УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ СОСТАВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ДЛЯ НЕФТЕПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ И ХИМИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ

Салтыкова Ольга Александровна[1,2],
olga_a_saltykova@mail.ru

Захарова Алена Александровна[2],
zaa@tpu.ru

Вецель Сергей Сергеевич[1],
sergikvec@mail.ru

Крысько Вадим Анатольевич[1],
tak@san.ru

[1] Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина,
Россия, 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77.

[2] Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.

Цель работы: *создание математической модели и изучение нелинейной динамики и контактного взаимодействия сложной механической балочно-оболочечной структуры, находящейся под действием внешней нагрузки. К основным свойствам конструкций, составными частями которых являются рассматриваемые балочно-оболочечные структуры, можно отнести: высокую износостойкость, устойчивость к различным типам внешних воздействий. Исследование может способствовать улучшению указанных свойств.*
Актуальность. *Ввиду широкого спектра применения балочно-оболочечных конструкций в современной нефтеперерабатывающей и химической промышленности, актуальными являются вопросы изучения их нелинейной динамики и контактного взаимодействия. Примером применения таких структур могут служить теплообменники типа «труба в трубе» и колонны насосно-компрессорных труб. Моделирование и исследование динамики балочно-оболочечных конструкций дает представление о влиянии внешних и внутренних факторов на работу изучаемых объектов. Это позволяет прогнозировать и управлять работой описанных конструкций. В работе рассматривается конструкция из двух вложенных друг в друга замкнутых цилиндрических оболочек, подкрепленных балкой с внешней стороны. Между балкой и оболочками есть зазоры. На балку действует распределенная по поверхности знакопеременная нагрузка. Задача решается в трехмерной постановке с учетом больших деформаций.*
Методы. *В качестве исходных уравнений для балки и оболочек взяты уравнения с учетом геометрической нелинейности и больших деформаций по В.В. Новожилову в трехмерной постановке. Контактное давление определяется по методу Б.Я. Кантора. Уравнения в частных производных для балки и оболочки сводятся к задаче Коши методом конечных элементов по пространственным переменным. Задача Коши решается методом явного интегрирования (методом Эйлера). Решается задача в консервативной постановке. Анализ осуществляется методами нелинейной динамики и качественной теории дифференциальных уравнений: строятся сигналы, фазовые портреты, сечения Пуанкаре, фурье-спектры, применяются вейвлет-преобразования и анализ знаков показателей Ляпунова. Изучается синхронизация колебаний элементов структуры.*
Результаты исследования и выводы. *Проведено исследование частотных характеристик элементов структуры на базе вейвлет анализа и спектров мощности Фурье. Приводится визуализация нелинейных колебаний элементов изучаемой структуры. Для описанной структуры впервые обнаружено явление хаотической фазовой синхронизации. Сделан вывод о предпочтении использования вейвлет анализа для исследования подобных систем, так как он позволяет выявить частотные характеристики элементов системы в каждый момент времени.*

Ключевые слова*:*
Хаотическая динамика, метод конечных элементов, цилиндрические оболочки, вложенные одна в другую, балка, контактное взаимодействие.

Введение

В нефтегеологической науке, механике, химии XXI в. преобладают идеи современной нелинейной динамики с ее концепциями хаоса и самоорганизации. Технологическое оборудование современного нефтеперерабатывающего и химического производства представляет собой комплекс аппаратов, машин и вспомогательных устройств, составными частями которых являются замкнутые цилиндрические оболочки и балки, подвергающиеся различным динамическим нагрузкам. Так, например, замкнутые цилиндрические оболочки, вложенные друг в друга, являются основными составными элементами теплообменников типа «труба в трубе» [1], а цилиндры, подкрепленные ребрами, широко используются в колоннах насосно-компрессорных труб, используемых при скважинной нефтедобыче [2]. При разработке и проектировании описанных конструкций ответственного назначения необходимо изучать и учитывать влияние на их динамику не только факторов внешнего воздействия, но и контактное взаимодействие элементов. В связи с чем актуальным является вопрос изучения нелинейной динамики и контактного взаимодействия замкнутых цилиндрических оболочек, подкрепленных балкой.

Новые явления и подходы к изучению нелинейной динамики балок, пластин и оболочек можно отметить в работах [3–8]. НДС и устойчивость нелинейно-упругих цилиндрических оболочек, находящихся под действием различных нагрузок, изучается в работах [9–13]. Отдельным предметом современных исследований является вопрос о контактном взаимодействии балок, пластин и оболочек. Теоретические основы контактных задач заложены в работе [14]. Работа [15] посвящена экспериментальному контактному взаимодействию пластин и оболочек. Нужно отметить и большое количество работ по многослойным механическим системам [16, 17], а также работы по синхронизации хаотических систем [18]. При решении задач нелинейной динамики механических структур встает вопрос выбора метода решения. Одним из самых распространенных является метод конечных элементов, который реализован в программном комплексе ANSYS [19].

В результате анализа российской и зарубежной литературы можно сделать вывод, что проблема нелинейной динамики и контактного взаимодействия описанных выше сложных балочно-оболочечных структур до настоящего времени остается не исследованной. В работе [20] впервые изучается контактное взаимодействие и нелинейная динамика замкнутой цилиндрической оболочки, подкрепленной балкой с внешней стороны. Данная работа является продолжением [20], где мы увеличили количество элементов структуры. Настоящая работа позволит ответить на некоторые вопросы, связанные с нелинейной динамикой сложных механических систем в виде двухслойных замкнутых цилиндрических оболочек, подкрепленных балкой с внешней стороны.

