

УДК 539.3:534.1

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА СФЕРИЧЕСКИХ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В НЕФТЕГАЗОВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Мицкевич Светлана Александровна¹,
svetlana.mitskevich@gmail.com

Папкина Ирина Владиславовна¹,
ikravzova@mail.ru

Захарова Алена Александровна²,
zaa@tpu.ru

Крысько Антон Вадимович^{1,2},
anton.krysko@gmail.com

¹ Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина,
Россия, 410054, Саратов, ул. Политехническая, 77.

² Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.

Актуальность исследования. Добыча нефти в настоящее время является одной из важнейших отраслей в экономике России. Ее работа во многом зависит от уровня развития применяемых геофизических информационно-измерительных систем и лежащих в их основе физических методов получения информации. Одним из ведущих методов скважинной геофизики является акустический метод, объемы применения которого составляют около 10 % от общего объема геофизических исследований скважин. Актуальность данного исследования обусловлена необходимостью повышения точности получаемых данных с помощью акустического каротажа. Эффективность действия акустического каротажа во многом зависит от качественного пакета упругих колебаний, регистрируемого приборами акустического каротажа. Создание математической модели движения элемента гибкого сферического преобразователя и дальнейшее исследование частотных характеристик упругих колебаний представляется весьма актуальной научно-практической задачей.

Цель работы заключается в исследовании вынужденных колебаний сферического преобразователя, который является составной частью акустического каротажа.

Результаты. Из вариационных принципов построены исходные дифференциальные уравнения движения элемента осесимметричной сферической оболочки с учетом геометрической нелинейности в виде Кирхгофа–Лява. Разработан алгоритм решения системы нелинейных дифференциальных уравнений при помощи метода конечных разностей, матричного метода и метода Рунге–Кутты. Анализ нелинейных колебаний сферической оболочки проводился с позиции нелинейной динамики и качественной теории дифференциальных уравнений. Показано, что в задачах нелинейной динамики сферических осесимметричных оболочек возможно в окрестностях определенных линий поверхности появление вмятин. Установлено, что переход от гармонических колебаний к хаотическим для жестко заземленной сферической оболочки происходит по сценарию Рюэля–Тakens–Ньюхауза (частота возбуждения близка к собственной).

Ключевые слова:

Вмятины, сценарии появления хаоса, осесимметричные сферические оболочки, переход от гармонических к хаотическим колебаниям, вейвлет-анализ, сценарий Рюэля–Тakens–Ньюхауза.

Введение

В современных приборах акустического каротажа [1, 2] применяют монополярные сферические преобразователи. Их используют для возбуждения продольных и поперечных волн, которые распространяются одинаково во всех направлениях. Для возбуждения упругих возмущений в скважинных приборах для получения физических характеристик пород применяют электроакустические преобразователи, в которых электрическая энергия преобразуется в энергию колебаний излучателя. Такой же преобразователь (приемник), находящийся в упругом поле, преобразует энергию упругих колебаний в электрическую. Амплитуда колебаний излучателя должна быть максимальной, поскольку амплитуда волны с удалением от источника быстро убывает, поэтому необходимо знать соб-

ственную частоту сферического излучателя, так как максимальная амплитуда достигается при действии на излучатель нагрузкой с частотой, близкой к собственной частоте. При увеличении нагрузки в нелинейных системах могут возникать кратные, независимые частоты, а также хаотические колебания, тогда пакет упругих колебаний, регистрируемый приборами акустического каротажа, будет содержать колебания значительного количества волн и этим затруднять чтение пакета. В настоящее время описана математическая модель сферического преобразователя в линейной постановке [3].

Следует отметить, что впервые в данной работе для задач нелинейной динамики выявлено, что для сферической оболочки возможно появление локализованных вмятин. При решении методом

Бубнова–Галеркина статических задач А.С. Вольмир обнаружил возникновение выпучиваний в круглой оболочке [4], в работе А.В. Погорелова [5, 6] определение состояний сводится к решению задачи на экстремуму для функционала на изометрических преобразованиях исходной формы оболочки, в монографии Э.И. Григолюка и В.В. Кабанова [7] для определения критической нагрузки и формы потери устойчивости используются собственные значения и собственный вектор, а с помощью асимптотических методов такая локализация была описана в работах Г.И. Михасева и П.Е. Товстика [8]. В монографии В.М. Бабича и В.С. Булдырева [9] построены локализованные собственные функции типа «шепчущей галереи» и «прыгающего мячика» для уравнения Гельмгольца. В монографии В.П. Маслова [10] асимптотическим методом для получения квазиклассических решений построены локализованные решения для уравнений в частных производных с малым параметром. Изменение формы колебаний также происходит при потере устойчивости системы [11–13]. Моделированию колебаний сферической оболочки посвящены работы [14, 15]. Однако в известных нам работах нет анализа форм колебаний гибких круглых в плане осесимметричных сферических оболочек, находящихся под действием поперечной равномерно распределенной знакопеременной нагрузки.

