

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт ИФВТ
Направление подготовки Машиностроение
Кафедра ФВТМ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема работы
Численное исследование влияния оптических свойств порошковой среды на характер распределения температуры в процессе лазерной обработки
УДК 621.762.04:621.373.8:536.5-047.37

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
4АМ51	Соболева Полина Валерьевна		

Руководитель

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор	Князева А. Г.	д.ф.-м.н.		

КОНСУЛЬТАНТЫ:

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Черепанова Н.В.	канд. филос. наук		

По разделу «Социальная ответственность»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Штейнле А.В.	канд. мед. наук		

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ:

Зав. кафедрой	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор	Псахье С.Г.	д.ф.-м.н.		

**ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ООП
15.04.01 «Машиностроение»**

Код результата	Результат обучения (выпускник должен быть готов)
Профессиональные компетенции	
P1	Применять глубокие естественнонаучные, математические и инженерные знания для создания и обработки новых материалов
P2	Применять глубокие знания в области современных технологий машиностроительного производства для решения междисциплинарных инженерных задач
P3	Ставить и решать инновационные задачи инженерного анализа, связанные с созданием и обработкой материалов и изделий, с использованием системного анализа и моделирования объектов и процессов машиностроения
P4	Разрабатывать технологические процессы, проектировать и использовать новое оборудование и инструменты для обработки материалов и изделий, конкурентоспособных на мировом рынке машиностроительного производства
P5	Проводить теоретические и экспериментальные исследования в области современных технологий обработки материалов, нано технологий, создания новых материалов в сложных и неопределенных условиях
P6	Внедрять, эксплуатировать и обслуживать современные высокотехнологичные линии автоматизированного производства, обеспечивать их высокую эффективность, соблюдать правила охраны здоровья и безопасности труда на машиностроительном производстве, выполнять требования, на защите окружающей среды
Универсальные компетенции	
P7	Использовать глубокие знания по проектному менеджменту для ведения инновационной инженерной деятельности с учетом юридических аспектов защиты интеллектуальной собственности
P8	Активно владеть иностранным языком на уровне, позволяющем работать в иноязычной среде, разрабатывать документацию, разрабатывать и защищать результаты инновационной инженерной деятельности

P9	Эффективно работать индивидуально, в качестве члена и руководителя группы, состоящей из специалистов различных направлений и квалификаций, демонстрировать ответственность за результаты работы и готовность следовать корпоративной культуре организации
P10	Демонстрировать глубокие знания социальных, этических и культурных аспектов инновационной инженерной деятельности, компетентность в вопросах устойчивого развития
P11	Самостоятельно учиться и непрерывно повышать квалификацию в течение всего периода профессиональной деятельности

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт физики высоких технологий
Направление подготовки (специальность) 15.04.01 Машиностроение
Кафедра физика высоких технологий в машиностроении

УТВЕРЖДАЮ:
Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор
_____ С.Г. Псахье
(Подпись) (Дата) (Ф.И.О.)

ЗАДАНИЕ
на выполнение выпускной квалификационной работы

В форме:

магистерской диссертации

Студенту:

Группа	ФИО
4AM51	Соболевой Полине Валерьевне

Тема работы:

Численное исследование влияния оптических свойств порошковой среды на характер распределения температуры в процессе лазерной обработки	
Утверждена приказом директора (дата, номер)	

Срок сдачи студентом выполненной работы:	
--	--

ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ:

Исходные данные к работе	Объектом исследования являются металлические порошки и высокодисперсные композитные системы, облучаемые лазерным излучением.
Перечень подлежащих исследованию, проектированию и разработке вопросов	Изучение литературных источников с целью выяснения достижений мировой науки в области моделирования влияния оптических свойств на металлические порошки; актуальность работы и постановка задачи; методы получения и исследования объекта исследования; анализ

	результатов выполненной работы; заключение.
Перечень графического материала	Презентация в Microsoft PowerPoint
Консультанты по разделам выпускной квалификационной работы	
Раздел	Консультант
Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	Черепанова Н.В.
Социальная ответственность	Штейнле А.В.
Разделы, выполненные на иностранном языке	Квашнина О.С.
Названия разделов, которые должны быть написаны на русском и иностранном языках:	
Основная часть, Литературный обзор, Результаты исследования, Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение», Социальная ответственность – русский язык	
На иностранном языке выполнены следующие разделы диссертации:	
Литературный обзор: воздействие лазерного излучения на порошковые среды, материалы, используемые в методах селективного лазерного спекания, теплофизические основы процессов при селективном лазерном спекании, метод измерения энерговыделения в слое порошка при лазерном воздействии, моделирование теплопереноса при лазерной обработке порошковых материалов и модель поглощающей-рассеивающей среды.	

Дата выдачи задания на выполнение выпускной квалификационной работы по линейному графику	
---	--

Задание выдал руководитель:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор	Князева А. Г.	д.ф-м.н.		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
4АМ51	Соболева П.В.		

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа 145 с., 36 рис., 15 табл., 53 источника, 2 прил.

Ключевые слова: селективное лазерное спекание, коэффициент отражения, показатель поглощения.

Объектом исследования являются металлические порошки и высокодисперсные композитные системы, облучаемые лазерным излучением.

Цель работы – численное исследование влияния оптических свойств порошковой среды на характер распределения температуры в процессе лазерной обработки.

В процессе исследования проводились численное исследование и компьютерное моделирование влияния оптических свойств порошковой среды на характер распределения температуры в процессе лазерной обработки металлических порошков и высокодисперсных композиционных систем.

В результате исследования были сформулированы две модели (одномерная и двумерная) обработки порошкового слоя движущимся источником тепла, для которых были разработаны соответствующие алгоритмы численного решения и составлены программы. Численно исследовано влияние оптических свойств порошковой среды на характер распределения температуры.

Степень внедрения: внедрение в производство не осуществлено.

Область применения: аддитивные технологии, электроэнергетическая, аэрокосмическая и автомобилестроительная отрасли промышленности.

Экономическая эффективность/значимость работы – проект обладает высокой ресурсоэффективностью и является ресурсосбережливым.

В будущем планируется: дальнейшее исследование не планируется.

Оглавление	
Введение.....	9
1. Литературный обзор.....	12
1.1. Воздействие лазерного излучения на порошковые среды	12
1.2. Материалы, используемые в методах селективного лазерного спекания .	14
1.3. Теплофизические основы процессов при селективном лазерном спекании	15
1.4. Метод измерения энерговыведения в слое порошка при лазерном воздействии.....	17
1.5. Моделирование теплопереноса при лазерной обработке порошковых материалов	20
1.6. Модель поглощающей-рассеивающей среды.....	23
2. Физическая постановка проблемы.....	28
2.1. Основные процессы поглощения в материалах	28
2.2. Особенности лазерного нагрева.....	29
2.3. Основные особенности температурной кинетики при лазерном воздействии на металлы	31
3. Численное исследование влияния оптических свойств на динамику нагрева.....	33
3.1. Одномерное приближение	33
3.1.1. Постановка задачи	33
3.1.2. Метод решения.....	35
3.1.3. Результаты численного исследования	41
3.2. Двумерное приближение	44
3.2.1. Постановка задачи	44
3.2.2. Метод решения.....	45
3.2.3. Результаты численного исследования	64
3.3. Двумерное приближение с учетом усадки порошкового слоя	71
3.3.1. Постановка задачи	71
3.3.2. Метод решения.....	73
3.3.3. Результаты численного исследования	79
4. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	83

4.1. Анализ конкурентных технических решений с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения.....	83
4.2. SWOT-анализ	84
4.3. Инициация проектом	87
4.3.1. Цели и результат	87
4.4. Участники проекта.....	88
5. Социальная ответственность	91
5.1. Введение	91
5.2. Техногенная безопасность	92
5.2.1. Анализ вредных факторов	92
5.2.1.1. Вредные вещества	92
5.2.1.2. Шум.....	93
5.2.1.3. Метеоусловия.....	95
5.2.1.4. Электромагнитное и ионизирующее излучения	98
5.2.1.5. Освещение	99
5.2.2. Анализ опасных факторов рабочей зоны	103
5.2.2.1. Электробезопасность	103
5.2.2.2. Пожаровзрывобезопасность	105
5.2.2.3. Защита пользователей компьютерной и другой оргтехники.....	106
5.3. Региональная безопасность	107
5.3.1. Охрана окружающей среды	107
5.4. Организационные мероприятия обеспечения безопасности.....	107
5.5. Особенности законодательного регулирования проектных решений	110
5.6. Безопасность в чрезвычайных ситуациях	111
Заключение	113
Список публикаций.....	114
Список используемых источников.....	115
Приложение А	121
Приложение Б.....	137

Введение

В последние годы проводятся активные научно-исследовательские и конструкторские работы в разных областях науки и производства с целью создания новых и усовершенствованию ранее созданных технологических методов для изготовления объемных деталей со сложной геометрией, химическим составом и с уникальными физическими свойствами.

Ведущую роль при модернизации известных и создании новых технологических процессов играют технологии послойного синтеза – это создание компьютерной 3D модели будущей детали и получение самого изделия путем послойного добавления материала на специальном оборудовании с использованием различных методов. Данные технологии дают возможность создавать материалы нового поколения и представляют собой инновационный подход к проектированию и изготовлению деталей по сравнению с классическими способами литья и обработки на металлорежущих станках.

Особым спросом эти технологии пользуется у компаний электроэнергетической, аэрокосмической, автомобилестроительной и здравоохранительной отраслей промышленности, расположенных на территории США, Западной Европы и Азии. В 2013 году на их долю пришлось 67% объема предоставляемых услуг производителями 3-D систем.

Области применения по рынкам готовой продукции (отраслям производства) представлены на рисунке 1.

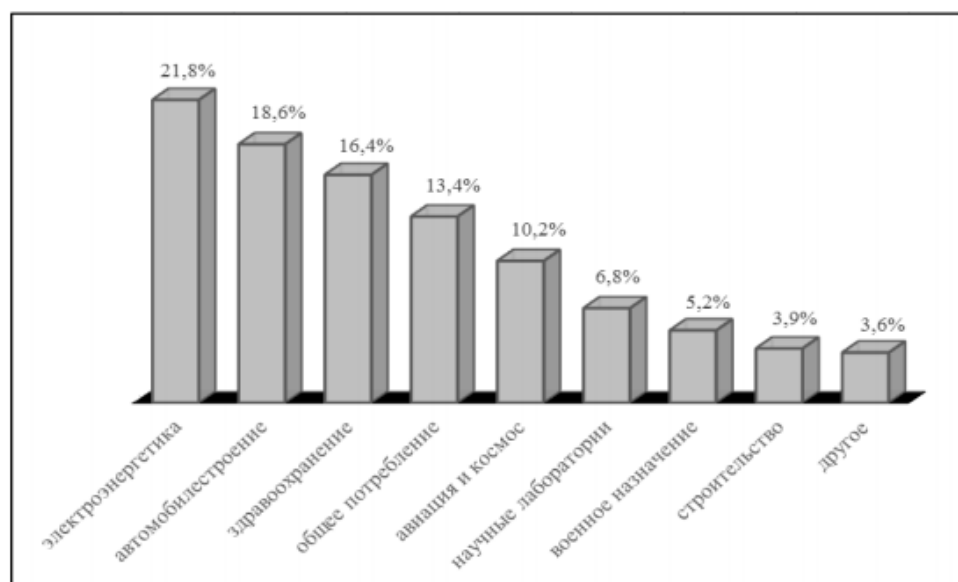


Рис. 1. Области внедрения технологий послойного синтеза

Аддитивные технологии, селективное лазерное спекание и другие процессы по созданию объемных деталей очень чувствительны к выбору рабочих параметров процесса, таких как мощность лазера, скорость сканирования, толщина порошкового слоя и т.д. Область допустимых параметров строго индивидуальна для каждого конкретного материала и морфологии порошка. Протекающие физико-химические процессы при лазерном воздействии на порошки являются довольно сложными и требуют развития средств контроля и автоматизации СЛС/СЛП процессов, а также приводят к значительным сложностям, которые связаны с выбором оптимальных параметров процесса. Для оптимизации параметров процесса большое внимание уделяется компьютерному моделированию распространения излучения и теплообмена при лазерной обработке порошков. В нескольких работах используется метод контроля путем анализа температурного поля обрабатываемого слоя порошка напрямую в процессе изготовления детали. При таком способе возможно контролировать только температуру поверхности, глубина же зоны лазерного воздействия, и информация о спекаемости слоя может быть установлена только с помощью математического моделирования теплопереноса. В моделях теплопереноса, которые существуют на данный момент, при лазерной обработке порошка, среда определяется как

квазиоднородная с учетом действия лазерного излучения как потока энергии на поверхность порошковой среды. Но данный подход не совсем точный. Согласно экспериментальным работам [1], лазерное излучение проникает вглубь порошковой среды за счет существующих пор и пустот. Учитывая проникновение лазерного излучения вглубь порошка, возникает ряд вопросов, возникающих при лазерной обработке. Эти вопросы касаются распределения потерь интенсивности падающего лазерного излучения, рассеяния и поглощения в порошке, однородности энерговыведения в порошке по глубине и уширения пятна относительно падающего лазерного пучка. Коэффициент отражения порошка непосредственно связан с энергетической эффективностью процесса.

Исходя из вышеизложенного основной целью работы является, численное исследование и компьютерное моделирование влияния оптических свойств порошковой среды на характер распределения температуры в процессе лазерной обработки.

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

1. сформулировать одномерную модель обработки порошкового слоя лазерным излучением; разработать алгоритм численного решения задачи; составить и отладить программу и проанализировать влияние параметров на распределение температуры;

2. усовершенствовать модель за счет учета распределения температуры по толщине слоев. Разработать алгоритм численной реализации модели; составить и отладить программу. Исследовать влияние оптических свойств на распределение температуры;

3. усовершенствовать модель за счет учета эволюции пористости и усадки в процессе обработки и ее влияния на оптические свойства.

1. Литературный обзор

1.1. Воздействие лазерного излучения на порошковые среды

В последнее время лазерные технологии активно используются для решения широкого класса задач в различных областях науки и техники от физики и химии до биологии и медицины. Лазерное излучение позволяет проводить различные технологические операции, исследования, измерения и диагностику.

Лазерное воздействие на порошковые среды используется в важных технологических процессах, при лазерном спекании порошков, при послойном лазерном синтезе объемных изделий, при селективном лазерном спекании (СЛС). Процесс селективного лазерного спекания (СЛС) был разработан в конце 1980-х годов как один из методов послойного производства изделий по технологии быстрого прототипирования [1]. Успех СЛС процессов главным образом обусловлен возможностью обрабатывать практически любой тип материала. Он применяется для производства металлических функциональных прототипов, деталей или инструментов, обладающих высокой плотностью, без необходимости в последующей стадии обработки. Также для обработки порошков применяется процесс селективного лазерного плавления [1, 2]. Для того чтобы достичь высокой плотности, металлические частицы порошка полностью расплавляются. При этом процесс лазерного плавления сопровождается развитием остаточных напряжений, возникающих при высоких температурных градиентах в материале. Эти напряжения могут привести к искажению, расслоению и растрескиванию. Помимо температурных напряжений, на качество деталей влияет процесс каплеобразования и испарение материала, когда слой порошка облучают лазером с высокой энергией.

Лазерному воздействию на металлические системы посвящено большое число исследовательских работ [3–6], в которых рассматривается результат влияния воздействия лазерного излучения на микроструктуру и свойства объектов обработки. В этих работах важным фактором является описание процессов взаимодействия лазерного излучения с металлическими частицами.

Метод селективного лазерного спекания является альтернативным способом создания объемных моделей по отношению к другим методам, но реализуется практически аналогично. В методе СЛС имеются свои недостатки и положительные стороны. Данный метод экономичен за счет достаточно дешевых отечественных порошковых материалов, а также существует возможность создания моделей, отличающихся повышенной прочностью и большими функциональными возможностями.

