УДК 519.866

ЧИСЛЕННЫЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ ЭФФЕКТИВНОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ СИСТЕМЫ «ПРОИЗВОДИТЕЛЬ – НАЛОГОВЫЙ ЦЕНТР»

А.В. Медведев, П.Н. Победаш*

Кемеровский государственный университет, г. Кемерово
E-mail: alexm_62@mail.ru
*Сибирский государственный аэрокосмический университет, г. Красноярск
E-mail: pobed_pnp@mail.ru

На основе операционного исчисления и двухкритериальной динамической модели региона получена агрегированная модель, сохраняющая основные качественные свойства исходной, а также найдены условия существования решения для указанных моделей. На примере статистических данных Красноярского края с помощью пакета прикладных программ произведен численный параметрический анализ эффективности инвестиционного проекта, описываемого данными моделями. Это позволяет оценивать инвестиционную привлекательность проекта развития региональной экономической системы «производитель – налоговый центр» и разрабатывать компромиссные инвестиционные решения с учетом целей всех его участников.

Ключевые слова:
Инвестиционный проект, многокритериальная многошаговая задача линейного программирования, z-преобразование.
Key words:
Investment project, multistage linear optimal control problem, z-transformation.

При многокритериальной оценке эффективности инвестиционного проекта (ИП) различают стадию предварительного и более детального анализа. На 1-й из этих стадий лицу, принимающему решение (ЛПР), как правило, вполне достаточно классифицировать его как заведомо неприемлемый либо принять к дальнейшему рассмотрению на 2-й стадии. Такая первичная классификация ИП, требует значительно меньше времени и вычислительных ресурсов, позволяя повысить обоснованность принятия того или иного инвестиционного решения на этапе предварительной оценки эффективности проектов с учетом интересов нескольких экономических агентов. Поскольку оптимизационные модели функционирования современных мультиассортиментных производственных систем отличаются, как правило, большой размерностью и наличием значительного числа параметров (количеством видов и номенклатурой производимой продукции, технико-экономических характеристик используемых основных фондов и др.), то в большинстве случаев рассчитывать на получение аналитического решения не приходится. Поэтому оценка инвестиционной привлекательности проектов развития подобных экономических систем даже на стадии их предварительного анализа практически невозможна без использования соответствующих пакетов прикладных программ (ППП).

В данной статье реализуется численный подход к параметрическому анализу моделей экономической динамики с помощью ППП, который продемонстрирован на примере следующей задачи. Назовем ее моделью эффективного экономического развития системы «производитель – налоговый центр», или, в соответствии с [1], моделью *A*. Производитель обладает начальными свободными денежными средствами, планируя организовать производство *n* видов продукции, пользующейся спросом, купив активные основные производственные фонды (ОПФ) – станки, оборудование и т. п. *n* производственных подразделений. Необходимо определить оптимальные суммы, выделяемые на приобретение ОПФ, а также выручку от реализации продукции каждого вида в фиксированные моменты времени и объем инвестиций, при которых суммарные чистые дисконтированные денежные потоки производителя и налогового центра (НЦ) за период *T* действия инвестиционного проекта (ИП) максимальны, где оптимальность понимается в смысле Парето. Отметим, что в данной постановке не исключаются частные варианты задачи, когда спрос на все виды производимой продукции или максимальная фондоотдача всех типов ОПФ неизвестны, например, в силу инновационности проекта.

Основные предпосылки и математическая постановка сформулированной задачи инвестиционного анализа, описываемой многокритериальной многошаговой задачей линейного программирования (ММЗЛП), приведены в отмеченной ранее работе.

