

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ «ТРУБОПРОВОД – ДАТЧИК ДАВЛЕНИЯ» ПРИ РАСПОЛОЖЕНИИ ДАТЧИКА НА БОКОВОЙ СТЕНКЕ ТРУБЫ

Мамонова Т. Е.

Томский политехнический университет
stepte@tpu.ru

Введение

Ранее в работе [1] была получена математическая модель «трубопровод-датчик давления» при расположении датчика на торцевой стенке трубы. Однако наиболее важную информацию несёт подобная математическая модель при расположении датчика на боковой стенке трубы.

Целью работы является получение математической модели системы «датчик давления - трубопровод», связывающих давление в трубопроводе и прогиб чувствительного элемента датчика давления, а так же исследование динамики чувствительного элемента в зависимости от параметров, входящих в модель.

Практическая новизна работы заключается в том, что полученная модель позволит учитывать параметры чувствительных элементов датчиков давления при проектировании технологических процессов и конструкций, включающих в себя датчики давления, расположенные на стенках трубопроводов. Учет всех изменений параметров и их влияние на датчики позволяет продлить срок службы последних и увеличить время между проведениями проверок датчиков. Это позволит сократить затрачиваемые средства и отказаться от проведения дополнительных компьютерных исследований.

Получение математической модели

Со стороны жидкости внешняя нагрузка на мембрану определяется совокупностью давлений, которая формируется в трубопроводе. По данной причине необходимо совместное решение закона изменения давления в трубопроводе и уравнения движения мембраны упругого элемента, т.е. уравнения [2]:

$$\begin{aligned} L(\omega) = & P_0(y) - \frac{1}{y_0} \int_0^{y_0} P^*(y) dy + \\ & + \rho \frac{\cos(\pi x / x_0)}{\pi / x_0} \int_a^b \ddot{\omega} \cos(\pi x / x_0) dx - \\ & - \cos(\pi y / y_0) \int_0^{y_0} P^*(y) \cos(\pi y / y_0) dy = \\ & = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \ddot{\omega} + \rho_m h \ddot{\omega} + \beta \dot{\omega} + \frac{Eh}{1-\mu^2} \omega, \end{aligned}$$

где $L(\omega)$ – функция движения мембраны упругого элемента датчика; ω – прогиб чувствительного элемента датчика, м; P_0 – распределенная внешняя нагрузка, действующая

на упругий элемент, Па; y_0 – диаметр трубопровода, м; x_0 – длина трубопровода, м; ρ_m – плотность мембраны, кг/м³; E – модуль Юнга, Па; h – толщина мембраны, м; μ – коэффициент Пуассона, β – коэффициент демпфирования.

Один из способов совместного решения данного уравнения заключается в представлении функции прогиба в виде разложения по полной на отрезке $[a, b]$, где $a = 0, b = y_0$. [3]

В данном случае примем:

$$\omega(y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n(t) \cos(\lambda_n y),$$

$$P^*(y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) \cos(\lambda_n y),$$

$$P_0(y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{0n}(t) \cos(\lambda_n y).$$

С учетом замены $n = 1$ получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} P_0(y) \cos\left(\frac{\pi}{y_0}\right) - \frac{1+y_0}{y_0} P^*(y) + \frac{x_0 \rho}{\pi} = \\ = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \ddot{\omega} + \rho_m h \ddot{\omega} + \beta \dot{\omega} + \frac{Eh}{1-\mu^2} \omega, \end{aligned}$$

Упростив уравнение, получим:

$$\begin{aligned} \left(\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} - \frac{x_0 \rho}{\pi} + \rho_m P \right) \ddot{\omega} + \beta \dot{\omega} + \frac{Eh}{1-\mu^2} \omega = \\ = P_0(y) \cos\left(\frac{\pi}{y_0}\right) - \frac{1+y_0}{y_0} P^*(y). \end{aligned} \quad (1)$$

Полученное уравнение является математической моделью «датчик давления - трубопровод» для случая, когда датчик расположен на боковой стенке трубопровода. Данная математическая модель связывает закон изменения давления рабочей среды в трубопроводе и прогиб упругого элемента датчика давления.

Исследование математической модели

Проведем исследование влияния некоторых параметров модели на прогиб чувствительного элемента датчика давления, используя уравнение (1). Исследуемыми параметрами являются:

- толщина чувствительного элемента h ;
- плотность нефти ρ .

Исследование и получение зависимостей проводились с использованием ППП MathCAD и MatLab.

