Результаты работы могут быть использованы при исследовании таких базовых задач теории информации и теории передачи сообщений, как информационная эффективность каналов передачи и оптимальная передача (оптимальное кодирование и декодировние), когда в качестве математических моделей сообщений используются стохастических процессы диффузионного типа.

Выводы

Рассмотрен пример информационной эффективности наблюдений с памятью относительно наблюдений без памяти в задаче экстраполяции.

Показано, что наличие памяти в наблюдениях может как увеличивать, так и уменьшать количество информации.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., проект № 02.740.11.5190.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Safronova I.E. About structure of Shannon information amount for joint filtering and extrapolation problem by continuous-discrete memory observations // Informatica. – 2004. – V. 15. – № 2. – P. 171–202.
2. Дэвис М.Х.А. Линейное оценивание и стохастическое управление. – М.: Наука, 1984. – 205 с.
3. Ширяев А.Н. О некоторых понятиях и стохастических моделях финансовой математики // Теория вероятностей и ее применения. – 1994. – Т. 39. – № 1. – С. 5–22.
4. Демин Н.С., Сушко Т.В., Яковлева А.В. Обобщенная обратная экстраполяция стохастических процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1997. – № 4. – С. 48–59.
5. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Обобщенная скользящая экстраполяция стохастических процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2000. – № 4. – С. 39–51.

Поступила 31.10.2011 г.

УДК 621–52+511.92

МНОГОМЕРНЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ АНАЛОГ МЕТОДА Д.К. ФАДДЕЕВА

А.Г. Аветисян

Государственный инженерный университет Армении (Политехник)
E-mail: cybinf@seua.am

Предложен метод определения коффициентов-функций собственных многочленов и обратных матриц многопараметрических матриц на основе метода Д.К. Фаддеева и многомерных дифференциальных преобразований Г.Е. Пухова. Представлен модельный пример и процедура нахождения коэффициентов-функций характеристического многочлена и обратной матрицы.

Ключевые слова:
Многомерные дифференциальные преобразования, собственный многочлен, коэффициенты-функции, обратная матрица.
Key words:
Multiparametrical matrices, multidimensional differential transforms, coefficient-functions of characteristic polynomials.

Введение

Собственный многочлен автономной матрицы $A=(a_{ij})$, $i, j=\overline{1,m}$ имеет вид

$$\det[A-\lambda E]=(-1)^m P(\lambda)=$$
$$=(-1)^m[\lambda^m+p_1\lambda^{m-1}+p_2\lambda^{m-2}+\cdots+p_m]=0,$$

где λ_i, $i=\overline{1,m}$ – собственные числа матрицы, а p_i, $i=\overline{1,m}$ – коэффициенты собственного многочлена, подлежащие определению.

Согласно методу Фаддеева [1], для решения этой задачи строится следующая цепочка последовательностей:

Шаг 1: $A_1=A$, $spA_1=p_1$, $B_1=A_1-p_1E$;
Шаг 2: $A_2=AB_1$, $(1/2)\ spA_2=p_2$, $B_2=A_2-p_2E$;
⋮
Шаг $m-1$: $A_{m-1}=AB_{m-2}$, $(1/(m-1))\ spA_{m-1}=p_{m-1}$, $B_{m-1}=A_{m-1}-p_{m-1}E$;
Шаг m: $A_m=AB_{m-1}$, $(1/m))spA_m=p_m$, $B_m=A_m-p_mE$,

где sp – след соответствующей матрицы, а E – единичная матрица порядка m, причем $B_m\equiv[0]$, что является удобным контрольным условием правильности проведенных вычислений.

Кроме того, если $\det A\neq 0$, то обратная матрица имеет вид

$$A^{-1}=\frac{1}{p_m}B_{m-1}.$$

Математический аппарат

Для вычисления собственного многочлена $P(\lambda(x_1,x_2,\ldots,x_n))$ матрицы $A(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ представим метод решения, предположив, что элементы $a_{ij}(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, $i, j=\overline{1,m}$ матрицы $A(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ обладают достаточной степенью гладкости по всем параметрам $x_1, x_2,\ldots, x_n$.

