УДК 621.87:621.865.8

МЕТОДИКА ПЛАНИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ ОБЪЕКТА В СРЕДЕ С ПРЕПЯТСТВИЯМИ НА ОСНОВЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО АЛГОРИТМА ВЕРОЯТНОСТНОЙ ДОРОЖНОЙ КАРТЫ

В.С. Щербаков, М.С. Корытов

ГОУ ВПО «Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия», г. Омск
E-mail: kms142@mail.ru

Описывается модификация алгоритма вероятностной дорожной карты, позволяющая осуществлять поиск оптимальной траектории перемещения грузоподъемной машиной груза произвольной формы в трехмерном пространстве с произвольными препятствиями, заданными в дискретном виде, с учетом угловой ориентации груза.

Ключевые слова:
Алгоритм вероятностной дорожной карты, планирование оптимальной траектории, угловые координаты.

Key words:
Algorithm for probabilistic roadmap, optimal trajectory planning, angular coordinates.

Проблема оптимизации траектории перемещения объекта в трехмерном пространстве с препятствиями является актуальной. В качестве такого объекта может рассматриваться груз, перемещаемый грузоподъемными машинами.

Алгоритм вероятностной дорожной карты PRM (Probabilistic Road Map) относится к современным подходам в области планирования траекторий. Этот подход считается одним из ведущих при планировании движения, в первую очередь для механических систем со многими степенями свободы в среде с препятствиями. Вероятностный метод PRM является высокоэффективным, простым в реализации, и применимым для различных видов задач, связанных с планированием траектории движения [1, 2].

Представляется целесообразным использование преимуществ алгоритма вероятностной дорожной карты (ВДК) при решении задачи оптимизации траектории перемещения объемного объекта-груза в среде с препятствиями с учетом координат угловой ориентации.

Постановка задачи. Заданы линейные и угловые координаты груза в начальной $s_{нач}$ и в конечной $s_{кон}$ точках траектории груза в пространстве:

$$s_{нач}=(x_{н0},y_{н0},z_{н0},\gamma_{н0},\omega_{н0});\ s_{кон}=(x_{к0},y_{к0},z_{к0},\gamma_{к0},\omega_{к0}),$$

где $x_{н0}$, $y_{н0}$, $z_{н0}$ – линейные координаты точки начала локальной прямоугольной системы координат груза $O_gX_gY_gZ_g$ в неподвижной прямоугольной системе координат $O_0X_0Y_0Z_0$, связанной с рабочей областью перемещений, соответствующие начальному положению груза; $x_{к0}$, $y_{к0}$, $z_{к0}$ – линейные координаты, соответствующие конечному положению груза; $\gamma_{н0}$, $\omega_{н0}$ – координаты углов поворота груза вокруг осей X_g, Y_g в начальной точке; $\gamma_{к0}$, $\omega_{к0}$ – угловые координаты, соответствующие конечному положению груза в пространстве.

Ось X_0 неподвижной системы координат направлена параллельно линии, соединяющей две точки в пространстве: начальную $s_{нач}$ и конечную $s_{кон}$ точки траектории. Это позволяет упростить расчет и уменьшить объем вычислений.

Линейные и угловые координаты груза заданы на равномерной сетке: $i\in[1;i_{\max}]$; $j\in[1;j_{\max}]$; $k\in[1;k_{\max}]$; $l\in[1;l_{\max}]$; $m\in[1;m_{\max}]$. Индексы i, j, k соответствуют линейным перемещениям точки начала локальной системы координат груза соответственно вдоль осей X_0, Y_0, Z_0, а индексы l, m – двум углам поворота груза γ_0, ω_0 вокруг собственных осей соответственно. Задан Δu_{map} – шаг дискретности угловых координат γ и ω.

В локальной системе координат груза $O_gX_gY_gZ_g$ заданы координаты габаритных точек $(\vec{R}g)_{ig}$, $ig\in[1;c_г]$ на поверхности объемного тела груза, определяющие его форму. Координаты точек заданы векторами вида $(\vec{R}g)_{ig}=[x_{ig}\ y_{ig}\ z_{ig}\ 1]^T$, где x_i, y_i, z_i – координаты точки i в локальной системе координат груза.