Согласно [2], решение ММЗЛП равносильно решению однокритериальной задачи с теми же ограничениями и условием

$$\overline{J}(\mu)=\sum_{\nu=1}^{N}\mu_\nu J_\nu \to \max, \qquad (1)$$

где вектор параметров

$$\mu\in \mathrm{M}=\left\{\begin{matrix}(\mu_1,\dots,\mu_N)\in E^N:\mu_\nu >\\ >0(\nu=1,\dots,N);\ \sum_{\nu=1}^{N}\mu_\nu=1\end{matrix}\right\};$$

J_ν – критерий с номером ν; N – количество критериев. Поскольку для модели *A* число критериев

N=2, то обозначая $\mu_1=\mu$; $\mu_2=1-\mu$ и полагая $T\to\infty$, T^2=1, где T^2 – момент начала производства, применим к однокритериальной задаче с ограничениями A и соотношением (1) (эквивалентной модели A в смысле Парето-оптимальности) z-преобразование. Учитывая свойство $z(x(t+1))=z(X(z)-x(0))$, получим однокритериальную статическую задачу линейного программирования (ЗЛП), теоретический анализ которой представлен в статье [3]:

$$zX_k(z)=X_k(z)+U_k(z)\ (k=1,...,n),$$

$$zX_{n+1}(z)=X_{n+1}(z)+\sum_{k=1}^{n}U_k(z),$$

$$zX_{n+2}(z)=-\theta X_{n+1}(z)+X_{n+2}(z)-\sum_{k=1}^{n}U_k(z)+$$

$$+\gamma\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)+U_{2n+1}(z)+U_{2n+2}(z);$$

$$X_{n+2}(z)\ge 0,\ -\alpha_2X_{n+1}(z)+(1-\beta)\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)\ge 0,$$

$$U_{n+k}(z)\le Q_k(z),\ U_{n+k}(z)\le\delta_k X_k(z)(k=1,...,n),$$

$$X_{n+3}(z)\le I_0/(z-1),\ U_{2n+2}(z)\le K_0;$$

$$U_k(z)\ge 0\ \ (k=1,...,2n+2);$$

$$\bar{J}(\mu,z)=$$

$$=\mu\bar{J}_1(z)+(1-\mu)\bar{J}_2(z)\to\max(\mu\in(0;1)).\qquad(2)$$

Содержательная трактовка уравнений, ограничений и критериев приведена в указанной статье, а также в работе [1]. Здесь

$$\bar{J}_1(z)=-\theta X_{n+1}(z)+\gamma\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)-$$

$$-[U_{2n+1}(z)+U_{2n+2}(z)],$$

$$\bar{J}_2(z)=\theta X_{n+1}(z)+\rho\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)$$

– соответственно суммарные денежные потоки производителя и НЦ на бесконечном интервале, $\mu_1=\mu$; $\mu_2=1-\mu$; $\theta=(1-\alpha_3)\alpha_2$, $\gamma=(1-\alpha_3)(1-\beta)$, $\rho=(1-\beta)\alpha_3+\beta\alpha_4$;

$\delta_k=P_kV_k/c_k$ и $Q_k(z)=\sum_{t=1}^{\infty}q_k(t+1)z^{-t}$ (k=1,...,n) – соответственно максимальная фондоотдача ОПФ и агрегированный спрос в стоимостной форме на продукцию k-го типа; α_i(i=1,...,3) – ставки налога на добавленную стоимость (НДС), налога на имущество и налога на прибыль соответственно; β – доля выручки от реализации, выделяемая на фонд оплаты труда; $q_k(t+1)$(t=1,...,T–1), V_k, T_k, c_k и P_k – соответственно прогнозный спрос в стоимостном выражении для момента t+1, производительность, срок службы, стоимость единицы ОПФ и стоимость единицы продукции k-го типа; I_0, K_0 – суммы внешних и внутренних инвестиций, выделяемых на весь срок действия ИП; $U_j(z)=\sum_{t=0}^{\infty}u_j(t)z^{-t}$;

$X_k(z)=\sum_{t=0}^{\infty}x_k(t)z^{-t}$ (j=1,...,2n+2; k=1,..., n+3); $U_j(z)$, $X_k(z)$ – z-изображения, которые содержательно трактуются аналогично соответствующим динамическим переменным исходной модели A с добавлением словосочетания «дисконтированная сумма» при z=1+r, где r – ставка дисконтирования; переменные управления $u_k(t)$, $u_{n+k}(t)$ (k=1,..., n), $u_{2n+1}(t)$, $u_{2n+2}(t)$ соответственно обозначают стоимость приобретаемых ОПФ k-ого вида, выручка от реализации по k-ому виду продукции, внешние и внутренние инвестиции, а фазовые переменные $x_k(t)$ (k=1,...,n), $x_{n+1}(t)$, $x_{n+2}(t)$, $x_{n+3}(t)$ – накопленную стоимость всех ОПФ k-ого вида, остаточную стоимость всех ОПФ, текущие денежные средства предприятия и накопленные суммы внешних инвестиций в момент t=0,...; n – количество видов продукции. Полагаем для простоты анализа, что α_1=0, т. к. НДС включается в цену продукции и фактически выплачивается потребителем.