Целью данной работы было показать характер колебаний оболочки, находящейся под действием знакопеременной нагрузки, а также зависимость появления количества ребер в сферической оболочке при действии знакопеременной нагрузки от амплитуды нагрузки.

Постановка задачи и метод решения

Рассмотрим сферическую пологую оболочку в полярной системе координат, введенной следующим образом: $\Omega = \{(r, z) | r \in [0, b], -h/2 \leq z \leq h/2\}$ (рисунок).

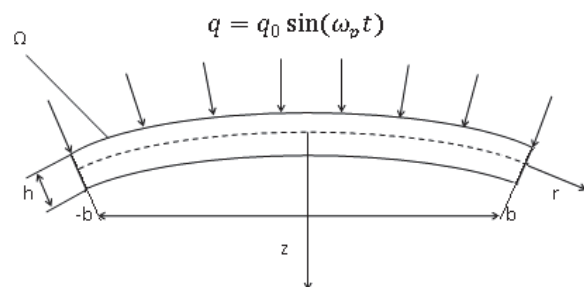


Рисунок. Расчетная схема

Figure. Design scheme

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial^4 w}{\partial r^4} - \frac{2}{r} \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \\ - \frac{1}{r^3} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\Phi}{r} \left(1 - \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) - \frac{\partial \Phi}{\partial r} \left(1 - \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + 4q, \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\partial w}{\partial r} \left(1 - \frac{1}{2r} \frac{\partial w}{\partial r} \right), \quad \Phi = \frac{\partial F}{\partial r}. \quad (1) \end{aligned}$$

Здесь введены безразмерные величины:

$$\begin{aligned} \bar{t} = \omega_0 t; \quad \omega_0 = \sqrt{Eg / \gamma R^2}; \quad b = (c / \sqrt{Rh}); \\ \bar{\varepsilon} = \varepsilon R / h \sqrt{g / (\gamma E)}; \quad \bar{F} = \eta F / Eh^3; \quad \bar{w} = w \sqrt{\eta} / h; \\ \bar{r} = br / c; \quad \eta = 12(1 - \nu^2); \\ \bar{q} = \bar{q}_3 = (R / h)^2 q_3 \sqrt{\eta} / (4E), \end{aligned}$$

где t – время; ε – коэффициент вязкого сопротивления среды, в которой происходит движение оболочки; F – функция усилий; w – функция прогиба; R, c – главный радиус кривизны оболочки и радиус опорного контура соответственно; h – толщина оболочки; b – параметр пологости; ν – коэффициент Пуассона; r – расстояние от оси вращения до точки на срединной поверхности; q – параметр внешней нагрузки; ω_0 – частота собственных малых колебаний; E – модуль упругости; g – ускорение свободного падения; γ – удельный вес. Для краткости черта над безразмерными величинами в (1) опущена. Производные по t и далее будем обозначать штрихом. К системе (1) следует присоединить граничные и начальные условия. Граничные условия для оболочки с жестко защемленным опорным контуром запишутся в виде

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \nu \frac{\Phi}{b} = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial r} = 0, \quad \text{при } r = b; \quad (2)$$

начальные условия:

$$w = f_1(r, 0), \quad w' = f_2(r, 0); \quad (3)$$

условия в вершине, выполняющиеся в малой окрестности вершины оболочки:

$$\begin{aligned} \Phi \approx Ar, \quad \Phi' \approx A, \quad w \approx B + Cr^2, \\ w'' \approx 2Cr, \quad w''' \approx 2C, \quad w'''' \approx 0. \quad (4) \end{aligned}$$