Для построения собственного многочлена неавтономной (однопараметрической) матрицы в [2, 3] был предложен дифференциальный аналог метода Фаддеева [1]. В данной работе рассмотрим случай многопараметрических матриц (элементы матриц зависят от нескольких переменных, следовательно коэффициенты собственного многочлена также зависят от нескольких переменных). Для таких матриц будем использовать многомерные дифференциальные преобразования Г.Е. Пухова [4]:

- прямое

$$U(K_1,K_2,..,K_n)=\frac{H_1^{K_1}H_2^{K_2}\cdots H_n^{K_n}}{K_1!K_2!\cdots K_n!}\times \left[\frac{\partial^{K_1+K_2+\cdots+K_n}u(x_1,x_2,..,x_n)}{\partial x_1^{K_1}\partial x_2^{K_2}\cdots\partial x_n^{K_n}}\right]_{\substack{x_1=t_1,\\ x_2=t_2,\\ \cdots\\ x_n=t_n}}, \quad (1)$$

- обратное

$$u(x_1,x_2,..,x_n)=\sum_{f=0}^{\infty}\sum_{K_1+K_2+..+K_n=f}\left(\frac{x_1}{H_1}\right)^{K_1}\left(\frac{x_2}{H_2}\right)^{K_2}\cdots\left(\frac{x_n}{H_n}\right)^{K_n}\times U(K_1,K_2,..,K_n), \quad (2)$$

где $H_1,H_2,...,H_n$ – некоторые положительные постоянные, а t_i, $i=\overline{1,n}$ – центры аппроксимаций переменных x_i, $i=1,n$.

Дискретная функция $U(K_1,K_2,...,K_n)$ целочисленных аргументов $K_1,K_2,...,K_n$ образует дифференциальный спектр (изображение) оригинала $u(x_1,x_2,...,x_n)$ (предположим, что оригинал представим абсолютно и равномерно сходящимся степенным рядом).

В (2) внутренняя конечная сумма распространяется на целочисленные значения $K_1,K_2,...,K_n$, которые обеспечивают представление функции $u(x_1,x_2,...,x_n)$ в виде однородных полиномов относительно переменных $x_1,x_2,...,x_n$.

Представим следующие обозначения:

$$S_q(K_1,K_2,...,K_n)\cong s_q(A(x_1,x_2,...,x_n)),$$
$$q=\overline{1,m},\ K_i=\overline{0,\infty},\ i=\overline{1,n};$$
$$P_q(K_1,K_2,...,K_n)\cong p_q(x_1,x_2,...,x_n),$$
$$q=\overline{1,m},\ K_i=\overline{0,\infty},\ i=\overline{1,n};$$
$$A(K_1,K_2,...,K_n)\cong A(x_1,x_2,...,x_n),$$
$$K_i=\overline{0,\infty},\ i=\overline{1,n},$$

где $S_q(K_1,K_2,...,K_n)$ – многомерные дискреты следов матриц $A_q(x_1,x_2,...,x_n)$, вычисляемые в соответствии с представлением

$$S_q(K_1,K_2,...,K_n)=spA_q(K_1,K_2,...,K_n);$$
$$K_i=\overline{0,\infty}, i=\overline{1,n},$$

$P_q(K_1,K_2,...,K_n)$ – многомерные дискреты коэффициентов $p_q(x_1,x_2,...,x_n)$, $q=\overline{1,m}$, $A(K_1,K_2,...,K_n)$ – многомерные дискреты матрицы $A(x_1,x_2,...,x_n)$