Отметим, что в силу условия (1), однокритериальная статическая задача (2) равносильна двухкритериальной ЗЛП при тех же ограничениях и соотношениях $\bar{J}(z)=\{\bar{J}_1(z), \bar{J}_2(z)\}\to$max, которую, следуя [1], назовем агрегированной моделью эффективного экономического развития системы «производитель – налоговый центр» на бесконечном интервале, или моделью ZA.

Обозначим далее символом * оптимальные значения сверток критериев. Для модели A справедливы теоремы 1–3, доказанные в той же монографии, и учитываются при численном исследовании модели ZA.

Теорема 1. В задаче A существует решение на конечном интервале времени.

Теорема 2. Если выполняются условия: $\bar{q}_k<+\infty$(k=1,...,n); $T\to\infty$; r>0; T^2=1, где $\bar{q}_k$ – максимальный спрос за весь период производства по k-му виду продукции, то задача A разрешима. При этом значения сверток критериев $J_T^*(\mu)=\mu J_1^*+(1-\mu)J_2^*$ и $J^*(\mu)=\lim_{T\to\infty}J_T^*(\mu)$ на конечном и бесконечном интервалах в проекте, описываемом указанной задачей, неотрицательны: $J_T^*(\mu)\ge0$($T\in\{1,2,...\}$); $J_T^*(\mu)\ge0$($\mu\in[0,1]$).

Теорема 3. Свертка $J_T^*(\mu)$ в проекте, описываемом моделью A, есть неубывающая функция от параметров T, n, T^1, γ, δ, δ_k, $q_k(t+1)$($k\in\{1,...,n\}$); $t\in\{T^2+1,...,T-1\}$; I_0, K_0, где T^1 – момент окончания внешнего инвестирования, и невозрастающая от показателей T^2, θ и $r(T,n,T^1,T^2\in\{1,2,...\})$ при неизменных значениях остальных параметров и $\mu\in[0;1]$.

Из теоремы 2 следует, что ИП с отрицательной сверткой заведомо неоптимален. Кроме того, так как свертка критериев $J_T^*(\mu)$ в задаче А является невозрастающей функцией по параметру T^2, то из теоремы 3 следует справедливость теоремы 2 для произвольных значений этого параметра. Теоремы 1–3 подтверждены численно.

Исключая $X_k(z)$ (k=1,...,n+3) из равенств задачи (2), получим эквивалентную ей статическую ЗЛП:

$$-(\theta+z-1)\sum_{k=1}^{n}U_k(z)+\gamma(z-1)\times$$
$$\times\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)+(z-1)(U_{2n+1}(z)+U_{2n+2}(z))\geq 0,$$
$$-\alpha_2\sum_{k=1}^{n}U_k(z)/(z-1)+(1-\beta)\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)\geq 0,$$
$$U_{n+k}(z)\leq Q_k(z),$$
$$U_{n+k}(z)\leq\delta_k U_k(z)/(z-1)\ \ (k=1,...,n),$$
$$U_{2n+1}(z)\leq I_0,\ U_{2n+2}(z)\leq K_0,$$
$$U_k(z)\geq 0\ (k=1,...,2n+2),$$
$$\overline{\overline{J}}(\mu,z)=[1-2\mu]\theta\sum_{k=1}^{n}U_k(z)/(z-1)+$$
$$+[\mu\gamma+(1-\mu)\rho]\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)-$$
$$-\mu[U_{2n+1}(z)+U_{2n+2}(z)]\to\max(\mu\in(0;1)).\qquad(3)$$

