

Выводы

Обосновано использование методов эконометрии в задачах системного анализа. Введены основные системные единицы, позволяющие получать объективные численные оценки исследуемых

процессов, не вдаваясь в их конкретное физическое содержание.

На основе понятия «гомеостаз» получены условия и критерии оценки сбалансированного равновесного динамического функционирования систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лопатников Л. Экономико-математический словарь. — М.: Изд-во АБУ, 1996. — 700 с.
2. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. — М.: Высшая школа, 1989. — 367 с.
3. Системный анализ и принятие решений: словарь-справочник / под общ. ред. В.Н. Волковой, В.Н. Козловой. — М.: Высшая школа, 2004. — 612 с.
4. Сю Д., Майер А. Современная теория автоматического управления и ее применение. — М.: Машиностроение, 1972. — 530 с.
5. Николис Дж. Динамика иерархических систем. Эволюционное представление. — М.: Мир, 1989. — 474 с.

Поступила 25.03.2011 г.

УДК 621.01:519.242

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМЫ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.В. Янушевскис, А.Г. Мельников, И.Д. Кактабулис

Рижский технический университет, Латвия
E-mail: janush@latnet.lv

Предложена ресурсосберегающая методика оптимизации формы элементов механических систем создаваемых средствами автоматизированного проектирования. Методикой предусматривается планирование расположения контрольных точек полигона неоднородных рациональных B-сплайнов, задающих проектируемую форму, и построение соответствующих метамоделей, использующихся в дальнейшем для оптимизации. Показана эффективность методики как при решении тестового примера так и при оптимизации формы диска для крепления измерительной аппаратуры на оси колесной пары вагона. Приведены полученные формы и соответствующие количественные показатели.

Ключевые слова:

Оптимизация формы, неоднородные рациональные B-сплайны, планирование экспериментов, метамоделей, тензометрическая колесная пара вагона.

Key words:

Shape optimization, non-uniform rational B-splines, design of experiments, metamodel, tensometric wheel pair of wagon.

Создание конкурентно способных продуктов в наши дни, как правило, включает этап оптимизации формы элементов механических систем. Для оптимизации формы и топологической оптимизации конструкций широкое распространение получили разнородности метода гомогенизации [1, 2], который подразумевает рассмотрение каждого элемента конечно-элементной модели конструкции как композита, содержащего материал и пустоты. Ищется такое отношение материала и пустот, чтобы максимизировать поставленный критерий, например, безразмерный коэффициент эффективности:

$$PI = \frac{\sigma_{0,\max} v_0}{\sigma_{i,\max} v_i},$$

где $\sigma_{0,\max}$ — максимальное значение эквивалентных напряжений в первоначальной конструкции; v_0 — начальный объём конструкции; $\sigma_{i,\max}$ и v_i — соответствующие значения переменных, полученные при i -й итерации.

Метод особенно успешно применяется [3 и др.] для оптимизации оболочечных конструкций. Однако его применение может быть затруднительным, так как количество параметров оптимизации может быть огромным (сотни тысяч и даже более миллиона) и для решения задачи требуется мощное программное обеспечение и вычислительные ресурсы. В случае оптимизации твёрдых тел полученные оптимальные формы часто трудно реализуемы или даже принципиально нереализуемы технологически. Поэтому актуальна разработка альтернативных подходов.

Предлагаемая альтернативная методика оптимизации формы элементов механических систем предусматривает применение высококачественных метамоделей и использование на соответствующих этапах программное обеспечение геометрического моделирования и метода конечных элементов (МКЭ), а также программ для оптимизации и аппроксимации. Разработанная методика основывается на последовательном использовании CAD/CAE

программы SolidWorks [4] и EDAOpt [5]. Методика предусматривает:

- Планирование расположения опорных точек для неоднородных рациональных В-сплайнов [6], определяющих форму объекта.
- Получение моделей геометрической формы объекта в CAD в соответствии с планом эксперимента [7].
- Расчёт интересующих откликов полной модели объекта посредством CAE программ.
- Создание метамоделей объекта для полученных откликов.
- Использование метамоделей для оптимизации формы объекта.
- Проверка результатов для полученной формы используя полную модель объекта.