Для вычисления дискрет коэффициентов $p_q(x_1,x_2,...,x_n)$, $q=\overline{1,m}$ в соответствии с методом Фаддеева [2, 3] получим следующие рекуррентные соотношения:

$$\begin{cases}
A_1(K_1,K_2,...,K_n)=A(K_1,K_2,...,K_n),\\
P_1(K_1,K_2,...,K_n)=spA_1(K_1,K_2,...,K_n),\\
B_1(K_1,K_2,...,K_n)=\\
=A_1(K_1,K_2,...,K_n)-P_1(K_1,K_2,...,K_n)E;\\
A_2(K_1,K_2,...,K_n)=\\
=A(K_1,K_2,...,K_n)*B_1(K_1,K_2,...,K_n)=\\
=\sum_{f=0}^{K_1+K_2+...+K_n}\sum_{V_1+V_2+...+V_n=f}A(V_1,V_2,...,V_n)\times\\
\times B_1(K_1-V_1,K_2-V_2,...,K_n-V_n),\\
P_2(K_1,K_2,...,K_n)=\frac{1}{2}S_2(K_1,K_2,...,K_n),\\
B_2(K_1,K_2,...,K_n)=\\
=A_2(K_1,K_2,...,K_n)-P_2(K_1,K_2,...,K_n)E;\\
\vdots\\
A_{m-1}(K_1,K_2,...,K_n)=A(K_1,K_2,...,K_n)\times\\
\times B_{m-2}(K_1,K_2,...,K_n)=\\
=\sum_{f=0}^{K_1+K_2+...+K_n}\sum_{V_1+V_2+...+V_n=f}A(V_1,V_2,...,V_n)\times\\
\times B_{m-2}(K_1-V_1,K_2-V_2,...,K_n-V_n),\\
P_{m-1}(K_1,K_2,...,K_n)=\\
=\frac{1}{m-1}S_{m-1}(K_1,K_2,...,K_n),B_{m-1}(K_1,K_2,...,K_n)=\\
=A_{m-1}(K_1,K_2,...,K_n)-P_{m-1}(K_1,K_2,...,K_n)E;\\
A_m(K_1,K_2,...,K_n)=\\
=A(K_1,K_2,...,K_n)*B_{m-1}(K_1,K_2,...,K_n)=\\
=\sum_{f=0}^{K_1+K_2+...+K_n}\sum_{V_1+V_2+...+V_n=f}A(V_1,V_2,...,V_n)\times\\
\times B_{m-1}(K_1-V_1,K_2-V_2,...,K_n-V_n),\\
P_m(K_1,K_2,...,K_n)=\frac{1}{m}S_m(K_1,K_2,...,K_n),\\
B_m(K_1,K_2,...,K_n)=\\
=A_m(K_1,K_2,...,K_n)-P_m(K_1,K_2,...,K_n)E.
\end{cases} \quad (3)$$

где $B_m(K_1,K_2,...,K_n)\equiv[0]$, $\forall K_i=\overline{0,\infty}$, $i=\overline{1,n}$ (последние также являются удобными контрольными условиями правильности проведенных вычислений), а * – знак дифференциальной свертки [4]. Параметры V_i, $j=\overline{1,n}$ определяются условиями $0\le V_j\le\sum_{i=1}^{n}K_i$, $j=\overline{1,n}$ при которых должны выполняться также условия $0\le K_j-V_j\le\sum_{i=1}^{n}K_i$, $j=\overline{1,n}$.

При полученных соотношениях (3), а также с учетом (2) имеем:

- для коэффициентов $p_q(x_1,x_2,...,x_n)$, $q=\overline{1,m}$ собственного многочлена:

$$p_q(x_1,x_2,..,x_n)=$$

$$=\sum_{f=0}^{\infty}\sum_{K_1+K_2+...+K_n=f}\left(\frac{x_1}{H_1}\right)^{K_1}\left(\frac{x_2}{H_2}\right)^{K_2}\cdots\left(\frac{x_n}{H_n}\right)^{K_n}\times$$

$$\times P(K_1,K_2,..,K_n),\ q=\overline{1,m}, \qquad (4)$$

- для матрицы $B_{m-1}(x_1,x_2,...,x_n)$:

$$B_{m-1}(x_1,x_2,..,x_n)=$$

$$=\sum_{f=0}^{\infty}\sum_{K_1+K_2+..+K_n=f}\left(\frac{x_1}{H_1}\right)^{K_1}\left(\frac{x_2}{H_2}\right)^{K_2}\cdots\left(\frac{x_n}{H_n}\right)^{K_n}\times$$

$$\times B_{m-1}(K_1,K_2,..,K_n), \qquad (5)$$

и, следовательно,

$$A^{-1}(x_1,x_2,..,x_n)=\frac{1}{p_m(x_1,x_2,..,x_n)}B_{m-1}(x_1,x_2,..,x_n). \qquad (6)$$

