

УДК 681.51

СТРАТИФИЦИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОЦЕНКИ И АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ СО МНОГИМИ СОСТОЯНИЯМИ

С.Ш. Баласанян

Государственный инженерный университет Армении, г. Капан, Армения

E-mail: seu@syunik.am

Предлагается обобщенная стратифицированная модель для оценки и анализа эффективности функционирования сложных технологических систем со многими работоспособными состояниями, учитывающая влияние надежности элементов. Показано, что применение предложенной модели в качестве схемы формализации при построении имитационной модели функционирования сложных технологических систем позволяет существенно упростить и ускорить построение модели системы, обеспечивая удобство проведения имитационных экспериментов. Применение предложенной модели иллюстрировано на примере моделирования технологической системы измельчения руды.

Ключевые слова:

Состояние, стратифицированная, страта, надежность, измельчение.

Key words:

State, stratified, strata, reliability, grinding.

Благодаря структурной и функциональной избыточности сложные технологические системы обладают многими работоспособными состояниями. В отличие от бинарных систем, обладающих лишь двумя возможными состояниями (работоспособным и неработоспособным), для таких систем (*multi-state systems*) [1] практически невозможно определить общепринятое понятие отказа. Поэтому для систем со многими состояниями вместо надежности вводится понятие технической эффективности, оценка которого производится с помощью специально выбранных показателей эффективности, учитывающих последствие влияния отказов элементов системы на качество ее функционирования.

Методологической основой существующих методов оценки и исследования эффективности функционирования сложных технологических систем (СТС) со многими состояниями служит концепция системного подхода. Эта концепция в данном случае проявляется в том, что показатель эффективности рассматривается как функционал от процесса функционирования системы.

В рамках указанного подхода оценка эффективности функционирования сложных систем основывается на использовании модели процесса изменения работоспособности элементов системы. Ее сущность заключается в следующем. Формально каждый элемент E_i^0 ($i=1, n$) системы в любой момент времени может находиться в одном из возможных состояний $y_i^0(t) \in Y_i^0$, каждое из которых характеризуется определенным уровнем работоспособности. Совокупность состояний элементов $y^0(t) = (y_1^0(t), y_2^0(t), \dots, y_m^0(t))$ в произвольный момент времени однозначно определяет состояние системы.

С течением времени, под влиянием внешних и внутренних случайных факторов, элементы системы переходят из одного состояния в другое. В результате происходит последовательная смена состояний системы в целом.

Случайный n -мерный процесс $Y^0(t) = \{y^0(t)\}$ рассматривается как формализованный процесс изменения работоспособности элементов системы и описывает ее поведение во времени. Каждой реализации $y^0(t)$ процесса $Y^0(t)$ соответствует определенная траектория в пространстве состояний системы

$Y^0 = \prod_{i=1}^n Y_i^0$. Если обозначить через $P_{y^0}(t, t+\theta)$

вероятность того, что формализованный процесс $Y^0(t)$ в интервале времени $[t, t+\theta]$ имел реализацию $y^0(t, t+\theta) \in P^0(t, t+\theta)$, а через $\varepsilon_{y^0}(t, \theta)$ – условный показатель эффективности функционирования системы для этой реализации, то показатель эффективности функционирования системы может быть определен как математическое ожидание условного показателя $\varepsilon_{y^0}(t, \theta)$.

$$E(t, \theta) = \int_{Y^0(t, t+\theta)} \varepsilon_{y^0}(t, \theta) dP_{y^0}(t, t+\theta). \quad (1)$$

Несмотря на кажущуюся простоту записи, соотношение малоприспособно для расчетов из-за чрезмерной трудности определения $\varepsilon^0(t, \theta)$, $P_{y^0}(t, t+\theta)$ и может быть использовано лишь для оценки эффективности функционирования систем с небольшим числом состояний. Поэтому для оценки и исследования СТС с большим числом состояний применяется метод имитационного моделирования. Используемая при этом имитационная модель представляет собой композицию трех моделей. Одна из них воспроизводит формализованный процесс изменения работоспособности элементов СТС $Y^0(t)$, вторая имитирует процесс функционирования системы под воздействием процесса $Y^0(t)$, а третья служит для формирования значения условного показателя эффективности $\varepsilon_{y^0}(t, \theta)$ для реализованных в интервале времени $[t, t+\theta]$ траекторий системы $y^*(t, t+\theta) \in P^*(t, t+\theta)$.