При использовании данной методики получают только гладкие формы задаваемые В-сплайнами. Негладкие формы не анализируются и исключаются из процесса оптимизации. Полученные формы технологически легко реализуемы и в тоже время не требуются огромных вычислительных ресурсов, следовательно, оптимизацию можно проводить с помощью обычного персонального компьютера.

Сначала в качестве тестового примера рассматривается пластина размером $400 \times 400 \times 4,2128$ мм, которая неподвижно закреплена по краям с четырёх сторон. Материал пластины принят изотропным с модулем упругости $E=200$ ГПа и коэффициентом Пуассона $\mu=0,3$, а толщина пластины – постоянна. В центре перпендикулярно к поверхности пластины приложена сила $P=500$ Н, которая вызывает изгиб пластины. Ищется форма выреза, минимизирующая критерий – объём пластины, при ограничении на ее максимальный прогиб $\delta=0,5$ мм. В работе [8], используя метод гомогенизации, найдена оптимальная форма выреза пластины с объёмом $V_{60}=68750$ мм.

Здесь данная задача решается при помощи предлагаемой альтернативной методики. Форма выреза задаётся тремя приёмами (рис. 1), используя точки: 1) опорные, которые соединены прямыми; 2) узловые В-сплайна; 3) контрольные полигона В-сплайна. При решении задач, сформулированных приемом 3, для того, чтобы получить сглаженные формы в крайних точках В-сплайна (x_1 и x_3),

заданы векторы неразрывности в данных точках, которые образуют угол 90° относительно осей симметрии и длину, на которой действует сглаживание (для x_1 и x_3 приняты значения 10 и 3 соответственно).

Формулируя задачу, учитывается ее симметричный характер. При решении рассматривается модель $1/4$ пластины, а, задавая точки определяющие вырез, используется $1/8$ пластины, т. к. форма выреза должна быть симметрична. На рис. 1 показано, что вырез определяется с помощью 3 точек, которые расположены: 1) на вертикальном ребре, 2) на прямой, проведенной под углом $22,5^\circ$ по отношению к вертикальному ребру, и 3) на диагонали $1/4$ пластины. Данные точки задаются при помощи 3 координат X_1 , X_2 и X_3 , которые варьируются в диапазонах $100 < X_1 < 170$; $100 < X_2 < 210$ и $100 < X_3 < 230$ мм для приёмов «1», «2» и $100 < X_1 < 180$; $100 < X_2 < 235$ и $100 < X_3 < 230$ мм для приёма «3». Программой EDAOpt генерируется план эксперимента латинского гиперкуба, подсчитанный по критерию MSD (среднеквадратической дистанции) [9] для 3 факторов, содержащий 40 пробных точек (план также доступен на сайте [10]).

При помощи программы SolidWorks образованы 3D модели (рис. 2) и произведены расчёты МКЭ используя элементы с усредненным глобальным размером ребра 4 мм, и суммарным числом степеней свободы ~ 100000 . Полученные отклики: максимальные эквивалентные напряжения по критерию Мизеса; максимальные перемещения; деформации; объём пластины v и др. были введены в программу EDAOpt и использованы для локальной квадратичной аппроксимации.

Для аппроксимации отклика полиномом второго порядка используется зависимость [5]:

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^d \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=i+1}^d \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^d \beta_{ii} x_i^2 + \varepsilon,$$

где для d переменных $x_1, \dots, x_d$ с $L=(d+1)(d+2)/2$ неизвестными коэффициентами β ошибки ε приняты независимыми с нулевым средним значением и постоянной дисперсией σ^2 . В случае локальной аппроксимации значения коэффициентов $\beta=(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_L)$ зависят от места расположения точки, где подсчитывается прогноз, и получаются методом взвешенных наименьших квадратов:

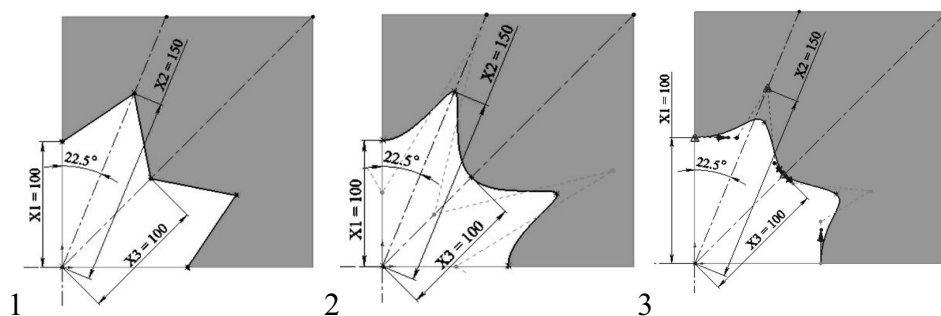


Рис. 1. Приемы получения формы выреза при использовании точек: 1) опорных, соединенных прямыми; 2) узловых В-сплайна; 3) контрольных полигона В-сплайна