В силу соотношения (1), однокритериальная ЗЛП (3) эквивалентна двухкритериальной с теми же ограничениями и условием

$$\overline{\overline{J}}(z)=\{\overline{\overline{J}}_1(z),\overline{\overline{J}}_2(z)\}\to\max,$$

где

$$\overline{\overline{J}}_1(z)=-\theta\sum_{k=1}^{n}U_k(z)/(z-1)+$$
$$+\gamma\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)-[U_{2n+1}(z)+U_{2n+2}(z)],$$
$$\overline{\overline{J}}_2(z)=\theta\sum_{k=1}^{n}U_k(z)/(z-1)+\rho\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z),$$
$$\overline{\overline{J}}(\mu,z)=\mu\overline{\overline{J}}_1(z)+(1-\mu)\overline{\overline{J}}_2(z).$$

Кроме того, по построению задач A и ZA и теореме 3 для сверток $J_T(\mu)$ и $\bar{J}(\mu)$ верно неравенство:

$$J_T(\mu)\leq J(\mu)\leq\overline{J}(\mu,z).\qquad(4)$$

Рассмотрим отмеченный выше численный подход к анализу задач экономической динамики на примере разработки региональной налоговой политики с использованием статистических данных Красноярского края [4] и пакета прикладных программ для решения ММЗЛП.

Пример

Исходные данные регионального ИП приведены в таблице.

На рис. 1 приведены графики, иллюстрирующие зависимость оптимального значения свертки $\bar{J}^*(\mu,z)$ критерив регионального ИП (обозначено NPV) от ставки налога на имущество α_2 при изменении значений параметра μ=0;0,1;0,3;0,5;0,7;0,9;1, управляющего перераспределением интересов участников проекта различных экономических агентов (μ=0 означает приоритет цели НЦ, μ=1 – производственного сектора региона). Значениям μ=0;0,1;0,3 соответствуют кривые 1–3, а μ=0,7;0,9;1 – линии 5–7; при μ =0,5 график представляет собой горизонтальную линию 4. Из рисунка видно, что графики указанной свертки при $\mu\in[0;0,5)$ монотонно возрастают от параметра α_2, при $\mu\in(0,5;1]$ – монотонно убывают, а для μ=0,5 не зависят от этого показателя. Если в двухкритериальной задаче ZA трактовать свертку критериев $\bar{J}(\mu,z)=\mu\bar{J}_1(z)+(1-\mu)\bar{J}_2(z)$ как среднюю чистую дисконтированную стоимость NPV общих собственных средств производителя и налогового центра (полученную от реализации ИП) с долями μ и $(1-\mu)$ соответственно, то результаты расчетов, представленные на рисунке, имеют следующее содержательное объяснение: при приоритете интересов НЦ ($\mu\in[0;0,5)$) увеличение ставки α_2 ведет к росту поступлений от налога на имущество, и, как следствие этого, к росту оптимального значения свертки, а значит, и стоимости его средств. Поэтому указанный экономический агент не заинтересован в ускоренной амортизации ОПФ. Напротив, при преимуществе цели производителя ($\mu\in(0,5;1]$) монотонное убывание свертки $\bar{J}^*(\mu,z)$ от этого же параметра ведет к снижению выплат НИ, что равносильно увеличению стоимости средств этого участника проекта, т. е. он заинтересован в ускоренной амортизации.

На рис. 2 представлены графики зависимости свертки $\bar{J}^*(\mu,z)$ критериев ИП от ставки налога на прибыль α_3 для значений параметра μ=0; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1,0. Значениям μ=0; 0,1; 0,3 соответствуют линии 1–3, а μ=0,7; 0,9; 1,0 – кривые 5–7; при μ=0,5 график является невозрастающей кривой 4. Как видно из приведенных графиков, для любых значений μ<0,5 зависимость оптимального значения свертки от параметра α_3 имеет максимум при α_3=0,9, который уменьшается с ростом μ (т. е. с усилением приоритета цели производителя). Формально это означает, что даже при *наилучшей* реализации проекта налоговому центру нецелесообразно устанавливать ставку НП более 90 %. Фактически эта ставка должна дополнительно выбираться из диапазона (0;0,9) с учетом интересов производителя. Отметим, что график при μ=0,5 является «пограничным», отделяя семейство кривых с экстремумом при μ<0,5 от монотонно убывающих линий, когда μ>0,5.

