радиаторов силовых транзисторов. Системы векторного управления дают меньшие потери в двигателе за счет низкого уровня гармоник тока, отличных от первой, т. е. являются потенциально более энергоэффективными. Увеличение частот дискре-

тизации при расчетах алгоритма ПУМ (фактически, увеличение затрат на вычислительный ресурс системы управления) позволяет приблизиться к характеристикам, которыми обладают системы векторного управления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Mademlis C., Agelidis V.G. On Considering Magnetic Saturation with Maximum Torque to Current Control in Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drives // IEEE Trans. Energy Conversion. – 2001. – V. 16. – № 3. – P. 246–252.
- Shyu K.K., Lai C.K., Tsai Y.W., Yang D.I. A Newly Robust Controller Design for the Position Control of Permanent-Magnet Synchronous Motor // IEEE Trans. Industrial Electronics. 2002. V. 49. № 3. P. 558–565.
- Mohamed R. Direct Instantaneous Torque Control in Direct Drive Permanent Magnet Synchronous Motors – a New Approach // IEEE Trans. Energy Conversion. – 2007. – V. 22. – № 4. – P. 829–838.
- Rahman M., Zhong L., Haque M., Rahman A. A direct torque-controlled interior permanent-magnet synchronous motor drive without a speed sensor // IEEE Trans. Energy Conversion. 2003. V. 18. № 1. P. 17–22.
- Hiren M., Pankit T., Hemangini V. Comparative study of field oriented control and direct torque control of induction motor // Journal of information knowledge and research in electrical engineering. 2011. V. 1. № 2. P. 44–50.
- Zhong L., Rahman M., Hu W., Lim L. Analysis of direct torque control in permanent magnet synchronous motor drives // IEEE Trans. Power Electron. – 1997. – V. 12. – № 3. – P. 528–536.

Поступила 13.09.2011 г.

УДК 621.313.333

# ТРЕХПАЗОВАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СТЕРЖНЯ КОРОТКОЗАМКНУТОГО РОТОРА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

В.А. Тюков, В.В. Пастухов, К.В. Корнеев

Новосибирский государственный технический университет E-mail: heart1981@mail.ru

Представлена методология определения параметров ротора с помощью теории конечно-элементного анализа. Показано, что трехпазовая математическая модель короткозамкнутого ротора асинхронного двигателя является достаточной для определения активных и индуктивных параметров ротора. Приведены результаты расчета параметров ротора, математического моделирования и опытного определения пусковых характеристик асинхронного двигателя.

# Ключевые слова:

Короткозамкнутый ротор, асинхронный двигатель, активные и индуктивные параметры ротора, метод конечно-элементного анализа, математическая модель, FEMM, MATLAB.

### Key words:

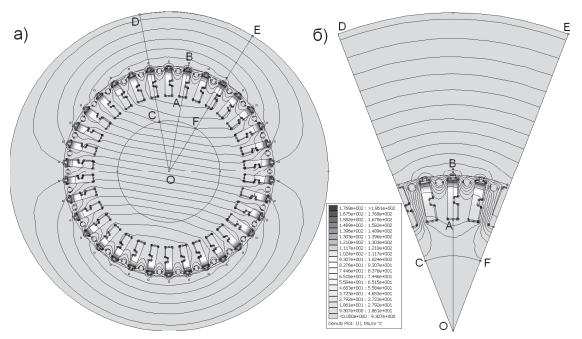
Asynchronous motor, squirrel-cage rotor, active and inductive parameters of the rotor, finite elements method, mathematical model, FEMM, MATLAB.

История развития электротехники свидетельствует о наличии нескольких подходов к изучению электрических машин: на основе теории поля, теории цепей и комбинированного. В настоящее время комбинированный подход считается наиболее прогрессивным. Для расчета характеристик электрических машин с помощью такого подхода используется косвенная и прямая связь уравнений магнитного поля и электрических цепей. Прямая связь характеризуется совместным решением уравнений магнитного поля и электрических цепей и применяется при расчете статических режимов работы электрической машины. Рассмотрение динамических режимов работы с помощью данного подхода вызывает определенные трудности. В случае косвенной связи уравнений магнитного поля

и электрических цепей уравнения решаются последовательно. Такой подход используется как для расчета статических, так и динамических характеристик

Целью данной работы является построение математической модели для определения активного сопротивления и индуктивности рассеяния стержня короткозамкнутого ротора асинхронного двигателя с помощью численного расчета картины поля методами конечного элементного анализа, которые впоследствии могут быть использованы при расчете статических и динамических характеристик с применением косвенной связи уравнений поля и цепей.

