СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филиппов М.М., Бабушкин Ю.В., Грибенюков А.И., Гинсар В.Е. Система управления многозонной термической установкой для выращивания кристаллов по методу Бриджмена // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 316. – № 5. – С. 146–151.
2. Марков А.В. Выращивание монокристаллов арсенида галлия с высоким структурным совершенством методом вертикально направленной кристаллизации // Известия вузов. Материалы электронной техники. – 2006. – № 6. – С. 16–19.
3. Бутковский А.Г. Характеристики систем с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1979. – 224 с.
4. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2003. – 229 с.
5. Пантелеев А.В., Бортаковский А.С. Теория управления в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 2003. – 583 с.

Поступила 12.04.2011 г.

УДК 62-533.65+681.52

МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫМ ПОЛЕМ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ОБЪЕКТА

М.М. Филиппов, А.И. Грибенюков, Ю.В. Бабушкин*, В.А. Кочегуров*

Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, г. Томск

*Томский политехнический университет

E-mail: imces@yandex.ru

Рассмотрена задача стабилизации температурного поля объекта с распределенными параметрами с помощью системы модального управления, включающей программируемый контроллер, который производит анализ гармоник и выработку управляющих воздействий. На примере длинного стержня, с встроенными в него нагревателями показано, что точность стабилизации температурного поля, достигаемая рассмотренным методом, соизмерима с точностью системы управления на основе ПИД-регуляторов.

Ключевые слова:
Система с распределенными параметрами, модальное управление, стабилизация, температурное поле.

Key words:
Distributed parameters system, modal control, stabilization, thermal field.

В современной теории автоматического регулирования все большее внимание уделяется проблемам управления объектами с распределенными параметрами (ОРП). К настоящему времени получены теоретические результаты, позволяющие решать конкретные задачи оптимального управления в различных областях [1].

Интерес представляет использование разработанных теорий и для таких объектов, как многозонные термические установки для выращивания кристаллов [2], параметры которых распределены в пространстве. Однако, подбирать алгоритмы управления непосредственно на установке или ее модельном представлении не всегда возможно, поэтому в качестве модели объекта управления рассматривается упрощенный объект, например, стержень длиною L, характеризующийся одномерным распределением теплофизических свойств вдоль независимой пространственной переменной x и зависящим от времени распределением температуры $T(x,t)$ [3].

Целью работы является определение структуры и параметров регулятора для системы модального управления температурным полем стержня и сравнение возможностей стабилизации температурного поля с системой управления, включающей в контур управления независимые ПИД-регуляторы.

Модальное представление объекта управления в виде длинного стержня, математическая модель которого приведена в [3], записывается следующим образом

$$\frac{d\overline{T}_n(\mu_n,t)}{dt} = -(a\mu_n^2 + k)\overline{T}_n(\mu_n,t) + \\ + q_v\overline{u}_n(\mu_n,t) + k\overline{T}^{\text{ос}} + R(\mu_n), \qquad (1)$$

$$\overline{T}_n(\mu_n,0) = \overline{T}_0(\mu_n), \;\; n = \overline{1,\infty},$$

где $\overline{T}(\mu,t) = \int\limits_0^L T(x,t)\varphi(\mu,x)r(x)dx$ – конечное интегральное преобразование температуры; $\varphi(\mu,x)$ – ядро конечного интегрального преобразования, которое определяется в результате решения соответствующей задачи Штурма–Лиувилля; μ – параметр преобразования; $r(x)$ – весовая функция, зависящая от структуры математической модели объекта управления (для модели стержня $r(x)=a^{-1}$); a, k, q_v, $R(\mu_n)$ – коэффициенты, учитывающие температуропроводность стержня, теплоотдачу с поверхности стержня в окружающую среду, тепло, выделяемое источниками тепловыделения и граничные условия; $\overline{T}^{\text{ос}}$, $\overline{u}_n(\mu_n,t)$ – конечные интегральные преобразования температуры окружающей среды и управляющего воздействия.

Полагая, что температура стержня в начальный момент времени равна температуре окружающей среды, уравнения (1) можно записать в форме отклонений мод

$$\frac{d\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t)}{dt}=$$
$$=-(a\mu_n^2+k)\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t)+q_v\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t),\ \ n=\overline{1,\infty},$$

где

$$\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t)=\int_0^L(T^*(x)-T(x,t))\varphi_n(\mu_n,x)r(x)dx,$$
$$\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t)=\int_0^L(\tilde{u}(x)-u(x,t))\varphi_n(\mu_n,x)r(x)dx,$$

$T^*(x)$ – заданное распределение температуры, $\tilde{u}(x)$ – распределение управляющих воздействий на нагреватели, необходимое для реализации $T^*(x)$.