Для сведения распределенной системы (1)–(4) к системе с сосредоточенными параметрами воспользуемся методом конечных разностей с аппроксимацией $O(\Delta^2)$. Запишем систему (1)–(4) в конечно-разностных соотношениях по пространственной переменной r :

$$\begin{aligned} \ddot{w} + \varepsilon \dot{w} = -\frac{w_{i+1} - w_{i-1}}{2\Delta} \left(\frac{1}{r_i^3} - \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_{i-1}}{2r_i \Delta} \right) + \\ + \frac{w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}}{r_i \Delta^2} \left(\Phi_i + \frac{1}{r_i} \right) - \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_{i-1}}{2\Delta} - \frac{\Phi_i}{r_i} - \\ - \frac{w_{i+2} - 4w_{i+1} + 6w_i - 4w_{i-1} + w_{i-2}}{\Delta^4} - \\ - \frac{w_{i+2} - 2w_{i+1} + 2w_{i-1} - w_{i-2}}{2r_i \Delta^3} + 4q_i, \\ \Phi_{i+1} \left[\left(-\frac{1}{\Delta^2} - \frac{1}{2r_i \Delta} \right) + \Phi_i \left(\frac{2}{\Delta^2} + \frac{1}{r_i^2} \right) \right] + \\ + \Phi_{i-1} \left(-\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{2r_i \Delta} \right) = \\ = -\frac{w_{i+1} - w_{i-1}}{2\Delta} \left(1 - \frac{w_{i+1} - w_{i-1}}{4r_i \Delta} \right), \quad (5) \end{aligned}$$

где $\Delta = b/n$; n – число участков деления радиуса оболочки.

Граничные условия для оболочки с жестко заземленным опорным контуром:

$$\Phi_{i+1} = \Phi_{i-1} + \frac{2\Delta v}{b} \Phi_i; \\ w_{n+1} = w_{n-1}; w_n = 0 \text{ при } r_n = b; \quad (6)$$

начальные условия:

$$w_n = 0, w'_n = 0, (0 \leq k \leq m), 0 \leq t < \infty. \quad (7)$$

Если пренебречь малыми слагаемыми и заметить дифференциальные операторы центральными конечно-разностными при $r = \Delta$, получим условия в вершине:

$$\Phi_0 = \Phi_2 - 2\Phi_1; \\ w_0 = \frac{4}{3}w_1 - \frac{1}{3}w_2; w_{-1} = \frac{8}{3}w_1 - \frac{8}{3}w_2 + w_3. \quad (8)$$

Число разбиений в методе конечных разностей $n=20$ определено по принципу Рунге. Обоснование такого выбора приведено в статьях [16–18]. После сведения задачи (1)–(4) к нормальному виду первое уравнение задачи Коши будем решать методом Рунге–Кутты четвертого и шестого порядка точности по времени относительно функции прогиба w , используя на каждом шаге решение второго линейного алгебраического уравнения относительно функции усилия $\Phi(r, t)$ методом обратной матрицы. Так как результаты, полученные методами 4-го и 6-го порядка точности, полностью совпадают [17], но время счета для метода Рунге–Кутты 4-го порядка в два раза меньше, то использовался метод Рунге–Кутты 4-го порядка. Шаг по времени выбирался по правилу Рунге.

Поперечная нагрузка может изменяться по любому закону в зависимости от координаты и времени. В данной работе исследовался характер колебаний оболочки, находящейся под действием поперечной знакопеременной нагрузки $q = q_0 \sin(\omega_p t)$, где q_0 – амплитуда вынуждающей знакопеременной нагрузки; ω_p – частота знакопеременной нагрузки.

Для исключения ошибочных результатов предварительно была сделана сходимость численных методов в зависимости от числа разбиений по пространственной и временной координате, а также сравнение решений, полученных методом Бунднова–Галеркина, и конечных разностей [16]. Это дает возможность рассматривать задачи как системы с бесконечным числом степеней свободы.

Исследование форм колебаний для жестко заземленной осесимметричной сферической оболочки

Исследуем колебания жестко опертой сферической оболочки (параметр пологости $b=8$, краевые условия (2)), находящейся под действием знакопеременной нагрузки $q_0 = \{[0, 0, 1; 0, 17; 0, 21]\}$, $\omega_p = 1, 34$ – частота возбуждения, близкая к частоте собственных колебаний ω_0 . В таблице приведены спектр