Для определения активных и индуктивных параметров стержня ротора была использована мето-



**Рис. 1.** Результаты расчета картины поля и распределения плотности тока в стержне ротора двигателя 4APMAк-400/6000-2УХЛ4 при скольжении, равном единице, по модели ротора: a) полной; б) трехпазовой

дология проведения опыта с удаленным индуктором [1]. В соответствии с данной методологией активное сопротивление и индуктивность рассеяния стержня ротора определялись из расчета картины магнитного поля при отсутствии магнитопровода и обмотки статора. Расчет магнитного поля осуществлялся с помощью программы конечно элементного анализа FEMM [2] под управлением языка инженерного программирования MATLAB [3]. На рис. 1, а, представлены результаты расчета картины магнитного поля ротора асинхронного двигателя 4APMAк-400/6000-2УХЛ4 при скольжении ротора, равном единице.

Основываясь на геометрической и магнитной симметрии, а также анализе картины магнитного поля короткозамкнутого ротора асинхронного двигателя, рис. 1, *a*, и свойствах широкого контура тока, углубленного в паз [4], была высказана гипотеза о целесообразности упрощения полной модели для определения параметров стержня ротора до трехпазовой модели, рис. 1, *б*.

Трехпазовая модель, представляет собой фрагмент OCDFE геометрии поперечного сечения ротора, рис. 1, a, и состоит из трех пазов с током. В данных пазах протекают синусоидальные токи с равными амплитудами и имеющие фазовый сдвиг от-

носительно смежных контуров тока, равный 
$$\pm \frac{2\pi}{7}$$

где  $Z_2$  — число пазов ротора. Модель ограничена отрезками OD и OE, проходящими через середину пазов и дугой окружности DE с диаметром, равным внешнему диаметру статора. При посадке сердечника ротора на немагнитную втулку или остов трехпазовая модель дополнительно ограничивается дугой окружности с диаметром, равным вну-

треннему диаметру ротора. На отрезках OD и OE определены граничные условия Неймана, а для дуг окружности справедливы граничные условия Дирихле.

Для проверки высказанной гипотезы была проведена серия математических экспериментов по определению активного сопротивления и потокосцепления рассеяния расчетного стержня ротора, лежащего на отрезке *OB*, по полной и трехпазовой модели и среднего значения данных параметров для всех стержней ротора. В таблице приведены результаты расчетов.

В ходе математических экспериментов активное сопротивление определялось по энергии активных потерь в объеме стержня. Потокосцепление рассеяния стержня ротора определялось по потоку, проходящему через сечение AB, которое делит паз ротора пополам. Точка A принадлежит дну паза, а точка B принадлежит диаметру, на котором расположена ближайшая к расточке точка обмотки статора. Положение точки B обусловлено необходимостью учета доли потока в потоке пазового рассеяния, замыкающегося через воздушный зазор, но не сцепленного с обмоткой статора.

Анализ результатов показывает, что относительная погрешность в определении активного сопротивления и потокосцепления рассеяния по трехпазовой модели не превышает 5 % по отношению к результатам по полной модели ротора. Необходимо отметить, что наибольшая погрешность результатов наблюдается для двигателей большой мощности при закрытой конфигурации паза ротора. Таким образом, полученные результаты подтвердили правомерность использования трехпазовой модели для определения параметров ротора.

**Таблица.** Результаты расчета активного сопротивления и потокосцепления рассеяния стержня ротора по полной и трехпазовой модели