Таблица. *Исходные данные для анализа эффективности регионального ИП*

n	T	I_0	K_0	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	q_1	q_2	q_3	q_4	α_2	α_3	β
4	5	500	0	0,385	5,177	0,206	0,431	28046	438878	45833	24616	0,02	0,24	0,05

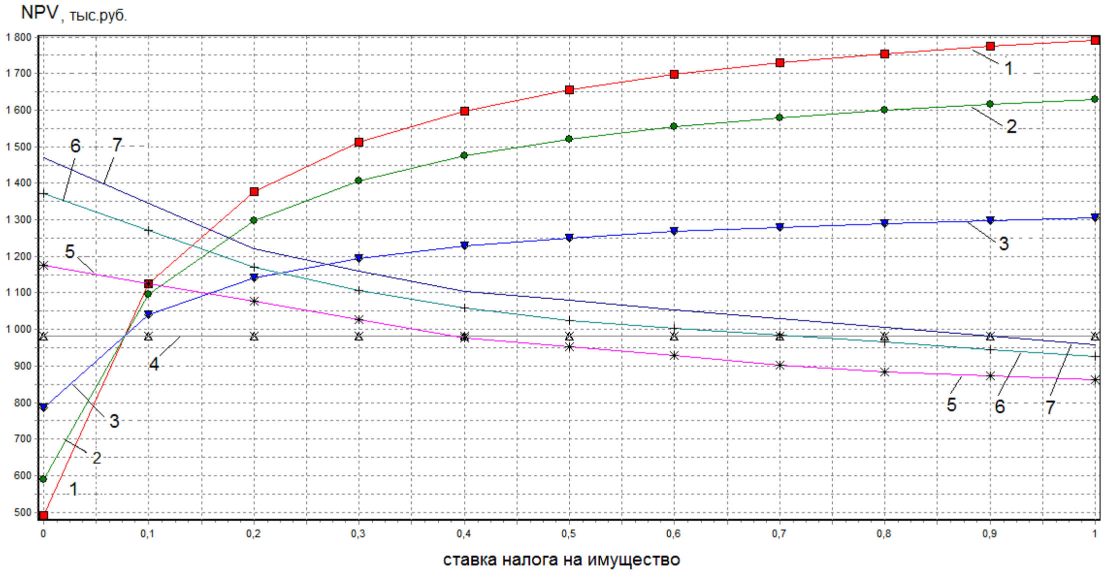

Рис. 1. *Графики зависимости оптимального значения свертки $\bar{J}^*(\mu, z)$ модели ZA от ставки α_2 налога на имущество для значений μ=0; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1,0 (соответственно линии 1–7)*