Одной из основных проблем, препятствующих построению имитационной модели функциониро-

вания СТС, является преодоление большой размерности (числа состояний) системы. Так, при построении модели системы, состоящей из 20 бинарных элементов, число рассматриваемых состояний превышает 10^6 .

Применение известных методов и способов упрощения моделей в данном случае либо недопустимо снижает точность моделирования, либо резко ограничивает ее возможности.

Одним из возможных путей решения описанной проблемы является применение концепции иерархического многоуровневого (стратифицированного) описания систем [2]. Ее сущность заключается в том, что процесс функционирования системы $Y(t)$ описывается не одной моделью большой размерности, а иерархией сравнительно простых моделей S^μ , $\mu \in I = \{1, 2, \dots, k\}$, каждая из которых описывает процесс функционирования исследуемой системы на определенном уровне абстрагирования (детализации).

В настоящей работе предлагается обобщенная стратифицированная модель, позволяющая для определенного класса СТС успешно преодолеть сложность их формализации.

Придерживаясь терминологии, примененной в [2] предлагаемая модель названа строго-иерархической стратифицированной системой (СИСС),

а уровни детализации, включающие стратифицированное описание — стратами. Каждая страта S^μ СИСС представляет собой упорядоченную совокупность несвязанных между собой конечного числа элементов, S_i^μ , $i \in I^\mu = \{1, 2, \dots, p_\mu\}$, являющихся временными статическими системами без памяти [3].

Структуру связей между элементами СИСС можно представить в виде ориентированного графа (рис. 1).

На каждом μ -м уровне описания (страте) моделируемая система разбивается на подсистемы E_i^μ , $i \in I^\mu$ μ -го уровня.

Каждый элемент S_i^μ описывает поведение подсистемы E_i^μ в зависимости от поведения входящих в ее состав и влияющих на ее функционирование подсистем $(\mu-1)$ -го уровня. В целом каждая страта S^μ описывает поведение моделируемой системы, состоящей из подсистем μ -го уровня, в зависимости от поведения подсистем $(\mu-1)$ -го уровня. Наивысшая страта S^k описывает поведение системы, рассмотренной как одно целое, в зависимости от поведения подсистем предпоследнего уровня. Таким образом, на каждой μ -й страте описывается поведение подсистем μ -го уровня с точки зрения их внутреннего механизма, откладывая описание их взаимодействия для $(\mu+1)$ -й страты.