Коммерчески успешная технология СЛС впервые была предложена Карлом Декартом и Джозефом Биманом в середине 1980-х годов [7]. Данный метод позволяет получить трехмерный объект из металлического мелкодисперсного термопластичного порошка с хорошей вязкостью под воздействием луча лазера. Частицы порошка нагреваются до оплавления внешнего слоя, достаточного для их скрепления. Процесс необходимо проводить в герметической емкости, заполненной инертным газом, чтобы избежать возгорания порошка и утечки токсичных газов, выделяющихся при твердотельном синтезе.

В настоящее время известно большое количество опробованных материалов для СЛС: однокомпонентные поликарбонаты; многокомпонентные и интерметаллидные системы; низко- и высоколегированные стали; конструкционная и сегнетоэлектрическая керамика и пьезопласты. Изучены оптические [8, 9], термические [10, 11] свойства, микроструктура и механика синтезируемых изделий [12, 13] и порошков. Развита одно-двух- и трехмерные модели для расчетов тепловых полей методами конечных элементов [8].

Исследования, проведенные в работах [3 - 6, 12, 13], свидетельствуют о важности оптимизации энергетических параметров обработки в процессах селективного лазерного плавления для получения высококачественных металлических деталей. Показано, что особенности действия лазерного излучения на порошковые среды оказывают существенное влияние на качество формируемых изделий. Были рассмотрены различные механизмы

возникновения дефектов в структуре формируемых материалов и условия оптимизации процесса лазерной обработки.

1.2. Материалы, используемые в методах селективного лазерного спекания

Как правило, в технологии селективного лазерного спекания в качестве исходного порошка используются такие материалы как: металлы, сложные полиэферы, нейлон, парафин, полиуретан, керамика и пластик. Для последующего развития и исследования большой интерес представляет сбор сведений о поведении металлических порошков в процессе механического и теплового воздействия при лазерной обработке, их физико-химические свойства и влияние этих свойств на динамику исследуемых процессов. Существует довольно много источников, описывающих, как ведут себя порошковые материалы при различных процессах порошковой металлургии. Любая порошковая среда по своему строению может быть описана как непрерывная система дисперсных твердых частиц, которые находятся в контакте друг с другом и окружающей средой [14].

Одним из важных параметров порошков является форма их частиц. Частицы бывают изотермические – кубические, шарообразные, и неизотермические – в виде волокон, пластин. Форма частиц значительно влияет на их расположение в пространстве относительно друг друга, поэтому свойства порошков не одинаковы в разных направлениях. На плотность укладки влияет шероховатость поверхности частиц.

Необходимо рассмотреть особенности касающиеся строения и физико-химических свойств, некоторых металлических порошковых смесей. В промышленности широко используются дисперсные порошки тугоплавких соединений. Уникальное электронное строение и большая часть ковалентных связей определяют неповторимую комбинацию механических, электрофизических, химических и других свойств. Эти свойства можно осуществить через методы спекания. При изменении размеров частиц

выявляются размерные эффекты, оказывающие влияние на физические свойства [15].

Особый интерес представляют механические и теплофизические свойства дисперсных металлических систем. Известно [16], что температура плавления таких порошков понижается с возрастанием степени дисперсности. Так как в порошках существует наблюдаемая соизмеримость числа наружных и внутренних атомов у частиц, то вклад поверхностной энергии в свободную энергию частиц оказывается определяющим, особенно это принципиально для высокодисперсных порошков. Это объясняет эффект двойникования, уменьшение периода решетки, особенности фононного спектра, и, следовательно, теплофизических свойств.

1.3. Теплофизические основы процессов при селективном лазерном спекании

Спекание – это высокотемпературный физико-химический процесс образования кристаллического материала из сырой заготовки, сопровождающийся уменьшением пористости и свободной поверхности. Спекание представляет собой самопроизвольный процесс из-за избыточной энергии поверхности частиц и капиллярного давления в пористой среде. При спекании порошки или их смеси нагревают до температуры ниже температуры плавления основного вещества с целью обеспечения требуемых физико-химических и механических свойств [8]. Визуально спекание проявляется в изменении размеров спекаемых порошковых тел. Как правило, в результате этого процесса происходит увеличение плотности и уменьшение объема спекаемых порошковых тел. Тело переходит в более стабильное спеченное состояние большей плотности. Одним из распространенных проявлений спекания является взаимное проникновение контактирующих твердых тел. Оно может возникать как при контактировании макроскопических тел, так и при взаимодействии дисперсных частиц. При этом процесс может протекать либо спонтанно, либо действием стимулирующих сил. Характерными чертами

данного процесса являются: рост во времени первоначально точечных контактов, уменьшение во времени относительной доли несплошностей в контактах, возникновение и рост сопротивления растягивающим силам [8].

Одним из видов спекания является спекание/плавление дисперсных систем, которые представляют собой свободно насыпанные дисперсные порошки. Их характерным признаком является высокая степень рыхлости, определяемая малым объемом пространства, заполненного веществом. Спекание при таких условиях выражается в стремлении к образованию как можно большего числа новых контактов между структурными элементами дисперсной системы за счет взаимного их перемещения. При этом увеличивается степень заполнения веществом пространства, возрастает микроскопическая плотность системы [18].

Существуют две разновидности процесса спекания: жидкофазное и твердофазное. Твердофазное спекание представляет собой упрочнение порошкового тела без уменьшения суммарного объема пор, вызванное поверхностной диффузией. При жидкофазном спекании прочность спеченных тел определяется силами сцепления между отдельными частицами порошка, зависящими от того, насколько тесный контакт на границах, разделяющих частицы порошка. При спекании появление жидкой фазы, возникающей за счет расплавления структурной составляющей, способствует увеличению скорости диффузии атомов и помогает перемещать частицы твердой фазы относительно друг друга, что приводит к заполнению пор вещества.

При лазерном воздействии стадии спекания бывают: диффузия из объема, диффузия объема с направлением частиц и образованием области контакта, поверхностная диффузия, массоперенос из газовой фазы, вязкий поток. В первом приближении можно считать, что частицы размер которых меньше 20 мкм активно спекаются в твердой фазе, тогда как более крупные не спекаются совсем или для их спекания необходима жидкая фаза. Увеличению пор препятствуют включения в виде невосстанавливаемых окислов. При

спекании многокомпонентных систем ход процесса уплотнения в значительной степени определяется характером диаграмм состояния.

Проведенные исследования в этой области показывают, что выбор оптимальных режимов для СЛС, при которых спекание изделия происходит без расслоения, деформации и других недостатков, требует знания теплофизических характеристик используемых порошковых материалов. Изучению распределения тепла по системе поры-частицы в зависимости от степени укладки и формы частиц, с целью расчета температур в зоне спекания при СЛС, посвящено несколько работ [19]. Вместе с тем прямой теоретический расчет теплофизических характеристик материала при СЛС наталкивается на значительные трудности. Поэтому были разработаны методики и проводились эксперименты исследования тепловых полей при лазерном воздействии по глубине [20]. Решая обратную тепловую задачу, рассчитывается коэффициент теплопроводности в порошковой среде, что полезно для использования этих данных при оптимизации режимов СЛС.

1.4. Метод измерения энерговыведения в слое порошка при лазерном воздействии

Проблема описания теплопереноса в пористых средах возникает в ряде научных и технических задач и полностью не решена. Экспериментальное исследование распространения лазерного излучения в слое порошка к настоящему моменту в современной литературе представлено недостаточно. При селективном лазерном спекании/плавлении порошковых тел в процессе лазерного облучения очень важно знать энерговложение в слой порошка и его распределение по толщине порошкового слоя для определения фактической энергии лазерного воздействия.

Есть два возможных подхода к описанию прохождения лазерного излучения в слое порошка: модель поверхностного поглощения, где излучение поглощается в поверхностном слое порошка и модель объемного поглощения излучения. Во многих случаях слой порошка рассматривается как однородная

гетерогенная среда с некоторыми эффективными параметрами поглощающих и рассеивающих коэффициентов [21]. Вопрос о выборе подхода к описанию прохождения лазерного излучения в слое порошка определяется оптическими характеристиками порошковой среды. Прохождение лазерного излучения в порошке зависит от степени прозрачности вещества частиц на длине волны лазерного излучения, от толщины порошкового слоя.

В работе [22] рассмотрен экспериментальный метод для измерения энерговыделения в слое порошка под действием лазерного излучения. Схема метода представлена на рисунке 1.1. В данном методе предполагается, что для измерения энерговыделения в слое порошка под действием лазерного излучения достаточно измерить полный проходящий поток излучения в передней полусфере и полный отраженный поток в задней полусфере. Путем варьирования толщины слоя порошка можно определить распределение поглощенной энергии по толщине порошкового слоя.

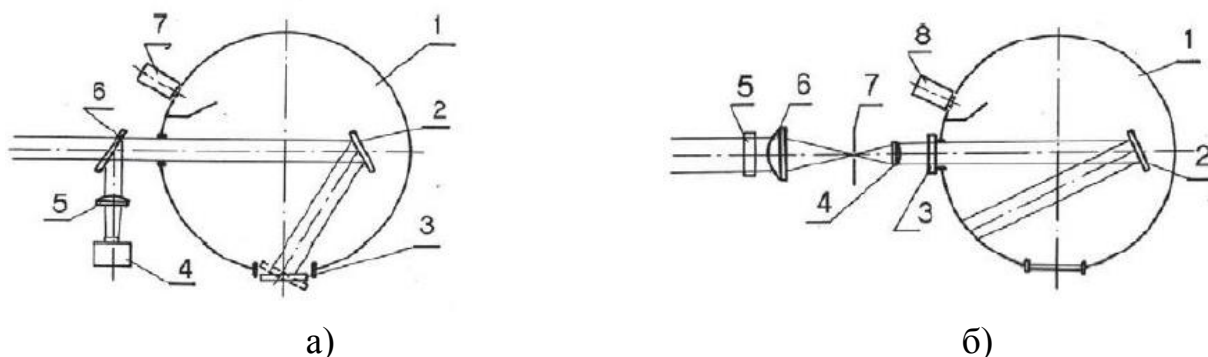


Рис. 1.1. а) оптическая схема измерений коэффициента отражения: 1 - интегрирующая сфера; 2 - зеркало, 3 - ячейка с порошком; 4,7 фотодиоды, 5 - объектив, 6 - полупрозрачное зеркало;
 б) оптическая схема измерения коэффициента пропускания: 1 - интегрирующая сфера; 2 - зеркало, 3,5 - ячейки с порошком; 4,6 - объектив, 7 - диафрагма, 8 - фотодиод [24].

При проведении эксперимента [22] были сделаны измерения коэффициента отражения и пропускания порошка из одного, двух или более слоев. Исследовался порошок из титана, который представляет собой сферические частицы узкого фракционного состава с диаметром от 200 мкм до

600 мкм. Коэффициенты отражения и пропускания были измерены методом интегрирующей сферы. Измерения проводились в диапазоне длин волн от 400 до 1060 нм. В качестве источника излучения использовалась лампа накаливания с непрерывным спектром излучения. Погрешность измерений составляла 1 % для коэффициента пропускания и 3 % для коэффициента отражения. Порошки помещали в стеклянные ячейки и распределяли достаточно равномерно по всему объему ячейки клетки путем встряхивания. Ячейки были помещены на входе в интегрирующую сферу при измерении коэффициента пропускания или в боковое отверстие сферы при измерении коэффициента отражения. Полученные результаты, представленные на рисунках 1.2. и 1.3, показали:

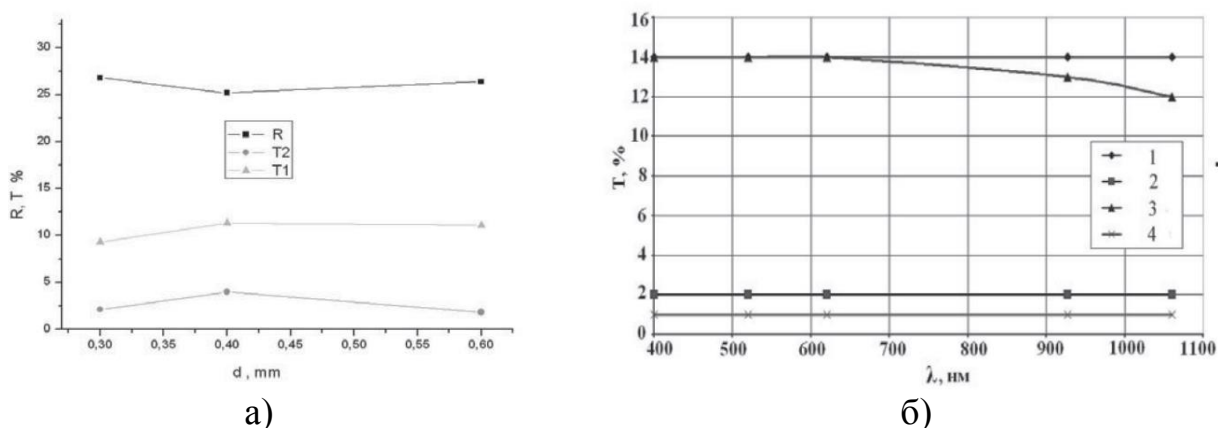


Рис. 1.2. а) отражение (R) и пропускание одного слоя (T1) и два слоя (T2) порошка; б) спектральная зависимость пропускания (1,2 – один слой, 3,4 – два слоя), 1,3 – 200 мкм и 2,4 – 400 мкм диаметр частиц порошка [22].

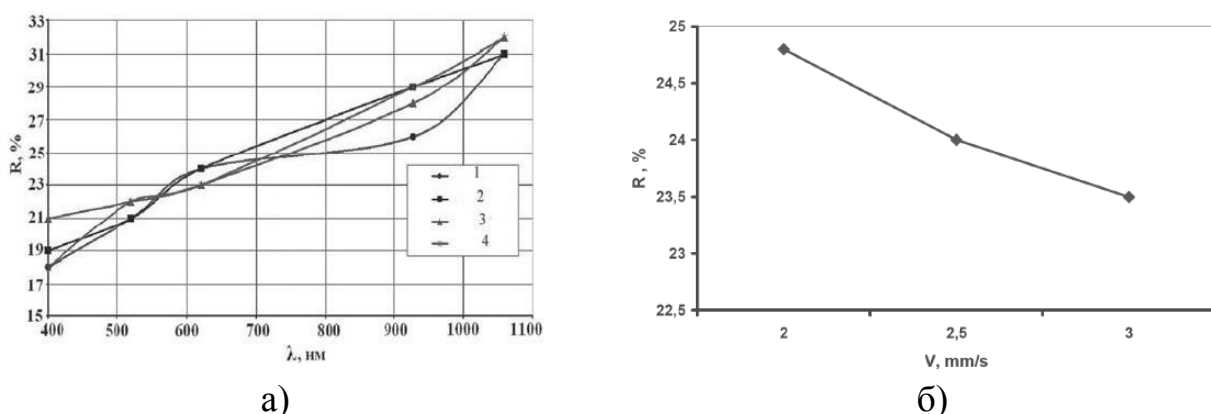


Рис. 1.3. а) спектральная зависимость отражения (1,2 – один слой, 3,4 – два слоя), 1,3 – 200 мкм и 2,4 – 400 мкм диаметр; б) отражение от скорости сканирования [22].

Измеренный коэффициент отражения для различных длин волн принимает значение от 0.4 до 0.65; излучение поглощается в значительной степени в первых двух слоях порошка; наблюдается постоянство отражательной способности при увеличении числа слоев; отражение определяется характеристиками частиц порошка. Оценки показывают, что пропускание первого слоя в значительной степени определяется отношением площади зазоров между частицами к общей площади слоя. Как следует из полученных результатов, только 15 – 20% излучения падает на частицы второго слоя при сканировании лазерным лучом, диаметр которого больше размеров частиц.