Контактное взаимодействие двух вложенных одна в другую замкнутых цилиндрических оболочек, подкрепленных балкой с внешней стороны

При решении этой задачи исходными дифференциальными уравнениями приняты уравнения В.В. Новожилова [21] для двумерной деформации бесконечно длинной полосы. Эти формулы получены из уравнения для пластины в предположении, что перемещение v=0. По мнению В.В. Новожилова, это предположение фактически формулирует задачу об изгибе балки:

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{xy} = 0, \varepsilon_{xx} = \hat{\varepsilon}_{xx} + z\chi_{xx} + z^2\gamma_{xx},$$

где

$$\hat{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{w}}{\partial x}\right)^2\right],$$

$$\chi_{xx} = \left(1 + \frac{\partial \hat{u}}{\partial x}\right)\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial x}\frac{\partial \chi}{\partial x},$$

$$\gamma_{xx} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \chi}{\partial x}\right)^2\right],\ \theta = -\frac{\partial \hat{w}}{\partial x},\ \chi = \frac{\partial \hat{u}}{\partial x}. \quad (1)$$

Здесь $\hat{u}$, $\hat{w}$ есть перемещение срединной линии балки. Материал балки считается упругим и подчиняется закону Гука.

Исходные уравнения для оболочек, которые учитывают квадраты первых производных от перемещения срединной поверхности оболочки $\hat{u}$, $\hat{v}$, $\hat{w}$, так же как и для балки, получаем из теории В.В. Новожилова. Ввиду громоздкости уравнений равновесия и уравнений совместности деформации в данной работе они не приводятся. Но отметим, что компоненты деформации взяты в следующем виде:

$$\varepsilon_{xx_i} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_i}\right)^2\right];$$

$$\varepsilon_{xy_i} = \frac{\partial u_i}{\partial y_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i}\frac{\partial u_i}{\partial y_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_i}\frac{\partial v_i}{\partial y_i} + \frac{\partial w_i}{\partial x_i}\frac{\partial w_i}{\partial y_i}.$$

ε_{yy_i}, ε_{zz_i}, ε_{xz_i}, ε_{yz_i} могут быть получены аналогичным образом, с помощью круговой подстановки индексов.

Граничные условия:

а) для балки:

$$\text{при } x = 0,\ y \in \left[-\frac{b}{2}; \frac{b}{2}\right],$$
$$z \in [-h; h]: u(x, y, z) = 0,$$
$$v(x, y, z) = 0,\ w(x, y, z) = 0;$$
$$\text{при } x = L,\ y \in \left[-\frac{b}{2}; \frac{b}{2}\right],$$
$$z \in [-h; h]: u(x, y, z) = 0,$$
$$w(x, y, z) = 0.$$

б) для оболочек:

$$\text{при } x_i = 0,\ y \in [0 \pm R_i; 0 \pm (R_i + h_i)],$$
$$z \in [-h_i; h_i]: u_i(x, y, z) = 0,$$
$$v_i(x, y, z) = 0,\ w_i(x, y, z) = 0;$$
$$\text{при } x_i = L,\ y \in [0 \pm R_i; 0 \pm (R_i + h_i)],$$
$$z \in [-h_i; h_i]: u_i(x, y, z) = 0,$$
$$w_i(x, y, z) = 0,\ i = 1, 2. \quad (2)$$

Начальные условия:

$$u_i(0, x, y, z) = v_i(0, x, y, z) = w_i(0, x, y, z) = 0,$$
$$\dot{u}_i(0, x, y, z) = \dot{v}_i(0, x, y, z) = \dot{w}_i(0, x, y, z) = 0,$$
$$i = 1, 2. \quad (3)$$

К внешней поверхности балки приложена распределенная знакопеременная нагрузка вида

$$q_2(x, t) = q_0 \sin(\omega_p t), \quad (4)$$

где ω_p – частота вынуждающих колебаний.

Методы решения

Уравнения в частных производных для балки и оболочек сводятся к задаче Коши методом конечных элементов (по пространственным переменным). Конечно-элементная модель каждой оболочки содержит около 25 тысяч узлов, а для балки – 16 тысяч элементов. По толщине и ширине балка разбита тремя конечными элементами, а по длине – 50-ю. Количество элементов по толщине и длине объектов выбиралось на основе принципа Рунге.

В работе использован трехмерный объемный 8-узловой конечный элемент с равномерным распределением напряжений по объему. Расчет выполнен с использованием типа подавления искажений формы элементов с точным интегрированием по объему по форме Фланаган–Белычко. Материал оболочек и балки сталь 12Х18Н10Т со следующими физико-механическими свойствами [22]: E=20 900 кгс/мм^2 – модуль Юнга; μ=0,3 – коэффициент Пуассона; ρ=8·10^{-10} кгс с^2/мм^3 – плотность.

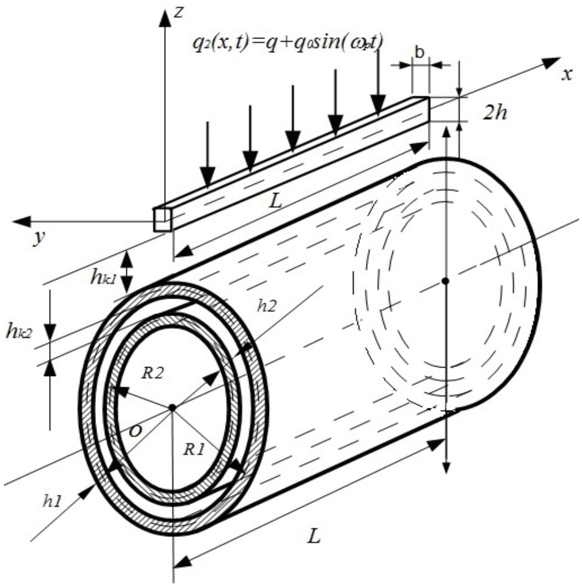


Рисунок. *Расчетная схема изучаемой структуры*

Figure. *Design pattern of the studied structure*

Длина оболочек и балки (рис. 1) L=200 мм, радиусы оболочек R_1=100 мм, R_1=98 мм, толщина оболочек h_1=h_2=2 мм. Расстояние между элементами структуры h_{k_1}=h_{k_2}=2 мм. Толщина балки 2h=10 мм.