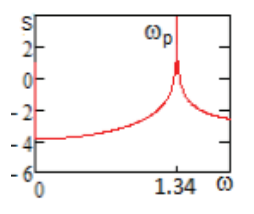
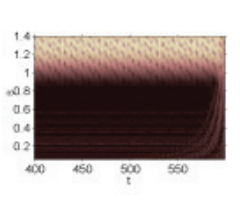
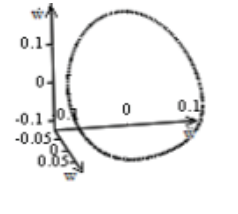
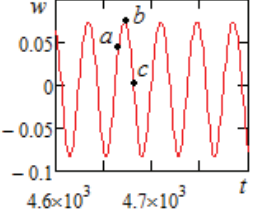
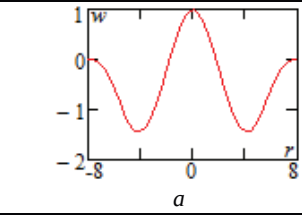
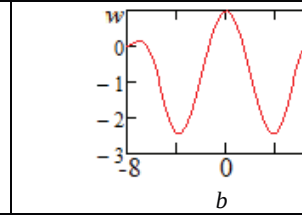
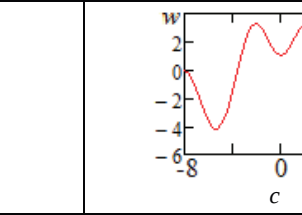
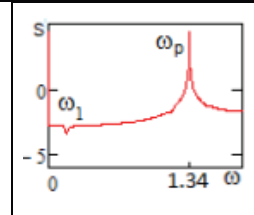
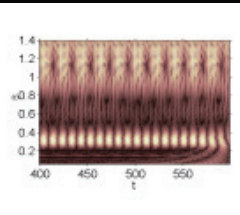
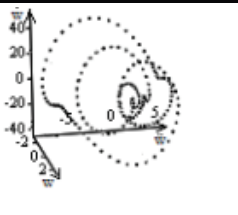
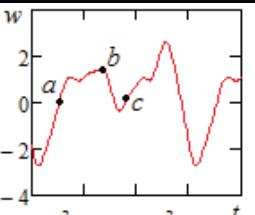
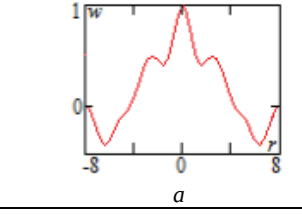
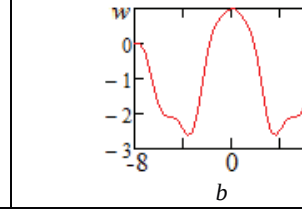
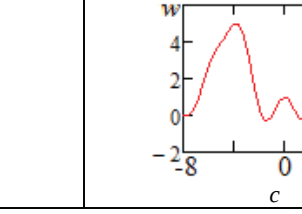
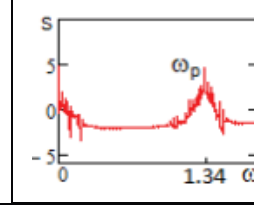
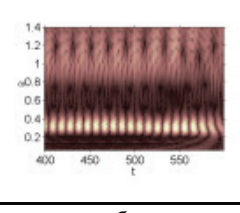
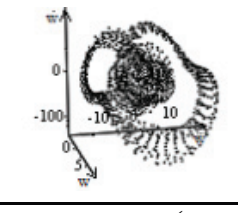
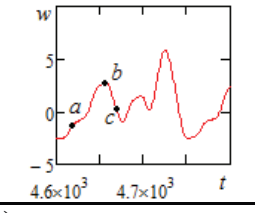
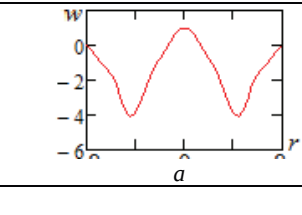
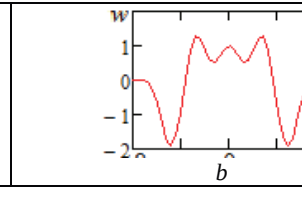
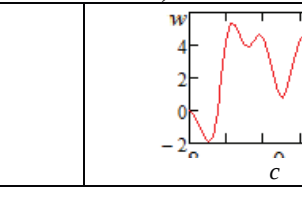
мощности, вейвлет-спектр Морле, эпюры прогибов и фазовые портреты, сигнал для центральной точки $w(0; t)$, первый ляпуновский показатель сигнала, рассчитанный по методу Вольфа [19]. Сигналы, получаемые в результате численных экспериментов при исследовании динамики распределенных механических систем, имеют амплитудно-временное представление. Но для глубокого понимания поведения динамических систем под действием той или иной нагрузки, для выявления причин того или иного явления необходима информация, скрытая в частотной области сигнала. Для оценки характера колебаний рассматриваемой системы в работе применялся аппарат вейвлет-преобразований [20, 21]. Вейвлет-анализ дает возможность отследить локализованные особенности сигнала во времени, а фурье-спектр отражает поведение сигнала на всем временном интервале. Однако с увеличением количества частот в спектре колебаний системы информативность вейвлет-преобразования снижается, так как на вейвлет-спектре гармоники сигналов с большей интенсивностью на частоте перекрываются с меньшей интенсивностью. Вейвлет-спектр сигнала, в свою очередь, серьезно зависит от материнского вейвлета, на основании которого он строится. В работе [22] приведено обоснование выбора вейвлета Морле в качестве материнского [23, 24], который дает лучшую локализацию как по времени, так и по частоте по сравнению с остальными материнскими вейвлетами. Следует отметить, что необходимо совместно анализировать фурье- и вейвлет-спектры.