Рассмотренный экспериментальный метод не позволяет достоверно описать и провести исследования распространения лазерного излучения в высокодисперсных металлических порошковых средах, когда размеры частиц соизмеримы с длиной волны лазерного воздействия, поэтому существует необходимость развивать новые методы и подходы в измерении распределения лазерного излучения в порошковых средах.

1.5. Моделирование теплопереноса при лазерной обработке порошковых материалов

Моделирование теплофизических процессов при взаимодействии лазерного излучения с материалами берет свое начало из области сварки и поверхностной обработки и связано с именем Рыкалина Н.Н. и его школы. Многочисленные современные публикации зачастую не содержат большей информации, чем работы, выполненные 50-60 лет назад. Новым является лишь использование коммерческих конечно-элементных пакетов.

Одна из моделей компьютерного моделирования СЛС – процессов рассматривается в статье [23]. В ней рассмотрено трехмерное моделирование процессов селективного лазерного спекания методом конечных элементов, для того, чтобы исследовать влияние параметров обработки на качество спекаемых частей. Понимание физических процессов передачи тепла и явлений спекания в

этих технологиях необходимо для точной оптимизации и управления процессом спекания.

Моделирование СЛС процесса спекания на основе полимеров и металлов широко освещалось в литературе. Так для спекания аморфных полимеров и прогнозирования плотности спеченных поликарбонатов [24] использовались одномерные разностные методы конечных элементов. Трехмерная модель, реализованная методом конечных разностей, представлена в [25] для предсказания размеров, температуры и плотности спекания аморфных полимеров, так как одномерное моделирование не в состоянии решить задачи спекания на границе порошковой среды, где существуют значительные градиенты температур. В [26] разработаны двумерные модели для аморфных полимеров. Моделирование процесса СЛС включает в себя: взаимодействие между лазерным лучом и поверхностью слоя порошка, механизмы передачи тепла в порошке и твердой части материала, фазовый переход преобразования порошкового материала в твердое состояние в процессе спекания.

На рисунке 1.4 показано распределение температуры в продольном сечении при лазерной обработке образца порошка на подложке, при этом скорость сканирования 1,64 м/с, мощность лазера 10 Вт, толщина заливки 76.2 мкм, дли- на спекания 4 мм, диапазон температуры под лазерным лучом от 373 К до 418 К.

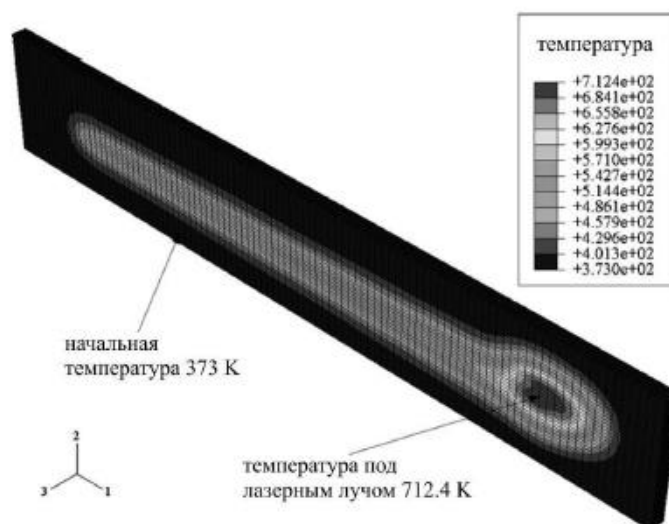


Рис. 1.4. Распределение температуры в продольном сечении [23].

На рисунке 1.5 приведена зависимость плотности спеченных материалов от мощности лазерного излучения при различных скоростях сканирования.

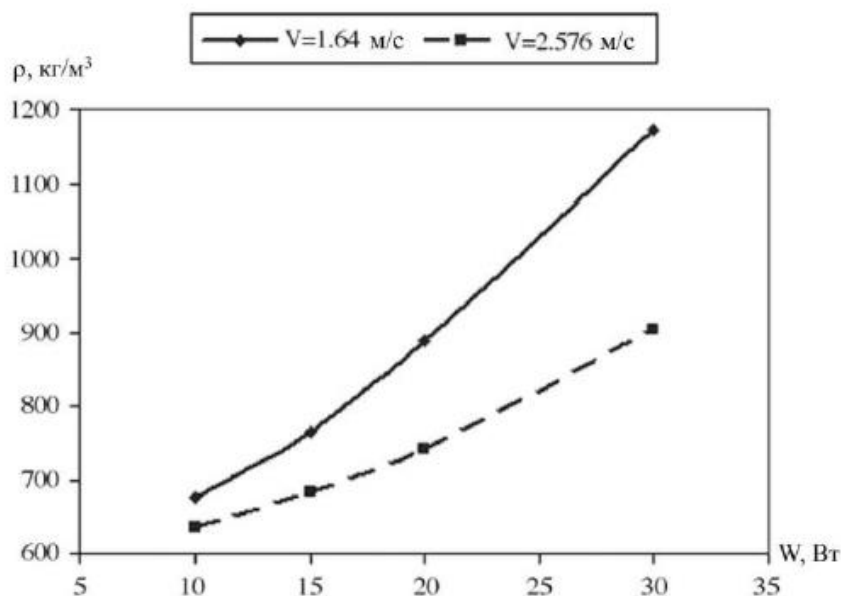


Рис. 1.5. Зависимость плотности спеченных материалов от мощности лазера для различных скоростей сканирования [23].

Как показывают результаты моделирования [23], увеличение мощности лазерного излучения влияет на глубину спекания порошка поликарбоната. Это влияние сопровождается повышением температуры на поверхности материала, что может привести к химическому разрушению, т.е. деградации спеченного

материала. Поэтому мощность лазерного луча должна быть выбрана так, чтобы не происходила деградация материала.

Представленная модель [23] успешно реализована для моделирования селективного лазерного спекания, в ней применили уравнение теплообмена к спекаемому порошку, моделирование проводилось с использованием трехмерного конечно-элементного анализа, источник тепла был смоделирован как поток тепла на поверхности. Недостатками данной модели является то, что не учитывается изменение коэффициента теплопроводности от плотности насыпки материала, не учитывается характер взаимодействия лазерного излучения с дисперсными порошками, так как лазерное излучение проникает вглубь дисперсных порошков и энергия поглощается в объеме порошка.

1.6. Модель поглощающей-рассеивающей среды

Основной операцией различных процессов аддитивного формирования является воздействие на порошковый слой лазерного луча. Падение лазерного луча на слой порошка, лежащего на твердой подложке, обычно осуществляется по нормали к поверхности. Лазерное излучение проникает в порошок и доставляет энергию непосредственно в его объем. Радиационный механизм переноса энергии может стать важным благодаря низкой теплопроводности порошка, и пространственное выделение энергии непосредственно влияет на локальное температурное поле.

При лазерной обработке возникают вопросы, касающиеся распределения потерь интенсивности падающего лазерного излучения, рассеяния и поглощения в порошке, однородности энерговыделения в порошке по глубине и уширения пятна относительно падающего лазерного пучка. Коэффициент отражения порошка непосредственно связан с энергетической эффективностью процесса. Глубина и ширина зоны выделения лазерной энергии непосредственно связаны с пространственным распределением энергии по диаметру лазерного луча.

Теоретический анализ уравнения распространения лазерного излучения выявил, что лазерное излучение проникает в порошковый слой на некоторую глубину в отличие от сплошной поверхности. Теоретически оцененная глубина проникновения лазерного излучения в порошок подтверждена экспериментально [27].

В работе [28] приведен анализ распространения лазерного излучения в двумерной цилиндрической геометрии. Модель с осесимметричным лазерным лучом, падающим на слой порошка по нормали, анализируется в цилиндрической системе координат с осью пучка z , направленной по нормали к верхней поверхности порошкового слоя. Слой порошка с непрозрачными частицами можно заменить эквивалентной однородной поглощающей средой и описывать распространение в ней излучения. В этом случае излучение в некоторой точке порошкового слоя с координатами (z, r) характеризуется усредненной интенсивностью, где единичный вектор в направлении распространения излучения задается полярным θ и азимутальными углами φ . Азимутальный угол отсчитывается от плоскости, проходящей через точку и ось z . В таких координатах уравнение распространения лазерного излучения будет выглядеть следующим образом:

$$\cos \theta \frac{\partial I}{\partial z} + \frac{\sin \theta}{r} \left\{ \cos \varphi \frac{\partial (rI)}{\partial r} - \frac{\partial (I \sin \varphi)}{\partial \varphi} \right\} = -\gamma I + \frac{\sigma}{2\pi} \int_0^\pi d\varphi' \int_{-1}^1 P(\theta, \varphi, \theta', \varphi') I(\theta', \varphi') d \cos \varphi'$$

где коэффициент экстинкции γ , коэффициент рассеяния σ , фазовая функция рассеяния $P(\Omega, \Omega')$, описывающая интенсивность рассеянного в направлении $\Omega'(\theta', \varphi')$ излучения, первоначально распространяющегося в направлении $\Omega(\theta, \varphi)$ – эффективные радиационные характеристики порошкового слоя [28].

Граничное условие на поверхности порошкового слоя $z = 0$ задает интенсивность падающего по нормали коллимированного излучения с плотностью потока энергии : $Q_0(r)$:

$$I(\theta, \varphi) = \frac{Q_0}{2\pi} \delta(\cos \theta - 1), \theta < \frac{\pi}{2}$$

где δ – дельта функция Дирака. На поверхности подложки предполагается зеркальное отражение с коэффициентом ρ :

$$I(\theta, \varphi) = \rho I(\pi - \theta, \varphi), \theta < \frac{\pi}{2}$$

В соответствии с общей теорией гомогенизации эффективный коэффициент экстинкции статистически изотропного упакованного слоя непрозрачных частиц [29]:

$$\gamma = \frac{S}{4f_0}, \quad S = \sum_{\alpha=1}^n S_{\alpha} f_{\alpha}, \quad S_{\alpha} = \frac{6}{D_{\alpha}}, \quad \gamma = \frac{3}{2} \frac{1-f_0}{f_0 D_{\alpha}}$$

где последнее равенство записано для случая упакованных слоев монодисперсных непрозрачных сфер при $\alpha=1$, S – удельная поверхность на единицу объема слоя, f_0 – пористость, объемная доля пустоты, n – число типов частиц непрозрачных фаз, S_{α} – удельная поверхность непрозрачной фазы, f_{α} – объемная доля фазы, D_{α} – диаметр сферической фракции.

Эффективный коэффициент рассеяния и фазовая функция рассеяния для статистически изотропного однокомпонентного порошка из непрозрачных зеркально отражающих частиц оцениваются как:

$$\frac{\sigma}{\gamma} = \rho_1 = \frac{1}{S} \sum_{\alpha=1}^n \rho_{\alpha} S_{\alpha} f_{\alpha}, \quad P = \frac{\rho_1'}{\rho_1}, \quad P \frac{\sigma}{\gamma} = \frac{1}{S} \sum_{\alpha=1}^n \rho_{\alpha}' S_{\alpha} f_{\alpha}$$

где ρ_1 – полусферический, ρ_1' – зеркальный коэффициенты отражения.

Для таких широко используемых металлов, как Fe, Al и Cu, а также для многих других хорошо отражающих материалов, зеркальный коэффициент отражения зависит от угла падения, но делая допущение при моделировании распространения лазерного излучения в сплошных средах о слабой зависимости зеркального коэффициента отражения от угла падения принимаем, что фазовые функции рассеяния будут слабо зависеть от угла рассеяния, за исключением малых углов, поэтому изотропная фазовая функция $P = 1$ может быть хорошим приближением.

Уравнение переноса излучения численно решается методом дискретных ординат. Направление распространения излучения задается параметрами $\mu = \cos\theta$ и φ , область делится на $N_\mu \times N_\varphi$ одинаковых прямоугольных ячеек размером $\Delta\mu \times \Delta\varphi$, уравнение переноса интегрируется по ячейке.

Влияние переноса излучения на тепловые процессы описываются плотностью потока радиационной энергии Q с компонентами:

$$Q_z = 2 \int_0^\pi d\varphi \int_{-1}^1 I \cos\theta d \cos\theta, \quad Q_r = 2 \int_0^\pi \cos\varphi d\varphi \int_{-1}^1 I \sin\theta d \sin\theta,$$

и объемным тепловым источником

$$U = -\text{div}Q$$

Эти параметры получаются обработкой численного решения уравнения распространения лазерного излучения. Коэффициент затухания равен отношению плотности потока излучения через поверхность к плотности падающего потока. В пределе оптически толстого слоя

$$A = \frac{3a}{1+2a}, \quad a = \sqrt{1-\omega}$$

где ω – альbedo рассеяния, отношение светового потока рассеянного плоским элементом поверхности во всех направлениях, к потоку, падающему на элемент.

Численные расчеты уравнения распространения излучения для условий нормального падения и изотропного рассеяния показали высокую точность этого аналитического решения, коэффициент затухания оптически толстого слоя порошка зависит только от альbedo и не зависит от морфологии и плотности порошкового слоя [28]. Коэффициент затухания может быть непосредственно выражен через полусферический коэффициент отражения или коэффициент затухания твердой фазы:

$$A = \frac{3\sqrt{1-\rho_1}}{1+2\sqrt{1-\rho_1}}$$

В рамках рассмотренной модели распространения энергии лазерного излучения коэффициент затухания оптически толстого слоя порошка непрозрачного материала является универсальной функцией коэффициента затухания твердой фазы и не зависит от удельной поверхности и пористости. Общий коэффициент затухания системы возрастает с увеличением оптической толщины слоя и коэффициента затухания твердой фазы. Радиальный перенос лучистой энергии, возникающий из-за рассеяния падающего лазерного излучения порошком, может существенно снизить энерговыделение по оси пучка.

Таким образом, из анализа обзора литератур выявлены следующие проблемы:

1. На качество получаемых деталей большое влияние оказывают такие параметры как мощность лазера, материал порошка, пористость порошка;

2. Аддитивные технологии, селективное лазерное спекание и другие процессы по созданию объемных деталей очень чувствительны к выбору рабочих параметров процесса, но экспериментальные исследования довольно дорогостоящие и область допустимых параметров строго индивидуальна для каждого конкретного материала и морфологии порошка;

3. В ряде работ при исследовании не учитываются изменение коэффициента теплопроводности от пористости и характер взаимодействия лазерного излучения с дисперсными порошками;

4. Плохо рассмотрены вопросы, касающиеся распределения потерь интенсивности падающего лазерного излучения, рассеяния и поглощения в порошке, однородности энерговыделения в порошке по глубине.

2. Физическая постановка проблемы

Объектом исследования в данной работе служат металлические порошки и высокодисперсные композитные системы, облучаемые лазерным излучением.

Взаимодействие лазерного излучения с сильнопоглощающими материалами в широком диапазоне плотностей световых потоков хорошо описывается тепловой моделью, в соответствии с которой весь процесс в общем может быть условно поделен на несколько стадий: 1) поглощение света и передача энергии тепловым колебаниям решетки твердого тела; 2) нагревание материала без разрушения; 3) разрушение материала и разлет образующихся продуктов (абляция); 4) остывание после окончания взаимодействия [30].

2.1. Основные процессы поглощения в материалах

При взаимодействии излучения с поверхностью материала оно частично отражается, а частично проникает внутрь материала, поглощается в нем и, как правило, достаточно быстро переходит в тепло.

Отражательная способность материала будет зависеть от частоты источника света через дисперсионное отношение его показателя преломления. Кроме того, отражательная способность поверхности будет зависеть от температуры материала, за счет изменения диэлектрической проницаемости зонной структуры, колебаний плазмы или материальной фазы [31]. Например, при плавлении коэффициент отражения кремния увеличивается примерно в 2 раза [32], а у металла, такого как Ni, - всего на несколько процентов [33]. В случае мелкомасштабных или структурированных материалов возможны дополнительные оптические резонансы, такие как поверхностные и объемные плазмоны и поляритоны, что может привести к усиленному поглощению или отражению из-за деталей взаимодействий между фотонами и электронами [34].