В неподвижной системе координат $O_0X_0Y_0Z_0$ задана дискретная матрица высот препятствий $Y_{ПР}(i,k)$, где i, k – индексы координат x_0, y_0 соответственно: $i\in[1;i_{\max}]$; $k\in[1;k_{\max}]$.

Для дискретного описания исходных данных задачи формируется граф $Gr=(Sr,Er)$, где $Sr=\{s_1,s_2,...,s_{ng}\}$ – множество вершин графа, $Nr=\{(s_{i1},s_{j1})\}_{i1,j1=1}^{ng}$ – множество дуг (ребер). Общее количество вершин графа ng определяется заданным количеством рассматриваемых точек в пространстве конфигураций, свободном от препятствий.

Необходимо найти оптимальную траекторию S^* с минимальным значением целевой функции L^* произвольного вида из начальной вершины $s_{нач}$ в конечную вершину $s_{кон}$, представляющую собой последовательность из нескольких вершин графа дорожной карты Gr: $S^*=\{s_p\}_{p-1}^{sn}$. Каждой вершине графа соответствует определенное пространственное линейно-угловое положение груза в свободном пространстве дорожной карты.

Структура графа дорожной карты определяется квадратной матрицей весов дуг $N=[L_{i1,j1}]_{i1,j1=1}^{ng}$. Значения весов $L_{i1,j1}$ определяются по зависимости целевой функции.

В качестве целевой функции может использоваться любой интегральный критерий оптимальности на основе координат груза в точках его траектории. В качестве примера использовалось среднее взвешенное значения длин линейных и угловых перемещений L. В случае дискретного представления траектории среднее взвешенное L_{ij} между двумя точками траектории i и j может быть представлено в виде [3]:

$$L_{ij}=\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2+(z_i-z_j)^2}+$$
$$+c_{\gamma\omega}\sqrt{(\gamma_i-\gamma_j)^2+(\omega_i-\omega_j)^2}.$$

Полное выражение целевой функции отдельной траектории S для дискретного представления имеет вид [3]:

$$L=\sum_{i=2}^{i_{\max}}\left(\begin{array}{l}\sqrt{(x_i-x_{i-1})^2+(y_i-y_{i-1})^2+(z_i-z_{i-1})^2}+\\ +c_{\gamma\omega}\sqrt{()\gamma_i-\gamma_{i-1}{}^2+(\omega_i-\omega_{i-1})^2}\end{array}\right), \quad (1)$$

где $i_{\max}$ – число точек отдельной дискретной траектории.

Если две вершины не соединены между собой, например, по причине наличия препятствий между ними, вес соответствующей дуги (ребра) графа принимается равным бесконечно большому значению:

$$L_{i1,j1}=\infty. \quad (2)$$

Существует несколько реализаций алгоритма ВДК с различными подходами к формированию дуг между вершинами и матрицы весов графа соответственно.

Традиционный подход, применяемый для соединения точек дугами в 2-х и 3-мерном Евклидовом пространстве, заключается в использовании быстрого и простого алгоритма соединении дугами каждой точки с *ближайшими* соседями, например, при помощи метода триангуляции [1, 2].

Достоинством такого подхода является его простота и эффективность, поскольку при соединении соседних точек в свободном пространстве, находящихся на минимальном расстоянии друг от друга, можно пренебречь проверкой на пересечение с препятствиями промежуточных положений объекта.

Для решения поставленной задачи данный подход является неполным, т. к. в n-мерном случае, т. е. при рассмотрении не только трех линейных, но и нескольких угловых координат, проверка на пересечение с препятствиями промежуточных положений объекта между двумя точками становится необходимой, без нее возможно соединение вершин с ближайшими соседями только с учетом линейных координат, в результате чего могут быть потеряны глобально оптимальные пути перемещения.