Модель ротора	Полная				Трехпазовая	
	$R_{\text{ст.сред}}$	$\psi_{ст.сред}$ ,	R <sub>ст.расч</sub> ,	$\psi_{cr.pacu}$	$R_{\text{ст.расч}}$	$\psi_{ ext{cт.расч}}$
Параметр	мкОм	мВб	мкОм	мВб	мкОм	мВб
4А160 <i>S</i> 4У3 ( $P_2$ =15 кВт; $\omega_{\text{синх}}$ =157 рад/с; $U$ =360 В;						
тип паза ротора: грушевидный, закрытый)						
<i>I</i> <sub>poτ</sub> =5,84 o.e., s=1 o.e.	55,9	1,7	55,9	1,7	55,9	1,7
I <sub>ροτ</sub> =5,67 o.e., s=0,8 o.e.	50,3	1,7	50,3	1,7	50,3	1,7
/ <sub>poτ</sub> =5,27 o.e., s=0,5 o.e.	42,6	1,7	42,6	1,7	42,6	1,7
I <sub>ροτ</sub> =3,53 o.e., s=0,15 o.e.	37	1,3	37	1,3	37	1,3
I <sub>poτ</sub> =2,77 o.e., s=0,1 o.e.	36,7	1,1	36,4	1,1	36,7	1,1
/ <sub>рот</sub> =1 o.e., s=0,026 o.e.	36,4	0,48	36,4	0,48	36,4	0,48
4АРМАк-400/6000-2УХЛ4 ( $P_2$ =400 кВт; $\omega_{\text{синх}}$ =314 рад/с;						
U=6000 В; тип паза ротора: прямоугольный, полузакрытый)						
I <sub>рот</sub> =5,5 o.e., s=1 o.e.	93,2	12,2	93	12,3	92,7	12,2
I <sub>рот</sub> =5,4 o.е., s=0,8 o.е.	85,2	12,9	85	13	84,7	12,9
I <sub>poτ</sub> =5,2 o.e., s=0,6 o.e.	75,9	13,9	75,8	14	75,5	13,9
I <sub>poτ</sub> =5 o.e., s=0,4 o.e.	63	15,7	63	15,7	62,8	15,7
I <sub>рот</sub> =4,8 о.е., s=0,2 о.е.	44,6	18,3	44,7	18,3	44,4	18,2
/ <sub>рот</sub> =1 o.e., s=0,0089 o.e.	31,6	5,1	31,6	5,2	31,6	5,2
4АЗМВ-1250/6000-У2.5 ( $P_2$ =1250 кВт; $\omega_{\text{синх}}$ =314 рад/с;						
U=6000 В; тип паза ротора: прямоугольный, закрытый)						
I <sub>рот</sub> =6,5 o.e., s=1 o.e.	87,3	15,3	87	15,3	90,8	16
$I_{pot}$ =6,2 o.e., s=0,8 o.e.	81,9	16,1	81,7	16,1	84,6	16,8
I <sub>рот</sub> =5,8 о.е., s=0,6 о.е.	74,6	17,2	74,4	17,2	77,1	17,9
I <sub>рот</sub> =5,4 o.е., s=0,4 o.е.	62,3	18,8	62,2	18,8	65,2	19,5
I <sub>poτ</sub> =4,5 o.e., s=0,2 o.e.	49,5	20,2	49,4	20,2	50,2	20,7
I <sub>рот</sub> =1 o.e., s=0,0072 o.e.	38,8	8	38,8	8	38,8	8

 $R_{\text{ст.сред}}-c$  среднее активное сопротивление стержней ротора по полной модели;  $\psi_{\text{ст.сред}}-c$  среднее потокосцепление рассеяния стержней ротора по полной модели;  $R_{\text{ст.рес}}-a$  активное сопротивление расчетного стержня ротора;  $\psi_{\text{ст.сред}}-n$  потокосцепление рассеяния расчетного стержня ротора;  $l_{\text{рот}}-k$  кратность тока ротора по отношению k номинальному; k0 скольжение ротора; k2 мощность на валу двигателя; k3 симх — синхронная частота вращения; k4 линейное напряжение на зажимах статора.

Далее рассмотрим результаты расчета зависимостей активного сопротивления  $R_{cm,pom.} = f(i_{pom.} f_{pom.})$  и индуктивности рассеяния стержня ротора  $L_{ccm,pom.} = f(i_{pom.}, f_{pom.})$  от тока и частоты тока в роторе,

где индуктивность рассеяния определялась в соответствии с выражением [5, 6]:

$$L_{\sigma cm.pom.} = \frac{d\psi_{\sigma cm.pom.}}{di_{pom.}}.$$

Для расчета индуктивности рассеяния стержня ротора, по результатам расчета поля, определяется зависимость потокосцепления рассеяния стержня ротора  $\psi_{\text{сст.рот.}} = f(i_{\text{pom.}} f_{\text{pom.}})$  с последующей ее интерполяцией. Необходимость интерполяции обусловлена условиями численного дифференцирования. Так же условиями численного дифференцирования обусловлены требования к точности определения кривых намагничивания ферромагнитных материалов, используемых в математической модели. Необходимо отметить, что при рассмотрении закрытых пазов дополнительное внимание необходимо уделять точности задания начального участка кривых намагничивания.