Граничные условия несимметричны, при x=0 балка и оболочки жестко закреплены, а при x=L – шарнирно оперты (3).

Задача Коши решается методом явного интегрирования (методом Эйлера). Данная система консервативна.

Анализ численных результатов осуществляется методами нелинейной динамики и качественной теории дифференциальных уравнений. Для каждого элемента структуры строятся сигналы, фазовые портреты, сечения Пуанкаре, автокорреляционные функции, фурье-спектры, применяются вейвлет-преобразования Морле (2D и 3D), определяется знак старшего показателя Ляпунова, используется метод определения фазовой синхронизации с помощью вейвлет-анализа. Вейвлет-преобразования позволяют исследовать изменение частотных характеристик сигнала в каждый момент времени, а не интегрально (как фурье-анализ), что очень важно при изучении хаотической динамики механических систем. Вейвлет-анализ является математическим «микроскопом», позволяющим выявлять частотные характеристики исследуемой структуры.

Проведен сравнительный анализ различных видов материнских вейвлетов [23] и сделан вывод о предпочтении вейвлета Морле при изучении нелинейной динамики описываемой структуры.

Анализ результатов

При анализе нелинейной динамики и контактного взаимодействия двух цилиндрических оболочек, подкрепленных балкой с внешней стороны, амплитуда вынуждающих колебаний знакопеременной нагрузки, действующей на балку, составляла q_2=6,9,12,15 кгс/мм^2. Частота вынуждающих колебаний, ω_p=142 Гц, близка к частоте собственных колебаний балки. Исследование проводилось на основе анализа сигналов, фурье-спектров, 2D- и 3D-вейвлет-спектров, позволяющих получать представление о частотных характеристиках системы в каждый момент времени, фазовых пространств каждого элемента системы (балка, внешняя и внутренняя оболочки). Также построены трехмерные изображения прогибов элементов системы по оси y в разные моменты времени совместно и отдельно при каждой из рассматриваемых амплитуд вынуждающих колебаний. Обратим внимание на обязательное выполнение условия непроникновения элементов системы. Несоблюдение этого условия приводит к значительным погрешностям вычислений.

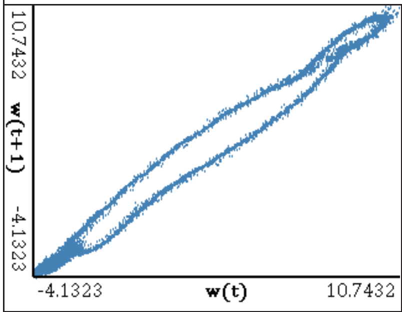
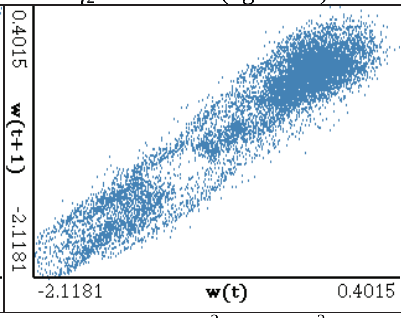
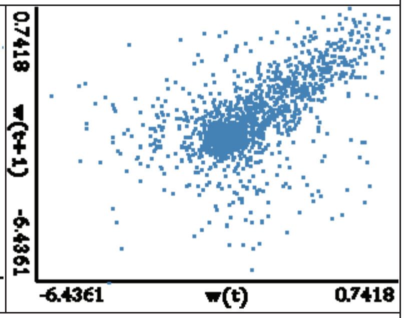
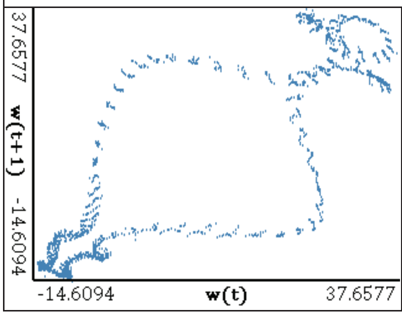
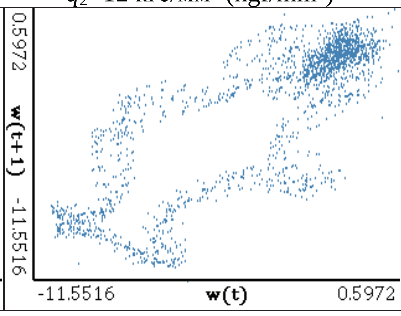
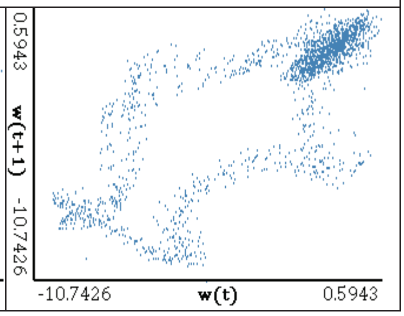
Переход колебаний структуры в хаос происходит сразу после касания элементов структуры. Увеличение амплитуды приводит к более тесному взаимодействию элементов структуры. При касании эти элементы «прилипают» друг к другу. В результате колебания элементов системы синхронизируются с увеличением нагрузки.

Проведем анализ различных динамических характеристик элементов изучаемой структуры. В табл. 1 приведем графики сечения Пуанкаре для каждого элемента при амплитудах внешних вынуждающих колебаний q_2=6 кгс/мм^2 и q_2=12 кгс/мм^2.

Как можно видеть, в обоих случаях сечение Пуанкаре для балки имеет отчетливый контур, а для оболочек рассеивается. Сечения Пуанкаре для оболочек идентичны, что свидетельствует о синхронизации колебательного процесса оболочек. Причем с возрастанием нагрузки синхронизация колебательного процесса увеличивается.

