чины отмеченного на аэрологической станции г. Поронайска роста в течение 5 лет среднемесячных (июньских) параметров экспоненциальной модели тропосферы.

Представленные результаты дают количественную оценку погрешности при использовании для расчета координат цели усредненных за большой период параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черный Ф.Б. Распространение радиоволн. – М.: Советское радио, 1962. – 480 с.
2. Радиоэлектронные системы. Справочник / под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: ЗАО «МАКВИС», 1998. – 828 с.
3. Справочник по радиолокации / под ред. М. Сколника. Т. 1. – М.: Советское радио, 1976. – 456 с.
4. Бин Б.Р., Даттон Е.Дж. Радиометеорология. – Л.: Гидрометеоиздат, 1971. – 362 с.

Поступила 14.07.2010 г.

УДК 535.2:621.373.826

ФОРМИРОВАНИЕ БЕССЕЛЕВА ПУЧКА ПРИ КОНИЧЕСКОЙ ФОКУСИРОВКЕ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

И.П. Лукин, Х.Т. Эйюбоглу*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, г. Томск
*Чанкайский университет, г. Анкара, Турция
E-mail: lukin_ip@iao.ru

Изучены особенности фокусировки гауссова оптического пучка с произвольной кривизной параболического волнового фронта конической линзой (аксиконом) в случайно-неоднородной среде. Анализ задачи основывается на решении уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического пучка. Рассчитано распределение средней интенсивности оптического пучка в продольном и поперечном сечениях к направлению распространения оптического излучения. Оценено влияние случайно-неоднородной среды на изменение радиуса центральной части оптического пучка в области фокального отрезка за аксиконом. Получен критерий устойчивости пространственной структуры сформированного таким образом псевдобесселева пучка к влиянию случайных неоднородностей среды.

Ключевые слова:
Бесселев пучок, оптическое излучение, коническая линза, аксикон, атмосферная турбулентность.
Key words:
Bessel beam, optical radiation, conical lens, axicon, atmospheric turbulence.

Введение

Описанный в 50-х гг. прошлого столетия оптический элемент, называемый аксиконом [1, 2], в последние годы находит всё более широкое применение в электронных оптических системах [3–8], в том числе и тех, которые работают в случайно-неоднородных средах, например, турбулентной атмосфере. Возможные применения аксикона (конуса из оптически прозрачного материала) основаны на том, что этот оптический элемент с осевой симметрией изображает точечный источник в виде множества точек, располагающихся вдоль оптической оси. Когда оптическая волна проходит через аксикон, она видоизменяется – её волновой фронт дополнительно искривляется, приобретая коническую составляющую.

При распространении в среде оптической волны с коническим волновым фронтом образуется узкий протяжённый максимум интенсивности оптического излучения вдоль оптической оси, в котором распределение интенсивности оптической волны оказывается пропорциональным квадрату функции Бесселя. В связи с этим полученную в результате этого преобразования оптическую волну называют бесселевым пучком [9, 10] (фактически речь идёт о формировании псевдобесселева пучка, т. к. бесселевым он является лишь в ограниченной пространственной области). Поскольку при распространении в случайно-неоднородной среде когерентность оптического излучения снижается, то ухудшаются и характеристики результирующей интерференционной картины, т. е. может происходить изменение структуры сформированного таким образом бесселева пучка.

В данной работе на основе решения уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка анализируются возможности формирования бесселевых оптических пучков в случайно-неоднородной среде при помощи аксиконной фокусировки. Получено условие, при выполнении которого сформированный подобным образом в турбулентной атмосфере бесселев пучок сохраняет свои характерные топологические черты.

Основные соотношения

Рассмотрим фокусировку гауссовского пучка конической линзой (аксиконом). Если допустимо считать, что поперечный линейный размер аксикона существенно больше начального радиуса гауссовского пучка, то начальное распределение оптического поля можно записать следующим образом [3]:

$$E_0(\boldsymbol{\rho}) = E_0 \exp\left[-\frac{\rho^2}{2a_0^2} - \frac{ik}{2R_0}\rho^2 - ik\sin(\gamma)\rho\right], \quad (1)$$

где E_0 – амплитуда оптической волны в центре излучающей апертуры; a_0 – начальный радиус гауссовского пучка; R_0 – радиус кривизны параболического волнового фронта в центре излучающей апертуры; $k=2\pi/\lambda$ – волновое число оптического излучения; λ – длина волны оптического излучения в вакууме; $k\sin(\gamma)$ – поперечная составляющая волнового вектора, определяемая отклонением лучей аксиконом в радиальном направлении; $\sin(\gamma)\cong(n_a-1)\alpha$; γ – угол наклона лучей к оси симметрии аксикона; n_a – показатель преломления среды конической линзы; α – угол наклона прямолинейной образующей конической линзы; $\boldsymbol{\rho}=\{y,z\}$ – вектор, поперечной к направлению распространения оптического излучения пространственной координаты; $\rho=\sqrt{y^2+z^2}$ – модуль этой координаты.