Пример. Рассмотрим следующую многопараметрическую матрицу:

$$A(x_1,x_2)=\left[\begin{array}{c:c:c:c} x_1+x_2^2+1 & x_1x_2^2-2x_1 & 5 & x_1 \\ \hdashline 2-x_1 & 4+3x_1^2 & 7x_1x_2 & x_2 \\ \hdashline x_1 & x_2 & x_1x_2 & 1 \\ \hdashline 1 & x_1 & x_2 & x_1x_2 \end{array}\right].$$

Матричные двумерные дискреты матрицы $A(x_1,x_2)$ согласно (1), при центре аппроксимации $x_i=0$, $Z_i=1,2$ и значениях $P_i=0$, $Z_i=1,2$ будут иметь вид:

$$A(0,0)=\begin{bmatrix}1&0&5&0\\2&4&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{bmatrix},\quad A(1,0)=\begin{bmatrix}1&-2&0&1\\-1&0&0&0\\1&0&0&1\\0&1&0&0\end{bmatrix},$$

$$A(2,0)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&3&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},\quad A(K_1,0)=[0],\ \forall K_1\ge 3,$$

$$A(0,1)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix},\quad A(1,1)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&7&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},$$

$$A(K_1,1)=[0],\ \forall K_1\ge 2,$$

$$A(0,2)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},\quad A(1,2)=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$A(K_1,2)=[0],\ \forall K_1\ge 2;$$

$$A(K_1,K_2)=[0],\ \forall K_1\ge 0,\ \forall K_2\ge 3.$$

Используя рекуррентные соотношения (3) для двумерных дискрет коэффициентов-функций $P_1(K_1,K_2)$, $P_2(K_1,K_2)$, $P_3(K_1,K_2)$ и $P_4(K_1,K_2)$, получим значения, представленные соответственно в табл. 1–4.

Таблица 1. *Значения дискрет $P_1(K_1,K_2)$*

K_1 \ K_2	0	1	2	3	4	5	6
0	5	0	1	0	0	0	0
1	1	2	0	0	0	0	0
2	3	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 2. *Значения дискрет $P_2(K_1,K_2)$*

K_1 \ K_2	0	1	2	3	4	5	6
0	–4	1	–4	0	0	0	0
1	–2	–9	9	–2	0	0	0
2	–1	–2	–5	0	0	0	0
3	–3	–6	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 3. *Значения дискрет $P_3(K_1,K_2)$*

K_1 \ K_2	0	1	2	3	4	5	6
0	5	5	0	0	0	0	0
1	–24	–1	–7	8	–7	0	0
2	2	14	–3	–11	1	0	0
3	–19	–12	1	15	0	0	0
4	0	6	3	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 4. *Значения дискрет $P_4(K_1,K_2)$*

K_1 \ K_2	0	1	2	3	4	5	6
0	–20	4	5	3	0	–1	0
1	10	8	–8	–3	0	0	0
2	–20	–5	–6	11	–3	7	0
3	0	–6	–7	7	2	0	0
4	0	23	13	0	–11	0	0
5	0	0	–3	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0

Следовательно, для коэффициентов-функций собственного многочлена будем иметь следующие функциональные зависимости:

$$p_1(x_1,x_2)=5+x_2^2-x_1+2x_1x_2+3x_1^2,$$
$$p_2(x_1,x_2)=-4+x_2-4x_2^2-2x_1-9x_1x_2+9x_1x_2^2-$$
$$-2x_1x_2^3-x_1^2-2x_1^2x_2-5x_1^2x_2^2-3x_1^3-6x_1^3x_2,$$
$$p_3(x_1,x_2)=5+5x_2-24x_1-x_1x_2-7x_1x_2^2+8x_1x_2^3-$$
$$-7x_1x_2^4+2x_1^2+14x_1^2x_2-3x_1^2x_2^2-11x_1^2x_2^3+x_1^2x_2^4-$$
$$-19x_1^3-12x_1^3x_2+x_1^3x_2^2+15x_1^3x_2^3+6x_1^4x_2+3x_1^4x_2^2,$$
$$p_4(x_1,x_2)=-20+4x_2+5x_2^2+3x_2^3-x_2^5+10x_1+$$
$$+8x_1x_2-8x_1x_2^2-3x_1x_2^3-20x_1^2-5x_1^2x_2-6x_1^2x_2^2+$$
$$+11x_1^2x_2^3-3x_1^2x_2^4+7x_1^2x_2^5-6x_1^3x_2-7x_1^3x_2^2+$$
$$+7x_1^3x_2^3+2x_1^3x_2^4+23x_1^4x_2+13x_1^4x_2^2-11x_1^4x_2^4-3x_1^5x_2^2.$$

При этих коэффициентах-функциях в соответствии с (4) для собственного многочлена получим:

$$p(\lambda(x_1,x_2))=\lambda^4(x_1,x_2)-(5+x_2^2-x_1+2x_1x_2+3x_1^2)\times$$
$$\times\lambda^3(x_1,x_2)-(-4+x_2-4x_2^2-2x_1-9x_1x_2+9x_1x_2^2-$$
$$-2x_1x_2^3-x_1^2-2x_1^2x_2-5x_1^2x_2^2-3x_1^3-6x_1^3x_2)\lambda^2(x_1,x_2)-$$
$$-(5+5x_2-24x_1-x_1x_2-7x_1x_2^2+8x_1x_2^3-7x_1x_2^4+$$
$$+2x_1^2+14x_1^2x_2-3x_1^2x_2^2-11x_1^2x_2^3+x_1^2x_2^4-19x_1^3-$$
$$-12x_1^3x_2+x_1^3x_2^2+15x_1^3x_2^3+6x_1^4x_2+3x_1^4x_2^2)\lambda(x_1,x_2)-$$
$$-(-20+4x_2+5x_2^2+3x_2^3-x_2^5+10x_1+8x_1x_2-8x_1x_2^2-$$
$$-3x_1x_2^3-20x_1^2-5x_1^2x_2-6x_1^2x_2^2+11x_1^2x_2^3-3x_1^2x_2^4+$$
$$+7x_1^2x_2^5-6x_1^3x_2-7x_1^3x_2^2+7x_1^3x_2^3+2x_1^3x_2^4+23x_1^4x_2+$$
$$+13x_1^4x_2^2-11x_1^4x_2^4-3x_1^5x_2^2).$$

Для определения обратной матрицы представим полученные значения двумерных матричных дискрет $B_3(K_1,K_2)$, $K_1=0,\infty$, $K_2=0,\infty$:

$$B_3(0,0)=\begin{bmatrix}0&0&0&-20\\0&-5&0&10\\-4&0&0&4\\0&0&-20&0\end{bmatrix},\quad B_3(1,0)=\begin{bmatrix}0&5&0&0\\0&0&0&-5\\2&-3&4&8\\0&0&10&20\end{bmatrix},$$

$$B_3(2,0)=\begin{bmatrix}0&0&0&-15\\0&0&0&0\\-4&-1&-2&-3\\0&-5&-20&0\end{bmatrix},\quad B_3(3,0)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&4&3\\0&0&0&15\end{bmatrix},$$

$$B_3(4,0)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&-3\\0&0&0&0\end{bmatrix},\quad B_3(\mathrm{K}_1,0)=[0],\ K_1\ge 5;$$

$$B_3(0,1)=\begin{bmatrix}4&0&0&4\\-2&1&5&0\\0&0&0&0\\0&5&4&-10\end{bmatrix},\quad B_3(1,1)=\begin{bmatrix}0&2&11&0\\8&1&-8&-12\\0&-1&-1&2\\0&0&8&1\end{bmatrix},$$

$$B_3(2,1)=\begin{bmatrix}-4&0&0&-10\\0&5&-3&-9\\3&0&-7&-3\\-2&1&-20&-8\end{bmatrix},\quad B_3(3,1)=\begin{bmatrix}0&-1&19&0\\0&0&0&8\\0&2&-1&0\\8&1&-4&13\end{bmatrix},$$