$$\epsilon = \arg \min_{\beta} \sum_{j \in N_x} w(x_0 - x_j) \times (y_j - \hat{y}(x_j))^2,$$

где значимость соседних точек множества N_x учитывается при помощи ядра Гаусса:

$$w(u) = \exp(-\alpha u^2), \quad (1)$$

где u — евклидово расстояние от x_0 до текущей точки и α — коэффициент, характеризующий значимость.

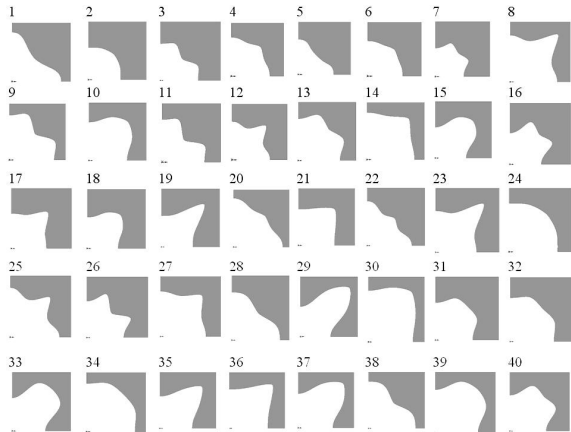


Рис. 2. Геометрические модели пластины в соответствии с планом эксперимента для варианта «г» (рис. 3)

Качество аппроксимации оценивается относительной ошибкой кросс-валидации:

$$\sigma_{x_{rel}} = 100 \% \sqrt{\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_{-i}(x_i) - y_i)^2}{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (2)$$

где в числителе — среднеквадратичная ошибка прогноза, в знаменателе — среднеквадратичное отклонение отклика от его среднего значения, а n —

число проверочных точек и $\sum_{i=1}^n \hat{y}_{-j}(x_i)$ обозначает

суммирование без учета j -й точки отклика, следовательно, осуществляется кросс-валидация с пропуском одной точки.

Далее используя полученные метамоделли, проведена глобальная оптимизация и найдены оптимальные формы выреза (рис. 3, б–д) при вышеописанных приемах задания формы выреза.

Сравнение полученных результатов с результатами работы [8] сведено в таблице, где наименования вариантов те же, что и на рис. 3. Параметр α (1) характеризует степень учета влияния ближайших соседних точек на локальную квадратичную аппроксимацию с ядром Гаусса, а относительная ошибка кросс-валидации SigmaCross (2), выраженная в процентах по отношению к стандартному отклонению экспериментальных точек от среднего значения — качество аппроксимаций соответствующих откликов. Значения прогноза получены используя аппроксимации — метамоделли, а фактические получены для найденных форм решая МКЭ полную модель.

Лучшие результаты получены при использовании контрольных точек полигона В-сплайна и узловых точек В-сплайна. Результаты, полученные для объема в варианте «г», фактически оказались немного лучшими, чем полученные методом гомогенизации. Дальнейшее улучшение результатов варианта «г» осуществлено оптимизацией длин векторов неразрывности точек x_1 и x_3 , что позволило снизить объем пластины на 1,38 % в варианте «д» по сравнению с методом гомогенизации. Для этого применялась та же методика с использованием плана, состоящего из 10-и пробных точек для двух факторов. Как видно на рис. 2, е, центральная часть пластины в варианте «д» практически приняла форму круга. Следует отметить для варианта «д» очень хорошую близость результатов прогноза к фактическим значениям объема пластины.

