Из таблицы видно, что количество необнаруженных пикселей при использовании алгоритма AdapMed7×7, устойчиво не превышает 1, а количество необнаруженных пикселей при использовании других алгоритмов увеличивается в соответствии с повышением плотности импульсного шума. Увеличение количества неправильно обнаруженных пикселей с ростом плотности наблюдается почти для всех алгоритмов.

Выводы

1. Разработана и реализована на языке C# программа для анализа работы алгоритмов по обнаружению импульсного шума «соли и перца» на цифровых изображениях.
2. Показано, что использование алгоритма на основе адаптивного медианного фильтра с максимальным размером окна 7×7 пикселей дает возможность эффективного обнаружения импульсного шума «соли и перца» на цифровых изображениях.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 09–08–00309.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital image processing. – Boston, MA: Addison-Wesley. 2001. – 813 p.
2. Chan R., Ho C., Nikolova M. Salt-and-pepper noise removal by median-type noise detectors and detail-preserving regularization // IEEE Transactions on Image Processing. – 2005. – V. 14. – № 10. – P. 1479–1485.
3. Kam H.S., Tan W.H. Noise detection fuzzy (NDF) filter for removing salt and pepper noise // Intern. Visual Informatics Conf. 2009. – Lecture Notes in Computer Science. – 2009. – V. 5857. – P. 479–486.
4. Najeer A.J., Rajamani V. Design of hybrid filter for denoising images using fuzzy network and edge detecting // American Journal of Science Research. – 2009. – Iss. 3. – P. 5–14.

Поступила 25.02.2011 г.

УДК 004.932

РАЗЛОЖЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ДВУМЕРНОГО ДИСКРЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХААРА

Тхи Тху Чанг Буй, В.Г. Спицын

Томский политехнический университет
E-mail: trangbt.084@gmail.com

Рассматриваются перспективы применения двумерного дискретного вейвлет-преобразования и быстрого преобразования Хаара для разложения цифровых изображений. Представлены формулы и результаты применения быстрого преобразования Хаара для разложения цифровых изображений.

Ключевые слова:
Обработка изображения, двумерное дискретное вейвлет-преобразование, быстрое преобразование Хаара.

Key words:
Image processing, two-dimensional discrete wavelet transform, fast Haar wavelet transform.

Введение

Простота использования и экономическая эффективность способствовали растущей популярности цифровых систем обработки изображений. Однако низкое пространственное разрешение подобных изображений относительно традиционных пленочных фотоаппаратов все еще является недостатком. Главной задачей в каждом виде обработки изображения является нахождение эффективного представления, которое позволяет отобразить его в компактной форме. В современной теории и практике сигналов активно используются сигналы специального вида – вейвлеты, показавшие свою эффективность в спектральном анализе сигналов [1, 2].

В работах [3–5] представлены теория и практические применения различных вейвлетов. Практически важные вейвлеты традиционно определяются как функции одной вещественной переменной с вещественными значениями. В зависимости от математической модели (структуры области определения, структуры области возможных значений и вида преобразований) различаются дискретные и непрерывные вейвлеты. Так как разложение сигналов в базисе вейвлетов осуществляется с использованием арифметики с плавающей точкой, то возникают ошибки, величина которых зависит от степени приближения сигнала.

Двумерное дискретное вейвлет-преобразование (2D) – один из самых важных инструментов. 2D

получается в результате применения одномерного вейвлет-преобразования (1D) последовательно к строкам и столбцам изображения.

Вейвлеты Хаара [6] представляют собой кусочно-постоянные функции, заданные на конечных интервалах различных масштабов и принимающие два значения {–1; +1}. Вейвлет Хаара единичного масштаба и нулевого смещения (материнский вейвлет Хаара) – это функция, равная +1 на интервале [0; 1/2) и –1 на интервале [1/2; 1). Вейвлеты Хаара хорошо зарекомендовали себя в практических задачах обработки дискретных сигналов, таких, как массивы отсчетов аудиосигналов и цифровые фотографии. Самая отличительная особенность преобразования Хаара заключается в том, что оно является разделимым и легко вычисляется.