Переход от гармонических колебаний к хаотическим происходит по сценарию Рюэля–Тakens–Ньюхауза, т. е. с увеличением амплитуды нагрузки появляется независимая частота и линейные комбинации двух частот: частоты возбуждения и независимой частоты. При $q_0 = 0, 01$ оболочка колеблется в гармоническом режиме: фазовый портрет представляет собой эллипс, первый ляпуновский показатель меньше нуля. На эпюрах прогиба видно два ребра, которые появляются при прогибе в центральной точке, близком к нулю. При увеличении амплитуды нагрузки до $q_0 = 0, 17$ появляются независимая частота, эпюры прогиба с двумя ребрами, при этом первый ляпуновский показатель чуть больше нуля. В вейвлет-спектре и спектре мощности появились независимая частота и линейные комбинации частоты возбуждения и независимой частоты. Дальнейшее увеличение амплитуды возбуждения приводит систему в состояние хаоса. На эпюрах прогиба уже три ребра, прогиб в центре оболочки близок к нулю. Исследования показали, что для жестко заземленной по контуру осесимметричной сферической оболочки переход колебаний из гармонических в хаотические происходит также по сценарию Рюэля–Тakens–Ньюхауза [25].

Таким образом, в эпюрах прогиба сферической оболочки с жестким заземлением при действии поперечной знакопеременной нагрузки было за-

Таблица. Характеристики колебаний осесимметричной оболочки

Table. Features of vibrations of axisymmetric shell

$q_0=0,01$, $LE=-1,342<0$			
Спектр мощности FFT	Вейвлет-спектр Wavelet spectra	Фазовый портрет Phase portrait	Сигнал Time histories
			
Эпюры прогиба в различные моменты времени (см. сигнал) Diagrams of deflection at different times (see time histories)			
			
$q_0=0,17$, $LE=0,0285>0$			
Спектр мощности FFT	Вейвлет-спектр Wavelet spectra	Фазовый портрет Phase portrait	Сигнал Time histories
			
Эпюры прогиба в различные моменты времени (см. сигнал) Diagrams of deflection at different times (see time histories)			
			
$q_0=0,21$, $LE=0,1432>0$			
Спектр мощности FFT	Вейвлет-спектр Wavelet spectra	Фазовый портрет Phase portrait	Сигнал Time histories
			
Эпюры прогиба в различные моменты времени (см. сигнал) Diagrams of deflection at different times (see time histories)			
			

фиксировано от одного до трех ребер. Сценарий Рюэля–Такенса–Ньюхауза влияет на появление ребер. Так, при гармонических колебаниях и на двух независимых частотах зафиксировано два ребра, а при наступлении хаоса – до трех ребер.

Заключение

В ходе численного эксперимента выявлено, что переход от гармонических колебаний к хаотическим для жестко заземленной сферической оболочки, находящейся под действием знакоперемен-

ной нагрузки, с частотой возбуждения, близкой к частоте собственных колебаний, происходит по сценарию Рюэля–Такенса–Ньюхауза.