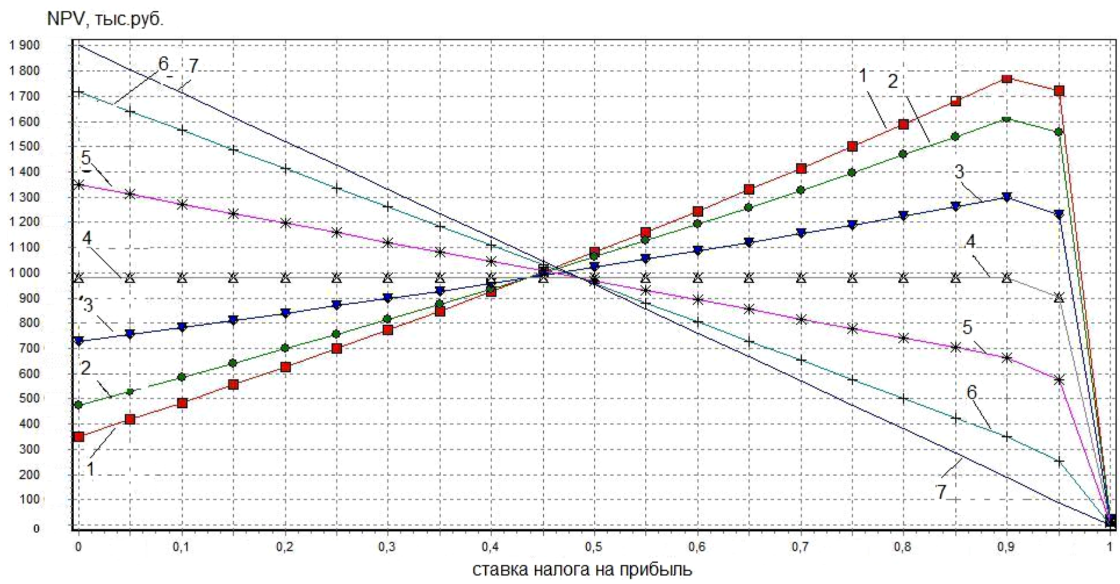

Рис. 2. *Графики зависимости оптимального значения свертки $\bar{J}^*(\mu, z)$ модели ZA от ставки α_3 налога на прибыль для значений μ=0; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1,0 (соответственно линии 1–7)*

Рис. 3 изображает зависимости оптимального значения свертки $\bar{J}^*(\mu,z)$ от суммы внешних инвестиций I_0 при μ=0; 0,05; 0,1; 0,11; 0,5; 0,7; 1,0 (линии 1–7 соответственно), численный анализ которых позволил выявить следующие эмпирические факты: 1) с ростом μ в диапазоне $[0;\mu_0]$, где $\mu_0\in(0;1)$ – некоторое особое значение (в этом примере $\mu_0\approx0{,}11$), максимальная величина свертки уменьшается (см. линии 1–3). Это объясняется тем, что с приближением μ к нулю растет приоритет цели НЦ, а значит, увеличивается налоговое бремя на производителя в данном проекте, т. е. растет его потребность во внешних инвестициях. 2) Начиная с μ_0 график из ломаной преобразуется в горизонтальную линию (график 4, рис. 3), т. е. эффективность функционирования системы не зависит от объема внешних инвестиций. Это обусловлено следующим: доля дохода производителя в ИП повышается настолько, что он не нуждается во внешнем финансировании. 3) Как следствие свойств 1 и 2, для всех $\mu\in(0;1)$ существует минимальное значение I_0 (равное, как видно из указанного рисунка, 10 млн р), начиная с которого эффективность ИП не меняется, что позволяет его участникам обосновывать объемы запросов внешних инвестиций.

Рис. 4 является скриншотом разработанного авторами пакета прикладных программ и представляет вид фронта Парето в зависимости от доли β выручки, выделяемой на формирование фонда оплаты труда, где β=0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7;

