

**Выводы**

Дифференциальное уравнение

$$\frac{d}{dx} \left[ \varphi(x) \frac{d\vartheta}{dx} \right] - m^2 \vartheta = 0$$

можно рассматривать в качестве обобщенного уравнения стационарной теплопроводности продольных ребер произвольного профиля, выполненных

как из однородных, так и из неоднородных материалов.

Аналитическое решение, полученное для задач переноса теплоты в ребрах переменного сечения и выполненных из материалов с постоянным коэффициентом теплопроводности, можно распространить на изучение температурных полей в ребрах с изменяющимися свойствами.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Керн Д., Краус А. Развитие поверхности теплообмена. – М.: Энергия, 1977. – 461 с.
2. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1975. – 486 с.

3. Видин Ю.В., Бойков Г.П., Колосов В.В., Ромашенко А.С. Краткий справочник по тепломассообмену. – Красноярск: Сибирский федеральный ун-т, 2007 – 169 с.

Поступила 10.03.2011 г.

УДК 519.635;532.546.3

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ СУШКЕ ДРЕВЕСИНЫ КОНДУКТИВНЫМ СПОСОБОМ В УСЛОВИЯХ ПОНИЖЕННОГО ДАВЛЕНИЯ

М.В. Алексеев, Г.В. Кузнецов

Томский политехнический университет  
E-mail: alexeeff\_max@mail.ru

*Сформулирована математическая модель тепломассопереноса в древесине при кондуктивном нагреве с использованием модели фронтального испарения влаги. Проведено численное исследование тепломассопереноса при сушке древесины кондуктивным способом в условиях пониженного давления окружающей среды. Проведен анализ влияния основных параметров технологического процесса на длительность сушки.*

**Ключевые слова:**

*Тепломассоперенос, испарение, кондуктивная сушка древесины, пониженное давление.*

**Key words:**

*Heat and mass-transfer, evaporation, conductive wood drying, underpressure.*

**Введение**

Обязательной, самой длительной и энергозатратной операцией большинства технологических процессов деревообработки, обеспечивающей высокое качество продукции, является сушка древесины.

Любые технологии сушки сопряжены с большими затратами тепловой и электрической энергии [1, 2].

Одним из наиболее перспективных является кондуктивный способ сушки древесины при пониженном давлении [3]. До настоящего времени этот способ не применяется широко в связи с тем, что отсутствует математический аппарат для выбора технологических параметров рассматриваемого процесса, обеспечивающий его высокую эффективность. Выбирать экспериментально оптимальные технологические параметры такой сушки практически невозможно из-за большой длительности и энергозатратности рассматриваемого процесса, а также многовариантности набора условий внешних воздействий на древесину. Так, например, понижение давления в сушильной камере по ре-

зультатам в значительной степени равноценно повышению температуры нагревательных элементов и наоборот. В этой связи создание математической модели, соответствующе описывающей процесс и позволяющей осуществлять оптимальный выбор технологических параметров, представляется весьма актуальной задачей, обуславливающей снижение энергозатрат на отработку технологии сушки. В настоящее время таких моделей и методов расчета технологических параметров рассматриваемого варианта процесса сушки нет.

Целью настоящей работы является математическое моделирование процесса кондуктивной сушки древесины в условиях пониженного давления с использованием модели фронтального испарения влаги.

**Постановка задачи**

Рассматривается пластина древесины, находящаяся между двумя нагревательными элементами (рис. 1). Ось OX является осью симметрии, поэтому можно рассматривать процесс в осимметричной

постановке. Задача решалась в декартовой системе координат, начало которой связано с осью симметрии исследуемого образца.

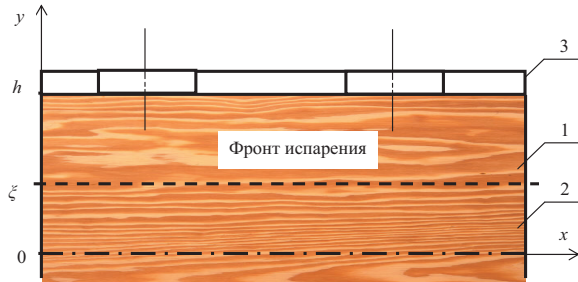


Рис. 1. Область решения: 1) сухая древесина; 2) влажная древесина; 3) нагревательный элемент

При постановке задачи учитывается следующий комплекс взаимосвязанных процессов. В древесине формируется подвижный фронт испарения влаги. Соответственно область решения можно условно разделить на две зоны: сухую и влажную древесину. С течением времени фронт испарения продвигается вглубь материала, а образовавшийся при этом пар вследствие перепада давления фильтруется в направлении к нагреваемой границе.

