

УДК 621.317.727.1

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНДУКТИВНОГО ДЕЛИТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ С ЭЛЕКТРОННОЙ КОМПЕНСАЦИЕЙ

А.И. Заревич, С.В. Муравьев

Томский политехнический университет
E-mail: antonzarevich@ngs.ru; muravyov@tpu.ru

Приведены результаты математического моделирования декадного индуктивного делителя напряжения с электронной компенсацией тока в первичной обмотке. Показано, что использование метода компенсации сокращает длительность переходных процессов в индуктивном делителе напряжения, снижает ток в первичной обмотке, что уменьшает погрешности в области нижних частот связанные с потерями на намагничивание сердечника.

Ключевые слова:

Индуктивный делитель напряжения, линейные преобразования, переходные процессы, динамические характеристики, метрология.

Key words:

Inductive voltage divider, linear transformations, transient, dynamic characteristics, metrology.

Введение

Во многих областях науки и техники необходимо выполнение масштабных линейных преобразований электрических сигналов. В этой связи, в частности, широкое применение находят индуктивные делители напряжения (ИДН), обладающие наиболее приемлемыми метрологическими характеристиками в диапазоне частот от десятков Гц до ед. МГц. Основные преимущества ИДН обусловлены их высокой точностью, помехозащищенностью, временной и температурной стабильностью. Широкое применение ИДН обуславливает постоянное возрастание требований к их метрологическим характеристикам.

Наиболее существенное влияние на метрологические характеристики ИДН оказывает амплитудная погрешность. В области нижних частот амплитудная погрешность обусловлена потерями на намагничивание сердечника (током возбуждения), в то время как на высоких частотах основной вклад в амплитудную погрешность вносят индуктивности рассеяния и распределенные емкости между витками обмоток, вызывающие рассогласование их импедансов.

Одним из перспективных методов снижения амплитудной погрешности в области нижних частот является метод электронной компенсации тока первичной обмотки [1]. Данный метод основан на отборе части выходного тока с выхода первичной обмотки трансформатора и передачи его через вспомогательную обмотку на вход делителя в противофазе с входным сигналом.

В статье обсуждаются результаты моделирования ИДН с электронной компенсацией, которая приводит к уменьшению длительности переходных процессов и снижению погрешностей. Это обеспечивает возможность создания компактного программируемого ИДН.

Электронная компенсация тока в первичной обмотке делителя

Блок-схема метода электронной компенсации тока в первичной обмотке ИДН представлена на рис. 1 [1].

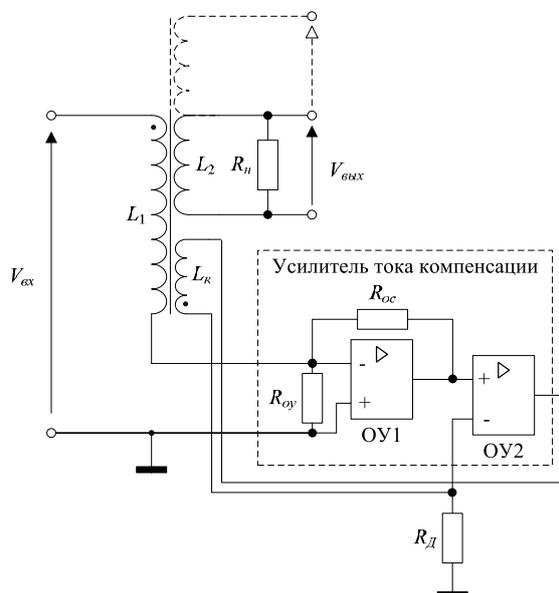


Рис. 1. Блок-схема предложенного метода компенсации тока в первичной обмотке ИДН

Усилитель тока компенсации подключен последовательно первичной обмотке L_1 и представляет собой двухкаскадный усилитель. На выходе первого каскада (ОУ1) имеем напряжение, пропорциональное току первичной обмотки I_1 . Второй каскад усилителя (ОУ2) питает компенсирующую обмотку L_k . Напряжение на выходе усилителя, создающее ток в компенсирующей обмотке, определяется соотношением:

$$V_k = -I_1 R_{oc} \left(1 + \frac{Z_k}{R_d} \right), \quad (1)$$

где Z_k – импеданс обмотки компенсации.