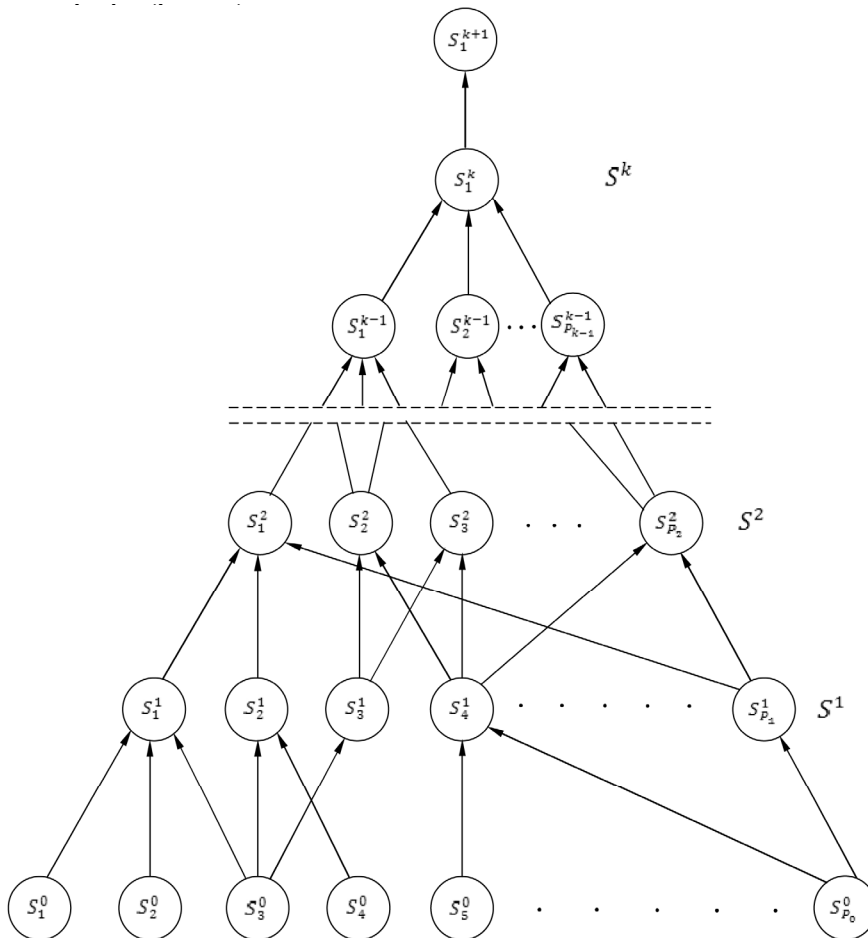


Рис. 1. Структура СИСС

Переменные, с помощью которых описывается функционирование системы на каждой страте, представляют собой выходные характеристики подсистем соответствующего уровня. Чем выше расположена страта, тем более обобщенными переменными описывается функционирование системы. Чем ниже спускаемся по иерархии, тем более детальным становится описание системы. Компоненты системы, являющиеся ее подсистемами на данной страте, более подробно раскрываются на нижних стратах. Обращаясь к нижним стратам, можно детально объяснить поведение отдельных подсистем при изменении работоспособности элементов системы. С другой стороны, чем выше поднимаемся, тем яснее становится последствие влияния изменения работоспособности элементов системы на качество ее функционирования. На каждой страте выявляются новые свойства системы и связи между ее подсистемами, которые не существуют на других стратах.

Математическое описание СИСС включает формальные описания ее элементов и взаимодействия между ними. Как математический объект каждый элемент S^μ , являющийся временной статической системой без памяти [3], характеризуется множествами моментов времени T_i^μ (T_i^μ – подмножество множества действительных чисел), входных сигналов X_i^μ , выходных сигналов Y_i^μ (X_i^μ и Y_i^μ – произвольные множества) и оператором H_i^μ . Входные и выходные сигналы являются функциями времени, их значения в момент времени $t \in T_i^\mu$ обозначаются $x_i^\mu(t)$ и $y_i^\mu(t)$ соответственно. Функционирование каждого элемента S_i^μ при заданных множествах T_i^μ , X_i^μ и Y_i^μ детерминировано и описывается однозначным оператором $ux_i^\mu(t) = H_i^\mu(x_i^\mu(t))$, реализующим отображение $X_i^\mu \rightarrow Y_i^\mu$.

Взаимодействие между элементами и стратами СИСС, а также между системой и внешней средой рассматривается в рамках механизма обмена сигналами [4]. Для построения математической модели сопряжения элементов и страт в СИСС, помимо сформулированных в [4] предположений, введены еще следующие:

- входной сигнал $x^\mu(t) \in X^\mu$, поступающий к страте S^μ в момент времени $t \in T$, можно рассматривать как упорядоченную совокупность сигналов $x^\mu(t) \in X^\mu$, $i \in I^\mu$, одновременно поступающих на входы элементов S^μ , $i \in I^\mu$ этой страты: $x^\mu(t) = (x_1^\mu(t), x_2^\mu(t), \dots, x_{p_\mu}^\mu(t))$. Аналогично $y^\mu(t) = (y_1^\mu(t), y_2^\mu(t), \dots, y_{p_\mu}^\mu(t))$.
- элементы любой страты S^μ СИСС могут принимать только сигналы, выдаваемые элементами страты $S^{\mu-1}$.