Пористая структура древесины зависит от сорта последней и существенно отличается, например, у лиственных и хвойных пород. Учесть все многообразие пористых структур достаточно сложно. При постановке задачи принималось, что поры сообщаются между собой (являются частично сквозными). Интенсивность фильтрации водяных паров определяется проницаемостью пористой среды, которая может быть определена экспериментально.

Предполагалось, что нагревательные элементы не являются препятствием для выхода водяных паров при нагреве. На практике это достигается перфорацией нагревательных элементов, отверстия  $\varnothing 5...6$  мм с частотой 1 отверстие на 40 см<sup>2</sup>. Влияние массовых сил на движение пара не учитывалось. Допускалось, что ввиду низкой пористости древесины для описания фильтрации водяного пара можно использовать линейный закон Дарси.

Теплофизические свойства веществ принимались постоянными, т. к. диапазон изменения температур мал (не более 50 К) в течении всего технологического процесса.

#### Математическая модель

Система уравнений, описывающая рассматриваемый процесс, и соответствующих краевых условий записана в соответствии с общей теорией [4] тепломассопереноса в пористых средах в условиях физико-химических превращений и используемы ми в [5, 6] моделями элементарных процессов:

$$\tau > 0, \quad 0 < y < \xi, \quad c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial \tau} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2}; \quad (1)$$

$$\tau > 0, \quad y = \xi, \quad W_{исп} = v_n \rho_n; \quad (2)$$

$$\tau > 0, \quad \xi < y < h, \quad c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial \tau} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} - v_n \rho_n c_n \frac{\partial T_1}{\partial y}; \quad (3)$$

$$\tau > 0, \quad \xi < y < h, \quad \frac{\partial \rho_n}{\partial \tau} + \frac{\partial v_n \rho_n}{\partial y} = 0; \quad (4)$$

$$\tau > 0, \quad \xi < y < h, \quad P = \frac{\rho_n T R}{M}; \quad (5)$$

$$\tau > 0, \quad \xi < y < h, \quad v_n = -\frac{K_n}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y}; \quad (6)$$

$$\tau = 0, \quad T = T_0 = \text{const}; \quad (7)$$

$$\tau > 0, \quad y = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial y} = 0; \quad (8)$$

$$\tau > 0, \quad y = \xi, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} = W_{исп} Q_{исп}, \quad T_1 = T_2; \quad (9)$$

$$\tau > 0, \quad y = h, \quad T = T_s = \text{const}, \quad (10)$$

где  $\tau$  – время, с;  $y$  – координата, м;  $\xi$  – координата подвижного фронта испарения, м;  $c$  – теплоемкость, Дж/(кг·К);  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  $T$  – температура, К;  $h$  – внешняя граница области решения, м;  $v$  – скорость фильтрации, м/с;  $P$  – давление, Па;  $R$  – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К);  $M$  – молекулярная масса паров, кг/моль;  $K_n$  – коэффициент проницаемости, м<sup>2</sup>;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости паров, Па·с;  $T_0$  – начальная температура, К;  $W_{исп}$  – массовая скорость испарения, кг/(м<sup>2</sup>·с);  $Q_{исп}$  – тепловой эффект испарения, Дж/кг;  $T_s$  – температура нагревательного элемента, К; Индексы: 1 – сухая; 2 – влажная древесина;  $n$  – пар.

Массовая скорость испарения определялась из выражения [4]:

$$W_{исп} = \frac{A(P^n - P)}{\sqrt{\frac{2\pi RT}{M}}}, \quad (11)$$

где давление насыщенных паров:

$$P^n = P_0 \exp\left(-\frac{Q_{исп}}{RT}\right), \quad (12)$$

где  $P_0$  – предэкспоненциальный множитель;  $A$  – коэффициент аккомодации.