Установлено, что количество ребер в эюре оболочки зависит от характера колебаний оболочки: при гармонических и квазипериодических колебаниях зафиксировано два ребра, а при хаотических колебаниях количество ребер увеличивается до трех.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда № 16–19–10290.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Диагностика заколонных перетоков газа комплексом высокоточной термометрии, спектральной шумометрии и импульсного нейтрон-нейтронного каротажа / А.М. Асланян, И.Ю. Асланян, Ю.С. Масленникова, Р.Н. Минахметова, С.В. Сорока, Р.С. Никитин, Р.Р. Кантюков // Территория «НЕФТЕГАЗ». – 2016. – № 6. – С. 52–59.
2. Линд Ю.Б., Ишбулатова Р.Х., Хашпер А.Л. Вопросы автоматического распознавания каротажных диаграмм // Нефтегазовое дело. – 2015. – № 1. – С. 426–450.
3. Свердлин Г.М. Гидроакустические преобразователи и антенны. – Л.: Судостроение, 1988. – 197 с.
4. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
5. Погорелов А.В. Геометрическая теория устойчивости оболочек. – М.: Наука, 1966. – 296 с.
6. Погорелов А.В. Изгибание поверхностей и устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1986. – 96 с.
7. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1978. – 360 с.
8. Михасев Г.И., Товстик П.Е. Локализованные колебания и волны в тонких оболочках. Асимптотические методы. – М.: Физматлит, 2009. – 292 с.
9. Бабич В.М., Булдарев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. Метод эталонных задач. – М.: Наука, 1972. – 456 с.
10. Маслов В.П. Комплексный метод ВКБ в нелинейных уравнениях. – М.: Наука, 1977. – 384 с.
11. Колосов Г.И. Необходимые условия неустойчивости сферических оболочек при внешнем давлении // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2014. – № 3. – С. 90–95.
12. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагрузках / В.Г. Баженов, Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, Д.В. Шопин // Прикладная механика и техническая физика. – 2014. – Т. 55. – № 1 (323). – С. 13–22.
13. Гаврюшин С.С. Численное моделирование процессов нелинейного деформирования тонких упругих оболочек // Математическое моделирование и численные методы. – 2014. – № 1 (1). – С. 115–130.
14. Michael J., Thompson T., Sieber J. Shock-Sensitivity in Shell-Like Structures: with Simulations of Spherical Shell Buckling // Int. J. Bifurcation Chaos. – 2016. – № 26. – 13 p. DOI: <http://dx.doi.org/10.1142/S0218127416300032>
15. Li K., Xun B., Hu W.R. Some bifurcation routes to chaos of thermocapillary convection in two-dimensional liquid layers of finite extent // Phys. Fluids. – 2016. – № 28. – 25 p. DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4948400>
16. Awrejcewicz J., Krysko V.A., Papkova I.V. Dynamics and statics of flexible axially-symmetric shallow shells // Mathematical Problems in Engineering. – 2006. – V. 2006. – P. 27–51.
17. Deterministic Chaos in One Dimensional Continuous Systems / J. Awrejcewicz, V.A. Krysko, I.V. Papkova, A.V. Krysko. – Singapore: World Scientific, 2016. – 562 p.
18. Papkova I.V., Krysko V.A. Control of chaotic vibrations in flexible spherical shells // Mechanics of Solids. – 2006. – V. 41. – № 1. – P. 338–358.
19. Determining Lyapunov exponents from a time series / A. Wolf, J.B. Swift, H.L. Swinney, J.A. Vastano // Physica. – 1985. – V. D16. – P. 285–317.
20. Chui C.K., Wang J.Z. A cardinal spline approach to wavelets // Proc. Amer. Math. Soc. – 1991. – № 113. – P. 785–793.
21. Chui C.K., Wang J.Z. On compactly supported spline wavelets and a duality principle // Trans. Amer. Math. Soc. – 1992. – № 330. – P. 903–915.
22. Papkova I.V., Krysko V.A., Soldatov V.V. Analysis of nonlinear chaotic vibrations of shallow shells of revolution by using the wavelet transform // Mechanics of Solids. – 2010. – V. 45. – № 1. – P. 85–93.
23. Wave propagation and sampling theory. P. I: Complex signal and scattering in multilayer media / J. Morlet, G. Arens, E. Fourgeau, D. Giard // J. Geophys. – 1982. – № 47. – P. 203–221.
24. Wave propagation and sampling theory. P. II: Sampling theory and complex waves / J. Morlet, G. Arens, E. Fourgeau, D. Giard // J. Geophys. – 1982. – № 47. – P. 222–236.
25. Ruelle D., Takens F. On the nature of turbulences // Comm. Math. Phys. – 1971. – V. 20. – P. 167–192.