Заметим, что для качественных рассуждений, демонстрирующих эффект электронной компенсации, импедансом компенсирующей обмотки можно пренебречь. Это допустимо, поскольку для усилителя тока компенсации, построенного с использованием операционных усилителей по схеме

на рис. 1 ток в обмотке компенсации прямо пропорционален току в первичной обмотке. С учетом сказанного можно пренебречь реактивной составляющей импеданса Z_k и считать малым ее активное сопротивление (R_k). Тогда, преобразуя (1), ток на выходе усилителя может быть записан как:

$$I_k \cong -K_{OY} I_1, \quad (2)$$

где K_{OY} – коэффициент усиления по току, который для идеального операционного усилителя имеет вид: $K_{OY} = R_{oc}/R_d$.

Параметры схемы усилителя тока компенсации выбираются исходя из следующих соображений. Известно, что магнитодвижущая сила, необходимая сердечнику, зависит главным образом от входного напряжения и определяется как

$$A = N_1 I_1 - N_k I_k - N_2 I_2, \quad (3)$$

где I_2 , N_2 , I_k , N_k – ток и количество витков в первичной обмотке и обмотке компенсации соответственно.

Тогда, выражая из (2) и (3) ток первичной обмотки I_1 , получаем, что

$$I_1 = \frac{A - N_2 I_2}{N_1 (1 + K_{OY} N_k / N_1)}.$$

Откуда следует, что при малых значениях тока и числа витков во вторичной обмотке, для уменьшения тока первичной обмотки при заданном напряжении сигнала на входе, необходимо, чтобы

$$K_{OY} \frac{N_k}{N_1} > 0. \quad (4)$$

Максимальное значение коэффициента (4) определяется устойчивостью стационарного состояния цепи ИДН и ограничено самовозбуждением схемы в случае, когда энергия, вносимая сформированной цепью компенсации обратной связью, превышает потери в ней.

Другие ограничения на значения коэффициента (4) связаны с частотными свойствами используемых операционных усилителей. Для учета их влияния, традиционно, операционный усилитель моделируют как фильтр нижних частот с последующим расчетом амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик. В то же время, сегодня разработаны и широко доступны операционные усилители с шириной полосы единичного усиления, достигающей 10 МГц и более [2]. Поэтому рассмотрение частотных свойств K_{OY} выходит за рамки данной работы и сводится, фактически, к анализу имеющейся элементной базы.

Динамические характеристики ИДН

Длительность переходных процессов в традиционных ИДН может достигать нескольких секунд [3]. Этот фактор определяет быстрдействие прибора и ограничивает его использование в составе автоматизированных измерительных комплексов. Схема компенсации, за счет значительного входного сопротивления усилителя и сформированной

цепи отрицательной обратной связи может существенно сократить это время. Таким образом, представляет интерес рассмотрение влияния цепи компенсации на динамические характеристики ИДН.

Переходные процессы в ИДН обусловлены, преимущественно, двумя факторами. *Во-первых*, это процессы, протекающие при подаче сигнала на вход прибора. *Во-вторых*, это процессы, вызванные коммутацией делительных обмоток.

Напряжение, наведенное в первичной обмотке током вторичной обмотки I_2 при сильной индуктивной связи обмоток, может быть записано как

$$V_{21} = \frac{N_2}{N_1} L_2 \frac{dI_2}{dt}, \quad (5)$$

где L_2 – индуктивность вторичной обмотки.

Традиционно, при расчете ИДН, эффекты, связанные наведенным напряжением V_{21} не учитываются. Это объясняется малым значением тока I_2 при малых значениях коэффициента передачи делителя по напряжению $K = V_{вх}/V_{вх} \approx N_2/N_1$. Однако, необходимо заметить, что при значениях $K \sim 1$ этими эффектами пренебрегать нельзя.

Для анализа динамических характеристик запишем с учетом (1) и (5) уравнения движения представленной на рис. 1 схемы. С учетом фазировки обмоток они имеют следующий вид:

$$\begin{cases} L_1 \frac{dI_1}{dt} + R_1 I_1 - V_{вх} - \frac{N_2}{N_1} L_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{N_k}{N_1} L_k \frac{dI_k}{dt} + \\ \quad + R_k I_k + R_{OY} I_1 = 0; \\ L_2 \frac{dI_2}{dt} + R_2 I_2 + V_{вх} + \frac{N_1}{N_2} L_1 \frac{dI_1}{dt} - \\ \quad - \frac{N_2}{N_k} L_k \left(-\frac{dI_k}{dt} \right) = 0, \end{cases} \quad (6)$$

где $V_{вх}$ – напряжение на входе ИДН; $V_{вх} = R_{н} I_2$ – напряжение на нагрузке, L_1 , L_2 и L_k – индуктивности первичной обмотки, вторичной обмотки и обмотки компенсации соответственно; R_1 , R_2 – соответственно активные сопротивления первичной и вторичной обмоток; R_{OY} – входное сопротивление усилителя тока компенсации.