Модальное представление ОРП отличается от типовых моделей систем с сосредоточенными параметрами только бесконечным порядком указанной системы, учитывающим пространственную распределенность функции состояния. Распределенное управление $\Delta u(x,t)$ при модальном описании объекта заменяется его эквивалентным представлением в виде бесконечного числа независимых сосредоточенных воздействий $\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t)$, образующих $\Delta u(x,t)$ в форме ряда

$$\Delta u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t)\varphi_n(\mu_n,x).$$

Функционал качества, заданный как взвешенная с постоянными коэффициентами сумма интегральных квадратичных ошибок приближения управляемой функции состояния $T(x,t)$ на всем протяжении процесса управления к невозмущенному процессу $T^*(x)$, а также энергетических затрат, обычно оцениваемых величиной интеграла от квадрата управляющего воздействия по области его определения, при модальном представлении объекта имеет вид [1]

$$I=\int_0^{t_1}\left(\begin{array}{l}\rho_1\sum\limits_{n=1}^{\infty}\Delta\overline{T}_n^2(\mu_n,t)+\\ +\rho_2q_v^2\sum\limits_{n=1}^{\infty}\Delta\overline{u}_n^2(\mu_n,t)\end{array}\right)dt\to\min,\qquad(2)$$

где ρ_1, ρ_2 – весовые коэффициенты, определяющие вклад отклонений температур и энергетических затрат, выбор которых представляет собой самостоятельную проблему.

При возможности автономного регулирования всех мод $\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t)$ с помощью несвязанных друг с другом мод управляющих воздействий $\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t)$ решение задачи аналитического конструирования регуляторов при минимизации функционала распадается на независимые задачи минимизации всех его отдельных гармоник.

Для поиска оптимального управления по каждой моде используется метод динамического программирования. Согласно этому методу необходимо записать для каждой моды уравнение Беллмана:

$$\frac{\partial\psi_n}{\partial t}+\frac{\partial\psi_n}{\partial\Delta\overline{T}_n}[-(a\mu_n^2+k)\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t)+q_v\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t)]+$$
$$+\rho_1\Delta\overline{T}_n^2(\mu_n,t)+\rho_2q_v^2\Delta\overline{u}_n^2(\mu_n,t)=0,\quad n=\overline{1,\infty},$$

где ψ_n – функция Беллмана.

Оптимальное управление находится из условия достижения максимума

$$\frac{\partial\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\partial\psi_n}{\partial t}+\dfrac{\partial\psi_n}{\partial\Delta\overline{T}_n}\left[\begin{array}{l}-(a\mu_n^2+k)\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t)+\\+q_v\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t)\end{array}\right]+\\ +\rho_1\Delta\overline{T}_n^2(\mu_n,t)+\rho_2q_v^2\Delta\overline{u}_n^2(\mu_n,t)\end{array}\right\}}{\partial\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t)}=0.$$

Откуда оптимальное управление n-й моды примет вид

$$\Delta\overline{u}_n^*=-\frac{K_n}{\rho_2q_v}\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t),\quad n=\overline{1,\infty},$$

где

$$K_n=\rho_2\left(-(a\mu_n^2+k)+\sqrt{(a\mu_n^2+k)^2+\frac{\rho_1}{\rho_2}}\right)$$

– решение алгебраического уравнения Рикатти, тогда

$$\Delta\overline{u}_n^*=-\frac{1}{q_v}\left(\begin{array}{l}-(a\mu_n^2+k)+\\+\sqrt{(a\mu_n^2+k)^2+\dfrac{\rho_1}{\rho_2}}\end{array}\right)\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t).$$

Полученное управление реализуется в замкнутом контуре регулирования каждой из N мод выхода объекта с пропорциональным регулятором K_n и воздействует только на контролируемые N мод $\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t)$, $n=\overline{1,N}$ управляемой величины $T(x,t)$.

Согласно модальному описанию объекта системой независимых друг от друга дифференциальных уравнений первого порядка относительно N учитываемых мод $\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t)$, $n=\overline{1,N}$ величины $T(x,t)$ с автономными управлениями $\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t)$, $n=\overline{1,N}$ по модам распределенного воздействия $u(x,t)$, система модального управления объектом с распределенным воздействием должна быть построена в виде совокупности N несвязанных контуров регулирования учитываемых мод.

Управление $u(x,t)$ на входе объекта рассчитывается по его модам $\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t)$ в форме суммы N слагаемых ряда

$$u(x,t)=\tilde{u}(x)-\sum_{n=1}^{N}\Delta\overline{u}_n(\mu_n,t)\varphi_n(\mu_n,x).$$

Значения $\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t)$ вычисляются анализатором гармоник $H_{\Delta T}$

$$\Delta\overline{T}_n(\mu_n,t)=\int_0^L(T^*(x)-T(x,t))\varphi_n(\mu_n,x)r(x)dx=$$
$$=\overline{T}^*(\mu_n)-\overline{T}(\mu_n,t),\ \ n=\overline{1,N}.$$

Вариант реализации модального управления представлен на рисунке.