При проведении исследования используется метод изучения фазовой хаотической синхронизации механических динамических систем на базе вейвлет-анализа. Для описания и анализа фазовой хаотической синхронизации вводится фаза хаотического сигнала. Фазовая хаотическая синхрони-

Таблица 1. *Сечение Пуанкаре для каждого элемента структуры*
Table 1. *Poincar' sections for each element of the structure*

Балка/Beam	Внешняя оболочка/Outer shell	Внутренняя оболочка/Inner shell
	q_2=6 кгс/мм^2 (kgf/mm^2)	
		
	q_2=12 кгс/мм^2 (kgf/mm^2)	
		

зация означает, что происходит захват фаз хаотических сигналов, в то время как амплитуды этих сигналов остаются не связанными друг с другом и выглядят хаотическими. Захват фаз влечет за собой совпадение частот сигналов. Частота хаотического сигнала определяется как средняя скорость изменения фазы. В случае применения вейвлетных преобразований вейвлетная поверхность $W(s,t_0)=\vee W(s,t_0)\vee\exp[j\phi_s(t_0)]$ характеризует поведение системы на каждом временном масштабе s в любой момент времени t_0. Величина $\vee W(s,t_0)\vee$ характеризует наличие и интенсивность соответствующего временного масштаба s в момент времени t_0. Вводится интегральное распределение энергии вейвлетного спектра по временным масштабам $E(s)=\vee W(s,t_0)\vee^2 dt_0$. Фаза определяется как $\phi_s(t_0)=\arg W(s,t)$ для каждого временного масштаба s, то есть возможно характеризовать поведение каждого временного масштаба s с помощью ассоциированной с ним фазы $\phi_s(t)$. Фазовая синхронизация ведет к появлению захвата фаз на синхронизированных временных масштабах $s\ \vee\phi_{s_1}(t)-\phi_{s_2}(t)\vee<\text{const}$

Приведем 2D-вейвлет-спектры фазовой синхронизации элементов балочно-оболочечной структуры при q_2=6 кгс/мм^2 для следующих пар элементов: балка – внешняя оболочка; балка – внутренняя оболочка; внешняя оболочка и внутренняя оболочка (табл. 2).

По оси ординат отложено значение разности фаз двух элементов, а по оси абсцисс – время. Чем темнее цвет, тем больше синхронизация колебаний элементов структуры. Так как колебания элементов структуры хаотические с момента касания, то можно говорить о явлении хаотической фазовой синхронизации. Наилучшая синхронизация характерна для оболочек, что можно объяснить отсутствием нагрузки, прикладываемой непосредственно к оболочкам, и одинаковой толщиной и длиной оболочек.

Приведем 2D-вейвлет-спектры Морле и спектры мощности Фурье для каждого элемента изучаемой балочно-оболочечной структуры при q_2=6 кгс/мм^2 (табл. 3).

Сравнение вейвлет- и фурье-спектров позволяет говорить о некоторых неточностях последнего. Вейвлет-спектры отражают большее количество частот, их включение и выключение на всем временном интервале. Так, на фурье-спектре для оболочек, кроме частоты вынуждающих колебаний ω_p=142 Гц, присутствуют две частоты: ω_1=15,64 Гц, ω_2=125,12 Гц. Причем частоты связаны линейной зависимостью $\omega_p-\omega_1=\omega_2$. Независимая частота есть и на спектрах мощности балки. Увеличение нагрузки приводит к исчезновению частот ω_1 и ω_2 на спектре мощности внутренней оболочки. 2D-вейвлеты отражают большее количество частот. На них четко выражена перемежаемость частот. При q_2=9 кгс/мм^2 на 2D-вейвлете внешней оболочки при $t\in(0,0.2)$ с частота вынуждающих колебаний присутствует, затем исчезает, но при $t\in(0.3,0.8)$ с появляется снова. При q_2=12 кгс/мм^2 эта же частота включается-выключается с небольшим сдвигом по времени.

Таблица 2. *2D-вейвлет-спектры фазовой синхронизации элементов структуры*

Table 2. *2D wavelet spectra of phase-synchronization of the structure elements*

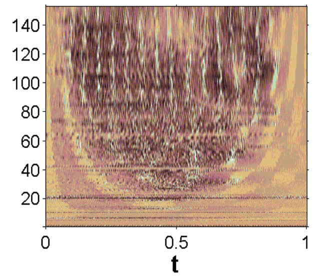
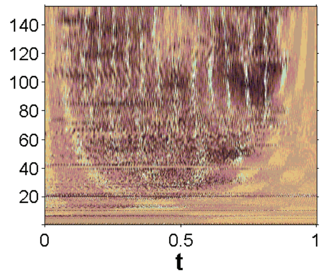
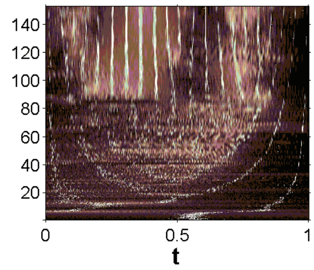
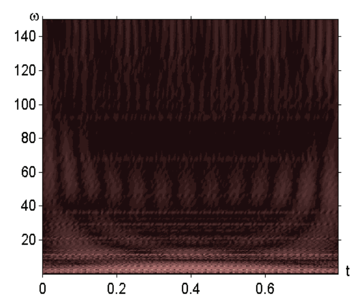
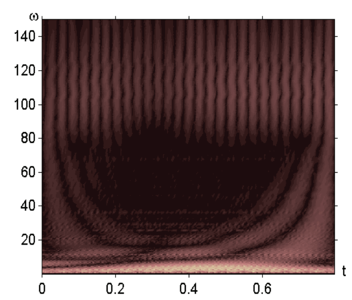
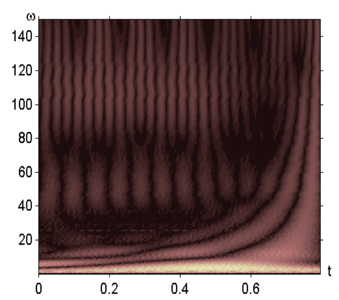
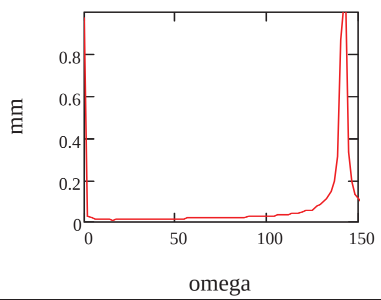
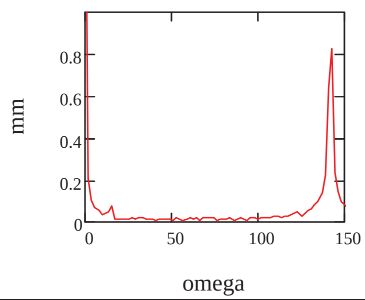
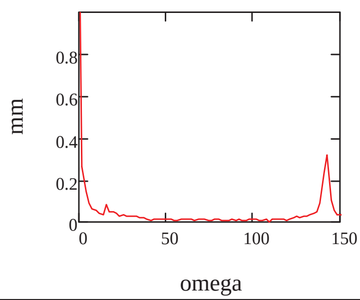
Балка – внешняя оболочка Beam – outer shell	Балка – внутренняя оболочка Beam – inner shell	Внешняя оболочка – внутренняя оболочка Outer shell – inner shell
		