Поглощение энергии при испарении влаги в пористой структуре древесины учитывалось введением в граничное условие (8) произведения  $W_{исп} Q_{исп}$ . Координата подвижной границы испарения  $\xi$  определялась из совместного решения системы уравнений (1)–(12) по формуле:

$$\xi = h - \int_0^t v_{исп} d\tau, \quad (13)$$

$$v_{жс} = \frac{W_{исп}}{\rho_v}, \quad (14)$$

где  $v_{жс}$  – скорость продвижения фронта испарения, м/с;  $\rho_v$  – плотность воды, кг/м<sup>3</sup>,  $t$  – время, с.

**Метод решения и исходные данные**

Система (1–12) решена методом конечных разностей [7]. Ур. (1) и (3) решены с использованием неявной четырехточечной разностной схемы, а ур. (4) – с помощью схемы «неявный левый угол» [7].

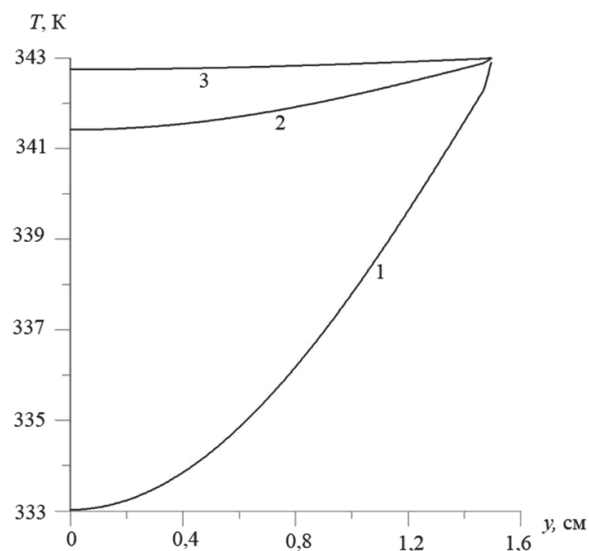
Численные исследования проведены в достаточно широком диапазоне изменения основных параметров и характеристик процесса при пониженном давлении окружающей среды 10 кПа.

Теплофизические свойства материала принимались на примере березы [8]:

$$c_1=2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}, \rho_1=630 \text{ кг/м}^3, \lambda_1=0,32 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}, \\ c_2=3350 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}, \rho_2=741 \text{ кг/м}^3, \lambda_2=0,73 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}.$$

**Результаты и их обсуждение**

На рис. 2 приведены типичные результаты численного моделирования, полученные программным комплексом, разработанным в среде Borland Delphi 7.0, в виде распределения температуры  $T(y)$  в различные моменты времени. Видно, что с течением времени распределение температуры по толщине материала становится более равномерным. Результаты численного анализа показывают, что за время  $\tau=1$  ч слой древесины толщиной 30 мм прогреется до температуры, близкой к температуре нагревателя  $T_s=343$  К.

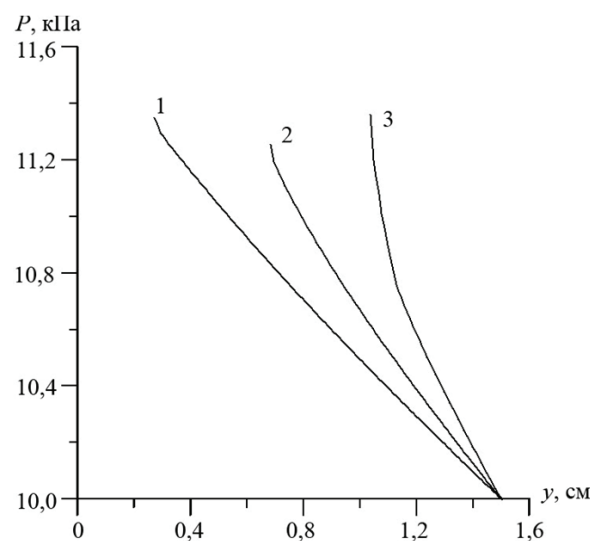


**Рис. 2.** Распределение температуры древесины в процессе сушки при  $P=10^4$  Па в различные моменты времени: 1) 10; 2) 20; 3) 30 мин