В общем изменение плотности светового потока по глубине описывается законом Бугера:

$$q(z) = Aq_0 e^{-\sigma z} \quad (2.1)$$

где q_0 - плотность падающего светового потока на поверхности материала; A – поглотительная способность материала; σ – линейный коэффициент поглощения.

Координата Y отсчитывается от поверхности в глубь материала. Формула (2.1), которая соответствует линейному поглощению излучения, применима к металлам, металлизированным полупроводникам и диэлектрикам в широком диапазоне длин волн. Несмотря на это конкретные значения входящих в нее величин A и α , а также механизмы поглощения света и перехода его в тепло могут существенно различаться для материалов различных классов.

2.2. Особенности лазерного нагрева

В 60-х годах прошлого века были проведены первые эксперименты по воздействию лазерного излучения на материалы, которые показали, что лазерный нагрев по своей физической сущности не отличается от других видов нагрева. Так же как любой другой нагрев, одной из главных характеристик теплового действия является температура, а сам нагрев заключается в увеличении амплитуды тепловых колебаний решетки. Перенос тепла в твердом теле осуществляется механизмами теплопроводности.

При лазерном нагреве, как правило, происходит изменение оптических и теплофизических свойств материала, его тепловое расширение, а также фазовые переходы в твердом состоянии и плавление. Иногда при нагревании могут активизироваться диффузионные процессы в твердом теле и ряд химических реакций как на его поверхности, так и в приповерхностных слоях. Таким образом, при нагреве лазерным излучением возникают обычные, хорошо изученные явления.

В то же время высокие скорости нагревания и охлаждения и большие пространственные градиенты температуры обуславливают особенности лазерного нагрева. Эти особенности приводят к существенным различиям в протекании тепловых процессов, стимулированных лазерным воздействием.

Немаловажное значение при нагревании лазерным излучением играет изменение оптических свойств вещества, связанное, например, с изменением поглощательной способности и коэффициента поглощения, от которых зависит количество выделенного тепла и его пространственное распределение.

Нагревание материалов лазерным излучением является основной стадией при изучении физической сущности технологических операций, которые проводятся без разрушения материала, например, сварки, термообработки, диффузии и т.д. Для операций лазерной обработки материалов, которые связаны с разрушением и удалением определенной их части, стадия нагревания является предварительной, однако крайне значимой, так как ее исследование позволяет установить условия начала разрушения.

Экспериментальные исследования в этой области, проводимые с целью достижения заданных значений качества изделий основаны на методах проб и ошибок, которые являются дорогостоящими и неэффективными по времени. К тому же является очень трудоемким и затруднен наличием большого числа управляющих параметров процесса, среди которых большое влияние оказывают энергетические характеристики лазерного излучения и параметры порошков. В связи с этим задача компьютерного моделирования процессов распространения энергии лазерного излучения в порошковых средах является актуальной.

Для решения многочисленных инженерных и научных проблем, возникающих во время работы, необходимо изучить основы численных методов. Несмотря на многочисленные компьютерные программы, изучение численных методов очень важно, поскольку:

- 1) необходимо понимать, что и как рассчитывать;
- 2) есть много проблем, которые не могут быть решены сторонними компьютерными программами;
- 3) для использования компьютерных программ необходимо получить опыт в решении простых задач;

4) наконец, изучение новых методов, в том числе численных, полезно для развития мышления.

В теории численных методов есть два основных вопроса:

1. Построение дискретных (различных) аппроксимаций для уравнений математической физики и исследование предварительных оценок их качества, устойчивости и точности разностной схемы;

2. Решение разностных уравнений с использованием прямых и итерационных методов, выбранных на базе оценки численных алгоритмов.

Аппроксимация разностной схемы состоит в следующем: при ограничении к нулю шагов аргумента решение системы разностных уравнений стремится к решению начального дифференциального уравнения при заданных граничных условиях.

Устойчивость – это способность системы сохранять текущее состояние при влиянии внешних воздействий. Для устойчивой системы типично, что округление ошибки, неизбежной во время любых вычислений, не приводит к большому искажению решения, когда шаги аргумента уменьшаются. В противном случае система называется неустойчивой.

Сходимость – это свойство означающее существование конечного предела у числовой последовательности. Сходимость системы при ее численной реализации с использованием компьютера вытекает из ее одновременной аппроксимируемости и устойчивости.

2.3. Основные особенности температурной кинетики при лазерном воздействии на металлы

Частично энергия лазерного излучения, падающего на поверхность металла, поглощается в нем, а частично отражается. Коэффициент отражения определяет долю энергии падающего излучения, которая отражается и не может быть использована для нагрева.

Коэффициент отражения f всех металлов возрастает по мере смещения в дальнюю ИК-область спектра. Для длин волн $\lambda > 5$ мкм, коэффициенты

отражения практически всех металлов превышают 90%. В указанной области коэффициент отражения связан с электропроводностью материала. Металлы с высокой электропроводностью обладают максимальными значениями коэффициента отражения в ИК-области спектра. Так, золото имеет более высокий коэффициент отражения, чем алюминий, а алюминий в свою очередь имеет более высокий коэффициент отражения, чем сталь. В такой же последовательности эти материалы располагаются в зависимости от их электропроводности.

Поглощенная световая энергия переходит в тепловую и вызывает нагрев материала. Температура, до которой нагревается материал, зависит от плотности мощности излучения, длительности воздействия, теплофизических свойств вещества, геометрии образца и оптических свойств материала. *Коэффициент поглощения металлов* имеет большую величину, порядка 10^5 - 10^6 1/см, поэтому значительная часть поглощенной энергии выделяется в приповерхностном слое толщиной $l \sim \alpha^{-1} \sim 10^{-5}$ - 10^{-6} см.

Тепло из области воздействия лазерного излучения отводится за счет теплопроводности в стороны и в глубину материала. Эти потери тепла малы, если лазерные импульсы имеют малую длительность, но они могут стать существенными для импульсов с большой длительностью или при малых областях облучения. Нагрев может протекать с высокой скоростью [30].

3. Численное исследование влияния оптических свойств на динамику нагрева

3.1. Одномерное приближение

3.1.1. Постановка задачи

Рассмотрим одномерную модель и влияние оптических свойств на образец в процессе лазерной обработки. Предположим, что образец представляет собой тонкую пластину толщиной h_A (рис. 3.1) с высокой теплопроводностью и с покрытием толщиной h_B , много меньшей, чем толщина пластины h_A . В этом случае можно пренебречь распределением температуры в направлении y . Лазерный луч развернут в линию, и представляет собой движущийся источник, следовательно, задача становится одномерной [36].

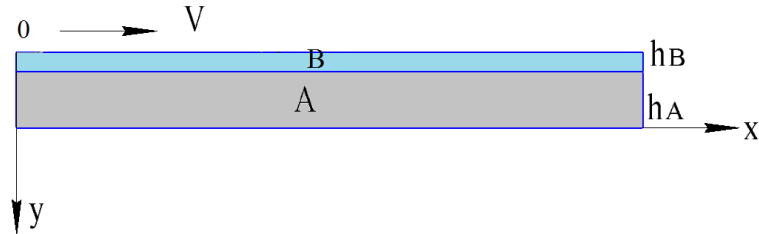


Рис. 3.1. Образец

Записываем уравнение теплопроводности для материалов А и В:

$$c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} = \lambda_A \left[\frac{\partial^2 T_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2} \right], \quad (3.1)$$

$$c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = \lambda_B \left[\frac{\partial^2 T_B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} \right] + (1 - f_B) \sigma_B q_0 \exp(-\sigma_B y) \exp \left[- \left(\frac{x - Vt}{a} \right)^2 \right], \quad (3.2)$$

Граничные и начальные условия имеют вид:

$$x = 0, \infty: \frac{\partial T_A}{\partial x}, \frac{\partial T_B}{\partial x} \quad (3.3)$$

$$y = 0: \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial y} = \sigma \varepsilon (T_B^4 - T_B^4) = 0, \quad (3.4)$$

$$y = h_B: \lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial y} - \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial y} = (1 - f_B) q_0 \exp(-\sigma_B y) \exp \left[- \left(\frac{x - Vt}{a} \right)^2 \right] \quad (3.5)$$

$$T_A = T_B \quad (3.6)$$

$$y = h_A + h_B; \quad \frac{\partial T_A}{\partial y} = 0 \quad (3.7)$$

В задаче T – температура $[K]$, σ – постоянная Стефана-Больцмана $[Вт \cdot м^{-2} \cdot K^{-4}]$, ε – степень черноты, q_0 – плотность потока $[Дж \cdot м^{-2} \cdot с]$, ρ_A , ρ_B – плотность $[г/см^3]$, c_A , c_B – удельная теплоемкость $[Дж/г \cdot K]$, λ_A , λ_B – коэффициент теплопроводности $[Вт/см \cdot K]$, σ_B – показатель поглощения, f_B – коэффициент отражения, a – эффективный радиус луча $[см]$, x , y – пространственная координата $[см]$, V – скорость луча вдоль поверхности $[см/с]$, t – время $[с]$, h_B – толщина порошка $[см]$, h_A – толщина пластины $[см]$.

Учитывая условия задачи, проинтегрируем уравнение теплопроводности (3.2) по толщине h_B :

$$\int_0^{h_B} c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} dy = \int_0^{h_B} \lambda_B \left[\frac{\partial^2 T_B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} \right] dy + \int_0^{h_B} \sigma_B (1 - f_B) q_0 \exp(-\sigma_B y) \exp \left[- \left(\frac{X - Vt}{a} \right)^2 \right] dy,$$

или

$$\begin{aligned} c_B \rho_B \frac{\partial \tilde{T}_B}{\partial t} h_B &= \lambda_B \frac{\partial^2 \tilde{T}_B}{\partial x^2} h_B + \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial y} \Big|_0^{h_B} \\ &+ \sigma_B (1 - f_B) q_0 \frac{1}{\sigma_B} \exp(-\sigma_B y) \Big|_0^{h_B} \exp \left[- \left(\frac{X - Vt}{a} \right)^2 \right], \\ \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial y} \Big|_0^{h_B} &= \lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial y} - (1 - f_B) q_0 \exp(-\sigma_B h_B) \exp \left[- \left(\frac{X - Vt}{a} \right)^2 \right], \\ \exp(-\sigma_B y) \Big|_0^{h_B} &= 1 - \exp(-\sigma_B h_B), \\ c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} h_B &= \lambda_B \frac{\partial^2 \tilde{T}_B}{\partial x^2} h_B + \lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial y} - q_0 (1 - f_B) \exp(-\sigma_B h_B) \exp \left[- \left(\frac{X - Vt}{a} \right)^2 \right] - \\ &- q_0 (1 - f_B) \left[1 - \exp(-\sigma_B h_B) \exp \left[- \left(\frac{X - Vt}{a} \right)^2 \right] \right] \end{aligned}$$

Проинтегрируем уравнение теплопроводности (3.1) по толщине $h_A + h_B$:

$$\int_{h_B}^{h_A+h_B} c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} dy = \int_{h_B}^{h_A+h_B} \lambda_A \left[\frac{\partial^2 T_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2} \right] dy,$$

или

$$c_A \rho_A \frac{\partial \tilde{T}_A}{\partial t} h_A = h_A \lambda_A \frac{\partial^2 \tilde{T}_A}{\partial x^2} + \lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial y} \Big|_{h_B}^{h_A+h_B},$$

$$c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} h_A = h_A \lambda_A \frac{\partial^2 T_A}{\partial x^2} + h_B \lambda_B \frac{\partial^2 T_B}{\partial x^2} - c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} h_B -$$

$$- q_0 (1 - f_B) \exp[-\sigma_B h_B] \exp\left[-\left(\frac{X - Vt}{a}\right)^2\right] - q_0 (1 - f_B) [1 - \exp(-\sigma_B h_B)] \exp\left[-\left(\frac{X - Vt}{a}\right)^2\right]$$

В результате с учетом условия (3.5) математическая постановка задачи принимает вид:

$$(c_A \rho_A h_A + c_B \rho_B h_B) \frac{\partial T}{\partial t} = (\lambda_A h_A + \lambda_B h_B) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - q_0 (1 - f_B). \quad (3.8)$$

$$\cdot \left[1 - 2 \exp(-\sigma_B h_B) \exp\left[-\left(\frac{X - Vt}{a}\right)^2\right] \right]$$

$$x = 0, \infty: \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$t = 0: T = T_0.$$

Таким образом, задача стала одномерной. Требуется изучить влияние оптических свойств на распределение температуры.

3.1.2. Метод решения

Задачу можно решить численно. Для решения задачи используем неявную разностную схему и метод прогонки [36].

Находим коэффициенты α_{k+1} , β_{k+1} . Составляем разностную схему:

$$(c_A \rho_A h_A + c_B \rho_B h_B) \frac{\partial T}{\partial t} = c_p \frac{T_k^{j+1} - T_k^j}{\Delta t},$$

$$\bar{\lambda} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \bar{\lambda} \left(\frac{T_{k+1}^{j+1} - 2T_k^{j+1} + T_{k-1}^{j+1}}{h^2} \right),$$

$$c_p \frac{T_k^{j+1} - T_k^j}{\Delta t} = \bar{\lambda} \frac{T_{k+1}^{j+1} - 2T_k^{j+1} + T_{k-1}^{j+1}}{h^2} + f_k^j$$

Следовательно имеем разностное уравнение:

$$\frac{\bar{\lambda} \Delta t}{c_p h^2} T_{k-1}^{j+1} - T_k^{j+1} \left(2 \frac{\bar{\lambda} \Delta t}{c_p h^2} + 1 \right) + \frac{\bar{\lambda} \Delta t}{c_p h^2} T_{k+1}^{j+1} + T_k^j + \frac{f_k^j \Delta t}{c_p} = 0,$$

Полученную систему можно свести к общему виду:

$$a_k T_{k-1}^{j+1} - c_k T_k^{j+1} + b_k T_{k+1}^{j+1} + f_k = 0, \quad (3.9)$$

где

$$\frac{\bar{\lambda} \Delta t}{c_p h^2} = a_k; \quad 2 \frac{\bar{\lambda} \Delta t}{c_p h^2} + 1 = c_k; \quad \frac{\bar{\lambda} \Delta t}{c_p h^2} = b_k; \quad T_k^j + \frac{f_k^j \Delta t}{c_p} = f_k.$$

Используем для решения этой системы метод прогонки. В соответствии с этим методом, примем:

$$T_k^{j+1} = \alpha_{k+1} T_{k+1}^{j+1} + \beta_{k+1}.$$

$$T_{k-1}^{j+1} = \alpha_k T_k^{j+1} + \beta_k. \quad (3.10)$$

Тогда, подставляя (3.10) в (3.9)

$$a_k (\alpha_k T_k + \beta_k) - c_k T_k + b_k T_{k+1} + f_k = 0,$$

$$T_k = \frac{b_k T_{k+1}}{c_k - a_k \alpha_k} + \frac{a_k \beta_k + f_k}{c_k - a_k \alpha_k},$$

Следовательно, находим коэффициенты:

$$\alpha_{k+1} = \frac{b_k}{c_k - a_k \alpha_k}; \quad \beta_{k+1} = \frac{a_k \beta_k + f_k}{c_k - a_k \alpha_k}. \quad (3.11)$$

Находим коэффициенты α_1 и β_1 , для этого аппроксимируем граничные условия.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0,$$

Разложим температуру в точке 1 в относительно точки 0:

$$T_1 = T_0 + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_0 h + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_0 \frac{h^2}{2} + \dots,$$

Откуда находим:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_0 = \frac{T_1 - T_0}{h} - \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_0 \frac{h}{2} = 0,$$

Введем обозначение: $\bar{\lambda} = \lambda_A h_A + \lambda_B h_B$, $c_p = c_A \rho_A h_A + c_B \rho_B h_B$.