Предложен и реализован другой подход, обладающий полнотой. Полученные случайным образом вершины графа соединяются между собой дугами с учетом видимости, т. е. выполнением условия непересечения с препятствиями при движении из вершины в вершину по прямой в пространстве конфигураций. Выполняется проверка видимости между текущей вершиной $s_{i1}\in\{Sr\}$ и каждой из подмножества вершин $s_{j1}\in\{Sx\}$ с большими или равными значениями линейной координаты груза x. Подмножество $\{Sx\}$ формируется из множества $\{Sr\}$ по условию:

$$\forall(s_{j1}\in\{Sx\}); \quad x_{j1}\geq(x_{i1}\in\{Sr\}), \quad (3)$$

где $\{Sx\}\subseteq\{Sr\}$.

После того, как сформирована матрица весов графа $[N]$, осуществляется поиск кратчайшего пути между двумя вершинами графа ($s_{нач}$ и $s_{кон}$) при помощи традиционных алгоритмов поиска на графе.

Далее выполняется интерполяция и локальная оптимизация найденной траектории. После локальной оптимизации найденная траектория представляет собой последовательность из смежных вершин, заданных на равномерной решетке $S=\{s_p\}_{p=1}^{i\max}$.

Описание модифицированного алгоритма ВДК перемещения груза, положение которого определяют 3 линейные и 2 угловые обобщенные координаты.

1. Задание численных значений исходных данных: $s_{нач}=(x_{н0},y_{н0},z_{н0},\gamma_{н0},\omega_{н0})$; $s_{кон}=(x_{к0},y_{к0},z_{к0},\gamma_{к0},\omega_{к0})$; $\{\vec{R}g\}$; $i_{\max}$; $j_{\max}$; $k_{\max}$; $l_{\max}$; $m_{\max}$; $[Y_{ПР}]$; ng; $c_{\gamma\omega}$; Δu; $\mathrm{opt}_{\max}$; $l_{зап\_г}$; $l_{зап\_в}$.

Параметры соответствуют описанным при постановке задачи. Собственный параметр алгоритма ВДК, задаваемый эмпирически: ng – количество вершин графа дорожной карты.

2. С использованием методики построения полидистантных поверхностей вокруг реальных поверхностей препятствий, заданных дискретно в трехмерном пространстве [6], формируется массив $[Y_{\min}]$ гиперповерхности минимальных значений вертикальных координат условного центра груза с учетом его угловых координат: $Y_{\min}(i,k,l,m)$, $i\in[1;i_{\max}]$; $k\in[1;k_{\max}]$; $l\in[1;l_{\max}]$; $m\in[1;m_{\max}]$. Гиперповерхность представляет собой функцию минимально возможных (при выполнении условия непересечения с препятствиями) значений вертикальной координаты y точки начала локальной системы координат груза $O_gX_gY_gZ_g$, принятой за условный центр груза, в неподвижной системе координат $O_0X_0Y_0Z_0$.

3. Генерируется случайным образом множество вершин $Sr=\{s_2,\ldots,s_{ng-1}\}$ графа дорожной карты, представляющих собой точки в пространстве конфигураций, т. е. возможные положения груза в пределах заданной сетки координат, в которых он не пересекается с препятствиями.

Для создания дорожной карты при помощи генератора случайных чисел создается ng точек в пространстве конфигураций с координатами:

$$s_p=(x_p,y_p,z_p,\gamma_p,\ \omega_p),\ p\in[2;ng-1],$$

где

$$x_p=i_p\Delta l;\ y_p=j_p\Delta l;\ z_p=k_p\Delta l;\ \gamma_p=(l_p-0{,}5l_{\max})\Delta u;$$
$$\omega_p=(m_p-0{,}5m_{\max})\Delta u; \quad (4)$$
$$i_p=[\mathrm{Rand}\ i_{\max}];\ j_p=[\mathrm{Rand}\ j_{\max}];\ k_p=[\mathrm{Rand}\ k_{\max}];$$
$$l_p=[\mathrm{Rand}\ l_{\max}];\ m_p=[\mathrm{Rand}\ m_{\max}]. \quad (5)$$

где Rand – случайное число с равномерным законом распределения в диапазоне [0; 1].