1. Преобразование Хаара и быстрое преобразование Хаара

Преобразование Хаара (ПХ) является одним из простейших и базисным вейвлет-преобразованием. Пусть имеется одномерный дискретный сигнал $f(f_1,f_2,..,f_n)$. ПХ разлагает каждый сигнал на два компонента равного размера. Первый из компонентов называется средним или аппроксимацией (*approximation*), а второй известен как различие (*difference*) или деталь (*detail*). Точная формула для среднего значения подсигнала (*subsignal*), $a^1=(a_1,a_2,..,a_{N/2})$, на первом уровне для одного сигнала длины N, т. е. $f(f_1,f_2,..,f_n)$ имеет вид

$$a_n = \frac{f_{2n-1}+f_{2n}}{\sqrt{2}}, \quad n = 1,2,3,...,N/2,$$

и детализирующий подсигнал, $d^1=(d_1,d_2,..,d_{N/2})$, на этом же уровне представляется как

$$d_n = \frac{f_{2n-1}-f_{2n}}{\sqrt{2}}, \quad n = 1,2,3,...,N/2.$$

Эти значения формируют два новых сигнала $a\{a_n\}n\in Z$ и $d\{d_n\}n\in Z$, один из которых является огрубленной версией исходного сигнала (каждой паре элементов f соответствует их среднее арифметическое), а другой содержит информацию (будем называть ее детализирующей), необходимую для восстановления исходного сигнала. Действительно

$$f_{2n-1} = a_n + d_n,$$
$$f_{2n} = a_n - d_n.$$

К сигналу a можно применить аналогичную операцию и также получить два сигнала, один из которых является огрубленной версией a, а другой содержит детализирующую информацию, необходимую для восстановления a.

Чтобы понять, как преобразование Хаара работает, рассмотрим простой пример. Предположим, что

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

В случае применения 1D ПХ вдоль первой строки, коэффициенты аппроксимации следующие

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(1+2) \text{ и } \frac{1}{\sqrt{2}}(3+4).$$

и коэффициенты различия

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(1-2) \text{ и } \frac{1}{\sqrt{2}}(3-4).$$

То же самое преобразование применяется к другим строкам I. Помещая коэффициенты аппроксимации каждой строки в первые два столбца и соответствующие коэффициенты различия в последующие два столбца, получим следующие результаты

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{строках}]{\text{1D ПХ на}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 3 & 7 & : & -1 & -1 \\ 9 & 13 & : & -1 & -1 \\ 17 & 3 & : & -1 & -1 \\ 7 & 11 & : & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

В приведенном соотношении коэффициенты аппроксимации и коэффициенты различия отделяются точками в каждой строке. Применяя на следующем шаге 1D ПХ к столбцу результирующей матрицы, находим, что результирующая матрица на первом уровне имеет вид

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 3 & 7 & : & -1 & -1 \\ 9 & 13 & : & -1 & -1 \\ 17 & 3 & : & -1 & -1 \\ 7 & 11 & : & -1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{столбцах}]{\text{1D ПХ на}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 12 & 20 & \vdots & -2 & -2 \\ 24 & 14 & \vdots & -2 & -2 \\ \cdots & \cdots & \vdots & \cdots & \cdots \\ -6 & -6 & \vdots & 0 & 0 \\ 10 & -8 & \vdots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 20 \\ 24 & 14 \end{pmatrix}, \; H = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix},$$

$$V = \begin{pmatrix} -6 & -6 \\ 10 & -8 \end{pmatrix} \text{ и } D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

У каждой части, показанной в приведенном выше примере, есть размерность (число строк/2)× (число столбцов/2) и эти области называются A, H, V и D соответственно. A (область приближения) включает информацию о глобальных свойствах проанализированного изображения. Удаление спектральных коэффициентов от этой области приводит к самому большому искажению в исходном изображении. H (горизонтальная область), включает информацию о вертикальных строках скрытых в изображении. Удаление спектральных коэффициентов от этой области исключает горизонтальные детали из исходного изображения. V (вертикальная

область) содержит информацию о горизонтальных строках скрытых в изображении. Удаление спектральных коэффициентов от этой области устраняет вертикальные детали из исходного изображения. *D* (диагональная область) охватывает информацию о диагональных деталях скрытых в изображении. Удаление спектральных коэффициентов от этой области приводит к минимальному искажению в исходном изображении. Таким образом, ПХ подходит для приложения, когда матрица изображения имеет число строк и столбцов, кратное числу 2.