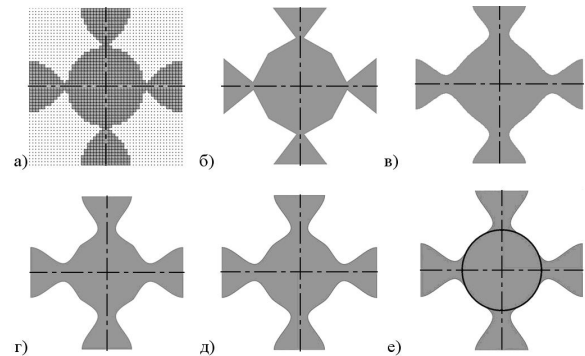


Рис. 3. Результаты оптимизации формы пластины с помощью а) метода гомогенизации [8]; б) метамоделей, полученных при планировании 3 опорных точек, которые соединены прямыми; в) метамоделей, полученных при планировании 3 узловых точек В-сплайна; г) метамоделей, полученных при планировании 3 контрольных точек полигона В-сплайна; д) «г» варианта, дополнительно оптимизируя 2 вектора неразрывности крайних контрольных точек; е) вариант «д» с проведенной окружностью

Таблица 1. Количественные показатели найденных форм выреза пластины

Вариант	α	Аппроксимация SigmaCross, %		Объем v , мм ³		Изменение объема по отношению к варианту «а», %	
		δ	v	Прогнозируемый	Фактический	Прогнозируемый	Фактический
а	—	—	—	—	68750,00	—	—
б	17	9,81	0,03	69414,78	69331,58	1	0,84
в	17	9,81	0,03	68988,67	68815,88	0,4	0,096
г	15,6	9,81	0,03	68862,32	68721,98	0,16	−0,04
д	3,2	0,79	0,16	67797,524	67800,975	−1,385	−1,38

Далее данная методика применяется для практической задачи оптимизации формы диска предназначенного для крепления измерительной системы колесной пары вагона. В настоящее время для мониторинга системы колесная пара — рельс используются специальные тензометрические колесные пары. Для каждого типа испытуемой единицы подвижного состава тензометрическая колесная

пара должна изготавливаться специально, т. к. требуется соответствие по диаметру и типам крепления. В целях упрощения этапа подготовки испытаний предлагается в качестве тензометрической использовать штатную колесную пару вагона.

В качестве прототипа принято съемное оборудование, предназначенное для колесной пары грузового 80 тонного вагона, в виде диска (рис. 4, а) из алюминия марки 1060 Н12, который закрепляется на оси колесной пары с наружной стороны. На наружной поверхности съемного диска закрепляется два передатчика ($20 \times 55 \times 80$ мм) массой 0,1 кг каждый и передающая антенна [11]. Решается задача оптимизации формы диска с целью минимизации его веса. Рассчитываются напряжения в диске от центробежных сил при его вращении с угловой скоростью 116,98 рад/с. Допустимые напряжения в диске по критерию Мизеса $\sigma_{\max}$ ограничиваются 4 МПа. Принятая начальная толщина диска составляет 10 мм. Сначала устанавливается рациональная форма диска в плане, варьируя значение параметра $E1$ (малая полуось эллипса) (рис. 4, б) в диапазоне $170 < E1 < 300$ мм. Такая форма позволяет удобно располагать элементы аппаратуры. Далее производится оптимизация формы поперечного сечения диска.



Рис. 4. Внешний вид дисков: а) съёмный диск с измерительным оборудованием и место его установки; б) полученная форма диска в плане

Конструкционные ограничения позволяют изменять толщину только с одной стороны диска в диапазоне 150 мм до 300 мм от его центра (рис. 5).