Будем рассматривать фокусировку гауссовского пучка конической линзой (аксиконом) в крупномасштабной, по сравнению с длиной волны оптического излучения, случайно-неоднородной среде. В этом случае интегральное выражение для функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического пучка в точках наблюдения $\{x,\boldsymbol{\rho}_1\}$ и $\{x,\boldsymbol{\rho}_2\}$ можно записать следующим образом [11]:

$$\Gamma_2(x,\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2) = \Gamma_2(x,\boldsymbol{R},\boldsymbol{\rho}) = \left\langle U(x,\boldsymbol{\rho}_1)U^*(x,\boldsymbol{\rho}_2)\right\rangle =$$
$$= \left\langle U(x,\boldsymbol{R}+\boldsymbol{\rho}/2)U^*(x,\boldsymbol{R}-\boldsymbol{\rho}/2)\right\rangle =$$
$$= \frac{k^2}{4\pi^2x^2}\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}_1'\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}_2\Gamma_2^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1',\boldsymbol{\rho}_2')\times$$
$$\times\exp\left\{\begin{aligned}&\frac{ik}{x}\boldsymbol{R}[\boldsymbol{\rho}-(\boldsymbol{\rho}_1'-\boldsymbol{\rho}_2')] - \frac{ik}{2x}\boldsymbol{c}(\boldsymbol{\rho}_1'+\boldsymbol{\rho}_2') +\\ &+\frac{ik}{2x}(\rho_1'^2-\rho_2'^2) -\\ &-\frac{\pi k^2 x}{4}\int_0^1 d\xi H[\xi\boldsymbol{\rho}+(1-\xi)(\boldsymbol{\rho}_1'-\boldsymbol{\rho}_2')]\end{aligned}\right\}, \quad (2)$$

где

$$\Gamma_2^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1',\boldsymbol{\rho}_2') = E_0(\boldsymbol{\rho}_1')E_0^*(\boldsymbol{\rho}_2');$$

$$H(\boldsymbol{\eta}) = 2\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\kappa}\Phi_\varepsilon(\boldsymbol{\kappa})[1-\cos(\boldsymbol{\kappa\eta})];$$

$\Phi_\varepsilon(\boldsymbol{\kappa})$ – спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости случайно-неоднородной среды распространения оптического излучения; x – расстояние от плоскости источника до плоскости наблюдения; $\boldsymbol{R}=(\boldsymbol{\rho}_1+\boldsymbol{\rho}_2)/2$; $\boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2$. Чтобы получить удобное для дальнейшего анализа решение уравнения (2) с начальным условием (1), влияние случайных неоднородностей среды учтём в приближении квадратичной аппроксимации функции $H(\boldsymbol{\eta})$:

$$\frac{\pi k^2 x}{4}\int_0^1 d\xi H[\xi\boldsymbol{\rho}+(1-\xi)(\boldsymbol{\rho}_1'-\boldsymbol{\rho}_2')] \approx$$
$$\approx \frac{1}{3}\rho_0^{-2}[\rho^2+\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\rho}_1'-\boldsymbol{\rho}_2')+(\boldsymbol{\rho}_1'-\boldsymbol{\rho}_2')^2], \quad (3)$$

где ρ_0 – радиус когерентности плоской оптической волны, распространяющейся в случайно-неоднородной среде [11]. В частности, на однородной трассе для турбулентной атмосферы с колмогоровским спектром случайных неоднородностей радиус когерентности плоской волны равен [11]: $\rho_0=(0{,}3643C_\varepsilon^2k^2x)^{-3/5}$ где C_ε^2 – структурный параметр флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы.