Таблица 3. *2D-вейвлет-спектры и фурье-спектры*

Table 3. *2D wavelet spectra and FFT*

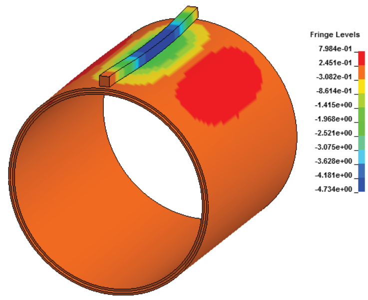
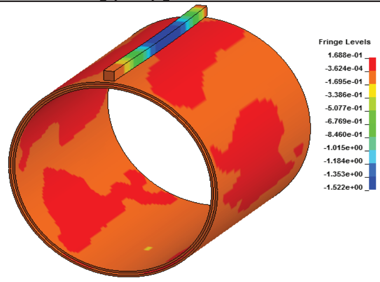
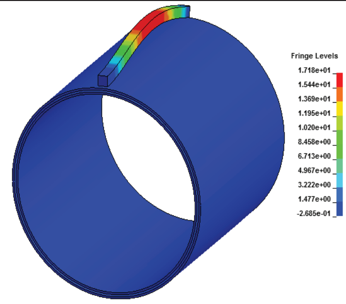
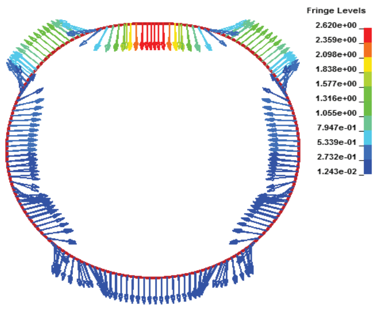
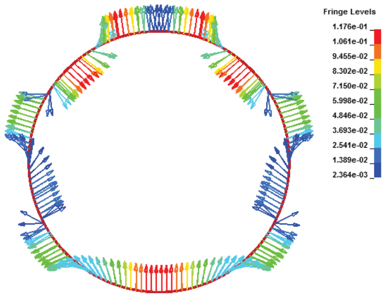
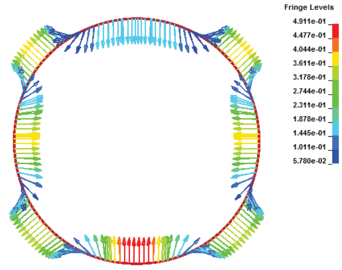
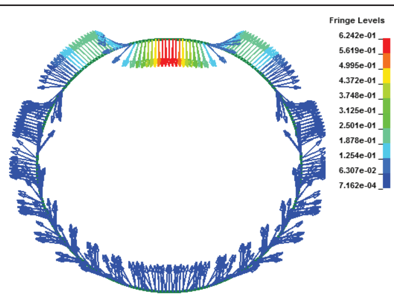
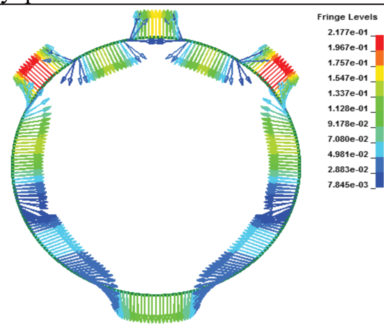
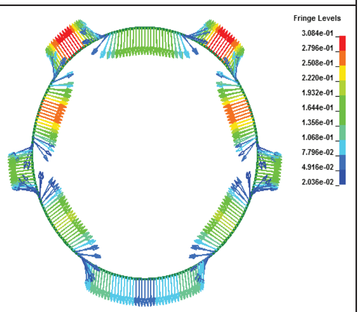
Балка/Beam	Внешняя оболочка/Outer shell	Внутренняя оболочка/Inner shell
2D вейвлет спектр/2D wavelet spectra		
		
Спектр мощности Фурье/FFT		
		

При q_2=6 кгс/мм^2 частота вынуждающих колебаний балки присутствует на всем временном интервале.

В табл. 4 приведены трехмерные изображения перемещений элементов структуры по оси y в разные моменты времени (t_1=4,9·10^{-4} с, t_2=3,5·10^{-3} с, t_3=4,5·10^{-3} с) совместно и отдельно при q_2=6 кгс/мм^2. Поперечные срезы цилиндров с указанием направления их деформации и шкалы величин перемещений также даны в таблице. Цветовая градация векторов – от синего (минимальные прогибы) к красному (наибольшие прогибы).