Поступила 06.10.2016 г.

Информация об авторах

Мицкевич С.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и системного анализа физико-технического факультета Саратовского государственного технического университета им. Ю.А. Гагарина.

Папкова И.В., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и моделирования физико-технического факультета Саратовского государственного технического университета им. Ю.А. Гагарина.

Захарова А.А., доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой инженерной графики и промышленного дизайна Национального исследовательского Томского политехнического университета.

Крысько А.В., доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики и системного анализа физико-технического факультета Саратовского государственного технического университета им. Ю.А. Гагарина; программист научно-учебной лаборатории 3D-моделирования кафедры инженерной графики и промышленного дизайна Института кибернетики Национального исследовательского Томского политехнического университета.

UDK 539.3

NONLINEAR DYNAMICS OF SPHERICAL HYDROACOUSTIC DEVICES USED IN OIL AND GAS INDUSTRY

Svetlana A. Mitskevich¹,
svetlana.mitskevich@gmail.com

Irina V. Papkova¹,
ikravzova@mail.ru

Alena A. Zakharova²,
zaa@tpu.ru

Anton V. Krysko^{1,2},
anton.krysko@gmail.com

Svetlana A. Mitskevich¹,
svetlana.mitskevich@gmail.com

¹ Yuri Gagarin Saratov State Technical University,
77, Politekhnicheskaya street, Saratov, 410054, Russia.

² National Research Tomsk Polytechnic University,
30, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia.

The relevance of research. Oil production is one of the most important industries in the Russian economy at present time. It depends to a large extent on the level of applied geophysical information and measurement systems on the basis of physical methods of obtaining information. The acoustic method is one of the leading ones in borehole geophysics. The amounts of using this method are about 10 % of all volume of well logging. The relevance of the study is caused by the need to improve the accuracy of the data obtained using acoustic logging. The effectiveness of the acoustic logging depends on the quality of the package of elastic waves. It is detected by the acoustic logging devices. The development of a mathematical model of the element motion in flexible spherical converter and study of the frequency characteristics of elastic vibrations are very important scientific and practical problems.

The aim of the research is to study the forced vibrations of a spherical transducer, which is a part of the acoustic logging.

Results. The authors have constructed the initial differential equations of motion of an axisymmetric spherical shell element using the variational principles and taking into account the geometric nonlinearity in the form of the Kirchhoff–Love and developed the algorithm for solving the systems of nonlinear differential equations using the finite difference method, the matrix and Runge–Kutta methods. Nonlinear vibrations of a spherical shell were analyzed based on non-linear dynamics and the qualitative theory of differential equations. It is shown that the dents in the vicinity of certain surface lines are possible in problems of nonlinear dynamics of axisymmetric spherical shells. It was found that the transition from harmonic vibrations to chaotic ones occurs according to the scenario of Ruelle–Takens–Newhouse for rigidly clamped spherical shell (excitation frequency is close to the natural frequency of the shell).

Key words:

Dents, scripts of chaos appearance, axially symmetric spherical shell, transition from harmonic to random fluctuations, wavelet analysis, Ruelle–Takens–Newhouse scenario.

The research was financially supported by the RNF Grant no. 16–19–10290.

REFERENCES

1. Aslanyan A.M., Aslanyan I.Yu., Maslennikova I.Yu., Minakhmetova R.N., Soroka S.V., Nikitin R.S., Kanyukov R.R. Diagnostika zakolonykh peretokov gaza kompleksom vysokotochnoy termometrii, spektralnoy shumometrii impulsnogo neytron-neutronnogo karotazha [Diagnosis of gas casing flow by a complex of precision thermometry, spectral sound meter and pulsed neutron-neutron logging], *Territoriya «Neftegaz»*, 2016, no. 6, pp. 52–59.
2. Lind Yu.B., Ishbulatova R.Kh., Hashper A.L. Voprosy avtomaticheskogo raspoznavaniya karotazhnykh diagram [Issues in automatic recognition of logs diagrams]. *Neftegazovoe delo*, 2015, no. 1, pp. 426–450.
3. Sverdlin G.M. *Gidroakusticheskie preobrazovateli i anteny* [Hydroacoustic transducers and antennas]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1988. 197 p.
4. Volmir A.S. *Nelineynaya dinamika plastinok i obolochek* [Nonlinear dynamics of plates and shells]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 432 p.
5. Pogorelov A.V. *Geometricheskaya teoriya ustoychivosti obolochek* [Geometric theory of stability of shells]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 296 p.
6. Pogorelov A.V. *Isgibanie poverkhnostey i ustoychivost obolochek* [Deformation of surfaces and stability of shells]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 96 p.
7. Grigolyuk E.I., Kabanov V.V. *Ustoychivost obolochek* [Stability of shells]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 360 p.
8. Mikhasev G.I., Tovstik P.E. *Lokalizovannye kolebaniya i volny v tonkikh obolochkakh* [Localized Waves in thin shells. Asymptotic methods]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 292 p.
9. Babich V.M., Buldarev V.S. *Asimptoticheskie metody v zadachakh diffraktsii korotkikh voln. Metod etalonnnykh zadach*