Интегральное выражение (2) для функции взаимной когерентности второго порядка сфокусированного аксиконом гауссова оптического пучка (1) в области фокального отрезка может быть упрощено. Для этого от векторных переменных в выражении (2) $\boldsymbol{\rho}_1'$ и $\boldsymbol{\rho}_2'$ перейдём к соответствующим им полярным координатам $\{\rho_1',\varphi\}$ и $\{\rho_2',\psi\}$ и полярным координатам векторов полусуммы и разности точек наблюдения: $\boldsymbol{R}=\{R,\varphi_R\}$ и $\boldsymbol{\rho}=\{\rho,\varphi_\rho\}$. Для вычисления однократных интегралов по ρ_1' и ρ_2' можно воспользоваться методом стационарной фазы [12]. С учётом всего этого, искомое асимптотическое приближение (главный его член) интегрального выражения (2) с начальным распределением (1), при использовании соотношения (3), примет следующий вид

$$\Gamma_2(x,\boldsymbol{R},\boldsymbol{\rho}) \cong I_0\exp\left[-\left(1+\frac{2}{3}\frac{a_0^2}{\rho_0^2}\right)\frac{\sin^2(\gamma)x^2}{a_0^2\left(1-\dfrac{x}{R_0}\right)^2}\right]\times$$
$$\times\exp\left[\frac{ik}{x}\boldsymbol{R\rho}-\frac{1}{3}\frac{\rho^2}{\rho_0^2}\right]I_{\phi\psi}(x,\boldsymbol{R},\boldsymbol{\rho}), \quad (4)$$

где $I_0 = 2\pi E_0^2 kx\dfrac{\sin^2(\gamma)}{\left|1-x/R_0\right|^3}$ – максимальное значение интенсивности сфокусированного пучка на его оптической оси;

$$I_{\phi\psi}(x,\boldsymbol{R},\boldsymbol{\rho})=$$

$$\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}d\phi\exp\left[\begin{array}{l}-i\dfrac{k\sin(\gamma)R}{\left|1-\dfrac{x}{R_0}\right|}\cos(\phi_R-\phi)-\\ -i\dfrac{k\sin(\gamma)\rho}{2\left|1-\dfrac{x}{R_0}\right|}\cos(\phi_\rho-\phi)-\\ -\dfrac{1}{3}\dfrac{\sin(\gamma)x\rho}{\rho_0^2\left|1-\dfrac{x}{R_0}\right|}\cos(\phi_\rho-\phi)\end{array}\right]\times$$

$$\times\int_0^{2\pi}d\psi\exp\left[\begin{array}{l}i\dfrac{k\sin(\gamma)R}{\left|1-\dfrac{x}{R_0}\right|}\cos(\phi_R-\varphi)-\\ -i\dfrac{k\sin(\gamma)\rho}{2\left|1-\dfrac{x}{R_0}\right|}\cos(\phi_\rho-\varphi)+\\ +\dfrac{1}{3}\dfrac{\sin(\gamma)x\rho}{\rho_0^2\left|1-\dfrac{x}{R_0}\right|}\cos(\phi_\rho-\varphi)+\\ +\dfrac{2}{3}\dfrac{\sin^2(\gamma)x^2}{\rho_0^2\left(1-\dfrac{x}{R_0}\right)^2}\cos(\phi-\psi)\end{array}\right].$$

Однородная среда

При фокусировке гауссова оптического пучка аксиконом в однородной среде ($H(\boldsymbol{\eta})\equiv 0$) главный член асимптотического разложения для функции взаимной когерентности второго порядка имеет вид [3]:

$$\Gamma_2(x,\boldsymbol{R},\boldsymbol{\rho})\cong I_0\exp\left[-\frac{\sin^2(\gamma)x^2}{a_0^2\left(1-\dfrac{x}{R_0}\right)^2}+\frac{ik}{x}\boldsymbol{R\rho}\right]\times$$

$$\times J_0\left(\frac{k\sin(\gamma)\left|\boldsymbol{R}+\dfrac{\boldsymbol{\rho}}{2}\right|}{\left(1-\dfrac{x}{R_0}\right)}\right)J_0\left(\frac{k\sin(\gamma)\left|\boldsymbol{R}-\dfrac{\boldsymbol{\rho}}{2}\right|}{\left(1-\dfrac{x}{R_0}\right)}\right),\qquad(5)$$