Данные для исследования взяты из [4, 5] и приведены в таблице. При этом за материал взята нержавеющая сталь.

Таблица. Значения параметров датчика, трубопровода и перекачиваемой жидкости, используемые при исследовании модели

Название параметра	Единица измерения	Значение
Модуль Юнга E	ГПа	200
Толщина мембраны h	м	0,0012
Коэффициент Пуассона μ	-	0,27
Коэффициент демпфирования β		0,3
Плотность мембраны ρ_m	$\frac{кг}{м^3}$	8000
Диаметр трубопровода y_0	м	0,1
Длина трубопровода x_0	м	100
Распределенная внешняя нагрузка, действующая на упругий элемент P_0	Па	100

Результаты исследования приведены на рис. 1 и рис. 2.

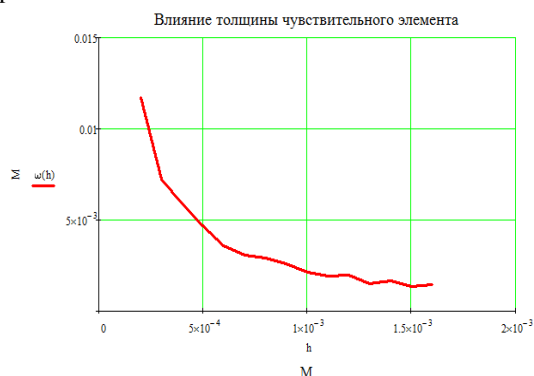


Рис. 1. График зависимости прогиба чувствительного элемента ω от толщины чувствительного элемента h

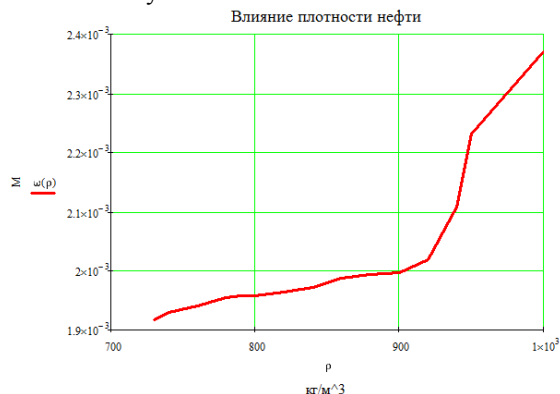


Рис. 2. График зависимости прогиба чувствительного элемента ω от плотности нефти ρ

В результате проведения исследования можно сделать вывод о том, что большее влияние на прогиб чувствительного элемента датчика

давления при его расположении на боковой стенке трубы имеет толщина самого чувствительного элемента. Следовательно, при выборе аппаратуры диагностики трубопровода следует выбирать при возможности сенсоры с наибольшим значением толщины чувствительного элемента. Плотность нефти также важный параметр при выборе датчиков. График рис. 2 показывает нелинейность зависимости прогиба чувствительного элемента от данного параметра. Видим, что имеется диапазон ($700 \div 900 \text{ кг/м}^3$) при котором практически нет влияния на величину прогиба. При перекачивании нефтепродуктов с большей плотностью требуется использовать датчики с большей толщиной чувствительного элемента.

Заключение

Таким образом, полученная математическая модель позволяет выполнить исследования влияния параметров датчика (толщина чувствительного элемента) и перекачиваемой жидкости (плотность) на прогиб чувствительного элемента датчика. Это позволяет подобрать диапазон их изменения при проектировании и эксплуатации трубопроводного транспорта нефтепродуктов.

Список использованных источников

1. Мамонова Т. Е., Овчаров А. Э. Математическая модель «датчик-трубопровод» при расположении датчика на торцевой стенке трубы / Сборник трудов XIII Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных. Под редакцией Т. Е. Мамоновой. 2016. С. 284–285.
2. Радциг А.Н. Экспериментальная гидроаэромеханика – Москва: МАИ, 2004. – 274 с.
3. Гусак А.А. Высшая математика. Учебник для студентов вузов. В 2 т. Т. 1 / 6-е изд. – Минск: ТетраСистемс, 2007. – 544с.
4. Мамонова Т. Е. Определение параметров утечки из нефтепровода по разности во времени давления в четырех контролируемых сечениях трубы / Автоматизация в промышленности. 2013. № 10. С. 57-61.
5. Математическое моделирование систем и объектов [Электронный ресурс]. – URL: <http://de.ifmo.ru/--books/0051/index.html> (дата обращения 30.09.2016).

Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 16-38-00010 мол.а.