Знак « $-$ » перед dI_k/dt во втором уравнении в (6) отражает разнонаправленность первичной обмотки и обмотки компенсации.

Записанные уравнения движения являются однородными дифференциальными уравнениями первого порядка. Их решение будем проводить численными методами в системе MATLAB [4].

Адекватность представленной модели была подтверждена близким соответствием результатов расчета и результатов известных экспериментальных исследований [1]. Для чего в модель были подставлены приведенные в данной работе значения параметров. При использовании цепи компенсации расхождение полученных результатов и результатов опубликованных экспериментов не превышало 10 %, а без цепи компенсации – 30 %. Имеющиеся расхождения объясняются прибли-

женностью модели и неполнотой сведений об использованном авторами [1] экспериментальном оборудовании.

Для расчета, параметры модели были выбраны соответствующие таковым в реальных ИДН [5]. Значения выбранных параметров приведены в табл. 1.

Таблица 1. Расчетные параметры модели индуктивного делителя напряжения с компенсацией тока первичной обмотки

Значение	
Сердечник	Параметр
Материал	Пермаллой
Магнитная проницаемость	$2 \cdot 10^5$
Форма	Тороид
Площадь поперечного сечения	$3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
Диаметр средней линии кольца	$5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Общие параметры обмоток	
Материал провода	Медь
Удельное сопротивление	$0,0172 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
Первичная обмотка	
Количество витков N_1	1000
Диаметр провода	$2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$
Индуктивность L_1	480 Гн
Активное сопротивление R_1	35,039 Ом
Вторичная обмотка	
Количество витков N_2	100
Диаметр провода	$2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$
Индуктивность L_2	48 Гн
Активное сопротивление R_2	3,5 Ом
Компенсирующая обмотка	
Количество витков N_k	100
Диаметр провода	$7 \cdot 10^{-4} \text{ м}$
Индуктивность L_k	48 Гн
Активное сопротивление R_k	0,447 Ом
Усилитель тока компенсации	
Входное сопротивление R_{oy}	10^6 Ом
R_{oc}	10^3 Ом
R_d	10^3 Ом
Коэффициент усиления K_{oy}	1

Первичная и вторичная обмотки в рамках текущего расчета считались изготовленными из медного провода одинакового диаметра. Также выбраны равными индуктивности вторичной обмотки и обмотки компенсации.

В расчете не учитывались зависимость магнитной проницаемости сердечника от частоты и паразитные емкости между витками обмоток, поскольку, как показывают многочисленные экспериментальные и теоретические исследования, эти эффекты становятся значимыми только в области верхних частот [6, 7].

Выбранное значение коэффициента усиления $K_{oy}=1$ позволяет исследовать влияние цепи компен-

сации изолированно от параметров операционного усилителя, исключая малозначащие параметры.

Результаты математического моделирования

В расчете определялись отклики системы на входное напряжение V_{ax} и на напряжение переходного процесса коммутации V_{2k} в виде функции включения и в виде δ -функции. Для расчета была выбрана δ -функция в форме прямоугольника единичной площади с основанием, стремящимся к нулю.

Нагрузкой реальных ИДН, чаще всего, являются прецизионные вольтметры, обладающие входным сопротивлением порядка сотен МОм и более. Поэтому характеристики цепи должны быть исследованы в режиме холостого хода, то есть когда $R_n \rightarrow \infty$. Однако в результате вычислительных экспериментов сопротивление нагрузки было выбрано равным 10 МОм. Заметим, что режим холостого хода, будучи физически корректным, не изменяет картину качественно, но в то же время значительно снижает точность и увеличивает время расчета из-за значительного расхождения порядков входящих в (6) величин и ограниченной разрядности компьютера. Данное ограничение является распространенным при численном интегрировании жестких дифференциальных уравнений и является справедливым для уравнений (6). Это можно показать, решив их относительно производных токов в обмотках и записав получившийся якобиан:

$$J(I_1, I_2, t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial(dI_1/dt)}{\partial I_1} & \frac{\partial(dI_1/dt)}{\partial I_2} \\ \frac{\partial(dI_2/dt)}{\partial I_1} & \frac{\partial(dI_2/dt)}{\partial I_2} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Полное аналитическое выражение для якобиана здесь не приводим в силу его громоздкости. Решая (7) для выбранных параметров модели получаем, что различие между элементами матрицы может достигать 10 порядков. Это и определяет жесткость уравнений движения (6), которая увеличивается при сближении параметров обмоток и увеличении сопротивления нагрузки.