где $J_0(x)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка аргумента x. Полученное из (5) радиальное распределение интенсивности $I(x,\boldsymbol{R})\equiv\Gamma_2(x,\boldsymbol{R},0)$ в области фокального отрезка, при фокусировке гауссова пучка аксиконом, вблизи оси симметрии аксикона определяется квадратом функцией Бесселя первого рода нулевого порядка $J_0^2(k\sin(\gamma)/(1-x/R_0)R)$. Интенсивность пучка на оптической оси аксикона в области фокального отрезка, полученная из (5) при R=0 и ρ=0, быстро убывает с увеличением x. Оказывается, что фактически сфокусированное оптическое излучение оказывается в продольном и поперечном направлениях локализованным в ограниченном объёме. Радиус каустики оптического пучка R_c, определяемый по первому нулю функции Бесселя первого рода нулевого порядка (см. (5)), равен

$$R_c\cong\frac{2,4048}{k\sin(\gamma)}\left|1-\frac{x}{R_0}\right|.\qquad(6)$$

В соответствии с (6), радиус каустики постоянен (для исходного коллимированного $R_0\to\infty$ гауссовского пучка) вдоль всего фокального отрезка x_c (величина фокального отрезка оценивается по спаданию интенсивности оптического пучка до уровня e^{-1})

$$x_c\cong\frac{a_0}{\sin(\gamma)}\left|1-\frac{x}{R_0}\right|.\qquad(7)$$

Это позволяет в пределах фокального отрезка аксикона назвать полученную таким образом волну «бездифракционным пучком» [3, 9, 10]. Следовательно, в однородной среде при фокусировке гауссова пучка аксиконом в области фокального отрезка (от 0 до x_c) формируется бездифракционный псевдобесселев пучок.

Отметим, что при использовании конического аксикона [1–3] формирующийся псевдобесселев пучок будет бездифракционным, но не будет обладать свойством инвариантности даже в случае исходного коллимированного ($R_0\to\infty$) гауссовского пучка (5) (т. к. интенсивность пучка в области фокального отрезка линейно возрастает с ростом дистанции распространения $I(x,\boldsymbol{R})\sim x$).

Случайно-неоднородная среда

В том случае, когда гауссов пучок фокусируется аксиконом в случайно-неоднородной среде ($H(\boldsymbol{\eta})\neq 0$), главный член асимптотического разложения выражения (4) для пространственного распределения средней интенсивности оптического пучка ($\langle I(x,0)\rangle\equiv\Gamma_2(x,0,0)$) на оптической оси аксикона (R=0) будет равен:

$$\langle I(x,0)\rangle\cong I_0\exp\left[-\left(1+\frac{2}{3}\frac{a_0^2}{\rho_0^2}\right)\frac{\sin^2(\gamma)x^2}{a_0^2\left(1-\dfrac{x}{R_0}\right)^2}\right]\times$$

$$\times I_0\left(\frac{2}{3}\frac{\sin^2(\gamma)x^2}{\rho_0^2\left(1-\dfrac{x}{R_0}\right)^2}\right),\qquad(8)$$

где $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка аргумента x. На рис. 1 приведены графики рассчитанной численно по формуле (8) нормированной средней интенсивности оптического пучка на его оптической оси в области фокального отрезка $\langle I(x,0)\rangle/I_0$ в зависимости от удаления плоскости наблюдения от плоскости источника x при различных соотношениях начального радиуса гауссова пучка и радиуса когерентности плоской оптической волны, распространяющейся в случайно-неоднородной среде, a_0/ρ_0. Из соотношений (8) и (5) следует, что в случайно-неоднородной среде условие $\langle I(x,0)\rangle/I(x,0)\cong e^{-1}$ выполняется, когда величина фокального отрезка равна

$$x_{cr} \cong 0,6673\frac{\rho_0}{\sin(\gamma)}\left|1-\frac{x}{R_0}\right|. \qquad (9)$$

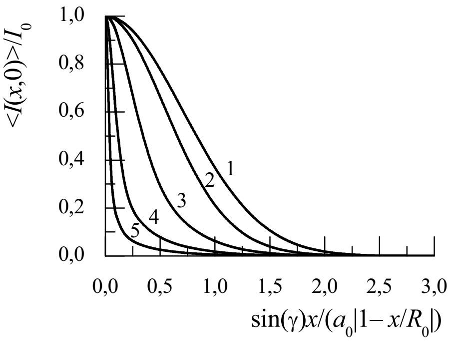

Рис. 1. *Средняя интенсивность излучения на оптической оси псевдобесселева пучка $\langle I(x,0)\rangle/I_0$ в области фокального отрезка аксикона при различных уровнях флуктуаций в случайно-неоднородной среде: 1) $a_0/\rho_0=0$; 2) 1; 3) 3; 4) 10; 5) 30*

Сравнение (7) и (9) показывает, что случайные неоднородности среды, в том случае когда $\rho_0<a_0$, приводят к уменьшению протяжённости области аксиконной фокусировки: $x_{cr}<x_c$. Однако даже при достаточно высоких уровнях флуктуаций в случайно-неоднородной среде распространения оптического излучения, пока верно соотношение

$$\rho_0 \geq \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\sin(\gamma)}{\left|1-\dfrac{x}{R_0}\right|}x, \qquad (10)$$

протяжённость псевдобесселева пучка, сформированного путём аксиконной фокусировки, остаётся сравнимой с тем, что имеет место в однородной среде (см. рис. 1).