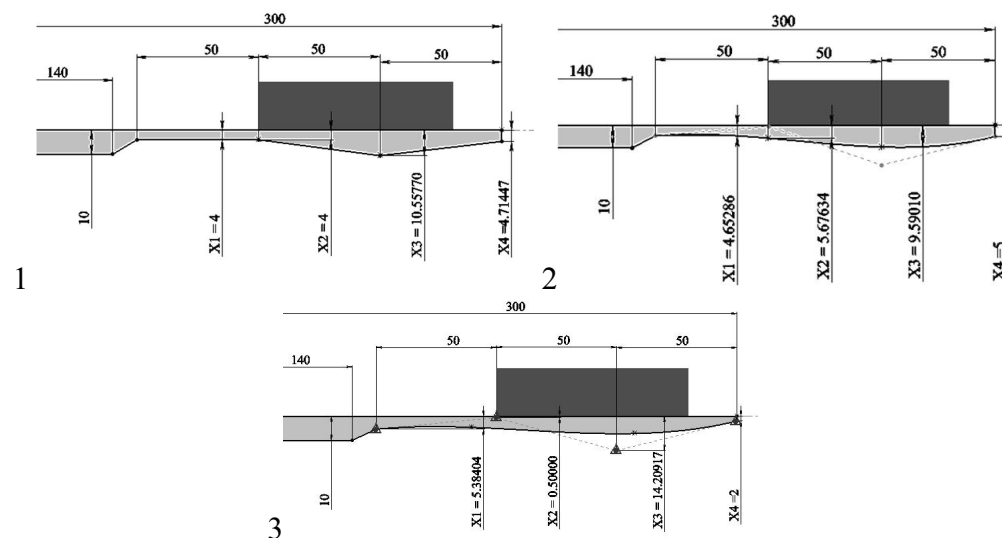


Рис. 5. Полученные формы поперечного сечения диска: 1) опорные точки соединены прямыми; 2) В-сплайн проведён через узловые точки; 3) для построения В-сплайна использованы контрольные точки полигона сплайна

Центральная часть диска имеет постоянную толщину 10 мм. Форма поперечного сечения диска задается теми же тремя приемами (рис. 5), что и в предыдущем примере. Вводятся 4 параметра с диапазонами варьирования $4 < X1 < 10$; $4 < X2 < 10$; $5 < X3 < 12$; $3 < X4 < 5$ для вариантов «1», «2» и $3 < X1 < 10$; $0,5 < X2 < 20$; $5 < X3 < 25$; $2 < X4 < 5$ для варианта «3». Далее согласно методике генерируются план эксперимента, в соответствии с которыми для каждого из рассмотренных вариантов производятся 70 прочностных расчётов в ПО SolidWorks. Полученные отклики (максимальные значения эквивалентных напряжений и аксиальных перемещений диска, его объем и др.) аппроксимируются в программе EDA-Орт для последующего глобального поиска.

Далее согласно методике процедурой глобального поиска [12] проводится минимизация объема диска при ограничениях на соответствующие напряжения и перемещения (табл. 2). Варианты «б» и «в» аппроксимированы при помощи локальной полиномиальной функции второго порядка.

Таблица 2. Количественные показатели найденных форм поперечного сечения диска

Вариант	α	Аппроксимации SigmaCross, %		Объём v , см ³		Максимальные напряжения по Мизесу $\sigma_{\max}$, МПа	
		$\sigma_{\max}$	v	Прогнозируемый	Фактический	Прогнозируемые	Фактические
а	—	—	—	—	1394900	—	3,3377
б	4	10,93	0	946180	946173	3,9998	4,1257
в	6	20,56	0,06	1003944	1003891	3,9999	3,8338
г	3	40,28	2,03	923421	921740	3,9999	4,2003

Подобран наилучший коэффициент α (1) ядра Гаусса для каждого варианта. Локальная аппроксимация третьего порядка использована для варианта «г». Таким образом, найдены оптимальные значения параметров, в соответствии с которыми, в So-