Трехмерные изображения прогибов приводятся в одни те же моменты времени для разных нагрузок. При t_1=4,9·10^{-4} с показан момент касания всех элементов структуры. Наибольшие прогибы приходятся на место сопрокосновения балки и оболочки. С ростом амплитуды вынуждающих колебаний в момент времени t_1=4,9·10^{-4} с распространение прогибов по поверхности внутренней оболочки наибольшее при q_2=15 кгс/мм^2. При q_2=6 кгс/мм^2 прогибы внутренней и внешней оболочек идентичны. В следующие моменты времени подобного эффекта не наблюдается. Прогибы оболочек распро-

Таблица 4. *Трехмерные изображения перемещений по оси y элементов структуры*
Table 4. *Three-dimensional images of structure elements displacement along the y axis*

q_2=6 кгс/мм^2 (kgf/mm^2)		
t_1=4,9·10^{-4} с (s)	t_2=3,5·10^{-3} с (s)	t_3=4,5·10^{-3} с (s)
Вся структура/Structure		
		
Внешняя оболочка/Outer shell		
		
Внутренняя оболочка/Inner shell		
		

страняются по всей поверхности и не симметричны относительно центра, что объясняется разными краевыми условиями. В третий момент времени (t_3=4,5·10^{-3} с) прогибы балки максимальны и она отрывается от поверхности внешней оболочки. Внешняя и внутренняя оболочки продолжают взаимодействовать.

Увеличение амплитуды вынуждающих колебаний приводит к более тесному взаимодействию элементов структуры и значительному росту прогибов оболочек и балки. Оболочки вдавливаются балкой, и их колебания в моменты соприкосновения синхронны. В моменты времени, когда балка не касается внешней оболочки, в случае q_2=12 кгс/мм^2, их колебания также остаются синхронными. При меньшей амплитуде (q_2=6 кгс/мм^2) подобного эффекта еще не наблюдается. То есть, как уже было отмечено выше, колебания элементов системы синхронизируются с увеличением нагрузки. Отметим, что наибольшие прогибы оболочек приходятся на место их сопрокосновения. При q_2=6 кгс/мм^2 на срезе внешней оболочки наблюдается пять выпуклостей, а на внутренней – четыре. При q_2=12 кгс/мм^2, наоборот, на срезе внешней оболочки четыре выпуклости, а на срезе внутренней – пять. То есть происходит перестройка колебательного процесса изучаемой системы, а также явление прохлопывания оболочек.

Анализ совпадений количества полуволн оболочек в зависимости от амплитуды вынуждающей нагрузки позволяет говорить об увеличении процента совпадений с увеличением амплитуды. При

q_2=6 кгс/мм^2 совпадений количества полуволн в одни и те же моменты времени нет, при q_2=9 кгс/мм^2 – 16 % совпадений, при q_2=12 кгс/мм^2 – 33 %, при q_2=15 кгс/мм^2 – 48 %.

Заключение

В представленной работе впервые изучены и проанализированы нелинейная динамика и контактное взаимодействие сложной механической системы, состоящей из балки и двух оболочек, вложенных одна в другую, при воздействии на балку внешней знакопеременной нагрузки различной интенсивности.

Полученные результаты численного эксперимента, качественный анализ полученных сигналов и трехмерной визуализации позволяют иметь четкое и наглядное представление о динамике системы.

Сделан вывод о предпочтении использования вейвлет-анализа для исследования подобных систем, так как он позволяет выявить частотные характеристики каждого элемента структуры в любой момент времени. Исследованы частотные характеристики структуры.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 16-11-10138.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Банных О.П. Оборудование для нефтехимических производств. Ч. I. – СПб: Университет ИТМО, 2014. – 40 с.
2. Скважинные насосные установки для добычи нефти / В.Н. Ивановский, В.И. Дарищев, А.А. Сабиров, В.С. Каштанов, С.С. Пекин. – М.: ГУП Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2002. – 824 с.
3. Deterministic Chaos in One-Dimensional Continuous Systems / J. Awrejcewicz, V.A. Krysko, I.V. Papkova, A.V. Krysko. – Singapore: World Scientific series on Nonlinear Science, 2016. – 515 p.
4. Yan Q., Ding H., Chen L. Nonlinear dynamics of axially moving viscoelastic Timoshenko beam under parametric and external excitations // Applied Mathematics and Mechanics. – 2015. – V. 36. – № 8. – P. 971–984.
5. Savi M.A. Nonlinear dynamics and chaos in shape memory alloy systems // International Journal of Non-Linear Mechanics. – 2015. – V. 70. – P. 2–19.
6. Investigations of chaotic dynamics of multi-layer beams taking into account rotational inertial effects / A.V. Krysko, J. Awrejcewicz, O.A. Saltykova, M.V. Zhigalov, V.A. Krysko // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2014. – V. 19 (8). – P. 2568–2589.
7. Синичкина А.О., Крылова Е.Ю., Мицкевич С.А., Крысько В.А. Динамика гибких балок при действии ударных нагрузок с учетом белого шума // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т. 78 (3). – С. 280–288.
8. Zhang L. et al. Free vibration of curved thin-walled rectangular beams // Proc. of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings. – 2015. – V. 168. – № 12. – P. 943–957.
9. Антоненко Э.В., Шульга Т.Э. Модели подкрепленного стыка двух тонкостенных цилиндров разной толщины // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2014. – Т. 16. – № 4-2. – С. 303–307.
10. Tarlakovskii D.V., Fedotenkov G.V. Nonstationary 3D Motion of an Elastic Spherical Shell // Mech. Solids. – 2015. – V. 50 (2). – P. 208–217.
11. Христич Д.В. Математическая модель изгиба нелинейно упругих цилиндрических тел // Вестник ТулГу. Серия: Дифференциальные уравнения и прикладные задачи. – 2008. – № 1. – С. 101–105.
12. Попов О.Н., Моисеенко М.О., Трепутнева Т.А. Влияние симметричных общих начальных прогибов на напряженно-деформированное состояние и устойчивость пологих цилиндрических оболочек // Строительная механика и расчет сооружений. – 2010. – № 4. – С. 34–39.
13. Sadeghzadeh H., Ehyaei M.A., Rosen M.A. Techno-economic optimization of a shell and tube heat exchanger by genetic and particle swarm algorithms // Energy Conversion and Management. – 2015. – V. 93. – P. 84–91.
14. Кантор Б.Я. Контактные задачи нелинейной теории оболочек вращения. – Киев: Наук. думка, 1990. – 135 с.
15. Антуфьев Б.А., Смиян А.Б. Экспериментальное исследование деформации пластин, дискретно соединенных с цилиндрической оболочкой // Известия вузов. Авиационная техника. – № 4. – 2012. – С. 8–10.
16. Морозов Н.Ф., Товстик П.Е. Изгиб двухслойной балки с нежестким контактом между слоями // Прикладная математика и механика. – 2011. – Т. 75. – № 1. – С. 112–121.
17. Андрюшин В.А., Недбай А.Я. Вынужденные колебания слоистой цилиндрической оболочки, соединенной точечными упругими связями со слоистой балкой // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2003. – Т. 9. – № 1. – С. 33–41.
18. Nian F., Liu W. Hybrid synchronization of heterogeneous chaotic systems on dynamic network // Chaos, Solitons & Fractals. – October 2016. – V. 91. – P. 554–561.
19. Mahendran G., Chandrasekaran K., Malhotra S.K. Damage Detection in Laminated Composite Beams, Plates and Shells using Dynamic Analysis // Applied Mechanics & Materials. – 2015. – V. 787. – P. 901–906.
20. Nonlinear dynamics and contact interaction of the structures composed of beam–beam and beam – closed cylindrical shell members / A.V. Krysko, J. Awrejcewicz, O.A. Saltykova, S.S. Vetsel, V.A. Krysko // Chaos, Solitons & Fractals. – October 2016. – V. 91. – P. 622–638.
21. Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. – Л.; М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. – 213 с.
22. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. В 3-х т. Т. 1. – М.: Машиностроение, 2001. – 920 с.
23. О выборе типа вейвлета при изучении нелинейных колебаний балок с учетом поперечных сдвигов / В.А. Крысько, М.В. Жигалов, В.В. Солдатов, М.Н. Подтуркин // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2009. – № 3 (40). – Вып. 1. – С. 14–22.