Значения $(x_p,y_p,z_p,\gamma_p,\omega_p)$, полученные для каждого значения p, должны удовлетворять условию непересечения груза с полидистантной (эквидистантной) поверхностью $[Y_Э]$, что через массив гиперповерхности $Y_{\min}$ описывается следующим условием:

$$y_p\geq Y_{\min}(i_p,k_p,l_p,m_p). \quad (6)$$

При выполнении этого условия значение p увеличивается на 1, в противном случае генерация отдельной точки по (4), (5) повторяется.

Первая (p=1) и последняя (p=ng) точки траектории будут совпадать с начальной и конечной заданными точками:

$$s_1=s_{нач}=(x_{н0},y_{н0},z_{н0},\gamma_{н0},\omega_{н0});\ s_{ng}=s_{кон}=(x_{к0},y_{к0},z_{к0},\gamma_{к0},\omega_{к0}).$$

4. Формируется матрица весов дуг $N=[L_{i1,j1}]_{i1,j1=1}^{ng}$. Выполняется проверка видимости между текущей точкой $s_{i1}\in\{Sr\}$ и каждой из подмножества точек $s_{j1}\in\{Sx\}$ с большими или равными значениями линейной координаты груза x. Подмножество $\{Sx\}$ формируется из множества $\{Sr\}$ с выполнением условия (3). Для этого, используется два вложенных цикла: внешний $i1\in[1;ng]$ и внутренний $j1\in[1;ng]$. Для каждого сочетания значений $i1$ и $j1$ осуществляется проверка выполнения условия(3). При невыполнении данного условия вес дуги (s_{i1},s_{j1}) принимается равным бесконечно большому значению по (2).

Если условие выполняется, то проводится дополнительная проверка выполнения условия непересечения с препятствиями всех точек, лежащих на прямой в пространстве конфигураций между точками s_{i1} и s_{j1}. Находят применение два способа осуществления подобной проверки [1, 4]: 1) при помощи инкрементного алгоритма (алгоритма последовательных малых приращений); 2) при помощи рекурсивного алгоритма деления отрезка пополам (используя метод дихотомии).

Проведенные рядом зарубежных авторов исследования показали, что рекурсивный алгоритм деления отрезка работает в общем случае быстрее инкрементного [1, 4]. Причина в том, что в среднем положении любого отрезка груз имеет самую высокую вероятность пересечения с препятствием, если таковое имеет место.

Осуществлялась проверка выполнения условия непересечения с препятствиями всех точек, лежащих на прямой в пространстве конфигураций между точками s_{i1} и s_{j1}, используя второй способ, по следующей модификации рекурсивного алгоритма.

4.1. Переменная *break*, определяющая наличие (*break*=1) либо отсутствие (*break*=0) пересечения груза с препятствиями при движении по прямой в пространстве конфигураций между двумя точками s_{i1} и s_{j1}, принимается равной нулю:

$$break=0. \qquad (7)$$

4.2. В цикле с идентификатором $i2$ происходит изменение значения индекса $i2$ от 1 до некоторого максимального значения $i2_{max}$, определяемого условием

$$\Delta L\le\Delta L_{min},$$

где ΔL_{min} – постоянная величина;

$$\Delta L=\sqrt{(\Delta x2)^2+(\Delta y2)^2+(\Delta z2)^2}+$$
$$+c_{\gamma\omega}\sqrt{(\Delta\gamma 2)^2+(\Delta\omega 2)^2},$$

где $\Delta x2=(x_{i1}-x_{j1})/i2$; $\Delta y2=(y_{i1}-y_{j1})/i2$; $\Delta z2=(z_{i1}-z_{j1})/i2$; $\Delta\gamma 2=(\gamma_{i1}-\gamma_{j1})/i2$; $\Delta\omega 2=(\omega_{i1}-\omega_{j1})/i2$.

Изменение индекса $i2$ на каждой итерации цикла $i2$ происходит по закону геометрической прогрессии (увеличение в 2 раза):

$$i2=i2\cdot 2.$$

Значение $i2$ определяет количество равноотстоящих друг от друга точек на прямой между точками s_{i1} и s_{j1}, в которых на текущей итерации цикла $i2$ происходит проверка пересечения груза с препятствиями, рис. 1.