Вторую производную находим из уравнения теплопроводности:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_0 = \frac{c_p}{\bar{\lambda}} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_0 + \left(f(x, t) \frac{1}{\bar{\lambda}}\right)_0$$

Так как

$$\begin{aligned} \frac{T_1 - T_0}{h} - \frac{h}{2} \left(\frac{c_p}{\bar{\lambda}} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_0 + \frac{f(0, t)}{\bar{\lambda}}\right) &= 0, \\ \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_0 &= \frac{T_0 - \check{T}_0}{\Delta t}, \end{aligned}$$

то

$$\frac{T_1 - T_0}{h} - \frac{h c_p}{2 \bar{\lambda}} \left(\frac{T_0 - \check{T}_0}{\Delta t}\right) - \frac{h f(0, t)}{2 \bar{\lambda}} = 0.$$

Домножим уравнение на $\frac{2\bar{\lambda}\Delta t}{h^2 c_p}$.

$$\frac{2\bar{\lambda}\Delta t(T_1 - T_0)}{h^2 c_p} - T_0 + \check{T}_0 - \frac{f(0, t)\Delta t}{c_p} = 0,$$

Откуда

$$T_0 \left(1 + \frac{2\bar{\lambda}\Delta t}{h^2 c_p}\right) = \frac{2\bar{\lambda}\Delta t T_1}{h^2 c_p} + \check{T}_0 - \frac{f(0, t)\Delta t}{c_p},$$

Следовательно,

$$T_0 = \frac{\check{T}_0 - \frac{f(0, x)\Delta t}{c_p}}{1 + \frac{2\bar{\lambda}\Delta t}{h^2 c_p}} + \frac{\frac{2\bar{\lambda}\Delta t T_1}{h^2 c_p}}{1 + \frac{2\bar{\lambda}\Delta t}{h^2 c_p}}$$

Введем обозначение: $\frac{\Delta t}{h^2} = \tau$, $\frac{\bar{\lambda}}{c_p} = \omega$.

$$T_0 = \frac{\check{T}_0 - \frac{f(0, x)\Delta t}{c_p}}{1 + 2\tau\omega} + \frac{2\tau\omega T_1}{1 + 2\tau\omega}.$$

Сравниваем последнее выражение с формулой

$$T_0 = \alpha_1 T_1 + \beta_1 \quad (3.12)$$

получаем

$$\alpha_1 = \frac{2\tau\omega}{1 + 2\tau\omega}; \quad \beta_1 = \frac{\check{T}_0 - \frac{f(0, x)\Delta t}{c_p}}{1 + 2\tau\omega} \quad (3.13)$$

Аналогичным образом находим коэффициенты ε и μ из граничных условий:

$$T_{n-1} = T_n - \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_n h + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_n \frac{h^2}{2} + \dots,$$

Откуда находим:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_n = \frac{T_n - T_{n-1}}{h} + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_n \frac{h^2}{2},$$

Вторую производную находим из уравнения теплопроводности:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_n = \frac{c_p}{\bar{\lambda}} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_n + \left(f(x, t) \frac{1}{\bar{\lambda}}\right)_n$$

Так как

$$\frac{T_n - T_{n-1}}{h} + \frac{h}{2} \left(\frac{c_p}{\bar{\lambda}} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_n + \frac{f(x, t)}{\bar{\lambda}} \right) = 0,$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_n = \frac{T_n - \check{T}_n}{\Delta t},$$

то

$$\frac{T_n - T_{n-1}}{h} - \frac{h c_p}{2 \bar{\lambda}} \left(\frac{T_n - \check{T}_n}{\Delta t} \right) - \frac{h f(x, t)}{2 \bar{\lambda}} = 0$$

или

$$T_n \left(1 + \frac{2\bar{\lambda}\Delta t}{h^2 c_p} \right) = \check{T}_n - \frac{f(x, t)\Delta t}{c_p} + \frac{2\bar{\lambda}\Delta t T_{n-1}}{h^2 c_p}$$

Следовательно,

$$T_n = \frac{\check{T}_n - \frac{f(0, x)\Delta t}{c_p}}{1 + \frac{2\bar{\lambda}\Delta t}{h^2 c_p}} + \frac{\frac{2\bar{\lambda}\Delta t T_{n-1}}{h^2 c_p}}{1 + \frac{2\bar{\lambda}\Delta t}{h^2 c_p}},$$

Введем обозначение: $\frac{\Delta t}{h^2} = \tau$, $\frac{\bar{\lambda}}{c_p} = \omega$.

$$T_n = \frac{\check{T}_n - \frac{f(x, t)\Delta t}{c_p}}{1 + 2\tau\omega} + \frac{2\tau\omega T_{n-1}}{1 + 2\tau\omega}$$

или

$$T_n = \varepsilon T_{n-1} + \mu, \quad (3.14)$$

где

$$\mu = \frac{\check{T}_n - \frac{f(x, t)\Delta t}{c_p}}{1 + 2\tau\omega}; \quad \varepsilon = \frac{2\tau\omega}{1 + 2\tau\omega},$$

В точке n имеем 2 равенства (3.14) и

$$T_{n-1} = \alpha_n T_n + \beta_n \quad (3.15)$$

получаем

$$T_n = \frac{\mu + \varepsilon\beta_n}{1 - \varepsilon\alpha_n} \quad (3.16)$$

Ниже приведена условная блок схема (рис. 3.2) для одномерной задачи:

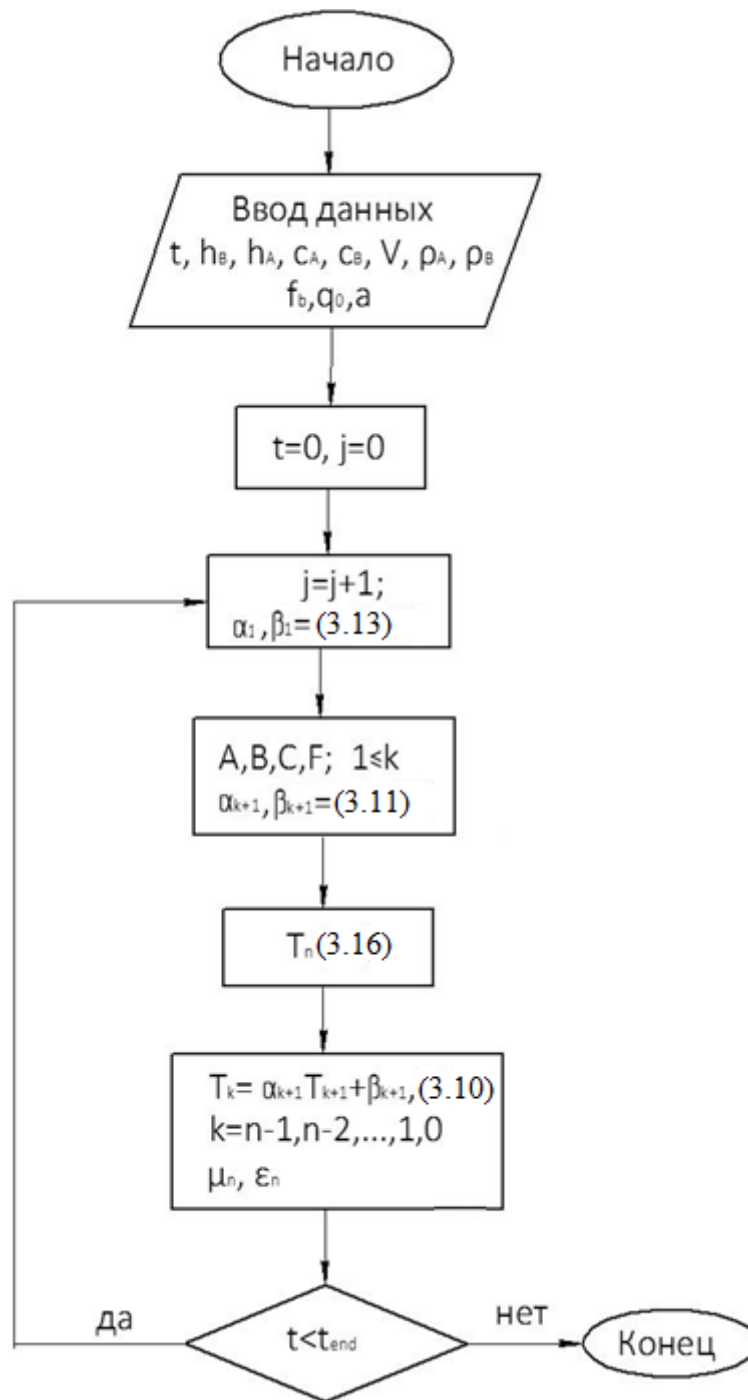


Рис. 3.2. Условная блок схема для решения простейшей задачи.

С использованием составленного алгоритма была составлена программа. Результаты тестирования показаны на рис. 3.3. а), б).

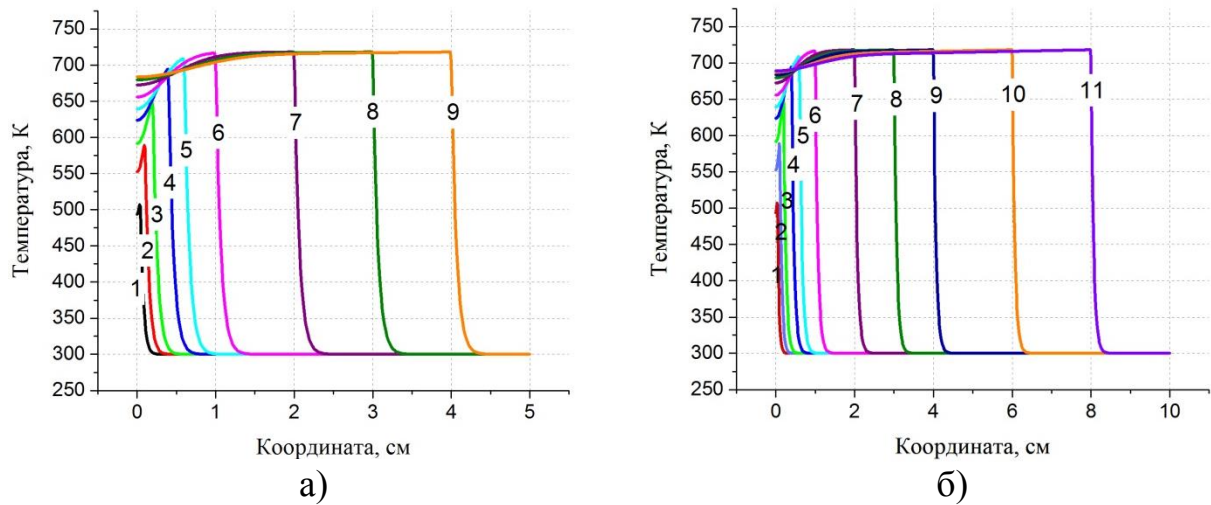


Рис. 3.3. Распределение температуры по толщине пластины при: а) $n=500$; б) $n=1000$.

3.1.3. Результаты численного исследования

В расчетах примем: $c_A=c_B=1.2$ Дж/(кг·°C), $\lambda_A=\lambda_B=0.1$ Вт/(м·°C), $\rho_A=\rho_B=7.0$ кг/м³, $q_0=7.5e4$ Вт/м², $T_0=300$ К, $T_w=300$ К, $\sigma_B=10\dots100$, $f_B=0,1\dots0.9$, $a=0.01$ см, $V=0.2$ см/с, $h_B=h_A=0.2$ мм, $\epsilon_0=0.5$, $\sigma=5.67e-12$ Вт·м⁻²·К⁻⁴.

Типичное распределение температуры показано на рис. 3. а), б). Начальная короткая нестационарная стадия процесса быстро сменяется квазистационарной: максимальная температура в зоне обработки перестает изменяться.

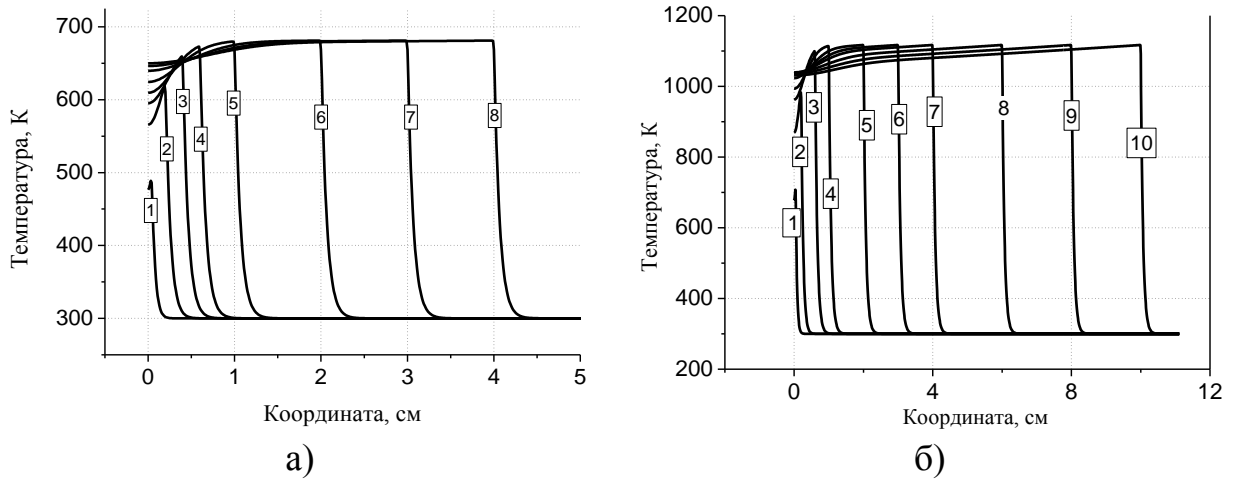


Рис. 3.4. Распределение температуры по толщине пластины при
 а) $q_0=8.5e4 \text{ ВТ/м}^2$; $f_B=0.6$; $\sigma_B=100$; $t = 1 - 0,2$; 2 - 1,0; 3 - 3,0; 4 - 5,0; 5 -10,0; 6 - 15,0; 7 - 20,0; 8 - 25,0 сек.
 б) $q_0=7.5e4 \text{ ВТ/м}^2$; $f_B=0.5$; $\sigma_B=5$ $t = 1 - 0,2$; 2 - 1,0; 3 - 3,0; 4 - 5,0; 5 -10,0; 6 - 15,0; 7 - 20,0; 8 - 25,0; 9 - 30,0; 10 - 35,0 сек.

Таблица 3.1.

Зависимость максимальной температуры от f_b .