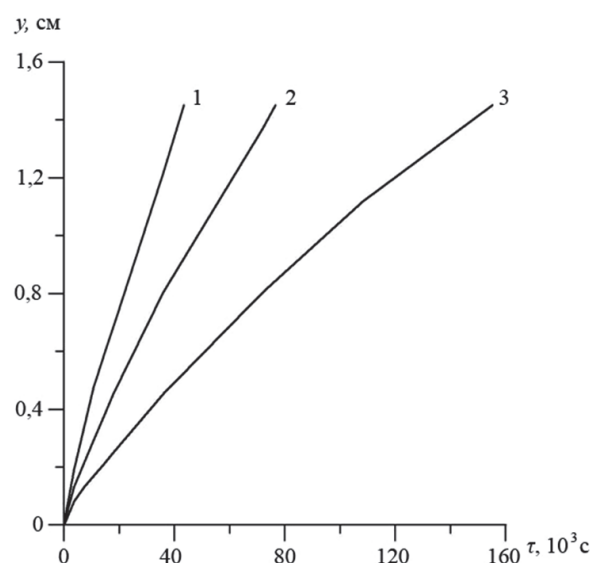
На рис. 3 представлены распределения давления фильтрующегося пара при различных значениях температур нагревательных элементов  $T_s=333; 343; 353$  К при следующих параметрах:  $h=1,5$  см,  $K_n=10^{-11}$  м<sup>2</sup> и давлении в камере  $10^4$  Па. Видно, что максимальное давление соответствует фронту ис-

парения, который с течением времени продвигается вглубь рассматриваемого образца. Давление пара по направлению от фронта испарения к выходу из древесины снижается, а на выходе из древесины устанавливается на уровне, близком к давлению окружающей среды – давлению, поддерживаемому в камере вакуумным насосом, около  $10^4$  Па.

Из рис. 3 также следует, что при увеличении температуры нагревательного элемента фронт испарения влаги быстрее продвигается вглубь древесины. Так, например, увеличение температуры на 10 К приводит к увеличению скорости сушки материала в 1,5...2 раза. На рис. 4 представлены зависимости продвижения фронта испарения вглубь древесины с течением времени.



**Рис. 3.** Распределения давления пара по толщине исследуемого слоя древесины в момент времени  $\tau=3,6\cdot 10^4$  с при различных температурах нагревательного элемента  $T_s$ : 1) 353; 2) 343; 3) 333 К



**Рис. 4.** Продвижение фронта испарения вглубь исследуемого образца с течением времени при различных температурах нагревательного элемента  $T_s$ : 1) 353; 2) 343; 3) 333 К

На рис. 5 приведены распределения линейных скоростей фильтрации водяного пара. Скорость фильтрации пара достигает максимальных значений вблизи фронта испарения, а затем плавно снижается. По мере фильтрации пара по древесине скорость пара уменьшается и на выходе достигает минимальных значений. С увеличением температуры нагревательных элементов скорость продвижения фронта испарения увеличивается, в виду чего разность распределений скоростей минимальна и лежит в пределах 0,001 м/с. С понижением температуры нагревательных элементов профиль распределения скорости фильтрации пара по сечению древесины изменяется, скорость на фронте испарения превосходит скорость на выходе в 1,5...2 раза.

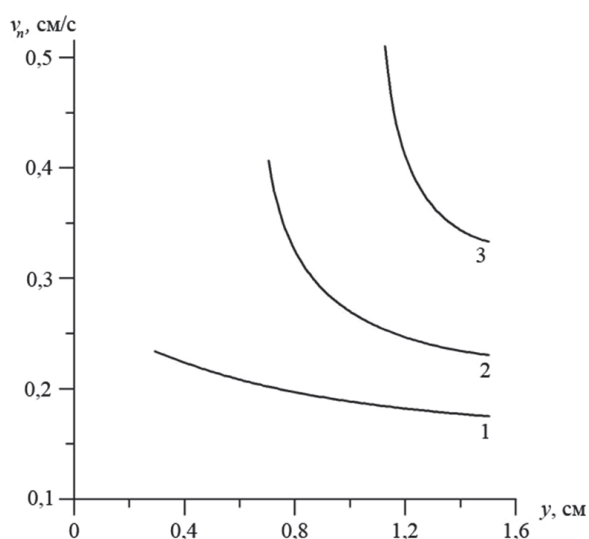


Рис. 5. Распределения скорости пара по толщине исследуемого слоя древесины в момент времени  $\tau=3,6 \cdot 10^4$  с при различных температурах нагревательного элемента  $T_s$ : 1) 353; 2) 343; 3) 333 К