Дальнейший выбор оптимальных расчетных параметров должен осуществляться путем минимизации целевой функции

$$F \left(\left| \frac{\max J(I_1, I_2, t)}{\min J(I_1, I_2, t)} \right|, \Delta R_n, \Delta R_{oy} \right),$$

где $\max J(I_1, I_2, t)$ и $\min J(I_1, I_2, t)$ – максимальный и минимальный элементы матрицы Якоби (7), ΔR_n и ΔR_{oy} – соответственно разницы между сопротивлением нагрузки и входным сопротивлением операционного усилителя в модели и в выбранном для экспериментов прототипе реального ИДН. При этом составляющие целевой функции оптимизируются по следующим условиям:

$$\left| \frac{\max J(I_1, I_2, t)}{\min J(I_1, I_2, t)} \right| \rightarrow 1, \Delta R_n \rightarrow 0, \Delta R_{oy} \rightarrow 0.$$

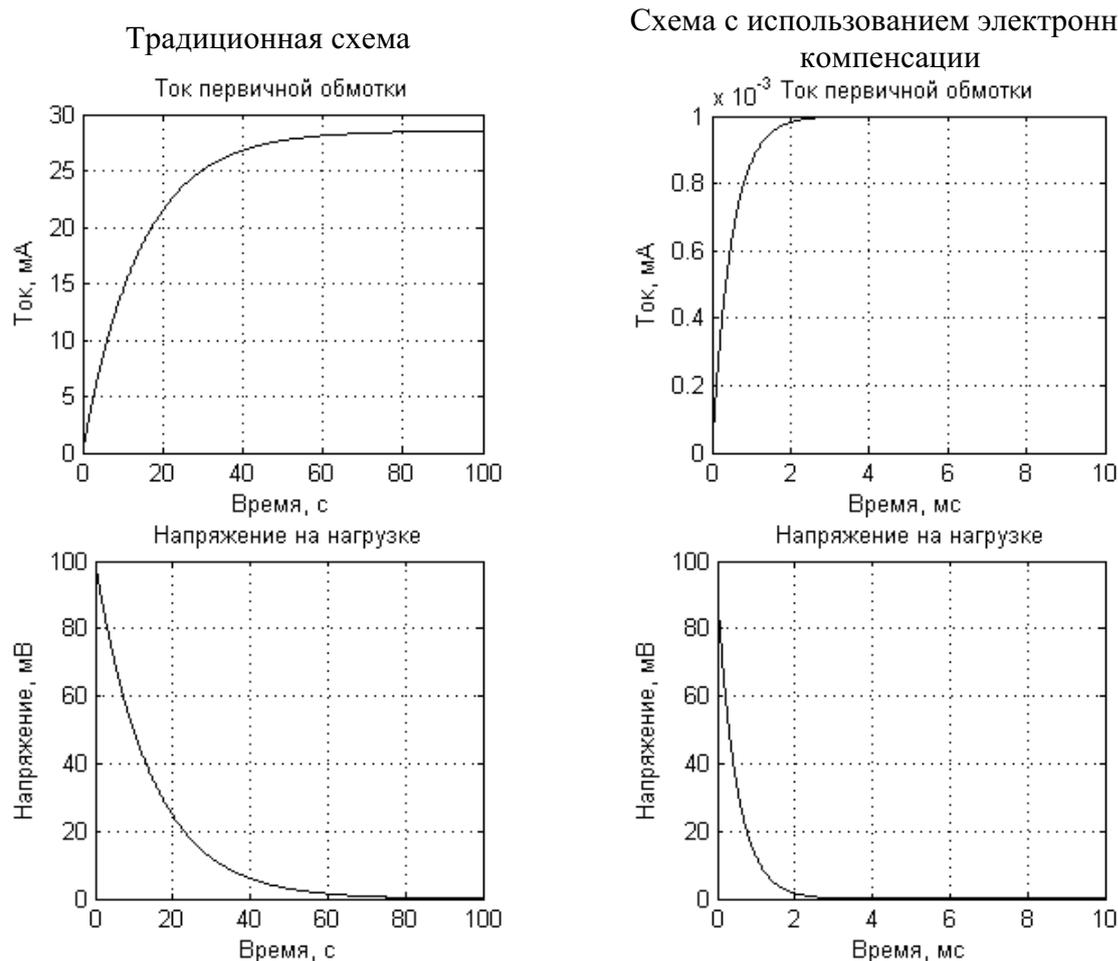


Рис. 2. Реакция ИДН входное напряжение $V_{вх}$ в форме функции включения

Ниже приведены реакции рассматриваемой цепи на внешние воздействия в виде функции включения (рис. 2) и δ -функции (рис. 3).

Анализ реакции схемы на входное напряжение $V_{вх}$ в форме функции включения (рис. 2) демонстрирует, что происходит существенное уменьшение тока в первичной обмотке. Этот эффект позволит снизить намагничивание сердечника. В результате, как известно из экспериментов, описанных в работе [1], на 2 порядка и более может быть уменьшена погрешность делителя, связанная с потерями энергии на перемагничивание сердечника в области нижних частот.