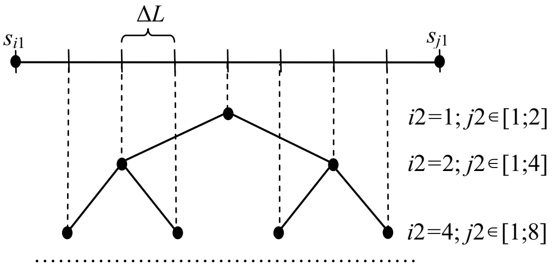

Рис. 1. *Графическая интерпретация модификации рекурсивного алгоритма деления отрезка пополам (пример на плоскости, дерево рекурсии)*

4.3. Кроме того, на каждой итерации цикла $i2$ во вложенном цикле $j2$ с интервалом в 1 варьируется вспомогательный индекс $j2$:

$$j2\in[1;\ i2\cdot 2].$$

Максимальное значение $j2=i2\cdot 2$ определяет суммарное количество точек, проверенных на пересечение с препятствиями с начала цикла $i2$. Причем, на каждой итерации цикла $i2$ во вложенном цикле $j2$ проверяются новые точки, не совпадающие с проверенными на предыдущей итерации $i2$, рис. 1. Для этого на каждой итерации алгоритма $i2$ определяются собственные значения координат точки, с которой начинается проверка:

$$x2_{нач}=x_{i1}+(x_{i1}-x_{j1})/(i2\cdot 2);\ y2_{нач}=y_{i1}+(y_{i1}-y_{j1})/(i2?2);$$
$$z2_{нач}=z_{i1}+(z_{i1}-z_{j1})/(i2\cdot 2);$$
$$\gamma 2_{нач}=\gamma_{i1}+(\gamma_{i1}-\gamma_{j1})/(i2\cdot 2);\ \omega 2_{нач}=\omega_{i1}+(\omega_{i1}-\omega_{j1})/(i2\cdot 2).$$

Затем во вложенном цикле $j2$ вычисляются координаты текущей проверяемой точки:

$$x2=x2_{нач}+\Delta x2(j2-1);\ y2=y2_{нач}+\Delta y2(j2-1);$$
$$z2=z2_{нач}+\Delta z2\ (j2-1);$$
$$\gamma 2=\gamma 2_{нач}+\Delta\gamma 2(j2-1);\ \omega 2=\omega 2_{нач}+\Delta\omega 2(j2-1).$$

Соответствующие индексы координат на равномерной дискретной сетке определяются следующим образом:

$$i=[x^2/\Delta l];\ j=[y^2/\Delta l];\ k=[z^2/\Delta l];\ l=[(\gamma^2-\gamma_{min})/\Delta u];$$
$$m=[(\omega^2-\omega_{min})/\Delta u]. \qquad (8)$$

4.4. Далее во вложенном цикле $j2$ для текущей проверяемой точки с индексами координат (8) выполняется собственно проверка условия непересечения груза с препятствиями (6). В случае, если данное условие не выполняется, т. е. имеет место пересечение груза с препятствиями, переменная *break* принимается равной 1, и одновременно циклы $j2$ и $i2$ прерываются:

$$break=1.$$

4.5. Данный пункт выполняется после завершения либо прерывания вложенных циклов $j2$ и $i2$. Выполняется проверка условия (7). Если данное условие не выполняется, т. е. имеет место пересечение груза с препятствиями при движении из точки