В силу принятых в [4] предположений каждому входному контакту $k_{in}^\mu \in K^\mu = \bigcup_{i \in I^\mu} K_i^\mu$ страты S^μ (K_i^μ – множество входных контактов элемента S_i^μ страты S^μ) можно поставить в соответствие единственный выходной контакт $c_{j\ell}^{\mu-1} \in C^{\mu-1} = \bigcup_{j \in I^{\mu-1}} C_j^{\mu-1}$ страты $S^{\mu-1}$, соединенный с ним элементарным ка-

налом связи. Следовательно можно ввести однозначный оператор $C_{j\ell}^\mu = R^\mu(k_{in}^\mu)$, $i \in I^\mu$, $j \in I^{\mu-1}$, $n \in N_i^\mu$, $\ell \in L_i^{\mu-1}$, реализующий отображение $K^\mu \rightarrow C^{\mu-1}$. Область значений оператора R^μ совпадает со множеством выходных контактов страты $S^{\mu-1}$. R^μ будем называть оператором сопряжения страт S^μ и $S^{\mu-1}$ в СИСС. Множества K^μ и $C^{\mu-1}$ вместе с оператором R^μ составляют математическую модель сопряжения страт S^μ и $S^{\mu-1}$ в СИСС. Оператор R^μ задается бинарной матрицей A^μ размером $\left(\sum_{j=1}^{p_{\mu-1}} \ell_j^{\mu-1} \right) \times \left(\sum_{i=1}^{p_\mu} n_i^\mu \right)$, столбцы

которой соответствуют входным контактам страты S^μ , а строки – выходным контактам страты $S^{\mu-1}$.

Матрица A^μ по сравнению с таблицей сопряжения [4] обладает тем преимуществом, что позволяет применять аппарат теории матриц как при ее построении, так и при компьютерной имитации взаимодействия между стратами СИСС [5]. Таким образом, СИСС задается упорядоченной совокупностью конечного числа элементов S_i^μ , $\mu \in I$, $i \in I^\mu$, множеств K^μ , $C^{\mu-1}$, $\mu \in I$ и семейством операторов R^μ , $\mu \in I$.

С применением СИСС построена имитационная модель технологической системы измельчения молибденовой руды (ТСИР). При этом, учитывая характер прикладных задач, удобство описания, а также конструктивные и функциональные особенности ТСИР были выбраны следующие уровни описания (страты): страта измельчительных агрегатов, страта измельчительных комплексов и системная страта.

В результате применения предложенной формализации построен трехуровневый граф $G(E, V)$, на основе которого построены модели E_i^μ подсистем различных уровней E_i^μ , $i \in I^\mu$, $\mu \in I = \{1, 2, 3\}$ и модель их сопряжения следующим образом.

Страта измельчительных агрегатов.

На данной страте ТСИР представлена совокупностью $p_1 = 15$ подсистем первого уровня – измельчительных агрегатов E_i^1 , $i \in I^1 = \{1, 2, \dots, p_1\}$, полученных в результате декомпозиции системы, состоящей из элементов E_i^0 , $i \in I^0 = \{1, 2, \dots, 37\}$. Каждая подсистема E_i^1 первого уровня рассмотрена как объект с двумя возможными состояниями – работоспособным (1) и отказа (0). Случайный процесс $Y_i^1(t)$ изменения состояний каждой подсистемы E_i^1 вследствие изменения работоспособности элементов рассматривается как формализованный процесс ее функционирования.

Каждая подсистема E_i^1 формализована в виде временной статической системы без памяти S_i^1 , описываемой множествами T_i^1 , X_i^1 , Y_i^1 и оператором.

Множество Y_i^1 выходных сигналов включает два элемента (0 – состояние отказа, 1 – работоспособное состояние). Оператор H_i^1 представляет собой логическую функцию работоспособности подсистемы E_i^1 , описывающую условие работоспособности данной подсистемы в зависимости от работоспособности входящих в ее состав элементов.

Страта измельчительных комплексов.

На этой страте ТСИР представлена в виде совокупности $p_2=5$ измельчительных комплексов – подсистем второго уровня E_i^2 , $i \in P=\{1,2,...,p_2\}$.