Таким образом, исчезает необходимость в традиционно используемой для уменьшения амплитудной погрешности двуступенчатой технологии изготовления ИДН, при которой необходимы сдвоенные сердечники [8], что позволяет уменьшить габариты и вес прибора, а также снизить паразитные емкости между витками обмоток и индуктивности рассеяния.

Из рассмотрения приведенных на рис. 2 и 3 графиков видно, что цепь электронной компенсации на несколько порядков сокращает длительность пе-

реходных процессов. Это проявляется как уменьшение постоянной составляющей тока первичной обмотки. Как известно из теории цепей [9], уменьшение длительности переходных процессов обусловлено постоянной времени цепи, которая характеризует инерционность процесса рассеяния энергии в системе. Следовательно, уменьшение тока повышает быстродействие прибора и снижает его чувствительность к внешним помехам.

Следует заметить, что в приведенном расчете реакции ИДН на δ -функцию (рис. 3) значения входного сигнала могут быть довольно значительными. Однако реально существующие напряжения сигналов в подобных схемах обычно не превышают напряжения пробоя транзисторов.

Заметим, что учет конечного сопротивления нагрузки в расчете увеличивает длительности переходных процессов в области частот до 300 кГц пропорционально постоянной времени цепи. Тем не менее, во многих случаях, применение электронной компенсации уменьшает их по сравнению с традиционной схемой. Однако анализ влияния нагрузки ИДН на его динамические характеристики выходит за рамки настоящей статьи.