На рис. 2 представлена рассчитанная численно на основе формулы (4) нормированная средняя интенсивность сфокусированного аксиконом оптического пучка $\langle I(x,\mathbf{R})\rangle/\langle I(x,0)\rangle$ в зависимости от расстояния от оптической оси аксикона R при нескольких уровнях флуктуаций в случайно-неоднородной среде (ρ_0). Ясно видно, что поперечное распределение средней интенсивности оптического пучка в области фокального отрезка при низких уровнях флуктуаций в турбулентной среде ($\rho_0\to\infty$) хорошо воспроизводит поведение бесселева пучка, в то время как при высоких уровнях флуктуаций ($\rho_0\to 0$) – средняя интенсивность монотонно спадает по мере удаления от оптической оси аксикона.

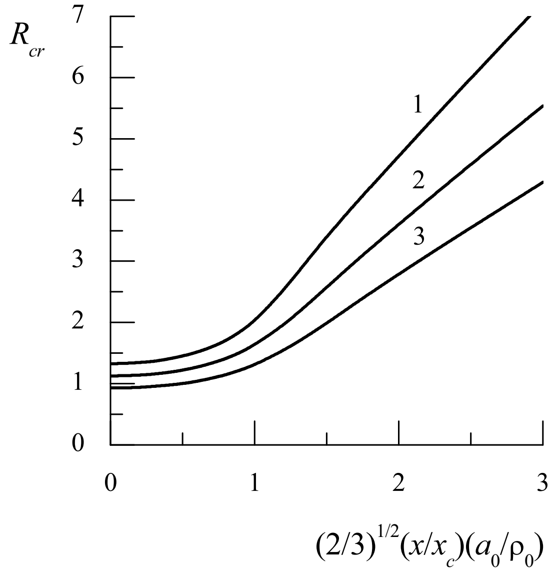

Рис. 3. *Радиус центральной части псевдобесселева пучка в случайно-неоднородной среде для трёх уровнях средней интенсивности оптического излучения*

Рис. 2. *Нормированная средняя интенсивность сфокусированного аксиконом оптического пучка $\langle I(x,\mathbf{R})\rangle/\langle I(x,0)\rangle$ в поперечном сечении фокального отрезка для разных уровней флуктуаций в случайно-неоднородной среде: 1) $\sqrt{2/3}(x/x_c)(a_0/\rho_0)=0$; 2) 0,25; 3) 0,5; 4) 0,75; 5) 1; 6) 2; 7) 3*

Отметим, что сфокусированный пучок в области фокального отрезка (по крайней мере, в пределах максимума нулевого порядка) слабо чувствителен к влиянию случайных неоднородностей среды, до тех пор, пока сохраняется кольцевая структура пучка. Как только периферические максимумы и минимумы оказываются замытыми, начинается быстрое уширение центральной части сфокусированного пучка. Такая ситуация наступает, когда выполняется условие $a_0/\rho_0 \geq \sqrt{2/3}(x/x_c)^{-1}$ или, если учесть соотношение (7), при $\rho_0 \leq \sqrt{2/3}\sin(\gamma)|1-x/R_0|^{-1}x$. Другими словами, при выполнении условия (10) сфокусированный аксиконом оптический пучок, формируемый в случайно-неоднородной среде, всё ещё сохраняет свою бесселеподобную пространственную структуру как в поперечном, так и в продольном направлениях и практически неизменную ширину центральной части, т. е. остаётся бездифракционным бесселевым пучком и в случайно-неоднородной среде.