Каждый измельчительный комплекс, в зависимости от работоспособности входящих в его состав или влияющих на его работу измельчительных агрегатов, может работать в одном из технологически возможных режимов, по определенной схеме измельчения. Каждый режим работы измельчительного комплекса E_i^2 характеризуется конкретным набором значений его выходных характеристик $y_i^2=(y_{i,1}^2, y_{i,2}^2, y_{i,3}^2)$, где $y_{i,1}^2$ – производительность комплекса в т/ч; $y_{i,2}^2$ – процентное содержание класса ≤ 80 мкм в измельченном продукте (пульпе); $y_{i,3}^2$ – плотность выходной пульпы в г/л.

Обозначим через $x_i^2(t)=(x_{i,1}^2(t), ..., x_{i,p_2}^2(t))$ совокупность выходных характеристик состояний в момент t тех измельчительных агрегатов, от работоспособности которых зависит выбор структуры и режима работы измельчительного комплекса E_i^2 . В каждый момент $t \in T$, когда происходит изменение работоспособности измельчительных агрегатов, в соответствии со значением вектора $x_i^2(t)$ происходит перестроение структуры комплекса E_i^2 и переход в новый режим работы, характеризующий новым значением вектора $y_i^2(t)$.

Каждый измельчительный комплекс E_i^2 , формализованный в виде временной статической системы без памяти S_i^2 , характеризуется четверкой $\langle T_i^2, X_i^2, Y_i^2, H_i^2 \rangle$. В соответствии с формальным описанием СИСС каждое множество T_i^2 , $i \in P$ совпадает с множеством $T=T^0$. Входной сигнал $x_i^2(t)$ каждой S_i^2 представляет собой упорядоченную совокупность выходных сигналов соответствующих подсистем первого уровня.

В качестве выходного сигнала любого элемента S_i^2 рассматривается вектор выходных характеристик $y_i^2(t)=(y_{i,1}^2(t), y_{i,2}^2(t), y_{i,3}^2(t))$ соответствующего измельчительного комплекса E_i^2 .

Множество Y_i^2 элемента S_i^2 представляет собой совокупность значений вектора выходных характеристик подсистемы E_i^2 , соответствующих всевозможным режимам ее работы.

Каждый оператор H_i^2 реализующий отображение $X_i^2 \rightarrow Y_i^2$ представляет собой бинарную поисковую признаковую структуру – алгоритм, который по заданному входному сигналу $x_i^2(t) \in X_i^2$, описывающую работоспособность входящих в состав подсистемы E_i^2 и влияющих на ее функционирование подсистем первого уровня, осуществляет поиск и выдачу соответствующего выходного сигнала $y_i^2(t) \in Y_i^2$.

Системная страта.

На данной страте ТСИР рассматривается как одна крупная подсистема E^3 третьего уровня, представляющая собой смеситель (пульподелитель), входом которого является совокупность выходных продуктов (пульпы) всех измельчительных комплексов, а выходом – объединенная выходная пульпа, поступающая на флотацию.

Обозначим через $y_1^3(t)$, $y_2^3(t)$, $y_3^3(t)$ значения выходных характеристик подсистемы E^3 в момент времени соответственно ее производительность (расход твердого), процентное содержание класса ≤ 80 мкм и плотность объединенной пульпы. Соответствующие характеристики входных потоков, представляющие собой выходные характеристики измельчительных комплексов обозначим через $x_{i,1}^3(t)=y_{i,1}^2(t)$, $x_{i,2}^3(t)=y_{i,2}^2(t)$, $x_{i,3}^3(t)=y_{i,3}^2(t)$, $i \in P$.

Очевидно, что общая производительность ТСИР $y_1^3(t)$ и процент содержания класса ≤ 80 мкм $y_2^3(t)$ в объединенной пульпе связаны с характеристиками отдельных комплексов следующими соотношениями:

$$y_1^3(t) = \sum_{i=1}^{p_2} x_{i,1}^3(t), \quad (2)$$

$$y_2^3(t) = \sum_{i=1}^{p_2} x_{i,1}^3(t) \cdot x_{i,2}^3(t) / \sum_{i=1}^{p_2} x_{i,1}^3(t). \quad (3)$$

Для определения зависимости плотности объединенной пульпы $y_3^3(t)$ от выходных характеристик измельчительных комплексов введем следующие обозначения: D_i , V_i , Q_i – соответственно плотность, объем и масса твердой фазы пульпы, выработанной i -м измельчительным комплексом за единицу времени; D , V , Q – соответственно плотность, объем и масса твердой фазы объединенной пульпы, выработанной системой за единицу времени.