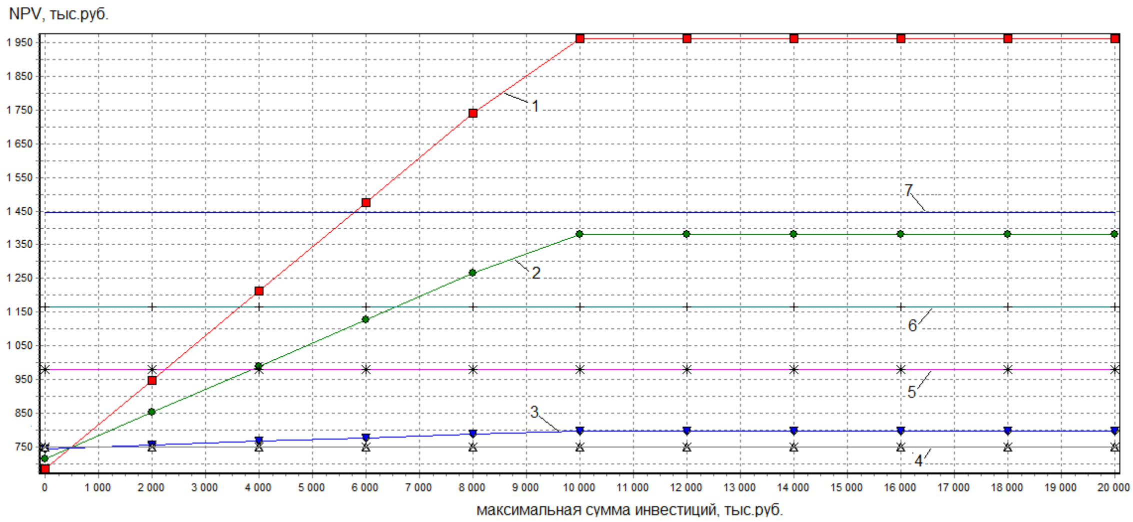

Рис. 3. *Графики зависимости оптимального значения свертки $\bar{J}^*(\mu,z)$ модели ZA от суммы внешних инвестиций I_0 для значений μ=0; 0,05; 0,1; 0,11; 0,5; 0,7; 1,0 (соответственно линии 1–7)*

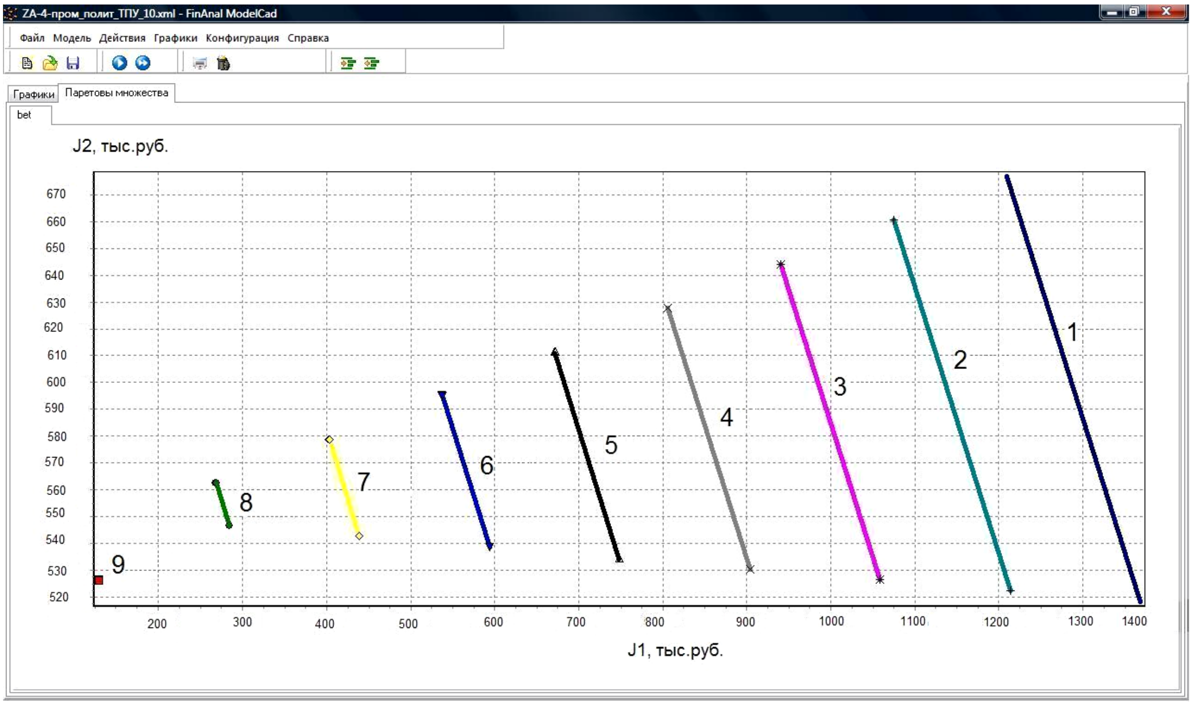

Рис. 4. *Зависимость Парето-множества в пространстве критериев модели ZA от доли β=0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9 выручки, отчисляемой на фонд оплаты труда (соответственно линии 1–9)*

0,8; 0,9 (линии 1–9 соответственно). По горизонтали отложены значения $\bar{J}_1(z)$, а по вертикали – $\bar{J}_2(z)$. Из рисунка явствует, что с ростом значения β протяженность фронта Парето уменьшается.