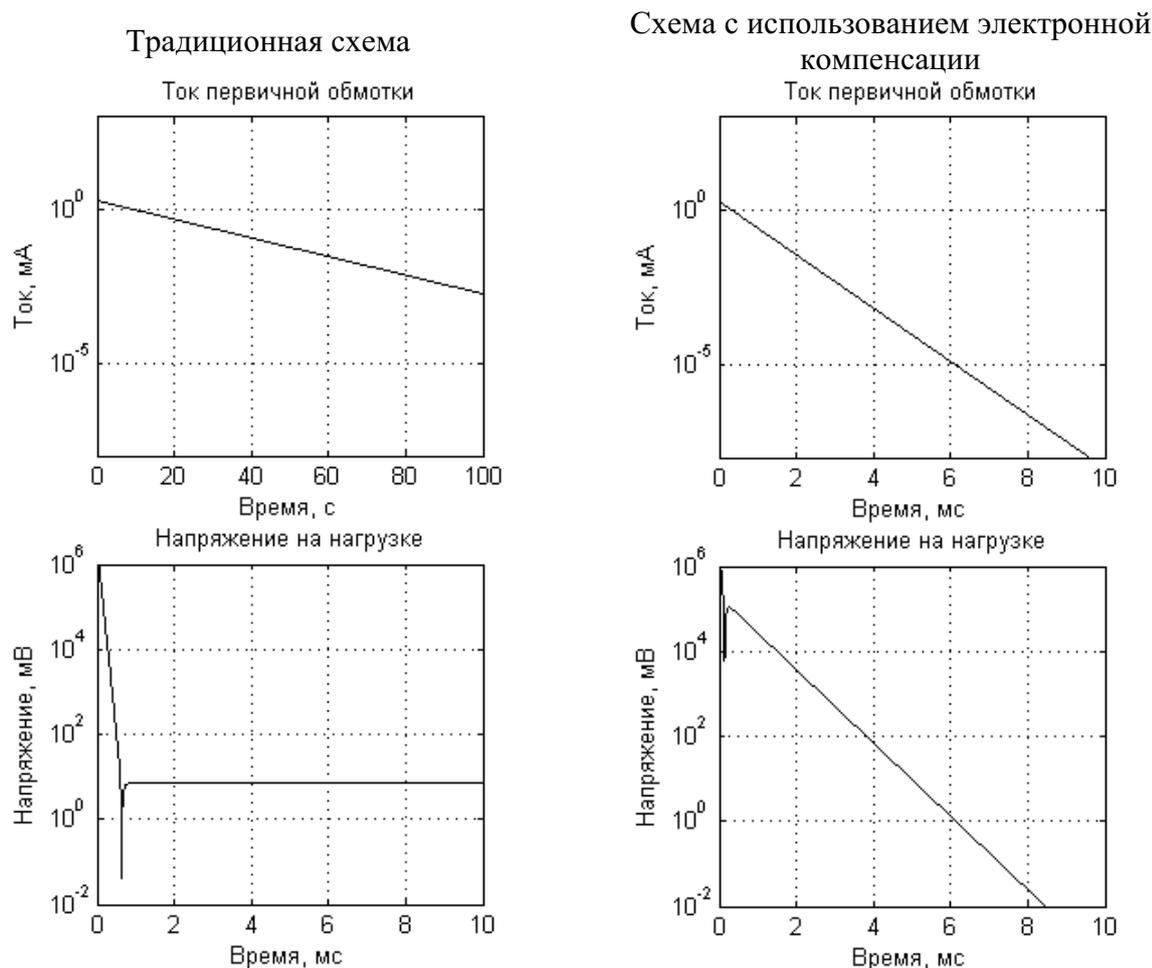


Рис. 3. Реакция ИДН на входное напряжение $V_{вх}$ в форме δ -функции

Дальнейшие исследования будут направлены на количественное определение потерь на намагничивание сердечника и изучение влияния цепи компенсации на этот процесс, а также на моделирование частотных характеристик цепи.

Заключение

Использование метода электронной компенсации тока первичной обмотки позволяет существенно (на порядок и более) уменьшить длительность переходных процессов в индуктивном делителе напряжений в области частот до 300 кГц. Также происходит уменьшение постоянной составляющей

тока первичной обмотки, что приводит к уменьшению погрешности деления напряжения, обусловленной потерями на намагничивание сердечника. В результате появляется возможность уменьшить габариты индуктивных делителей напряжения и увеличить их быстродействие при сохранении метрологических характеристик.

Работа проведена в соответствии с грантом № НК-566П/13 по направлению «Создание электронной компонентной базы» в рамках мероприятия 1.2.1 «Проведение научных исследований научными группами под руководством докторов наук» федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Slomovitz D. Electronic Compensation of Inductive Voltage Dividers and Standard Voltage Transformers // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 1998. – V. 47. – № 2. – P. 465–468.
- Перебаскин А.В., Бахметьев А.А. и др. Интегральные схемы: Операционные усилители. Т. 1. – М.: Физматлит, 1993. – 240 с.
- Ройтман М.С., Ким В.Л., Калиниченко Н.П. Кодоуправляемые прецизионные делители напряжения // Измерения, контроль, автоматизация. – 1986. – Вып. 1 (57). – С. 3–17.
- Мэтьюз Д.Г., Финк К.Д. Численные методы. Использование MATLAB. 3-е изд.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 720 с.
- Ким В.Л. Методы и средства повышения точности индуктивных делителей напряжения. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – 214 с.
- Skubis T. Optimal Multifilar Winding Connection for Inductive Voltage Dividers // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 1998. – V. 47. – Iss. 1. – P. 204–208.
- Иьерс Р.Р. Модели и характеристики многопроводного жгута // Труды Таллинского политехн. ин-та. – Таллин: Изд-во Таллинского политехн. ин-та, 1977. – № 432. – С. 77–88.
- Deacon T., Hill J., Two-stage inductive voltage dividers // Proc. Inst. Elect. Eng. – 1968. – V. 115. – № 6. – P. 888–892.

Поступила 11.10.2010 г.