$$B_3(4,1)=\begin{bmatrix}0&0&0&3\\0&0&0&0\\3&0&-3&0\\0&0&0&-3\end{bmatrix},\quad B_3(\mathrm{K}_1,1)=[0],\ K_1\ge 5;$$

$$B_3(0,2)=\begin{bmatrix}0&0&0&5\\0&0&-1&0\\1&0&0&3\\2&-1&0&0\end{bmatrix},\quad B_3(1,2)=\begin{bmatrix}0&-4&-2&0\\0&0&-1&1\\-2&1&0&-3\\-8&-1&0&7\end{bmatrix},$$

$$B_3(2,2)=\begin{bmatrix}-3&0&0&-5\\2&-1&7&1\\1&1&0&4\\0&0&0&7\end{bmatrix},\quad B_3(3,2)=\begin{bmatrix}0&-2&14&0\\-8&-1&7&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$B_3(4,2)=\begin{bmatrix}-3&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},\quad B_3(K_1,2)=[0],\ K_1\ge 5;$$

$$B_3(0,3)=\begin{bmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&4&0\end{bmatrix},\quad B_3(1,3)=\begin{bmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&-7\\0&0&-4&0\\0&0&-2&-4\end{bmatrix},$$

$$B_3(2,3)=\begin{bmatrix}7&0&0&7\\0&0&0&0\\0&0&2&1\\0&1&4&2\end{bmatrix},\quad B_3(3,3)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&-1&-4&0\\0&0&0&-11\end{bmatrix},$$

$$B_3(\mathrm{K}_1,3)=[0],\ K_1\ge 4;$$

$$B_3(0,4)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\0&-1&0&0\end{bmatrix},\quad B_3(1,4)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&7\end{bmatrix},$$

$$B_3(2,4)=\begin{bmatrix}0&0&0&-1\\0&-1&7&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},\quad B_3(3,4)=\begin{bmatrix}0&1&-7&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$B_3(\mathrm{K}_1,4)=[0],\ K_1\ge 4;$$
$$B_3(\mathrm{K}_1,\mathrm{K}_2)=[0],\ \forall K_1\ge 0,\ \forall K_2\ge 5$$

Используя обратное преобразование (2), для элементов матрицы $Z(x_1,x_2)=B_3(x_1,x_2)$, в соответствии с (5) будем иметь следующие функциональные зависимости:

$$Z_{11}(x_1,x_2)=4x_2-x_2^3-4x_1^2x_2-3x_1^2x_2^2+7x_1^2x_2^3-3x_1^4x_2^2,$$
$$Z_{21}(x_1,x_2)=-2x_2+8x_1x_2+2x_1^2x_2^2-8x_1^3x_2^2,$$
$$Z_{31}(x_1,x_2)=-4+x_2^2+2x_1-2x_1x_2^2-$$
$$-4x_1^2+3x_1^2x_2+x_1^2x_2^2+3x_1^4x_2,$$
$$Z_{41}(x_1,x_2)=2x_2^2-8x_1x_2^2-2x_1^2x_2+8x^3x_2,$$
$$Z_{12}(x_1,x_2)=5x_1+2x_1x_2-4x_1x_2^2-$$
$$-x_1x_2^3-x_1^3x_2-2x_1^3x_2^2+x_1^3x_2^4,$$
$$Z_{22}(x_1,x_2)=-5+x_2+x_2^3+x_1x_2+$$
$$+5x_1^2x_2-x_1^2x_2^2-x_1^2x_2^4-x_1^3x_2^2,$$