Максимальная температура, К		f_b
$\sigma_B = 20$	$\sigma_B = 100$	
2316.485	2386.744	0.1
2089.078	2161.848	0.2
1866.563	1930.454	0.3
1643.545	1698.464	0.4
1196.413	1230.456	0.6
972.478	998.031	0.7
524.22	532.74	0.9

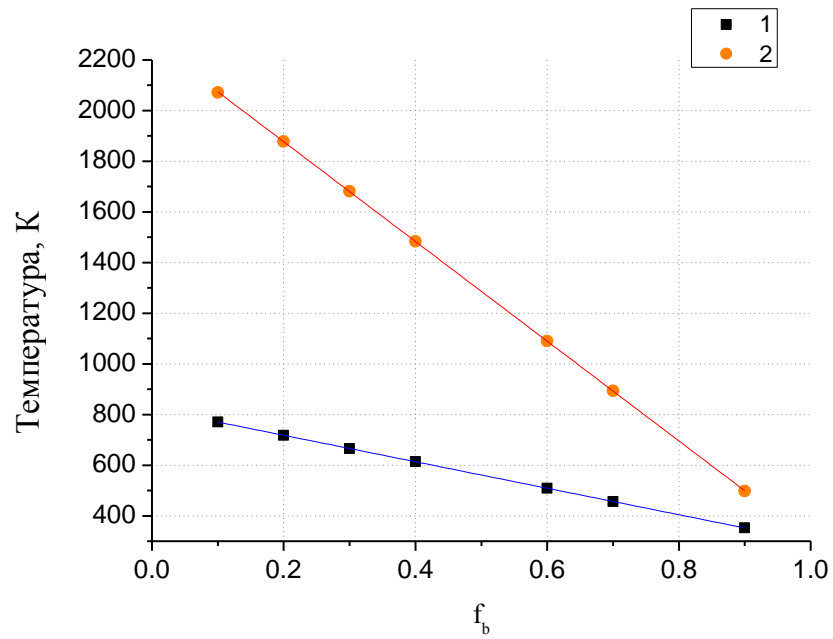


Рис. 3.5. Зависимость максимальной температуры от коэффициента отражения f_b для разного значения показателя поглощения σ_B ; $\sigma_1=20$; $\sigma_2=100$.

Из графика (Рис. 3.5) видно, что при изменении f_b от 0,1 до 0,9 максимальная температура уменьшается. Также при изменении значения показателя поглощения σ_B от 20 до 100 температура в целом увеличивается при соответствующих значениях коэффициента отражения f_b .

3.2. Двумерное приближение

3.2.1. Постановка задачи

Рассмотрим двумерную модель и влияние оптических свойств на образец в процессе лазерной обработки. Предположим, что образец представляет собой пластину толщиной h_A (рис. 6) и покрытием толщиной h_B .

Лазерный луч развернут в линию, и представляет собой движущийся источник. Систему координат расположи так, как показано на рис. 3.6.

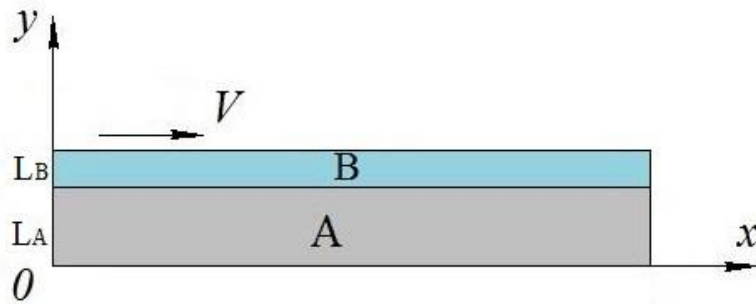


Рис. 3.6. Образец

Математическая постановка задачи будет иметь вид [7,8]:

$$c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} = \lambda_A \left(\frac{\partial^2 T_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2} \right), \quad 0 < x \leq L_A \quad (3.17)$$

$$c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = \lambda_B \left(\frac{\partial^2 T_B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} \right) + (1 - f_B) q_0 \sigma_B \exp(-\sigma_B y) \exp \left[-\left(\frac{X - Vt}{a} \right)^2 \right] \quad (3.18)$$

$$L_A < x \leq L_A + L_B$$

Граничные и начальные условия можно записать следующим образом:

$$x = 0: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (3.19)$$

$$y = 0: \quad \frac{\partial T_A}{\partial y} = 0 \quad (3.20)$$

$$y = L_B: \quad \lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial y} - \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial y} = (1 - f_B) q_0 \sigma_B \exp(-\sigma_B y) \exp \left[-\left(\frac{X - Vt}{a} \right)^2 \right] \quad (3.21)$$

$$y = L_A: \quad \lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial y} = \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial y}, \quad T_A = T_B \quad (3.22)$$

$$y = L_A + L_B: \quad \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial y} = \sigma \varepsilon (T^4 - T_B^4) = 0 \quad (3.23)$$

В задаче T - температура σ – постоянная Стефана-Больцмана, ε – степень черноты, ρ_A, ρ_B – плотность, c_A, c_B – удельная теплоемкость, λ_A, λ_B – коэффициент теплопроводности, σ_B – показатель поглощения, f_B – коэффициент отражения, a – эффективный радиус луча, x, y – пространственная координата, V – скорость луча вдоль поверхности, t - время, h_B – толщина порошка, h_A – толщина пластины.

3.2.2. Метод решения

Для решения задачи используем неявную разностную схему и расщепление по координатам.

В результате приходим к решению отдельных задач на каждом шаге по времени вдоль оси X и Y .

Вдоль оси X :

$$\begin{cases} c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} = \lambda_A \frac{\partial^2 T_A}{\partial x^2}, \\ c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = \lambda_B \frac{\partial^2 T_B}{\partial x^2} + \frac{W}{2}, \end{cases}$$

Вдоль оси Y :

$$\begin{cases} c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} = \lambda_A \frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2}, \\ c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = \lambda_B \frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} + \frac{W}{2}, \end{cases}$$

Для решения каждой одномерной задачи используем неявную разностную схему и метод прогонки [36]:

Вдоль оси X :

Нулевая точка $i=0, x=\infty$.

Последняя точка $x=X, i=n$.

I) Найдем все коэффициенты для области A .

Находим коэффициенты α_{i+1} и β_{i+1} . Составим разностную схему:

$$c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} = c_A \rho_A \frac{T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n}{\Delta t}, \quad \lambda_A \frac{\partial^2 T_A}{\partial x^2} = \lambda_A \frac{T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2}$$

Следовательно имеем разностное уравнение:

$$c_A \rho_A \frac{T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n}{\Delta t} = \lambda_A \frac{T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2},$$

или

$$\frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}} - \left[2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} \frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} + T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] + \frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,k}^n = 0,$$

Полученную систему можно свести к наиболее общему виду:

$$a_i T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}} - c_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + b_i T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + f_i = 0, \quad (3.24)$$

где

$$\frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} = a_i; \quad 2 \frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} + 1 = c_i; \quad \frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} = b_i; \quad T_{i,k}^n = f_i,$$

Используем для решения этой системы метод прогонки. В соответствии с этим методом, примем:

$$T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_i \quad (3.25)$$

Тогда подставляя (3.25) в (3.24) найдем

$$a_{i,k} \left(\alpha_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_i \right) - c_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + b_i T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + f_i = 0,$$

$$T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{b_i T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{c_i - a_i \alpha_i} + \frac{a_i \beta_i + f_i}{c_i - a_i \alpha_i}$$

или

$$T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{i+1} T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{i+1}$$

где

$$\alpha_{i+1} = \frac{b_i}{c_i - a_i \alpha_i}; \quad \beta_{i+1} = \frac{a_i \beta_i + f_i}{c_i - a_i \alpha_i}. \quad (3.26)$$

Находим коэффициенты α_1 и β_1 :

$$T_{1,k} = T_{0,k} + \left(\frac{\partial T_{1,k}}{\partial x}\right)_0 h_x + \left(\frac{\partial^2 T_{1,k}}{\partial x^2}\right)_0 \frac{h_x^2}{2} + \dots,$$

Откуда находим

$$\left(\frac{\partial T_{1,k}}{\partial x}\right)_0 = \frac{T_{1,k} - T_{0,k}}{h_x} - \left(\frac{\partial^2 T_{1,k}}{\partial x^2}\right)_0 \frac{h_x}{2} = 0$$

Вторую производную находим из уравнения теплопроводности:

$$\left(\frac{\partial^2 T_{1,k}}{\partial x^2}\right)_0 = \frac{c_A \rho_A}{\lambda_A} \left(\frac{\partial T_{1,k}}{\partial t}\right)_0.$$

Так как

$$\begin{aligned} \frac{T_{1,k} - T_{0,k}}{h_x} - \frac{h_x c_A \rho_A}{2 \lambda_A} \left(\frac{\partial T_{1,k}}{\partial t}\right)_0 &= 0, \\ \left(\frac{\partial T_{1,k}}{\partial t}\right)_0 &= \frac{T_{0,k} - \check{T}_{0,k}}{\Delta t}, \end{aligned}$$

то

$$\frac{T_{1,k} - T_{0,k}}{h_x} - \frac{h_x c_A \rho_A}{2 \lambda_A} \left(\frac{T_{0,k} - \check{T}_{0,k}}{\Delta t}\right) = 0$$

Домножим уравнение на: $\frac{2\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x}$.

$$\frac{2\lambda_A \Delta t (T_{1,k} - T_{0,k})}{c_A \rho_A h_x^2} - T_{0,k} - \check{T}_{0,k} = 0,$$

откуда

$$T_{0,k} \left(1 + \frac{2\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2}\right) = \frac{2\lambda_A \Delta t T_{1,k}}{c_A \rho_A h_x^2} + \check{T}_{0,k}.$$

Следовательно

$$T_{0,k} = \frac{\check{T}_{0,k}}{1 + \frac{2\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2}} + \frac{\frac{2\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} T_{1,k}}{1 + \frac{2\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2}}.$$

Введем обозначение: $\frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} = ku_A$.

$$T_{0,k} = \frac{\check{T}_{0,k}}{1 + 2ku_A} + \frac{2ku_A T_{1,k}}{1 + 2ku_A}. \quad (3.27)$$

Сравниваем последнее выражение с формулой (3.28)

$$T_{0,k} = \alpha_1 T_{1,k} + \beta_1$$

получаем

$$\alpha_1 = \frac{2ku_A}{1 + 2ku_A}; \quad \beta_1 = \frac{\check{T}_0}{1 + 2ku_A}. \quad (3.29)$$

Аналогичным образом находим коэффициенты ε и μ из граничных условий:

$$T_{n-1,k} = T_{n,k} - \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{n,k} h_x + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{n,k} \frac{h_x^2}{2} + \dots,$$

откуда находим

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{n,k} = \frac{T_{n,k} - T_{n-1,k}}{h_x} + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{n,k} \frac{h_x^2}{2} = 0.$$

Вторую производную находим из уравнения теплопроводности:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{n,k} = \frac{c_A \rho_A}{\lambda_A} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{n,k}$$

Так как

$$\begin{aligned} \frac{T_{n,k} - T_{n-1,k}}{h_x} + \frac{h_x c_A \rho_A}{2 \lambda_A} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{n,k} &= 0 \\ \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{n,k} &= \frac{T_{n,k} - \check{T}_{n,k}}{\Delta t}, \end{aligned}$$

то

$$\frac{T_{n,k} - T_{n-1,k}}{h_x} + \frac{h_x c_A \rho_A}{2 \lambda_A} \left(\frac{T_{n,k} - \check{T}_{n,k}}{\Delta t}\right) = 0.$$

Домножим уравнение на: $\frac{2\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x}$.

$$\frac{2\lambda_A \Delta t (T_{n,k} - T_{n-1,k})}{c_A \rho_A h_x^2} + T_{n,k} - \check{T}_{n,k} = 0,$$

откуда

$$T_{n,k} \left(1 + \frac{2\lambda_A \Delta t}{h_x^2 c_A \rho_A} \right) = \check{T}_{n,k} + \frac{2\lambda_A \Delta t T_{n-1,k}}{h_x^2 c_A \rho_A}.$$

Следовательно

$$T_{n,k} = \frac{\check{T}_{n,k}}{1 + \frac{2\lambda_A \Delta t}{h_x^2 c_A \rho_A}} + \frac{\frac{2\lambda_A \Delta t T_{n-1,k}}{h_x^2 c_A \rho_A}}{1 + \frac{2\lambda_A \Delta t}{h_x^2 c_A \rho_A}}$$

Введем обозначение: $\frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} = ku_A$

$$T_{n,k} = \frac{\check{T}_{n,k}}{1 + 2ku_A} + \frac{2ku_A T_{n-1,k}}{1 + 2ku_A}$$

или

$$T_{n,k} = \varepsilon T_{n-1,k} + \mu \quad (3.30)$$

где

$$\varepsilon = \frac{2ku_A}{1 + 2ku_A}; \quad \mu = \frac{\check{T}_{i,k}}{1 + 2ku_A} \quad (3.31)$$

В точке n имеем 2 уравнения (3.30) и

$$T_{n-1,k} = \alpha_n T_{n,k} + \beta_n \quad (3.32)$$

Следовательно, получаем

$$T_{n,k} = \frac{\mu + \varepsilon \beta_n}{1 - \varepsilon \alpha_n}. \quad (3.33)$$

II) Найдем все коэффициенты для области В:

Найдем коэффициенты α_{i+1} , β_{i+1} . Составим разностную схему:

$$c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = c_B \rho_B \frac{T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n}{\Delta t}, \quad \lambda_B \frac{\partial^2 T_A}{\partial x^2} = \lambda_B \frac{T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} + \frac{W_{i,k}^n}{2}.$$

Следовательно имеем разностное уравнение:

$$c_B \rho_B \frac{T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n}{\Delta t} = \lambda_B \frac{T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} + \frac{W_{i,k}^n}{2}$$

или

$$\frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}} - \left[2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} + T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] + \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2} = 0,$$

Полученную систему можно свести к наиболее общему виду:

$$a_i T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}} - c_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + b_i T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + f_i = 0, \quad (3.34)$$

где

$$\frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} = a_i; \quad 2 \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} + 1 = c_i; \quad \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} = b_i; \quad T_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2} = f_i.$$

Используем для решения этой системы метод прогонки. В соответствии с этим методом, примем:

$$\begin{cases} T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{i+1} T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{i+1} \\ T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_i. \end{cases} \quad (3.35)$$

Тогда подставляя (3.38) в (3.37) найдем

$$a_i \left(\alpha_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_i \right) - c_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + b_i T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + f_i = 0$$

$$T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{b_i T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{c_i - a_i \alpha_i} + \frac{a_i \beta_i + f_i}{c_i - a_i \alpha_i}$$

Следовательно, находим коэффициенты:

$$\alpha_{i+1} = \frac{b_i}{c_i - a_i \alpha_i}; \quad \beta_{i+1} = \frac{a_i \beta_i + f_i}{c_i - a_i \alpha_i}. \quad (3.36)$$

Находим коэффициенты α_1 и β_1 . Для этого аппроксимируем граничное условие:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0.$$

$$T_{1,k} = T_{0,k} + \left(\frac{\partial T_{1,k}}{\partial x} \right)_{0,k} h_x + \left(\frac{\partial^2 T_{1,k}}{\partial x^2} \right)_{0,k} \frac{h_x^2}{2} + \dots,$$

откуда находим:

$$\left(\frac{\partial T_{1,k}}{\partial x} \right)_{0,k} = \frac{T_{1,k} - T_{0,k}}{h_x} - \left(\frac{\partial^2 T_{1,k}}{\partial x^2} \right)_{0,k} \frac{h_x}{2} = 0.$$

Вторую производную находим из уравнения теплопроводности:

$$\left(\frac{\partial^2 T_{1,k}}{\partial x^2} \right)_{0,k} = \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T_{1,k}}{\partial t} \right)_{0,k} - \frac{W_{i,k}^n}{2\lambda_B}$$

Так как

$$\begin{aligned} \frac{T_{1,k} - T_{0,k}}{h_x} - \frac{h_x c_B \rho_B}{2 \lambda_B} \left(\frac{\partial T_{1,k}}{\partial t} \right)_{0,k} + \frac{h_x W_{i,k}^n}{2 \lambda_B} &= 0, \\ \left(\frac{\partial T_{1,k}}{\partial t} \right)_{0,k} &= \frac{T_{0,k} - \check{T}_{0,k}}{\Delta t}, \end{aligned}$$

то

$$\frac{T_{1,k} - T_{0,k}}{h_x} - \frac{h_x c_B \rho_B}{2 \lambda_B} \left(\frac{T_{0,k} - \check{T}_{0,k}}{\Delta t} \right) + \frac{h_x W_{i,k}^n}{2 \lambda_B} = 0$$