Быстрое преобразование Хаара (БПХ) включает сложение, вычитание и деление на 2, благодаря чему оно становится эффективнее и сводит задачу вычисления к сравнению с ПХ. Для разложения изображения сначала применяем 1D БПХ к каждой строке пиксельных значений ввода отображающей матрицы. Затем применяется 1D БПХ к каждому столбцу. Результирующими значениями являются все детализирующие коэффициенты, за исключением отдельного общего среднего коэффициента.

2. Двумерное дискретное вейвлет-преобразование

Двумерное дискретное вейвлет-преобразование состоит из поочередного одномерного вейвлет-преобразования строк и столбцов этой матрицы. Сначала выполняются одномерные вейвлет-преобразования каждой строки в отдельности, преобразованная строка записывается на прежнее место. Элементы нумеруются способом, указанным в предыдущих разделах. Далее вейвлет-преобразования применяются ко всем столбцам. В результате изображение разбивается на четыре равные части (рис. 1). На рис. 1 показаны стандартные обозначения квадрантов преобразованного изображения: LL, LH, HL, HH. Квадрант LL соответствует низкочастотным вейвлет-коэффициентам, HH – высокочастотным вейвлет-коэффициентам (буква L означает Low, H – High) [7].

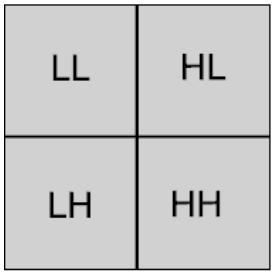


Рис. 1. *Однократное применение двумерного вейвлет-преобразования к квадратному изображению*

Если не оговорено противное, под *N*-кратным двумерным вейвлет-преобразованием понимается применение *N* раз двумерного вейвлет-преобразования, причём очередное двумерное вейвлет-преобразование применяется к младшей четверти матрицы (квадрант LL на рис. 1). В итоге *N*-кратное преобразование выглядит так, как показано на рис. 2 (при *N*=3).

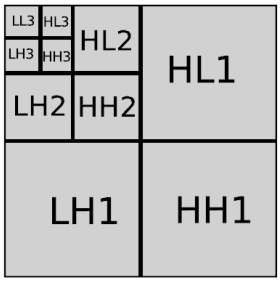


Рис. 2. *Трёхкратное применение двумерного вейвлет-преобразования*

На рис. 2 показаны принятые стандартные обозначения квадрантов изображения. Квадранты *N*-кратного двумерного вейвлет-преобразования имеют аналогичное обозначение.

Обратное двумерное вейвлет-преобразование рекурсивно восстанавливает младший квадрант. В случае, представленном на рис. 2, для получения (восстановления) нового квадранта LL2 используются квадранты LL3, LH3, HL3 и HH3. Далее для восстановления квадранта LL1 используются квадранты LL2, LH2, HL2, HH2 и т. д. Аналогично выполняется *N*-кратное обратное вейвлет-преобразование.

Заметим, что указанное преобразование является иерархическим, т. е. если при применении обратного вейвлет-преобразования вычисляются не все уровни, а меньшее их количество, то в квадранте LL образуется уменьшенная копия изображения, как показано на рис. 3. В частности, если вообще не используется обратное вейвлет-преобразование, то самый младший квадрант тоже является уменьшенной копией изображения.

Благодаря этому свойству, обратное вейвлет-преобразование позволяет вырезать фрагменты изображений при различных масштабах. Следует отметить, что, *во-первых*, доступные масштабы определяются количеством уровней вейвлет-преобразования и, *во-вторых*, масштабы не произвольны, а отличаются увеличением в два раза.