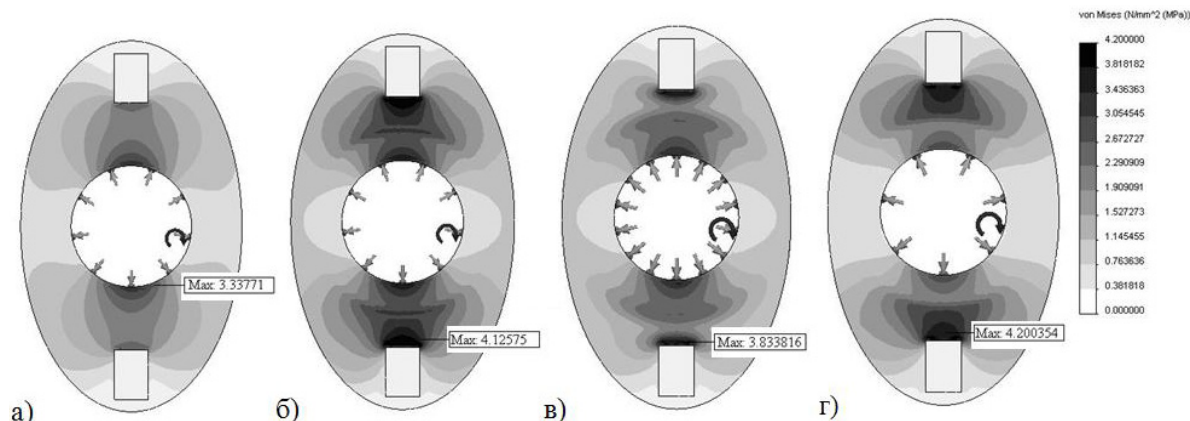


Рис. 6. Напряжения по Мизесу в диске: а) постоянной толщины 10 мм; б) поперечная форма которого получена опорные точки соединив прямыми; в) поперечная форма которого получена В-сплайном проведённым через узловые точки; г) поперечная форма которого получена используя контрольные точки В-сплайн полигона

lidWorks образованны формы поперечного сечения (рис. 5). Произведены проверочные расчёты МКЭ диска с данными найденных прогнозируемых сечений и сечением постоянной толщины. Найденны фактические напряжения по критерию Мизеса (рис. 6 и табл. 2).

Заключение

Проведённые расчёты показали, что предложенная методика работоспособна и позволяет эффективно использовать возможности неоднородных рациональных В-сплайнов для получения сложных сглаженных форм. Наилучшие результаты оптимизации формы получены при использовании контрольных точек полигона В-сплайна. При-

менение планированного эксперимента для построения метамодели позволяет существенно экономить вычислительные ресурсы и осуществить высокоэффективную оптимизацию формы элементов механических систем. Получено уменьшение объёма диска крепления измерительной аппаратуры колесной пары вагона на ~64 % при допустимом уровне значений максимальных эквивалентных напряжений и перемещений. Метод задания формы, основанный на применении контрольных точек полигона В-сплайна, позволил получить не менее 3 % выигрыша по сравнению с другими рассмотренными приемами, а изготовление диска может быть осуществлено простыми технологическими операциями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bendsoe M.P., Sigmund O. Topology Optimization: Theory, Methods and Application. – 2nd ed. – Heidelberg (Berlin): Springer, 2003. – XIV. – 370 p. – ISBN: 3-540-42992-1.
2. Arora J.S. Introduction to Optimum Design. – 2nd ed. – Elsevier, 2004. – 728 p. – ISBN: 0-12-064155-0.
3. Vanderplaats G.N. Numerical Optimization Techniques for Engineering Design. – 3rd ed. – Colorado (Springs): Vanderplaats Research & Development, Inc., 2001. – 377 p. – ISBN: 0944956017.
4. SolidWorks 2005 Essentials: Parts and Assemblies. – Concord (Massachusetts): SolidWorks Corporation, Inc., 2004. – 524 p.
5. Auzins J., Janushevskis A. Design of Experiments and Analysis. – Riga: RTU, 2007. – 256 p. – ISBN: 978-9984-32-157-8.
6. Saxena A., Sahay B. Computer Aided Engineering Design. – N.Y.: Springer, 2005. – 393 p. – ISBN: 1-4020-2555-6.
7. Auzins J., Janushevskis A., Janushevskis J. Optimized Experimental Designs for Metamodeling: Algorithm. // Sci. Jour. of RTU: Transport and Engineering. Mechanics. – 2010. – Ser. 6. – № 33. – P. 25–29.
8. Liang Q.Q., Xie Y.M., Steven G.P. A Performance Index for Topology and Shape Optimization of Plate Bending Problems with Displacement Constraints. // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2001. – V. 21. – № 5. – P. 393–399.
9. Auzins J., Janushevskis J., Janushevskis A., Kalnins K. Optimization of designs for natural and numerical experiments // Engineering Design Optimization 2006: Proc. of 6th ASMO UK Conf. – Oxford, UK, 3–4 July 2006. – Oxford University, – 2006. – P. 281–287.
10. Auzins J., Janushevskis A., Janushevskis J. Online Database of Experimental Designs. 2010. URL: <http://213.175.94.108/designDB/search.php> (дата обращения: 25.01.2010).
11. Григорьев И.Н. Передающие магнитные рамочные антенны. – М.: РадиоСофт, 2004. – 67 с.
12. Janushevskis A., Akinfiev T., Auzins J., Boyko A. A comparative analysis of global search procedures // Estonian Acad. Sci. Eng. – 2004. – V. 10. – № 4. – P. 235–250.

Поступила 26.01.2011 г.