или

$$T_{0,k} \left(1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{h_x^2 c_B \rho_B} \right) = \frac{2\lambda_B \Delta t T_{1,k}}{h_x^2 c_B \rho_B} + \check{T}_{0,k} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2}.$$

Следовательно

$$T_{0,k} = \frac{\check{T}_{0,k} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2}}{1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{h_x^2 c_B \rho_B}} + \frac{\frac{2\lambda_B \Delta t}{h_x^2 c_B \rho_B} T_{1,k}}{1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{h_x^2 c_B \rho_B}}$$

Введем обозначение: $\frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} = ku_B$.

$$T_{0,k} = \frac{\check{T}_{0,k} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2}}{1 + 2ku_B} + \frac{2\tau \varepsilon T_{1,k}}{1 + 2ku_B}.$$

Сравниваем последнее выражение с формулой

$$T_{0,k} = \alpha_{1,k} T_{1,k} + \beta_{1,k}$$

получаем

$$\alpha_1 = \frac{2ku_B}{1 + 2ku_B}; \quad \beta_1 = \frac{\check{T}_{0,k} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2}}{1 + 2ku_B}. \quad (3.37)$$

Найдем коэффициенты $\alpha_{i+1}, \beta_{i+1}$. составим разностную схему:

$$c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = c_B \rho_B \frac{T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n}{\Delta t}, \quad \lambda_B \frac{\partial^2 T_A}{\partial x^2} = \lambda_B \frac{T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} + \frac{W_{i,k}^n}{2}.$$

Следовательно имеем разностное уравнение:

$$c_B \rho_B \frac{T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n}{\Delta t} = \lambda_B \frac{T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} + \frac{W_{i,k}^n}{2}$$

или

$$\frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}} - \left[2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} + T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] + \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2} = 0,$$

Полученную систему можно свести к наиболее общему виду:

$$a_i T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}} - c_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + b_i T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + f_i = 0 \quad (3.38)$$

где

$$\frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} = a_i; \quad 2 \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} + 1 = c_i; \quad \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_x^2} = b_i; \quad T_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2} = f_i.$$

Используем для решения этой системы метод прогонки, в соответствии с которым примем:

$$\begin{cases} T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{i+1} T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{i+1} \\ T_{i-1,k}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_i. \end{cases} \quad (3.39)$$

Тогда, подставляя (3.39) в (3.38) найдем:

$$a_i \left(\alpha_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_i \right) - c_i T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + b_i T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}} + f_i = 0$$

$$T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{b_i T_{i+1,k}^{n+\frac{1}{2}}}{c_i - a_i \alpha_i} + \frac{a_i \beta_i + f_i}{c_i - a_i \alpha_i}$$

Следовательно, находим коэффициенты:

$$\alpha_{i+1} = \frac{b_i}{c_i - a_i \alpha_i}; \quad \beta_{i+1} = \frac{a_i \beta_i + f_i}{c_i - a_i \alpha_i}. \quad (3.40)$$

Аналогичным образом находим коэффициенты ε , μ из граничных условий:

$$T_{n-1,k} = T_{n,k} - \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{n,k} h + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{n,k} \frac{h_x^2}{2} + \dots,$$

откуда находим

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{n,k} = \frac{T_{n,k} - T_{n-1,k}}{h_x} + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{n,k} \frac{h_x^2}{2} = 0.$$

Вторую производную находим из уравнения теплопроводности:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{n,k} = \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{n,k} - \left(\frac{W_{n,k}}{2} \frac{1}{\lambda_B}\right)_{n,k}$$

Так как

$$\frac{T_{n,k} - T_{n-1,k}}{h_x} + \frac{h_x}{2} \left(\frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{n,k} - \frac{W_{n,k}}{2} \frac{1}{\lambda_B} \right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{n,k} = \frac{T_{n,k} - \check{T}_{n,k}}{\Delta t},$$

то

$$\frac{T_{n,k} - T_{n-1,k}}{h_x} - \frac{h_x c_B \rho_B}{2 \lambda_B} \left(\frac{T_{n,k} - \check{T}_{n,k}}{\Delta t} \right) - \frac{h_x W_{n,k}}{2} \frac{1}{\lambda_B} = 0$$

откуда

$$T_{n,k} \left(1 + \frac{2 \lambda_B \Delta t}{h_x^2 c_B \rho_B} \right) = \check{T}_{n,k} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{n,k}}{2} + \frac{2 \lambda_B \Delta t T_{n,k}}{h_x^2 c_B \rho_B}.$$

Следовательно

$$T_{n-1,k} = \frac{\check{T}_{n,k} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{n,k}^n}{2}}{1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{h_x^2 c_B \rho_B}} + \frac{\frac{2\lambda_B \Delta t T_{n,k}}{h_x^2 c_B \rho_B}}{1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{h_x^2 c_B \rho_B}}$$

Введем обозначение: $\frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_x^2} = ku_B$.

$$T_{i-1,k} = \frac{\check{T}_{i-1,k} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2}}{1 + 2ku_B} + \frac{2ku_B T_{i,k}}{1 - 2ku_B}$$

или

$$T_{i,k} = \varepsilon T_{i-1,k} + \mu,$$

где

$$\varepsilon_i = \frac{2ku_B}{1 + 2ku_B}; \quad \mu_i = \frac{\check{T}_{i-1,k} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2}}{1 + 2ku_B} \quad (3.41)$$

В точке n имеем систему уравнений

$$\begin{cases} T_{n,k} = \varepsilon T_{n-1,k} + \mu \\ T_{n-1,k} = \alpha_n T_{n,k} + \beta_n \end{cases}$$

решение которой дает:

$$T_{n,k} = \frac{\mu + \varepsilon \beta_i}{1 - \varepsilon \alpha_i}. \quad (3.42)$$

Вдоль оси Y:

I) Найдем коэффициенты a_k , b_k , c_k , f_k для области A. Составим разностную схему:

$$c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} = c_A \rho_A \frac{T_{i,k}^{n+1} - T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t}, \quad \lambda_A \frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2} = \lambda_A \frac{T_{i,k+1}^{n+1} - 2T_{i,k}^{n+1} + T_{i,k-1}^{n+1}}{h_A^2}.$$

Следовательно имеем разностное уравнение:

$$c_A \rho_A \frac{T_{i,k}^{n+1} - T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \lambda_A \frac{T_{i,k+1}^{n+1} - 2T_{i,k}^{n+1} + T_{i,k-1}^{n+1}}{h_A^2}$$

или

$$\frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} T_{i,k-1}^{n+1} - \left[2T_{i,k}^{n+1} \frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} + T_{i,k}^{n+1} \right] + \frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} T_{i,k+1}^{n+1} + T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = 0,$$

Полученную систему можно свести к наиболее общему виду:

$$a_k T_{i,k-1}^{n+1} - c_k T_{i,k}^{n+1} + b_k T_{i,k+1}^{n+1} + f_k = 0,$$

где

$$\frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} = a_k; \quad 2 \frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} + 1 = c_k; \quad \frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} = b_k; \quad T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = f_k. \quad (3.43)$$

Находим коэффициенты α_1 и β_1 . Для этого аппроксимируем граничное условие:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0,$$

в результате чего получаем:

$$T_{i,1} = T_{i,0} + \left(\frac{\partial T_{i,1}}{\partial y} \right)_0 h_A + \left(\frac{\partial^2 T_{i,1}}{\partial y^2} \right)_0 \frac{h_A^2}{2} + \dots,$$

откуда находим:

$$\left(\frac{\partial T_{i,1}}{\partial y} \right)_0 = \frac{T_{i,1} - T_{i,0}}{h_A} - \left(\frac{\partial^2 T_{i,1}}{\partial y^2} \right)_0 \frac{h_A}{2} = 0$$

Вторую производную находим из уравнения теплопроводности:

$$\left(\frac{\partial^2 T_{i,1}}{\partial y^2} \right)_0 = \frac{c_A \rho_A}{\lambda_A} \left(\frac{\partial T_{i,1}}{\partial t} \right)_0.$$

Так как

$$\frac{T_{i,1} - T_{i,0}}{h_A} - \frac{h_A c_p}{2 \lambda_A} \left(\frac{\partial T_{i,1}}{\partial t} \right)_0 = 0,$$

$$\left(\frac{\partial T_{i,1}}{\partial t} \right)_0 = \frac{T_{i,0} - \check{T}_{i,0}}{\Delta t},$$

то

$$\frac{T_{i,1} - T_{i,0}}{h_A} - \frac{h_A c_A \rho_A}{2 \lambda_A} \left(\frac{T_{i,0} - \check{T}_{i,0}}{\Delta t} \right) = 0.$$

Домножим уравнение на $\frac{2\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_A}$.

$$\frac{2\lambda_A \Delta t (T_{i,1} - T_{i,0})}{h_A^2 c_A \rho_A} - T_{i,0} - \check{T}_{i,0} = 0,$$

откуда

$$T_{i,0} \left(1 + \frac{2\lambda_A \Delta t}{h_A^2 c_A \rho_A} \right) = \frac{2\lambda_A \Delta t T_{i,1}}{h_A^2 c_A \rho_A} + \check{T}_{i,0}.$$

Следовательно

$$T_{i,0} = \frac{\check{T}_{i,0}}{1 + \frac{2\lambda_A \Delta t}{h_A^2 c_A \rho_A}} + \frac{\frac{2\lambda_A \Delta t}{h_A^2 c_A \rho_A} T_{i,1}}{1 + \frac{2\lambda_A \Delta t}{h_A^2 c_A \rho_A}}.$$

Введем обозначение: $\frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} = ku_{yA}$.

$$T_{i,0} = \frac{2ku_{yA} T_{i,1}}{1 + 2ku_{yA}} + \frac{\check{T}_{i,0}}{1 + 2ku_{yA}}$$

Сравниваем последнее выражение с формулой

$$T_{i,0} = \alpha_1 T_{i,1} + \beta_1$$

получаем

$$\alpha_1 = \frac{2ku_{yA}}{1 + 2ku_{yA}}; \quad \beta_1 = \frac{\check{T}_{i,0}}{1 + 2ku_{yA}} \quad (3.44)$$

II) Найдем коэффициенты a_k , b_k , c_k , f_k для области В. Составим разностную схему:

$$c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = c_B \rho_B \frac{T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n}{\Delta t}, \quad \lambda_B \frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} = \lambda_B \frac{T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_B^2} + \frac{W_{i,k}^n}{2}.$$

В результате получаем разностное уравнение:

$$c_B \rho_B \frac{T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n}{\Delta t} = \lambda_B \frac{T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_B^2} + \frac{W_{i,k}^n}{2}$$

ИЛИ

$$\frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2} T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}} - \left[2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2} + T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] + \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2} T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2} = 0,$$

Полученную систему можно свести к наиболее общему виду:

$$a_i T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}} - c_k T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + b_k T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} + f_k = 0,$$

где

$$\frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2} = a_k; \quad 2 \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2} + 1 = c_k; \quad \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2} = b_k; \quad T_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2} = f_k. \quad (3.45)$$

Найдем коэффициенты α_{k+1} , β_{k+1} для области В. Используем для решения этой системы метод прогонки, в соответствии с которым примем:

$$\begin{cases} T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{k+1} T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{k+1} \\ T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_k T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_k \end{cases}.$$

Тогда найдем:

$$a_k \left(\alpha_k T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_k \right) - c_k T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + b_k T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} + f_k = 0$$

$$T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{b_k T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}}}{c_k - a_k \alpha_k} + \frac{a_k \beta_k + f_k}{c_k - a_k \alpha_k}$$

Следовательно, находим коэффициенты:

$$\alpha_{k+1} = \frac{b_k}{c_k - a_k \alpha_k}; \quad \beta_{k+1} = \frac{a_k \beta_k + f_k}{c_k - a_k \alpha_k}. \quad (3.46)$$

Находим коэффициенты ε и μ из граничных условий:

$$T_{i,m-1} = T_{i,m} - \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,m} h_B + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{i,m} \frac{h_B^2}{2} + \dots,$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,m} = \frac{T_{i,m} - T_{i,m-1}}{h_B} + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{i,m} \frac{h_B}{2} = 0$$

Вторую производную находим из уравнения теплопроводности:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)_{i,m} = \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{i,m} - \left(\frac{W_{i,m}}{2} \frac{1}{\lambda_B}\right)_{i,m}.$$

Так как

$$\frac{T_{i,m} - T_{i,m-1}}{h_B} + \frac{h_B}{2} \left(\frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{i,m} - \frac{W_{i,m}}{2} \frac{1}{\lambda_B}\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{i,m} = \frac{T_{i,m} - \check{T}_{i,m}}{\Delta t},$$

то

$$\frac{T_{i,m} - T_{i,m-1}}{h_B} + \frac{h_B c_B \rho_B}{2 \lambda_B} \left(\frac{T_{i,m} - \check{T}_{i,m}}{\Delta t}\right) - \frac{h_B W_{i,m}}{2} \frac{1}{\lambda_B} = 0,$$

откуда

$$T_{i,m} \left(1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{h_B^2 c_B \rho_B}\right) = \check{T}_{i,m} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,m}}{2} + \frac{2\lambda_B \Delta t T_{i,m-1}}{h_B^2 c_B \rho_B}.$$

Следовательно,

$$T_{i,m} = \frac{\check{T}_{i,m} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,m}}{2} + \frac{2\lambda_B \Delta t T_{i,m-1}}{h_B^2 c_B \rho_B}}{1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{h_B^2 c_B \rho_B}} + \frac{\frac{2\lambda_B \Delta t T_{i,m-1}}{h_B^2 c_B \rho_B}}{1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{h_B^2 c_B \rho_B}}$$

Введем обозначение: $\frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2} = ku_{yB}$.

$$T_{i,m} = \frac{\check{T}_{i,m} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,m}}{2}}{1 + 2ku_{yB}} + \frac{2ku_{yB} T_{i,m-1}}{1 + 2ku_{yB}},$$

где

$$\varepsilon = \frac{2ku_{yB}}{1 + 2ku_{yB}}; \quad \mu = \frac{\check{T}_{i,k-1} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,m}}{2}}{1 + 2ku_{yB}} \quad (3.47)$$

В точке m имеем систему уравнений

$$\begin{cases} T_{i,m} = \varepsilon T_{i,m-1} + \mu \\ T_{i,m-1} = \alpha_k T_{i,m} + \beta_k \end{cases}$$

Решение которой дает:

$$T_{i,m} = \frac{\mu + \varepsilon\beta_m}{1 - \varepsilon\alpha_m}. \quad (3.48)$$

В материале покрытия, точки сетки изменяются от m_A до m_A+m_B . В подложке, точки сетки изменяются от 0 до m_A .