Поступила 22.09.2016 г.

Информация об авторах

Салтыкова О.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и моделирования Саратовского государственного технического университета имени Ю.А. Гагарина; инженер кафедры инженерной графики и промышленного дизайна Института кибернетики Национального исследовательского Томского политехнического университета.

Захарова А.А., доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой инженерной графики и промышленного дизайна Института кибернетики Национального исследовательского Томского политехнического университета.

Вецель С.С., аспирант кафедры математики и моделирования Саратовского государственного технического университета имени Ю.А. Гагарина.

Крысько В.А., доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой математики и моделирования Саратовского государственного технического университета имени Ю.А. Гагарина.

UDC 539.3

INVESTIGATION OF NONLINEAR DYNAMICS OF STRUCTURE COMPONENTS FOR OIL REFINING AND CHEMICAL INDUSTRIES

Olga A. Saltykova[1,2],
olga_a_saltykova@mail.ru

Alena A. Zakharova[2],
zaa@tpu.ru

Sergey S. Vetsel[1],
sergikvec@mail.ru

Vadim A. Krysko[1],
tak@san.ru

[1] Yuri Gagarin State Technical University of Saratov,
77, Politehnicheskaya street, Saratov, 410054, Russia.

[2] National Research Tomsk Polytechnic University,
30, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia.

The aim *of the work is to study the nonlinear dynamics and complex mechanical contact interaction of beam–shell structures. The construction is under the action of the external load. The main properties of the structures, which components are the beam–shell structure, include: high wear resistance, resistance to various types of external influences. The study may help to improve these properties.*
The relevance. *In view of the wide range of applications of the beam–shell structures in modern oil-refining and chemical industries the issues of nonlinear dynamics and complex contact interaction of beam–shell structures are relevant. The «pipe in pipe» type heat exchangers and tubing column can serve as the example of using such structures. Simulation and study of the dynamics of the beam–shell structures gives an idea about the impact of external and internal factors on operation of the objects under study. This allows predicting and controlling the operation of the described structures. The paper considers the construction of two nested closed cylindrical shells reinforced by a beam from the outside. There are gaps between the beam and the shell. The beam is subjected to the action of the transversal harmonic load. The problem is solved in three-dimensional statement, taking into account large deformation.*
The methods used in this study. *The equations considering geometrically nonlinear structure and large deformation by V.V. Novozhilov in three-dimensional statement were taken as the initial equations for beam and shells. The contact pressure is determined by B.Ya. Kantor method. Partial differential equations for beams and shells are reduced to the Cauchy problem by the finite element method in the spatial variables. The Cauchy problem is solved by the explicit integration (Euler's method). The conservative structure was considered. The analysis was carried out by the methods of nonlinear dynamics and qualitative theory of differential equations: the authors have formed the signals, phase portraits, Poincare section, Fourier spectra, applied wavelet transform and analysis of signs of the Lyapunov exponents.*
The results and conclusions. *The authors studied the frequency characteristics of the structural elements based on wavelet analysis and Fourier power spectra. The paper introduces the visualization of nonlinear vibrations of the structure elements. For the first time the chaotic phase synchronization phenomenon was defined for the described structure. The authors concluded on the preference of using wavelet analysis to study such systems. This method reveals the frequency characteristic of the system elements at each time.*

Key words:
Chaotic dynamics, finite element method, cylindrical shells nested one inside the other, beam, contact interaction.

The research was supported by the RSF grant no. 16–11–10138.