Так как зависимость средней интенсивности сформированного таким способом псевдобесселева пучка от поперечной координаты R явно не имеет однопараметрического характера, то для того, чтобы более полно оценить поведение радиуса центральной части псевдобесселева пучка в случайно-неоднородной среде воспользуемся тремя разными способами определения этой величины. Введём три оценки радиуса центральной части псевдобесселева пучка R_{cr} для разных уровней нормированной средней интенсивности сфокусированного оптического пучка $<I(x,\boldsymbol{R})>/<I(x,0)>$: 1) на низком уровне, равном e^{-1}; 2) на среднем уровне, равном 1/2, и 3) на высоком уровне, равном $(1-e^{-1})$. Численные оценки радиуса центральной части псевдобесселева пучка в области фокального отрезка аксикона представлены на рис. 3. Необходимо отметить, что для всех трёх определений радиуса центральной части псевдобесселева пучка наблюдается уширение оптического пучка случайно-неоднородной средой и заметна существенная зависимость характера этого уширения от уровня флуктуаций случайно-неоднородной среды на трассе распространения. В области малых уровней флуктуаций случайно-неоднородной среды $(\rho_0 > \sqrt{2/3}\sin(\gamma)|1-x/R_0|^{-1}x)$ радиус бесселева пучка при любых способах определения изменяется слабо. Однако при высоких уровнях флуктуаций $(\rho_0 \leq \sqrt{2/3}\sin(\gamma)|1-x/R_0|^{-1}x)$ скорость уширения бесселева пучка значительно увеличивается. Заметно, что чем ниже уровень средней интенсивности оптического излучения, по которому определяют радиус пучка, тем величина уширения возрастает более значительно. Такое поведение радиуса пучка связано с влиянием периферических максимумов псевдобесселева пучка, которые, имея амплитуды существенно меньшие, чем главный максимум, при искажении оптического пучка атмосферной турбулентностью дают вклад, наиболее сильно проявляющийся именно на низких уровнях интенсивности.

Выводы

Показано, что центральная часть сфокусированного аксиконом оптического пучка сохраняет ширину и интенсивность на всём протяжении зоны формирования бесселева пучка в случайно-неоднородной среде. Этим обеспечивается эффект бездифракционного распространения оптического пучка в турбулентной атмосфере. Достигается он за счёт боковой подкачки энергии оптического пучка в центральный максимум из периферических максимумов.

Получены в явном виде на основе анализа продольной и поперечной структуры средней интенсивности оптического излучения условия бездифракционного распространения гауссовского пучка, сфокусированного аксиконом в турбулентной атмосфере.

Доказано, что при помощи конической фокусировки в турбулентной атмосфере можно сформировать узкий (сравнимый с длиной волны оптического излучения) протяжённый (порядка сотен метров) пучок оптического излучения практически постоянной ширины и интенсивности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 09–02–91224-СТ_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. McLeod J.H. The axicon: A new type of optical element // Journal of the Optical Society of America. – 1954. – V. 44. – № 8. – P. 592–597.
2. McLeod J.H. Axicons and their uses // Journal of the Optical Society of America. – 1960. – V. 50. – № 2. – P. 166–169.
3. Jiang Zh., Lu Q., Liu Z. Propagation of apertured Bessel beams // Applied Optics. – 1995. – V. 34. – № 31. – P. 7183–7185.
4. Ling D., Li J., Chen J. Analysis of eigenfields in the axicon-based Bessel-Gauss resonator by the transfer-matrix method // Journal of the Optical Society of America A. – 2006. – V. 23. – № 4. – P. 912–918.
5. Golub I. Fresnel axicon // Optics Letters. – 2006. – V. 31. – № 12. – P. 1890–1892.
6. Burvall A., Kolacz K., Goncharov A.V., Jaroszewicz Z., Dainty Ch. Lens axicons in oblique illumination // Applied Optics. – 2007. – V. 46. – № 3. – P. 312–318.
7. Akturk S., Zhou B., Pasquiou B., Franco M., Mysyrowicz A. Intensity distribution around the focal regions of real axicons // Optics Communications. – 2008. – V. 281. – № 17. – P. 4240–4244.
8. Yu Y., Dou W. Generation of pseudo-Bessel beams at THz frequencies by use of binary axicons // Optics Express. – 2009. – V. 17. – № 2. – P. 888–893.
9. Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory // Journal of the Optical Society of America A. – 1987. – V. 4. – № 4. – P. 651–654.
10. Arlt J., Dholakia K. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon // Optics Communications. – 2000. – V. 177. – № 1–6. – P. 297–301.
11. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. – М.: Наука, 1978. – 464 с.
12. Федорюк М.В. Метод перевала. – М.: Наука, 1977. – 368 с.

Поступила 14.05.2010 г.