Содержательно это можно объяснить следующим образом: с ростом доли отчислений в фонд оплаты труда уменьшаются текущие денежные потоки производителя и, как следствие, убывают налоговые поступления в НЦ.

В силу условия (4), информация, получаемая на основе численного параметрического анализа модели *ZA* (рис. 1–4), позволяет ЛПР (инвестору, управляющим органам) оценивать эффективность реализации ИП в соответствии с задачей *A*, а значит, находить компромиссные инвестиционные стратегии регионального экономического развития с учетом интересов каждого из его участников, повышая обоснованность этих решений.

Выводы

На основе численного анализа модели эффективного экономического развития системы «производитель-налоговый центр» найдены качественные зависимости оптимального значения свертки критериев ее экономических агентов в зависимости от ставок налога на имущество и прибыль и суммы внешних инвестиций, а также вид фронта ее Парето-множества в критериальном пространстве при варьировании доли отчислений из выручки на формирование фонда оплаты труда и дана содержательная трактовка полученных результатов. Выявленные эмпирические зависимости позволяют лицу, принимающему решения, оценивать эффективность проекта развития указанной системы с учетом целей его экономических агентов – производителя и налогового центра и разрабатывать компромиссные инвестиционные решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (НИР 2.1.1/2710).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Медведев А.В. Применение *z*-преобразования к исследованию многокритериальных линейных моделей регионального экономического развития. – Красноярск: Изд-во СибГАУ им. акад. М.Ф. Решетнева, 2008. – 228 с.
2. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
3. Победаш П.Н. Анализ модели эффективного экономического развития системы «производитель – налоговый центр» на бесконечном интервале на основе принципа нетривиальности решения // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 315. – № 5. – С. 169–174.
4. Территориальный орган федеральной службы государственной статистики по Красноярскому краю (Красноярскстат): Социально-экономическое положение Красноярского края в 2006 году (Доклад, № 1–1). – Красноярск, 2007. – 163 с.

Поступила 8.11.2010 г.

УДК 004.94

ИНТРАОПЕРАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ МИОКАРДА ПРЕДСЕРДИЙ

С.Ю. Андреев, Р.Е. Баталов, С.В. Попов, В.А. Кочегуров*, Ф.А. Вадутова*

НИИ кардиологии СО РАМН, г. Томск
*Томский политехнический институт
E-mail: am@am.tpu.ru

Рассмотрены вопросы моделирования возбуждения предсердий в клинических условиях, основные предъявляемые к модели требования и существующие способы моделирования динамики возбуждения сократительного миокарда. За основу модели взята теория клеточных автоматов. Расчет производится на прямоугольной сетке. Для каждой пары элементов клеточного автомата рассчитывалось значение задержки передачи возбуждения. Такой подход позволил адаптировать модель к индивидуальным особенностям объекта исследования.

Ключевые слова:
Сердечные аритмии, моделирование миокарда предсердий, клеточные автоматы.
Key words:
Cardiac arrhythmias, atrial myocardium modeling, cellular automata.

Введение

Интенсивное развитие методов диагностики и лечения аритмий привело к тому, что в начале 90-х гг. прошлого века стали развиваться методы эндокардиального картирования полостей сердца и оценки распространения возбуждения по миокарду. Необходимо отметить, что в некоторых ситуациях одной интраоперационной оценки распространения возбуждения недостаточно. В связи с этим широкое распространение стали получать методы моделирования распространения возбуждения по миокарду, в том числе и после проведения аблации.

При проведении оперативного вмешательства врачу необходимо точно знать, какого результата он должен достигнуть. Для решения поставленных перед ним задач он опирается на данные, полученные в ходе проведения предварительного электрофизиологического исследования, собственные знания и опыт. Врач принимает решение по выбору метода и тактики дальнейшего, проводимого им лечения. На его решение прежде всего влияет вид аритмии, требующий коррекции. Безусловно, графическое представление хода распространения импульса по миокарду позволяет более точно понять механизм аритмии и возможные изменения после проведения вмешательства.

Сегодня существуют работы по созданию моделей динамики возбуждения, как сердца в целом, так и отдельных его отделов, но они ориентирова-