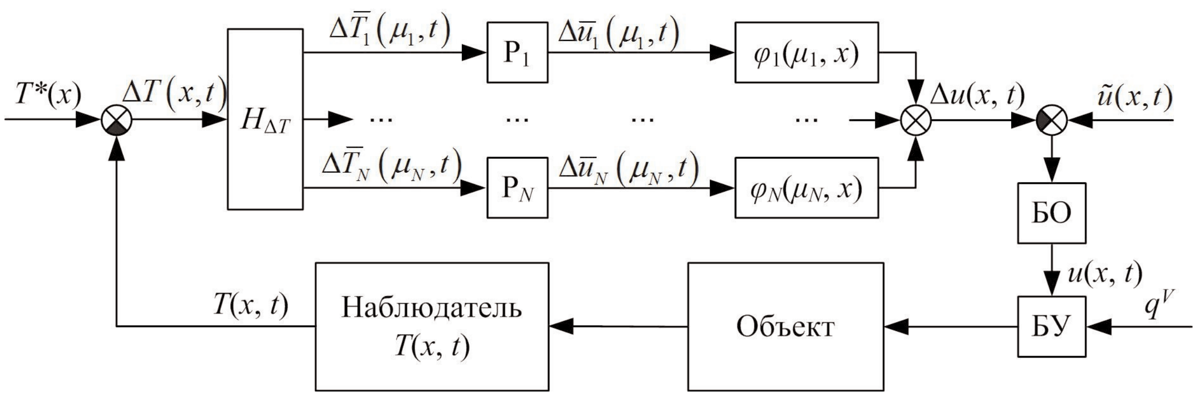

Рисунок. *Система модального управления ОРП. Обозначения: $H_{\Delta T}$ – анализатор гармоник; БУ – блок умножения; БО – блок ограничения; Р – регуляторы мод*

Рассмотрим применение системы модального управления для формирования температурного поля, используемого при выращивании кристаллов. По условиям технологического процесса необходимо реализовать распределение температуры $T^*(x)$, состоящее из трех температурных зон

$$T^*(x) =$$

$$= \begin{cases} T^{х}, \quad 0 \le x \le x_1, \\ T^{х} + (T^{г} - T^{х})(x - x_1)/(x_2 - x_1), \quad x_1 \le x \le x_2, \\ T^{г}, \quad x_2 \le x \le L, \end{cases}$$

где $T^{х}$, $T^{г}$ – температуры низко- и высокотемпературной зон; x_1, x_2 – координаты начала переходной и высокотемпературной зон.

В табл. приведены результаты расчета заданного стационарного распределения температуры стержня, достигаемого с использованием системы модального управления, при различных весовых коэффициентах функционала (2) и системы управления на основе независимых ПИД-регуляторов.

Результаты расчетов показывают, что система модального управления обеспечивает точность стабилизации заданного распределения температуры (средняя ошибка ~0,07 K), соизмеримую с точностью системы управления на основе независимых ПИД-регуляторов (средняя ошибка ~0,08 K). Изменение весовых коэффициентов функционала (2) влияет на точность стабилизации температуры незначительно.

Таблица. *Уставки регуляторов и показания температур при реализации заданного распределения температуры, K, ρ_1=1*

Номер секции	1	2	3	4	5	6	7
T_i*	353,00	353,00	353,00	363,00	373,00	373,00	373,00
ρ_2=1	353,08	353,11	353,11	363,05	373,05	373,07	373,02
ρ_2=0,1	353,09	353,04	353,04	363,00	372,96	372,98	373,03
ρ_2=0,01	352,98	352,99	353,11	363,04	372,83	373,08	372,86
ПИД	352,91	352,98	353,07	363,08	373,10	373,10	373,10

Выводы

1. Регуляторы на основе модального описания объектов с распределенными параметрами при включении в контур управления программируемых контроллеров, реализующих функции анализатора гармоник и выработки управляющих воздействий, позволяют решать задачи, связанные со стабилизацией заданных температурных полей.
2. Точность стабилизации температурного поля при соответствующем выборе числа гармоник и весовых коэффициентов квадратичного критерия качества достигает 0,05 %, что соизмеримо с точностью системы управления на основе ПИД-регуляторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2009. – 677 с.
2. Филиппов М.М., Бабушкин Ю.В., Грибенюков А.И., Гинсар В.Е. Система управления многозонной термической установкой для выращивания кристаллов по методу Бриджмена // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 316. – № 5. – С. 146–151.
3. Филиппов М.М., Грибенюков А.И., Бабушкин Ю.В., Кочегуров В.А. Оптимальная стабилизация температурного поля распределенного объекта // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 319. – № 4. – С. 21–26.

Поступила 20.04.2011 г.