- [Asymptotic methods for diffraction of short waves]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 456 p.
10. Maslov V.P. *Kompleksny metod VKB v nelineynykh uravneniyakh* [Complex WKB method for nonlinear equations]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 384 p.
 11. Kolosov G.I. Prerequisites of spherical shell instability under external pressure. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2014, no. 3, pp. 90–95. In Rus.
 12. Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Shoshin D.V. Stability and limit state of elastoplastic spherical shells under static and dynamic loadings. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2014, vol. 55, no. 1 (323), pp. 13–22. In Rus.
 13. Gavryushin S.S. Numerical modeling of nonlinear deformation of thin elastic shells. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennyye metody*, 2014, no. 1 (1), pp. 115–130. In Rus.
 14. Michael J., Thompson T., Sieber J. Shock-Sensitivity in Shell-Like Structures: with Simulations of Spherical Shell Buckling. *Int. J. Bifurcation Chaos.*, 2016, no. 26, 13 p. DOI: <http://dx.doi.org/10.1142/S0218127416300032>
 15. Li K., Xun B., Hu W.R. Some bifurcation routes to chaos of thermocapillary convection in two-dimensional liquid layers of finite extent. *Phys. Fluids*, 2016, no. 28, 25 p. DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4948400>
 16. Awrejcewicz J., Krysko V.A., Papkova I.V. Dynamics and statics of flexible axially-symmetric shallow shells. *Mathematical Problems in Engineering*, 2006, vol. 2006, pp. 27–51.
 17. Awrejcewicz J., Krysko V.A., Papkova I.V., Krysko A.V. *Deterministic Chaos in One Dimensional Continuous Systems*. Singapore, World Scientific, 2016. 562 p.
 18. Papkova I.V., Krysko V.A. Control of chaotic vibrations in flexible spherical shells. *Mechanics of Solids*, 2006, vol. 41, no. 1, pp. 338–358.
 19. Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica*, 1985, vol. D16, pp. 285–317.
 20. Chui C.K., Wang J.Z. A cardinal spline approach to wavelets. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 1991, no. 113, pp. 785–793.
 21. Chui C.K., Wang J.Z. On compactly supported spline wavelets and a duality principle. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 1992, no. 330, pp. 903–915.
 22. Papkova I.V., Krysko V.A., Soldatov V.V. Analysis of nonlinear chaotic vibrations of shallow shells of revolution by using the wavelet transform. *Mechanics of Solids*, 2010, vol. 45, no. 1, pp. 85–93.
 23. Morlet J., Arens G., Fourgeau E., Giard D. Wave propagation and sampling theory. P. I: Complex signal and scattering in multilayer media. *J. Geophys.*, 1982, no. 47, pp. 203–221.
 24. Morlet J., Arens G., Fourgeau E., Giard D. Wave propagation and sampling theory. P. II: Sampling theory and complex waves. *J. Geophys.*, 1982, no. 47, pp. 222–236.
 25. Ruelle D., Takens F. On the nature of turbulences. *Comm. Math. Phys.*, 1971, vol. 20, pp. 167–192.

Received: 6 Octobre 2016.

Information about the authors

Svetlana A. Mitskevich, Cand. Sc., associate professor, Yuri Gagarin Saratov State Technical University.

Irina V. Papkova, Cand. Sc., associate professor, Yuri Gagarin Saratov State Technical University.

Alena A. Zakharova, Dr. Sc., professor, head of the department, National Research Tomsk Polytechnic University.

Anton V. Krysko, Dr. Sc., professor, Yuri Gagarin Saratov State Technical University; programmer, National Research Tomsk Polytechnic University.