$$Z_{32}(x_1,x_2) = -3x_1 - x_1x_2 + x_1x_2^2 + x_1x_2^4 -$$
$$-x_1^2 + x_1^2x_2^2 + x_1^3 + 2x_1^3x_2 - x_1^3x_2^3,$$
$$Z_{42}(x_1,x_2) = 5x_2 - x_2^2 - x_2^4 - x_1x_2^2 -$$
$$-5x_1^2 + x_1^2x_2 + x_1^2x_2^3 + x_1^3x_2,$$
$$Z_{13}(x_1,x_2) = 11x_1x_2 - 2x_1x_2^2 + x_1x_2^4 +$$
$$+19x_1^3x_2 + 14x_1^3x_2^2 - 7x_1^3x_2^4,$$
$$Z_{23}(x_1,x_2) = 5x_2 - x_2 - x_2^4 - 8x_1x_2 - x_1x_2^2 -$$
$$-3x_1^2x_2 + 7x_1^2x_2^2 + 7x_1^2x_2^4 + 7x_1^3x_2^2,$$
$$Z_{33}(x_1,x_2) = 4x_1 - x_1x_2 - 4x_1x_2^3 - 2x_1^2 - 7x_1^2x_2 +$$
$$+2x_1^2x_2^3 + 4x_1^3 - x_1^3x_2 - 4x_1^3x_2^3 - 3 - x_1^4x_2,$$
$$Z_{43}(x_1,x_2) = -20 + 4x_2 + 4x_2^3 + 10x_1 + 8x_1x_2 -$$
$$+2x_1x_2^3 - 20x_1^2 - 20x_1^2x_2 + 4x_1^2x_2^3 - 4x_1^3x_2,$$
$$Z_{14}(x_1,x_2) = -20 + 5x_2 - 15x_2^3 - 10x_1^2x_2 -$$
$$-5x_1^2x_2^2 + 7x_1^2x_2^3 - x_1^2x_2^4 + 3x_1^4x_2,$$
$$Z_{24}(x_1,x_2) = 10 - 5x_1 - 12x_1x_2 + x_1x_2^2 -$$
$$-7x_1x_2^3 + x_1x_2^4 - 9x_1^2x_2 + x_1^2x_2^2 + 8x_1^3x_2,$$
$$Z_{34}(x_1,x_2) = 4 + 3x_2^2 - x_2^4 + 8x_1 + 2x_1x_2 - 3x_1x_2^2 -$$
$$-3x_1^2 - 3x_1^2x_2 + 4x_1^2x_2^2 + x_1^2x_2^3 + 3x_1^3 - 3x_1^4,$$
$$Z_{44}(x_1,x_2) = -10x_2 + 20x_1 + x_1x_2 + 7x_1x_2^2 -$$
$$-4x_1x_2^3 + 7x_1x_2^4 - 8x_1^2x_2 + 7x_1^2x_2^2 +$$
$$+2x_1^2x_2^3 + 15x_1^3 + 13x_1^3x_2 - 11x_1^3x_2^3 - 3x_1^4x_2.$$

Согласно (6), обратную параметрическую матрицу построим следующим образом:

$$A^{-1}(x_1,x_2) = \frac{1}{p_4(x_1,x_2)} Z(x_1,x_2).$$

В справедливости этих соотношений можно убедиться вычислением собственного многочлена матрицы A (x_1,x_2) аналитическим путем (что достаточно сложно), а для обратной матрицы проверкой условия $A(x_1,x_2)\cdot A^{-1}(x_1,x_2)=E$. При этом будет иметь место и контрольное условие $B_3(K_1,K_2)=[0]$, $\forall K_1=\overline{0,\infty}$, $\forall K_2=\overline{0,\infty}$.

Таким образом, предложен эффективный и простой метод построения собственного многочлена и определения обратной матрицы многопараметрических матриц на основе многомерных дифференциальных преобразований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы высшей математики. Ч. I. – Минск: Вышэйшая школа, 1972. – 584 с.
2. Симонян С.О., Аветисян А.Г. Прикладная теория дифференциальных преобразований. – Ереван: Чартарагет, 2010. – 361 с.
3. Аветисян А.Г., Симонян С.О., Бадалян Г.А. Аналог метода Фаддеева для неавтономных матриц // Известия Национальной Академии наук Армении и Государственного инженерного университета Армении. Сер. технических наук. – 2004. – Т. 57. – № 1. – С. 121–129.
4. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений. – Киев: Наукова думка, 1984. – 420 с.

Поступила 13.04.2011 г.