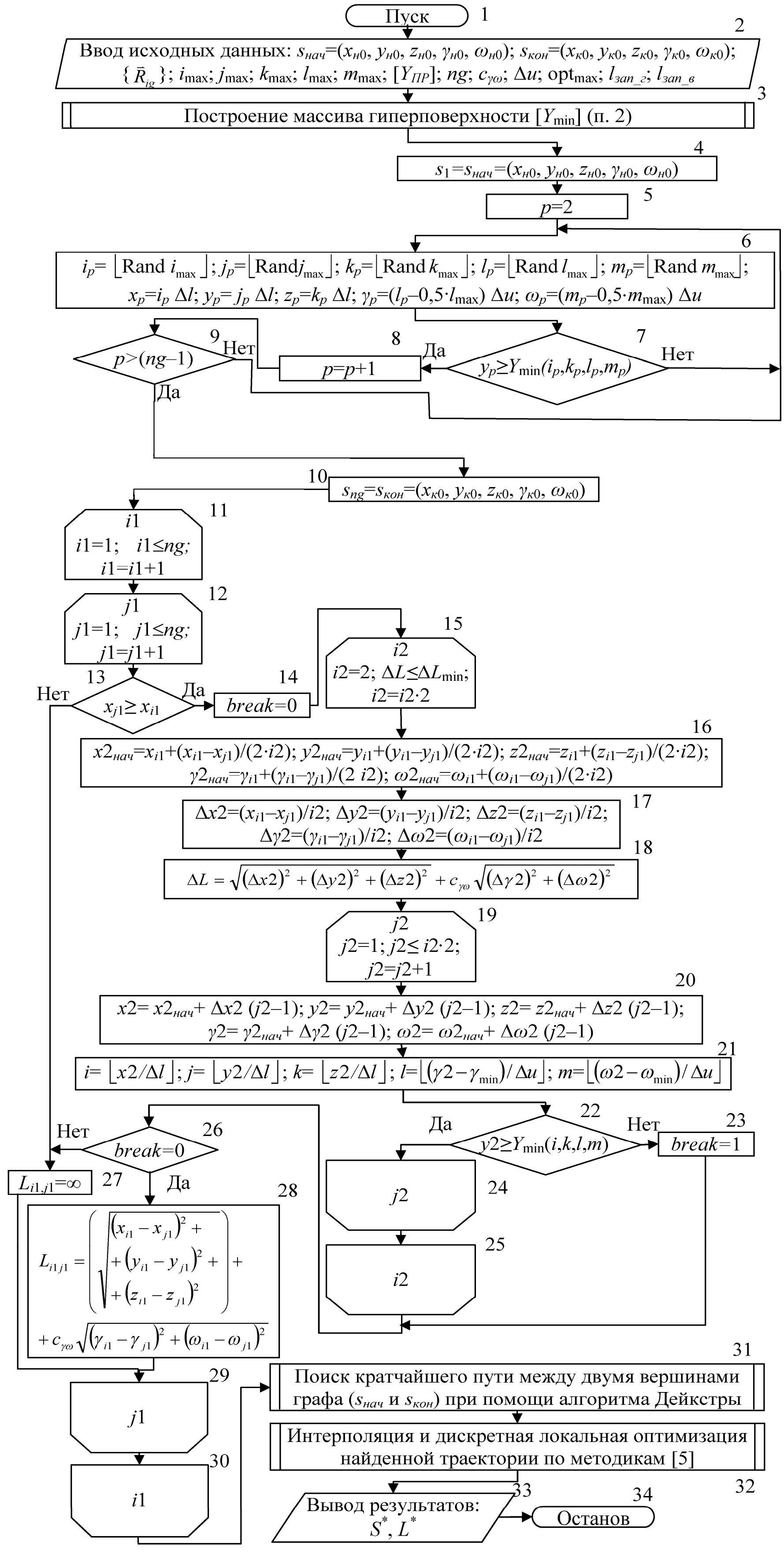

Рис. 2. *Блок-схема модифицированного алгоритма ВДК для 5-и учитываемых обобщенных координат груза*

s_{i1} в s_{j1}, вес соответствующей дуги (ребра) графа принимается равным бесконечно большому значению по (2). В случае выполнения условия (7) вес дуги рассчитывается как значение целевой функции по (1).

5. Осуществляется поиск кратчайшего пути между двумя вершинами графа ($s_{нач}$ и $s_{кон}$) при помощи алгоритма Дейкстры. Результатом поиска является оптимальная траектория S^* с минимальным значением целевой функции L^*, представляющая собой последовательность из нескольких вершин графа дорожной карты Gr: $S^*=\{s_p\}_{p=1}^{sn}$.