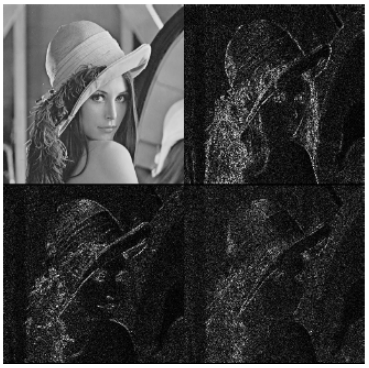
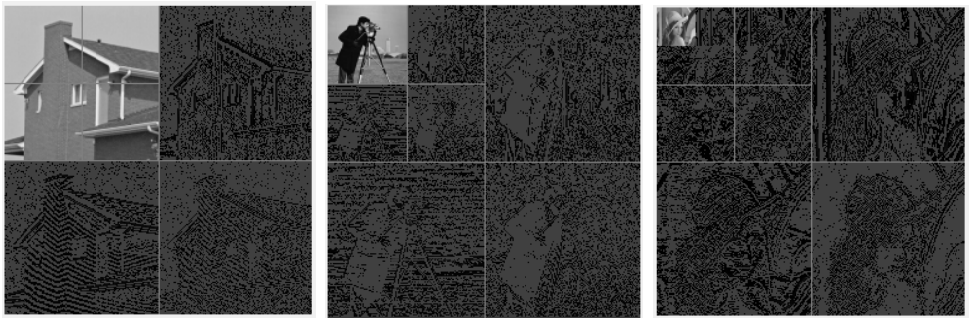


Рис. 3. *Однократное применение двумерного вейвлет-преобразования или применение (N−1)-кратного обратного вейвлет-преобразования к изображению, полученному N-кратным вейвлет-преобразованием*



а *б* *в*

Рис. 4. *Результаты разложения изображений с использованием быстрого преобразования Хаара: а) первого порядка; б) второго порядка; в) третьего порядка*

3. Результаты применения быстрого преобразования Хаара

Итогом исследования явилось создание приложения средствами C#, реализующего алгоритм быстрого преобразования Хаара. Это приложение способно обрабатывать файлы формата *.gif, размер изображения выбран небольшим, чтобы повысить скорость работы, и равен 256×256 пикселей. Примеры изображений, полученных с использованием быстрого преобразования Хаара в качестве базисной функции, представлены на рис. 4.

В действительности число возможных разложений часто бывает велико, и поэтому невозможно перебирать или исследовать каждое из них в отдельности. Весьма желательно иметь эффективный алгоритм нахождения разложений, оптимальных по отношению к некоторым критериям, связанным с конкретными приложениями.

Рассмотренное преобразование может быть использовано в задачах цифровой обработки сигналов. По-видимому, оно будет эффективно в системах высокоскоростной обработки данных и мультимедийных системах.

Выводы

1. Создана программа для разложения цифровых изображений с применением двумерного дискретного вейвлет-преобразования и быстрого преобразования Хаара.
2. Показано, что использование двумерного дискретного вейвлет-преобразования и быстрого преобразования Хаара представляет эффективный способ разложения цифровых изображений.
3. Представлены результаты численных экспериментов по применению алгоритмов двумерного дискретного вейвлет-преобразования и быстрого преобразования Хаара для компактного отображения и разложения изображений.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 09–08–00309.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital image processing. – Boston: Addison-Wesley, 2001. – 813 p.
2. Pratt W.K. Digital Image Processing. – N.Y.: Wiley Interscience, 2001. – 738 p.
3. Чуи Ч. Введение в вейвлеты. – М.: Мир, 2001. – 412 с.
4. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования. – Новосибирск: НГТУ, 2003. – 104 с.
5. Mallat S.A Wavelet Tour of Signal Processing. – N.Y.: Academic Press, 1999. – 851 p.
6. Anuj B., Rashid A. Image compression using modified fast Haar wavelet transform // World Applied Sciences Journal. – 2009. – V. 7. – № 5. – P. 647–653.
7. Шокуров А.В., Михалёв А.В. Оптимальное использование вейвлет-компонент // Успехи математических наук. – 2007. – Т. 62. – № 4. – С. 171–172.

Поступила 25.02.2011 г.