelbrot set.

Фрактальная графика является на сегодняшний день одним из самых быстро развивающихся и перспективных видов компьютерной графики.

Математической основой фрактальной графики является фрактальная геометрия. Здесь в основу метода построения изображений положен принцип наследования от, так называемых, «родителей» геометрических свойств объектов-наследников.

Понятия фрактал, фрактальная геометрия и фрактальная графика, появившиеся в конце 70-х, сегодня прочно вошли в обиход математиков и компьютерных художников.

Фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому. Одним из основных свойств фракталов является самоподобие. Объект называют самоподобным, когда увеличенные части объекта походят на сам объект и друг на друга. Перефразируя это определение, можно сказать, что в простейшем случае небольшая часть фрактала содержит информацию обо всем фрактале.

В центре фрактальной фигуры находится её простейший элемент – равносторонний треугольник, который получил название «фрактальный». Затем, на среднем отрезке сторон строятся равносторонние треугольники со стороной, равной $(1/3)a$ от стороны исходного фрактального треугольника. В свою очередь, на средних отрезках сторон полученных треугольников, являющихся объектами-наследниками первого поколения, выстраиваются треугольники-наследники второго поколения со стороной $(1/9)a$ от стороны исходного треугольника.

Таким образом, мелкие элементы фрактального объекта повторяют свойства всего объекта. Полученный объект носит название «фрактальной фигуры». Процесс наследования можно продолжать до бесконечности. Таким образом можно описать и такой графический элемент как прямая.

Изменяя и комбинирую окраску фрактальных фигур, можно моделировать образы живой и неживой природы (например, ветви дерева или снежинки), а также составлять из полученных фигур «фрактальную композицию». Фрактальная графика, так же как векторная и трёхмерная, является вычисляемой. Её главное отличие в том, что изображение строится по

уравнению или системе уравнений. Поэтому в памяти компьютера для выполнения всех вычислений ничего, кроме формулы, хранить не требуется.

Одним из самых из самых известных фрактальных изображений является **множество Мандельброта**. Это множество таких точек c на комплексной плоскости, для которых рекуррентное состояние $z_{n+1}=z_n^2+c$ при $z_0=0$ является ограниченным. То есть, это множество таких c , для которых существует такое действительное R , что неравенство $|z_n|<R$ выполняется при всех натуральных n .

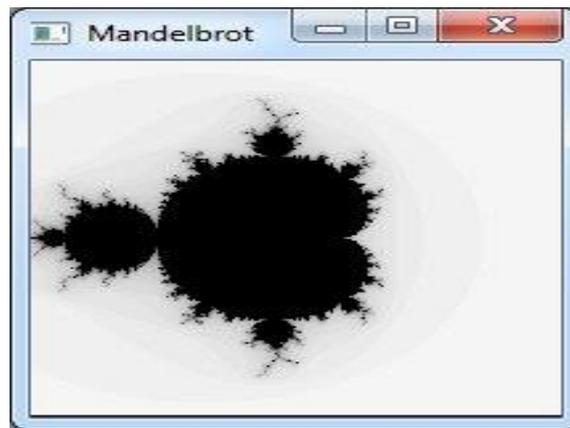


Рис. 2. Реализация построения множества Мандельброта

Для построения графического изображения множества Мандельброта чаще всего используется алгоритм, называемый *escape-time*. Суть его такова. Доказано, что всё множество целиком расположено внутри круга радиуса 2 на плоскости. Поэтому будем считать, что если для точки c последовательность итераций функции $f_c = z^2 + c$ с начальным значением $z = 0$ после некоторого большого их числа N (скажем, 100) не вышла за пределы этого круга, то точка принадлежит множеству и красится в черный цвет. Соответственно, если на каком-то этапе, меньшем N , элемент последовательности по модулю стал больше 2, то точка множеству не принадлежит и остается белой. Таким образом, можно получить черно-белое изображение множества, которое и было получено Мандельбротом.

Список литературы

1. Stevens R.T. Creating fractals (Graphics series) // Publisher: Charles River Media; 1 edition, August 15, 2005
2. Федер Е. Фракталы. – М: Мир, 1991
3. Абачиев С.К. О треугольнике Паскаля, простых делителях и фрактальных структурах // В мире науки. – 1989. – № 9.