6. Осуществляется линейная интерполяция найденной траектории на равномерной сетке обобщенной координаты $x_i(i\in[1;i_{\max}])$ для вычисления обобщенных координат y_i, z_i, γ_i, ω_i.

В результате интерполяции получается траектория, представляющая собой последовательность из смежных вершин, заданных на равномерной решетке $S=\{s_p\}_{p=1}^{i\max}$.

7. Выполняется локальная оптимизация интерполированной траектории S^*.

8. Определяется уточненное значение целевой функции L^* оптимизированной лучшей траектории S^* по (1).

9. Вывод результатов: L^*, S^*. Окончание работы алгоритма.

Блок-схема модифицированного алгоритма ВДК приведена на рис. 3.

Примеры найденной траектории S^* (точки начала координат системы груза) и этой же траектории после интерполяции и локальной оптимизации с указанием положений осей груза в форме цилиндра приведены на рис. 2, *а* и *б*, соответственно. Для неоптимизированной траектории положения осей цилиндра не показаны, чтобы не затемнять рисунок. Груз в форме цилиндра в рассматриваемом примере имел габаритный диаметр 0,5 условных единиц, и высоту 2 условные единицы. Траектория после локальной оптимизации на рис. 2, *б*, совпадает с глобальным минимумом заданной целевой функции. Время поиска приведенной в качестве примера траектории составило менее 2 с на ЭВМ средней производительности (AMD Athlon 64 X2 Dual Core Processor 5600+2,90 ГГц) при количестве узлов графа ng=800.

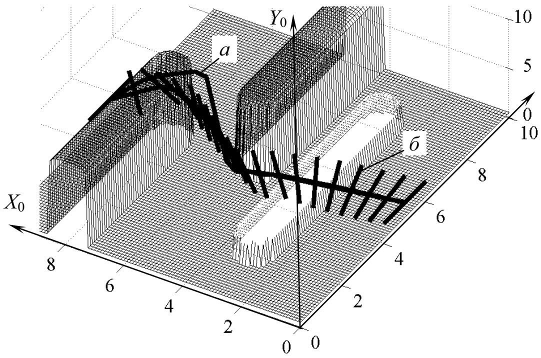

Рис. 3. *Примеры найденной траектории модифицированным алгоритмом: а) до и б) после локальной оптимизации*

Выводы

Одним из эффективных методов оптимизации траектории движения объекта в трехмерном пространстве с препятствиями является модифицированный метод вероятностной дорожной карты.

Предложенный в работе модифицированный алгоритм реализован в средах Microsoft Visual C++ и MATLAB. Эффективность алгоритма подтверждена конкретными расчетами, которые показали, что траектория движения объекта после локальной оптимизации совпадает с глобальным минимумом целевой функции. Алгоритм обладает сравнительно высоким быстродействием по сравнению с аналогичными, его применение возможно в системах автоматического управления грузоподъемными машинами при перемещении грузов в трехмерном пространстве с препятствиями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Geraerts R., Overmars M.H. A comparative study of probabilistic roadmap planners // Proc. Workshop on the algorithmic foundations of robotics (15–17 December, 2002). – Nice, France: WAFR, 2002. – P. 43–57.
2. Kavraki L.E., Latombe J.-C. Randomized preprocessing of configuration space for fast path planning // IEEE Intern. Conf. Robotics and Automation (8–13 May, 1994). – San Diego, CA, USA: IEEE Press, 1994. – P. 2138–2145.
3. Джини К. Средние величины. – М.: Статистика, 1970. – 447 с.
4. Sanchez G., Latombe J.-C. A single-query bi-directional probabilistic roadmap planner with lazy collision checking // Intern. Symp. robotics research (9–12 November, 2001). – Lorne, Victoria, Australia: ISRR, 2001. – P. 403–417.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
6. Корытов М.С. Использование полидистантных поверхностей в задаче поиска пути перемещения груза в среде с препятствиями // Матер. 64-й научно-техн. конф. ГОУ «СибАДИ». – Омск: СибАДИ, 2010. – Кн. 1. – С. 302–306.

Поступила 21.01.2011 г.