Очевидно, что для каждого i -го потока пульпы имеет место следующее соотношение:

$$D_i V_i = Q_i + (V_i - Q_i / d_p) d_e, \quad (4)$$

где d_p – плотность твердой фазы; d_e – плотность воды.

Из соотношения (4) находим:

$$V_i = \frac{Q_i (d_p - d_e)}{d_p (D_i - d_e)}. \quad (5)$$

Подставляя выражение (5) в следующее соотношение, связывающее плотность объединенной пульпы с характеристиками отдельных потоков, получим:

$$D = Q/V = \sum_{i=1}^{p_2} D_i V_i / \sum_{i=1}^{p_2} V_i = \sum_{i=1}^{p_2} D_i \cdot Q_i / (D_i - d_e) / \sum_{i=1}^{p_2} Q_i / (D_i - d_e).$$

Принимая $d_e=1000$ г/л и учитывая непрерывный характер процесса смешивания, окончательно получим:

$$D = \sum_{i=1}^{p_2} \frac{D_i \cdot Q_i}{D_i - 1000} / \sum_{i=1}^{p_2} \frac{Q_i}{D_i - 1000} \Leftrightarrow y_1^3(t) = \sum_{i=1}^{p_2} \frac{x_{i,1}^3(t) \cdot x_{i,3}^3(t)}{x_{i,3}^3(t) - 1000} / \sum_{i=1}^{p_2} \frac{x_{i,1}^3(t)}{x_{i,3}^3(t) - 1000}. \quad (6)$$

Соотношения (2, 3, и 6) соответственно описывают операторы H_1^3 , H_2^3 , H_3^3 , составляющие оператор H^3 , который реализует отображение $X^3 \rightarrow Y^3$.