На рис. 6 представлена зависимость изменения времени сушки от толщины деревянного бруска. На рисунке показано увеличение времени сушки с увеличением толщины деревянного бруска, что свидетельствует об адекватности предложенного

подхода. Сушка березовых пластин размером 20...30 мм, наиболее распространенных в промышленности, занимает время 10...20 ч соответственно [9].

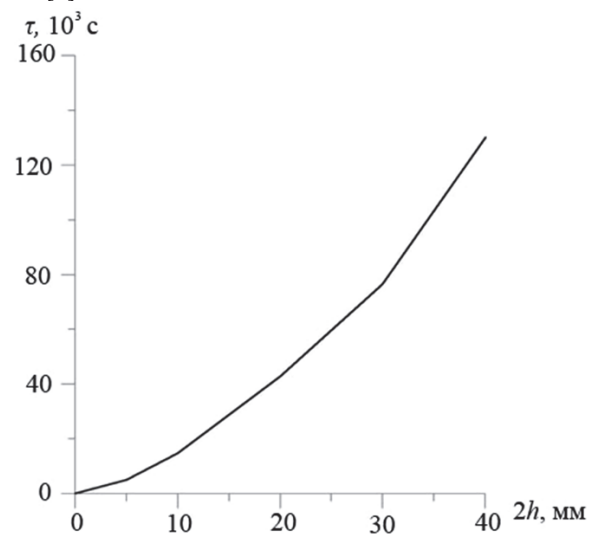


Рис. 6. Зависимость времени сушки от толщины образца при  $T_s=343$  К

Полученные результаты создают объективные предпосылки для использования математического моделирования в отработке технологических параметров. Сформулированная модель при дальнейшем развитии позволит существенно сократить энергозатраты и время, необходимое для экспериментального исследования процесса сушки.

#### Выводы

1. Предложен и исследован новый подход к математическому моделированию теплопереноса при сушке древесины с использованием модели фронтального испарения влаги в условиях кондуктивной сушки материала при пониженном давлении.
2. Разработан программный комплекс для численного исследования процесса сушки древесины кондуктивным способом при пониженном давлении.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соломонов В.Д. Проблемы совершенствования техники и технологии для сушки древесины и эффективные пути их решения // Деревообрабатывающая промышленность. – 2003. – № 5. – С. 19–25.
2. Даров И.В., Ермолаев Ю.М., Родионов Б.Н. Сушка древесины продольными электромагнитными волнами. – М.: ГОУ ВПО МГУЛ, 2005. – 110 с.
3. Кассиров Г.М., Лопатин В.В., Секисов Ф.Г., Смердов О.В., Ли Хунда. Применение ВЧ разрядов при сушке древесины // Становление и развитие научных исследований в высшей школе: Сб. трудов Междунар. науч. конф. – Томск, 2009. – Т. 2. – С. 264–269.
4. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. – М.: Энергия, 1976. – 392 с.
5. Страхов В.Л., Гарашенко А.Н., Кузнецов Г.В., Рудзинский В.П. Математическое моделирование теплофизических и термодинамических процессов при горении вспучивающихся огнезащит-

- ных покрытий // Физика горения и взрыва. – 2001. – Т. 3. – № 2. – С. 178–186.
6. Кузнецов Г.В., Рудзинский В.П. Высокотемпературный теплоперенос в слое бетона биологической защиты ядерных реакторов при критических тепловых нагрузках // Теплофизика высоких температур. – 1999. – Т. 3. – № 5. – С. 809–812.
7. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 285 с.
8. Перельгин Л.М. Древесиноведение. – М.: Лесная промышленность, 1971. – 288 с.
9. Горешнев М.А., Казарин А.Н., Алексеев М.В. Моделирование теплопереноса древесины при нагреве в камере с пониженным давлением // Современные техника и технологии: Сб. трудов XVI Междунар. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск, 2010. – Т. 3. – С. 172–173.

Поступила 15.06.2011 г.