REFERENCES

1. Bannykh O.P. *Oborudovanie dlya neftekhimicheskikh proizvodstv* [Equipment for petrochemical plants]. P. I. St-Petersburg, ITMO University Press, 2014. 40 p.
2. Ivanovskiy V.N., Darishev V.I., Sabirov A.A., Kashtanov V.S., Pekin S.S. *Skvazhynnye nasosnye ustanovki dlya dobychi gaza* [Downhole pumping units for oil extraction]. Moscow, Neft i gaz Publ., 2002. 824 p.
3. Awrejcewicz J., Krysko V. A., Papkova I.V., Krysko A.V. *Deterministic Chaos in One-Dimentional Continuous Systems*. Singapore, World Scientific series on Nonlinear Science, 2016. 515 p.
4. Yan Q., Ding H., Chen L. Nonlinear dynamics of axially moving viscoelastic Timoshenko beam under parametric and external excitations. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, vol. 36, no. 8, pp. 971–984.
5. Savi M.A. Nonlinear dynamics and chaos in shape memory alloy systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2015, no. 70, pp. 2–19.
6. Krysko A.V., Awrejcewicz J., Saltykova O.A., Zhigalov M.V., Krysko V.A. Investigations of chaotic dynamics of multi-layer beams using taking into account rotational inertial effects. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2014, vol. 19, no. 8, pp. 2568–2589.
7. Sinichkina A.O., Krylova E.Yu., Mickevich S.A., Krysko V.A. Dinamika gibkikh balok pri deystvii udarnykh nagruzok s uchetom belogo shuma [Dynamics of flexible beams under shock loads in

view of white noise]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*, 2016, vol. 78, no. 3, pp. 280–288.
8. Zhang L. Free vibration of curved thin-walled rectangular beams. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, 2015, vol. 168, no. 12, pp. 943–957.
9. Antonenko E.V., Shulga T.E. Modeli podkreplennogo styka dvukh tonkostennykh tsilindrov raznoy tolshchiny [Models of supported joint of two thin-walled cylinders with different thicknesses]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk*, 2014, vol. 16, no. 4, pp. 303–307.
10. Tarlakovskii D.V., Fedotenkov G.V. Nonstationary 3D Motion of an Elastic Spherical Shell. *Mech. Solid*, 2015, vol. 50, no. 2, pp. 208–217.
11. Hristich D.V. Matematicheskaya model izgiba nelineino uprugih tsilindricheskih tel [Mathematical model of nonlinear elastic bending of cylindrical bodies]. *Vestnik TulGu. Seriya: Differintsialnye uravneniya i prikladnye zadachi*, 2008, no. 1, pp. 101–105.
12. Popov O.N., Moiseenko M.O., Treputneva T.A. Vliyanie simmetrichnykh obshchikh nachalnykh progibov na napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie i ustoychivost pologikh tsilindricheskikh obolochek [Effect of balanced general initial deflection on stress-strain state and stability of shallow cylindrical shells]. *Stroitelnaya mekhanika i raschet sooruzheniy*, 2010, no. 4, pp. 34–39.
13. Sadeghzadeh H., Ehyaei M.A., Rosen M.A. Techno-economic optimization of a shell and tube heat exchanger by genetic and particle swarm algorithms. *Energy Conversion and Management*, 2015, vol. 93, pp. 84–91.
14. Kantor B.Ya. *Kontaktnye zadachi nelineynoy teorii obolochek vrashcheniya* [Contact problems of the nonlinear theory of revolution shells]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1990. 135 p.
15. Antufiev B.A., Smiyan A.B. Experimental study of deformation of plates discretely connected to the cylindrical shell. *Russian Aeronautics*, 2012, no. 4, pp. 8–10. In Rus.
16. Morozov N.F., Tovstik P.E. Bend of a two-layer beam with a rigid contact between layers. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2011, vol. 75, no. 1, pp. 112–121. In Rus.
17. Andryushin V.A., Nedbai A.Ya. Vynuzhedennye kolebaniya sloistoy tsilindricheskoy obolochki, soedinennoy tochechnymi uprugimi svyazyami so sloistoy balkoy [Forced oscillations of a layered cylindrical shell connected by point-elastic bonds with a layered beam]. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 2003, vol. 9, no. 1, pp. 33–41.
18. Nian F., Liu W. Hybrid synchronization of heterogeneous chaotic systems on dynamic network. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2016, vol. 91, pp. 554–561.
19. Mahendran G., Chandrasekaran K., Malhotra S.K. Damage Detection in Laminated Composite Beams, Plates and Shells using Dynamic Analysis. *Applied Mechanics & Materials*, 2015, vol. 787, pp. 350–361.
20. Krysko A.V., Awrejcewicz J., Saltykova O.A., Vetsel S.S., Krysko V.A. Nonlinear dynamics and contact interaction of the structures composed of beam-beam and beam-closed cylindrical shell members. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2016, vol. 91, pp. 622–638.
21. Novozhilov V.V. Osnovy nelineynoy teorii uprugosti [Fundamentals of nonlinear elasticity]. Leningrad, Moscow, Gosudarstvennoe izdatelstvo tehniko-teoreticheskoy literatury, 1948. 213 p.
22. Anuriev V.I. *Spravochnik konstruktora-mashinistriotelya* [Manual for machinist-designer]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2001. Vol. 1. 920 p.
23. Krysko V.A., Zhigalov M.V., Soldatov V.V., Podturkin M.N. O vybore tipa veivleta pri izuchenii nelineinykh kolebaniy balok s uchetom poperechnykh sdvigov [On the choice of the type of wavelet in the study of nonlinear oscillations of beams considering transverse shear]. *Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta*, 2009, vol. 40, no. 3, pp. 14–22.

Received: 22 September 2016.

Information about the authors

Olga A. Saltykova, Cand. Sc., associate professor, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov; National Research Tomsk Polytechnic University.

Alena A. Zakharova, Dr. Sc., professor, head of the departement, National Research Tomsk Polytechnic University.

Sergey S. Vetsel, postgraduate student, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov.

Vadim A. Krysko, Dr. Sc., professor, head of the departement, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov.