

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степанченко Т.Е., Шкляр В.Н. Моделирование процессов утечки жидкости в трубопроводе // Молодёжь и современные информационные технологии: Труды III Всеросс. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых учёных. – Томск, 2005. – Т. 1. – С. 220–222.
2. Степанченко Т.Е., Шкляр В.Н. Разработка и исследование алгоритмов обнаружения утечек в магистральных трубопроводах на основе их гидродинамических моделей // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 7. – С. 70–73.
3. Датчики давления // Датчики давления, промышленное компрессорное и насосное оборудование. 2006. URL: <http://www.pressure.ru> (дата обращения: 18.09.2010).
4. Датчик давления серии «Карат» // Metronic. 2006. URL: www.metronic.ru (дата обращения: 19.09.2010).
5. Ким К.К., Анисимов Г.Н., Барбарович В.Ю., Литвинов Б.Я. Метрология, стандартизация, сертификация и электроизмерительная техника. – СПб.: Питер, 2006. – 368 с.
6. Явление гидравлического удара // «Perpetuum mobile». 2006. URL: <http://khd2.narod.ru/hydrodyn/ramblow.htm> (дата обращения: 23.02.2010).
7. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
8. Захарченко В.В., Морозов А.Н. Допустимые скорости движения жидкостей по трубопроводам и истечения в емкости (аппараты, резервуары) // ПТМ 6-28-007-78. 2005. URL: <http://www.simbexpert.ru/?snips/snip/9191/> (дата обращения: 10.04.2010).
9. Вайншток С.М. Трубопроводный транспорт нефти. – М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2004. – Т. 1. – 407 с.

Поступила 17.09.2010 г.

УДК 66.048:533.15

ПРИБЛИЖЕННОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФФУЗИИ ЛЕГКОЛЕТУЧЕГО КОМПОНЕНТА ПАРОВОЙ ФАЗЫ В АППАРАТЕ ПРОСТОЙ ПЕРЕГОНКИ

Д.В. Феоктистов

Томский политехнический университет
E-mail: dmitrytpu@inbox.ru

Получено приближенное аналитическое решение задачи диффузии легколетучего компонента паровой фазы в аппарате простой перегонки. Установлены границы применимости полученного решения. На примере перегонного аппарата решена задача о распределении концентрации в паровой фазе легколетучего компонента от границы раздела фаз до патрубка, отводящего пары дистиллята.

Ключевые слова:

Массообмен, диффузия, объемная скорость потока, концентрация.

Key words:

Mass transfer, diffusion, volumetric flow rate, concentration.

Для полноты завершения описания процесса массообмена, происходящего в перегонных, ректификационных, абсорбционных и других установках, необходимо знать распределение частиц потока в аппарате по времени.

Наиболее существенные источники неравномерности распределения элементов потока по времени пребывания в промышленных аппаратах являются: 1) неравномерность профиля скоростей системы; 2) турбулизация потоков; 3) молекулярная диффузия; 4) наличие застойных областей в потоке; 5) каналобразование, байпасные и перекрестные токи в системе; 6) температурные градиенты движущихся сред; 7) тепло- и массообмен между фазами и т. п. [1].

Перечисленные причины, существующие в технологических аппаратах и действующие в различных сочетаниях, обуславливают специфический характер неравномерностей в каждом конкретном случае. Для оценки неравномерности потоков вводится ряд функций распределения, каждая из ко-

торых является результатом установления однозначного соответствия между произвольной частицей потока и некоторым характерным для нее промежутком времени.

Может оказаться, что истинное время пребывания в аппарате частиц потока будет недостаточным для осуществления процессов диффузии, а от этого будет зависеть эффективность диффузионного процесса в целом. Поэтому в настоящее время для составления математических описаний сложных процессов стали широко использовать модельные представления о внутренней структуре потоков, которые облегчают постановку граничных условий.

Для процессов массопередачи описание структуры потоков позволяет установить перемещение и распределение веществ. Поэтому все существующие гидродинамические модели потоков записываются преимущественно в виде уравнений, определяющих изменение концентрации вещества в потоке [2].

В настоящее время имеется немало работ, посвященных процессам распределения частиц потока по времени в виде типовых математических моделей.

Наибольшее распространение получили модели В. Льюиса и В. Уитмена, Р. Хигби, В. Левича [3], П. Данквертса [4], М. Кишиневского [2]. К сожалению, для нахождения распределения частиц потока по времени в существующих промышленных перегонных и ректификационных аппаратах данные модели неприменимы по ряду строгих допущений и наличию трудноопределимых физических величин.

Так, например, для применения моделей В. Льюиса и В. Уитмена, М. Кишиневского необходимо знать концентрацию на границе раздела фаз, которая не может быть найдена для большинства случаев массообмена в промышленных установках. Модели Р. Хигби, В. Левича заведомо неприемлемы из-за ряда принятых допущений, в которых не учитывается гидродинамика, тогда как в действительности турбулентные пульсации оказывают весьма сильное влияние на процесс распределения частиц потока по времени в промышленных аппаратах.

Более близка к практическому приложению модель вытеснения В. Кафарова [2], основанная на представлениях о межфазной турбулентности. Основную роль в процессе распределения частиц потока по времени в данной модели играет турбулентная диффузия.

Существует еще целый ряд других моделей, посвященных процессам распределения частиц потока по времени. По-видимому, ни одна из них не является достаточно полной, отвечающей всем случаям практики.

В научной литературе аналитические решения задач о распределении частиц потока по времени практически отсутствуют.

В качестве примера ниже приведено приближенное аналитическое решение задачи диффузии легколетучего компонента паровой фазы в аппарате простой перегонки.

Основой данной модели служит модель вытеснения, осложненная обратным перемешиванием. Параметром, характеризующим модель, служит коэффициент турбулентной диффузии (продольного перемешивания).

При описании модели принимаются следующие допущения:

1. Изменение концентрации субстанции является непрерывной функцией координаты.
2. Концентрация перегоняемого вещества в данном сечении постоянна.
3. Скорость потока и коэффициент продольного перемешивания не изменяются по длине и сечению потока.

При таких допущениях модель описывается дифференциальным уравнением в безразмерной форме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial C_x}{\partial Fo} &= \frac{\partial^2 C_x}{\partial X^2} - Pe \cdot \frac{\partial C_x}{\partial X}, \quad 0 > Fo, \quad 0 < x < 1; \\ C_x(X, 0) &= \varphi(X); \\ C_x(0, Fo) &= C_0; \\ \frac{\partial C_x(1, Fo)}{\partial X} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где C_x – безразмерная концентрация; C_0 – начальная концентрация; X – безразмерная координата; $Pe=(w/D)$ – аналог числа Пекле; w – скорость потока, м/с; l – длина, м; x – координата, м; $Fo=(Dt)/l^2$ – аналог числа Фурье; D – коэффициент турбулентной диффузии, м²/с; t – время, с; φ – заданная функция.

Искомое поле распределения концентраций будем искать в виде [5]:

$$C_x(X, Fo) = a_0(Fo) + a_1(Fo) \cdot X + a_2(Fo) \cdot X^2.$$

Приближенное решение уравнения (1) имеет вид:

$$C_x(X, Fo) = C_1 + AX \cdot \exp\left(-\frac{Pe}{X}Fo\right) + BX^2 \cdot \exp\left(-\frac{2Fo(Pe \cdot X - 1)}{X^2}\right), \quad (2)$$

где $C_1 = C_0$, $A = \frac{-2 \cdot B \cdot e^{-Fo \cdot (Pe-2)} \cdot (Fo \cdot Pe - 2 \cdot Fo + 1)}{Fo \cdot Pe + 1}$,

$$B = -\frac{C_0 - \varphi(X)}{X^2 - \frac{2 \cdot X \cdot e^{-Fo \cdot (Pe-2)} \cdot (Fo \cdot Pe - 2 \cdot Fo + 1)}{Fo \cdot Pe + 1}}.$$

Анализ решения (2) показывает, что выполняются краевые условия однозначности (1).

Область применения полученного решения в зависимости от чисел Fo , Pe и начального условия $C_x(X,0)=\varphi(X)$ при начальной концентрации $1 \leq C_0 \leq 100$ дана в табл.

Таблица. Области применения приближенного аналитического решения диффузионной модели распространения частиц потока во времени и в пространстве

1 ≤ Pe ≤ 10 0 ≤ Fo ≤ 0,02 φ(X) ≥ 1	10 ≤ Pe ≤ 100 0 ≤ Fo ≤ 0,001 φ(X) ≥ 1	100 ≤ Pe ≤ 1000 0 ≤ Fo ≤ 0,0001 φ(X) ≥ 2	1000 ≤ Pe ≤ 10000 0 ≤ Fo ≤ 0,00001 φ(X) ≥ 2
--	---	--	---

Пример

Необходимо определить изменение концентрации легкокипящего компонента во времени и по координатам для паровой фазы при температуре 358 К в перегонном аппарате от границы раздела фаз до патрубка отвода паров высотой 1 м, в котором происходит перегонка 40 об. % этилового спирта и воды под атмосферным давлением. Средняя скорость паров в установке $w=1,532 \cdot 10^{-4}$ м/с. В начальный момент времени концентрация изменяется по закону $C_x(X,0)=e^X$. Результаты расчета представить графически для $Fo=0; 0,001; 0,005; 0,01; 0,015; 0,02$.

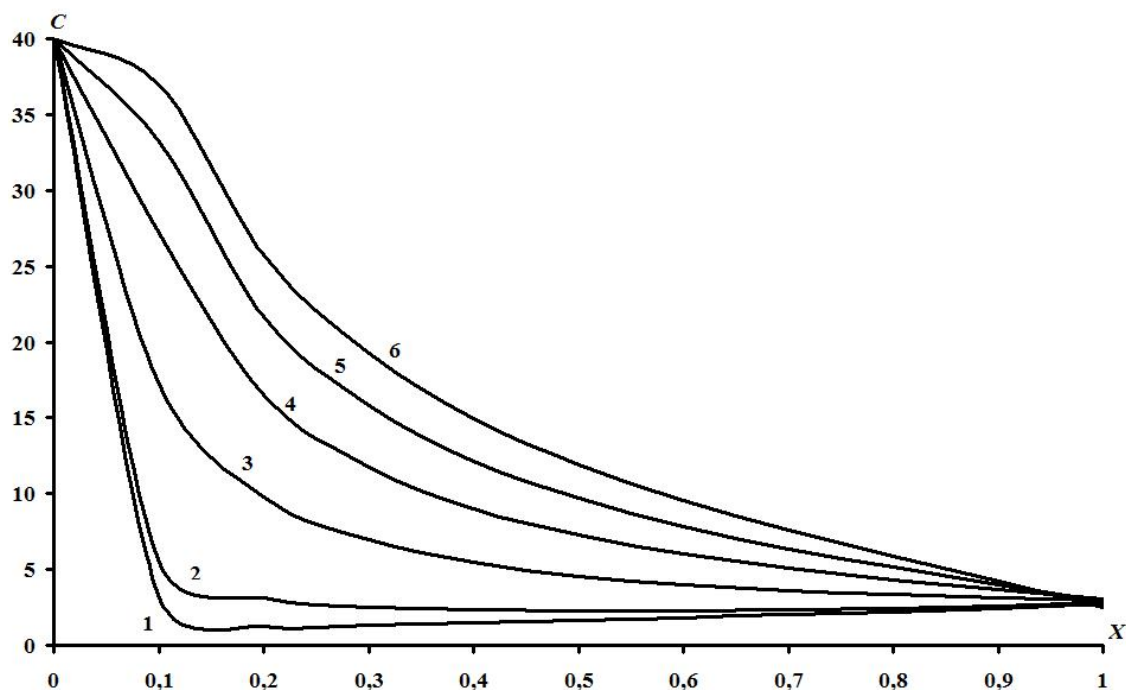


Рисунок. Изменение безразмерной концентрации легколетучего компонента от числа Fo и безразмерной координаты X . Fo : 1) 0; 2) 0,001; 3) 0,005; 4) 0,01; 5) 0,015; 6) 0,02

Решение

Определяем коэффициент диффузии D по [6. С. 309]:

$$D = D_0 \cdot \left(\frac{T}{273}\right)^{\frac{3}{2}} = 10,2 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{358}{273}\right)^{\frac{3}{2}} = 15,31 \cdot 10^{-6},$$

где D_0 – коэффициент диффузии паров этилового спирта при нормальных условиях, m^2/c [6. Табл. XLII. – С. 540].

Аналог числа Пекле:

$$Pe = \frac{w}{D_\mu} l = \frac{1,532 \cdot 10^{-4}}{15,31 \cdot 10^{-6}} \cdot 1 = 10.$$

Изменение концентрации во времени и по координатам определяем, используя уравнение (2), рисунок.

После анализа решения, применительно к промышленному перегонному аппарату, установлено, что при значениях $Fo < 0,001$ решение некорректно описывает распределение концентрации легкокипящего компонента во времени и по координатам для паровой фазы. При значении $X > 0,2$ концентрации легколетучего компонента (кривые 1 и 2, рису-

нок) возрастают, что не должно происходить, несмотря на правильную асимптотику данных кривых от начала координат до абсциссы 0,2. В случае задания чисел Fo , превышающих 0,001, кривые 3–6 верно описывают концентрационную зависимость. В сопоставлении полученных результатов с аналитическим решением задачи одномерной диффузии в полубесконечной неоднородной среде для случая малых времен [7] максимальное расхождение не превысило 8 %. На примере задачи о распространении во времени и пространстве частиц потока в промышленном перегонном аппарате простой перегонки, показана применимость ур. (2).

Выводы

1. Получено приближенное аналитическое решение задачи диффузии легколетучего компонента паровой фазы в аппарате простой перегонки, установлены границы его применимости.
2. На примере перегонного аппарата решена задача диффузии легколетучего компонента паровой фазы в аппарате простой перегонки от границы раздела фаз до патрубка, отводящего пары дистиллята.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кафаров В.В. Основы массопередачи. Системы газ-жидкость, пар-жидкость, жидкость-жидкость. – М.: Высшая школа, 1979. – 439 с.
2. Кафаров В.В. Математическое моделирование основных процессов химических производств. – М.: Высшая школа, 1991. – 399 с.
3. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. – М.: АН СССР, 1960. – 163 с.
4. Данквертс П.В. Газожидкостные реакции. – М.: Химия, 1973. – 296 с.

5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – СПб.: Лань, 2003. – 576 с.
6. Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. – М.: ООО ИД «Альянс», 2007. – 576 с.
7. Кесарев А.Г., Кондратьев В.В. К теории диффузии в неоднородных средах. Малые времена процесса // Физика металлов и металловедение. – 2008. – Т. 106. – № 4. – С. 341–345.

Поступила 21.01.2011 г.