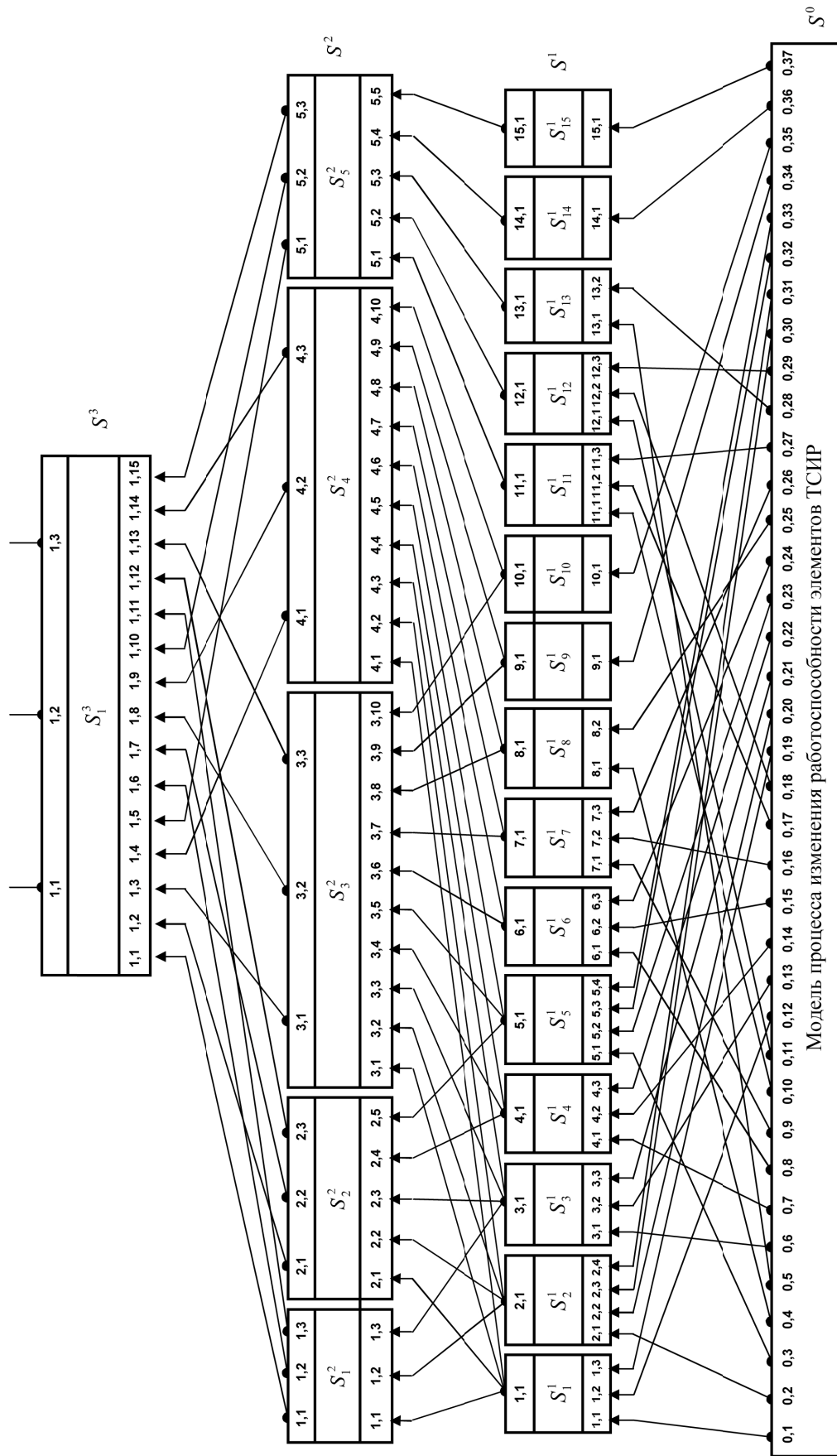


Рис. 2. Структура имитационной модели

На основании блок-схемы СИСС (рис. 2) построена математическая модель сопряжения элементов (страт) $\langle K^\mu, C^{\mu-1}, R^\mu \rangle$, $\mu=1,3$.

Построение имитационной модели ТСИР осуществлено с использованием языка C++.

Разработанная имитационная модель используется для решения следующих прикладных задач:

- оценка степени снижения эффективности функционирования ТСИР из-за ненадежности оборудования;
- оценка влияния ненадежности отдельных элементов ТСИР на эффективность ее функционирования;
- выбор наилучшего варианта резервирования грунтовых насосов;
- определение наилучшей структуры резервных связей между измельчительными агрегатами и рациональной стратегии перестроения структуры ТСИР;
- разработка алгоритма ситуационного управления структурой ТСИР;
- определение оптимального числа ремонтных бригад и рациональной дисциплины обслуживания измельчительного оборудования.

В результате имитационного моделирования ТСИР установлено, что из-за ненадежности измельчительного оборудования эффективность функционирования системы снижается на 14,5 %.

Применение СИСС в качестве математической схемы формализации при построении имитационной модели ТСИР позволило: а) свести описание системы к описанию ее частей и их сопряжения, предоставляя возможность аналитического описания функционирования системы на первой и третьей стратах; б) уменьшить объем натурных экспериментов и трудоемкость построения модели; в) решать с помощью модели широкий круг прикладных задач на различных уровнях детализации; г) легко переходить к различным модификациям модели системы в процессе имитационных экспериментов; д) распараллеливать процесс имитации, что при реализации модели на многопроцессорных компьютерах позволяет существенно сократить время моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Levitin G., Amerib V. Multi-state systems with static performance dependent fault coverage // Reliability Engineering and System Safety. – 2008. – V. 93. – № 11. – P. 1730–1739.
2. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. – М.: Мир, 1973. – 344 с.
3. Месарович М., Такахара И. Общая теория систем: математические основы. – М.: 1978. – 311 с.
4. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – 2-е изд. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
5. Баласанян С.Ш. Об одном методе стратифицированной формализации сложных технологических систем с учетом надежности элементов // Моделирование – 2010: Матер. Междунар. научной конф. – Киев, 2010. – Т. 1. – С. 143–150.

Поступила 07.02.2011 г.