На рис. 2 приведены результаты расчета активного сопротивления и индуктивности рассеяния стержня ротора двигателя 4АРМАк-400/6000-2УХЛ4 с помощью трехпазовой модели. Активное сопротивление стержня ротора имеет характерную зависимость от частоты тока ротора, что связано с проявлением эффекта вытеснения тока. С ростом частоты сопротивление стержня возрастает. Некоторое уменьшение активного сопротивления стержня с ростом тока вызвано совместным влиянием эффектов вытеснения тока и насыщения магнитопровода ротора. С ростом тока при неизменной частоте тока проводимость магнитопровода уменьшается, что приводит к увеличению глубины проникновения и уменьшению активного сопротивления. Отметим, что данный эффект проявляется незначительно и имеет место при кратностях тока, соответствующих ударным значениям тока за время пуска. Зависимость индуктивности рассеяния стержня ротора от тока ротора имеет ступенчатую форму, обусловленную проявлением эффекта насыщения различных участков магнитопровода по мере увеличения тока.

Полученные с помощью трехпазовой модели зависимости могут быть использованы при расчете статических и динамических пусковых характеристик асинхронного двигателя. В качестве примера на рис. 3 приведены результаты расчета и опытного определения пусковых характеристик асинхронного электродвигателя 4АРМАк-400/6000-2УХЛ4. При расчете статических и динамических пусковых характеристик с учетом нелинейного характера изменения параметров ротора использовалась методология [6, 7], реализующая косвенную связь уравнений теории поля и цепей. Исследования показали удовлетворительную сходимость результатов расчета пусковых характеристик с применением параметров ротора, определенных по трехпазовой модели, и опытных данных. Погрешность полученных результатов обусловлена тем, что при расчете пусковых характеристик не учитывалось

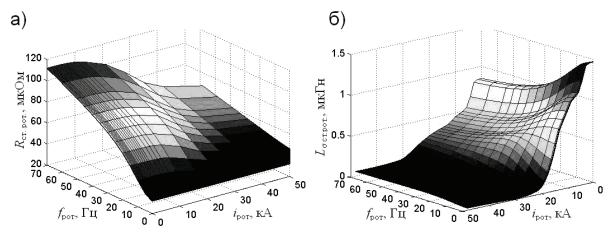
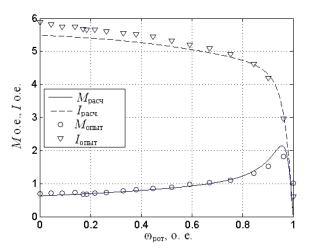


Рис. 2. Параметры стержня ротора двигателя 4АРМАк-400/6000-2УХЛ4: а) активное сопротивление; б) индуктивность рассеяния



**Рис. 3.** Статические пусковые характеристики двигателя 4APMAк-400/6000-2YXЛ4

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- ГОСТ 7217-87. Машины электрические вращающиеся. Двигатели асинхронные. Методы испытаний.
- 2. Буль О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Магнитные цепи, поля и программа FEMM. М.: Academia, 2005. 336 с.
- Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова И.Н. МАТLАВ 7. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.
- Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В., Власов А.И., Кузнецов В.А. Универсальный метод расчета электромагнитных процессов в электрических машинах. М.: Энергоатомиздат, 1986. 216 с.: ил.
- Чучалин А.И. Математическое моделирование в электромеханике. – Томск: Изд-во ТПУ, 1997. – 170 с.

влияние высших гармоник, а также изменение напряжения питающей сети, имевшее место при проведении опытов.

Таким образом, данные верификации результатов расчета с данными опытного определения характеристик асинхронного двигателя подтвердили гипотезу о возможности использования трехпазовой модели для определения параметров короткозамкнутого ротора асинхронного двигателя. Модель позволяет с необходимой точностью определять параметры ротора со сложной формой пазов с учетом эффекта вытеснения тока и насыщения зубцово-пазовой зоны потоками рассеяния. Результаты определения параметров ротора пригодны для последующего использования в научно-инженерной практике расчетов статических и динамических характеристик асинхронного двигателя.

- 6. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. М.: Высшая школа, 2001. 327 с.
- Пастухов В.В., Корнеев К.В. Пусковые характеристики индукционных двигателей // Электромеханика. Электротехника.
  Электротехнологии 2009: Матер. IV научно-техн. конф. с международным участием. Новосибирск, 2009. С. 34–40.
- Пастухов В.В., Корнеев К.В. Моделирование прямого пуска асинхронного двигателя // Инновационная энергетика 2010: Матер. II научно-практ. конф. с международным участием. – Новосибирск, 2010. – С. 242–245.

Поступила 14.02.2011 г.