Для этой точки аппроксимируем условие на границе раздела

$$T_{A_i,m_{A-1}} = T_{A_i,m_A} - \left(\frac{\partial T_A}{\partial y}\right)_{i,m_A} h_A + \left(\frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2}\right)_{i,m_A} \frac{h_A^2}{2} + \dots,$$

Следовательно,

$$\left(\frac{\partial T_A}{\partial y}\right)_{i,m_A} = \frac{T_{A_i,m_A} - T_{A_i,m_{A-1}}}{h_A} + \left(\frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2}\right)_{i,m_A} \frac{h_A}{2},$$

так как $\left(\frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2}\right)_{i,m_A} = \frac{c_A \rho_A}{\lambda_A} \left(\frac{\partial T_A}{\partial t}\right)_{i,m_A}$, то

$$\left(\frac{\partial T_A}{\partial y}\right)_{i,m_A} = \frac{T_{A_i,m_A} - T_{A_i,m_{A-1}}}{h_A} + \frac{h_A}{2} \frac{c_A \rho_A}{\lambda_A} \left(\frac{\partial T_A}{\partial t}\right)_{i,m_A},$$

$$\left(\frac{\partial T_A}{\partial t}\right)_{i,m_A} = \frac{T_{A_i,m_A} - \check{T}_{A_i,m_A}}{\Delta t}$$

$$\left(\frac{\partial T_A}{\partial y}\right)_{i,m_A} = \frac{T_{A_i,m_A} - T_{A_i,m_{A-1}}}{h_A} + \frac{h_A}{2} \frac{c_A \rho_A}{\lambda_A} \left(\frac{T_{A_i,m_A} - \check{T}_{A_i,m_A}}{\Delta t}\right).$$

Запишем аналогично для В:

$$T_{B_i,m_{A+1}} = T_{B_i,m_A} + \left(\frac{\partial T_B}{\partial y}\right)_{i,m_A} h_B + \left(\frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2}\right)_{i,m_A} \frac{h_B^2}{2} + \dots,$$

$$\left(\frac{\partial T_B}{\partial y}\right)_{i,m_A} = \frac{T_{B_i,m_{A+1}} - T_{B_i,m_A}}{h_B} - \left(\frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2}\right)_{i,m_A} \frac{h_B}{2} = 0,$$

Из дифференциального уравнения находим:

$$\left(\frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2}\right)_{i,m_A} = \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T_B}{\partial t}\right)_{i,m_A} - \frac{W_{B_i,m_A}}{2\lambda_B},$$

Следовательно,
$$\left(\frac{\partial T_B}{\partial y}\right)_{i,m_A} = \frac{T_{B_i,m_{A+1}} - T_{B_i,m_A}}{h_B} - \frac{h_B}{2} \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T_B}{\partial t}\right)_{i,m_A} + \frac{h_B}{2} \frac{W_{B_i,m_A}}{2\lambda_B}$$

так как
$$\left(\frac{\partial T_B}{\partial t}\right)_{i,m_A} = \frac{T_{B_i,m_A} - \check{T}_{B_i,m_A}}{\Delta t}$$
, то

$$\left(\frac{\partial T_B}{\partial y}\right)_{i,m_A} = \frac{T_{B_i,m_{A+1}} - T_{B_i,m_A}}{h_B} - \frac{h_B}{2} \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{T_{B_i,m_A} - \check{T}_{B_i,m_A}}{\Delta t}\right) + \frac{h_B}{2} \frac{W_{B_i,m_A}}{2\lambda_B}.$$

У нас имеется условие: $\lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial y} = \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial y}$

Подставим в него найденные производные:

$$\lambda_A \left[\frac{T_{A_i,m_A} - T_{A_i,m_{A-1}}}{h_A} + \frac{h_A}{2} \frac{c_A \rho_A}{\lambda_A} \left(\frac{T_{A_i,m_A} - \check{T}_{A_i,m_A}}{\Delta t}\right) \right] = \lambda_B \left[\frac{T_{B_i,m_{A+1}} - T_{B_i,m_A}}{h_B} - \frac{h_B}{2} \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{T_{B_i,m_A} - \check{T}_{B_i,m_A}}{\Delta t}\right) + \frac{h_B}{2} \frac{W_{B_i,m_A}}{2\lambda_B} \right].$$

В этой точке есть еще одно условие: $T_A = T_B$.

Домножим равенство на $\frac{2\Delta t}{c_A \rho_A h_A}$.

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_A 2\Delta t T_{A_i,m_A}}{c_A \rho_A h_A^2} - \frac{\lambda_A 2\Delta t T_{A_i,m_{A-1}}}{c_A \rho_A h_A^2} + T_{A_i,m_A} - \check{T}_{A_i,m_A} &= \frac{\lambda_B 2\Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{T_{B_i,m_{A+1}}}{h_B} - \frac{\lambda_B 2\Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{T_{B_i,m_A}}{h_B} - \\ - \frac{c_B \rho_B h_B T_{B_i,m_A}}{c_A \rho_A h_A} + \frac{c_B \rho_B h_B \check{T}_{B_i,m_A}}{c_A \rho_A h_A} + \frac{h_B \Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{W_{B_i,m_A}}{2} \end{aligned}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned} T_{A_i,m_A} \left(1 + \frac{\lambda_A 2\Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} + \frac{\lambda_B 2\Delta t}{c_A \rho_A h_A h_B} + \frac{c_B \rho_B h_B}{c_A \rho_A h_A} \right) - \frac{\lambda_A 2\Delta t T_{A_i,m_{A-1}}}{c_A \rho_A h_A^2} + \frac{\lambda_B 2\Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{T_{B_i,m_{A+1}}}{h_B} &= \\ = \check{T}_{A_i,m_A} \left(1 + \frac{c_B \rho_B h_B}{c_A \rho_A h_A} \right) + \frac{h_B \Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{W_{B_i,m_A}}{2} \end{aligned}$$

Введем замену:

$$A^* T_{A_i,m_{A-1}} - C^* T_{A_i,m_A} + B^* T_{B_i,m_{A+1}} = -F^* \quad (3.49)$$

$$A^* = \frac{2\Delta t \lambda_A}{c_A \rho_A h_A^2} = 2e_A; \quad e_A = ku_A = \frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_A^2}$$

$$B^* = \frac{2\Delta t \lambda_B}{c_A \rho_A h_A h_B} = 2e_B s; \quad e_B = ku_B = \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2}; \quad s = \frac{c_B \rho_B h_B}{c_A \rho_A h_A}$$

$$C^* = 1 + \frac{\lambda_A 2\Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} + \frac{\lambda_B 2\Delta t}{c_A \rho_A h_A h_B} + \frac{c_B \rho_B h_B}{c_A \rho_A h_A} = 1 + 2e_A + s(1 + 2e_B)$$

$$F^* = \tilde{T}_{A_i, m_A} \left(1 + \frac{c_B \rho_B h_B \tilde{T}_{B, m_A}}{c_A \rho_A h_A} \right) + \frac{h_B \Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{W_{B_i, m_A}}{2} = \tilde{T}_{A_i, m_A} (1 + s) + \frac{h_B \Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{W_{B_i, m_A}}{2}$$

Мы имеем уравнение:

$$T_{A_i, m_{A-1}} = \alpha_i T_{A_i, m_A} + \beta_i \quad (3.50)$$

которое подставляем в (3.49) и получаем:

$$A^* (\alpha_i T_{A_i, m_A} + \beta_i) - C^* T_{A_i, m_A} + B^* T_{B_i, m_{A+1}} = -F^*$$

или

$$T_{A_i, m_A} (C^* - A^* \alpha_i) = F^* + A^* \beta + B^* T_{B_i, m_{A+1}}$$

$$T_{A_i, m_A} = \frac{F^* + A^* \beta}{C^* - A^* \alpha_i} + \frac{B^* T_{B_i, m_{A+1}}}{C^* - A^* \alpha_i}$$

Сравниваем последнее выражение с

$$T_{A_i, m_A} = \alpha_{i+1} T_{A_i, m_{A+1}} + \beta_{i+1} \quad (3.51)$$

и получаем

$$\alpha_{i+1} = \frac{B^*}{C^* - A^* \alpha_i}; \quad \beta_{i+1} = \frac{F^* + A^* \beta}{C^* - A^* \alpha_i}.$$

Ниже приведена условная блок схема (Рис. 3.7.) для двухмерной модели:

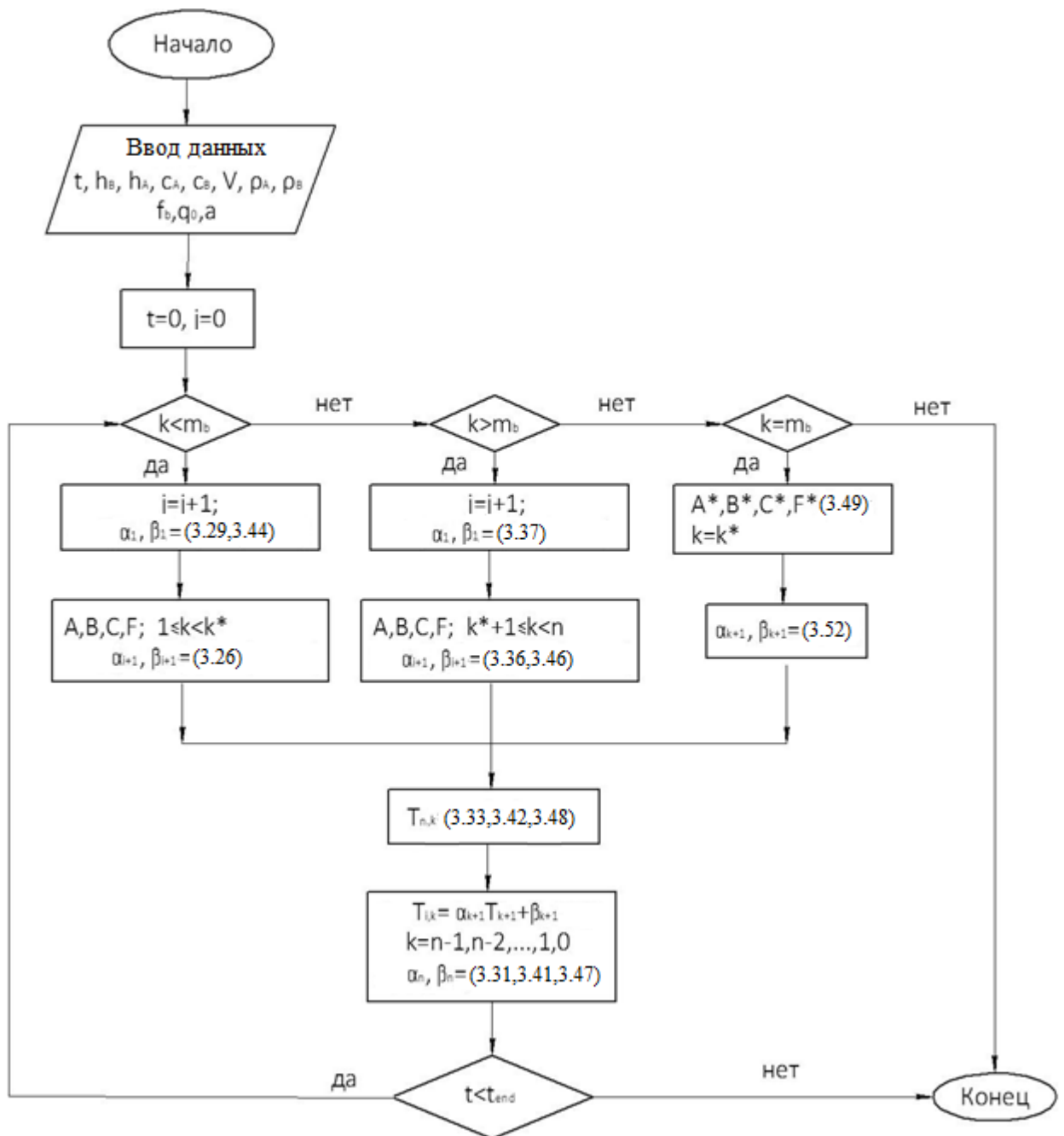


Рис. 3.7. Блок схема

Результаты тестирования показаны на рис. 3.8, 3.9.

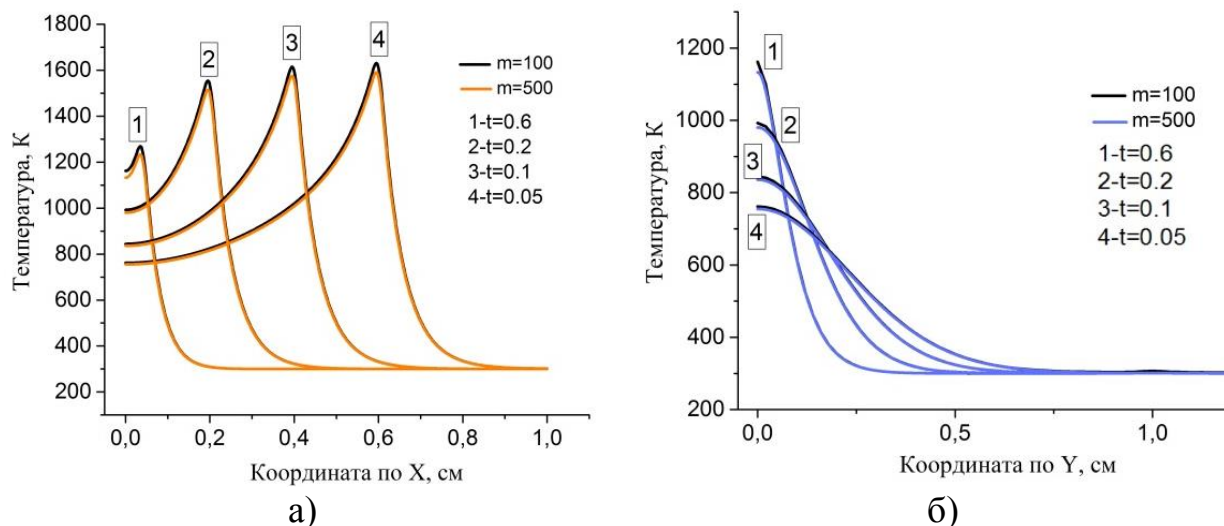


Рис. 3.8. Распределение температуры по толщине пластины по координате при разбиении шага по Y на $m=100$ и $m=500$ точек.

При этом значения коэффициента отражения $f_B=0,5$, показателя поглощения $\sigma_B=20$, количество точек по X $n=500$ постоянны.

Изменим шаг по X на $n=1000$ точек. Распределение температуры при этом по координате Y на $m=100$ и $m=500$ точек изменится следующим образом. При этом значения коэффициента отражения $f_B=0,5$, показателя поглощения $\sigma_B=20$ не изменяются.

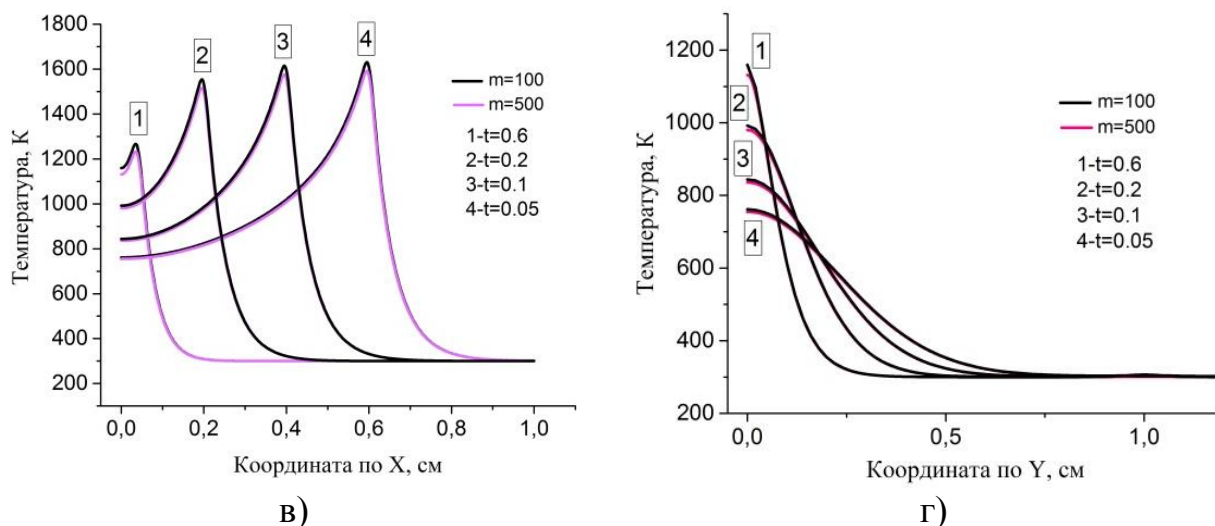


Рис. 3.9. Распределение температуры по толщине пластины по координате при разбиении шага по Y на $m=100$ и $m=500$ точек.

3.2.3. Результаты численного исследования

Типичное распределение температуры для разных показателей

поглощения f_b показано на рис. 3.10:

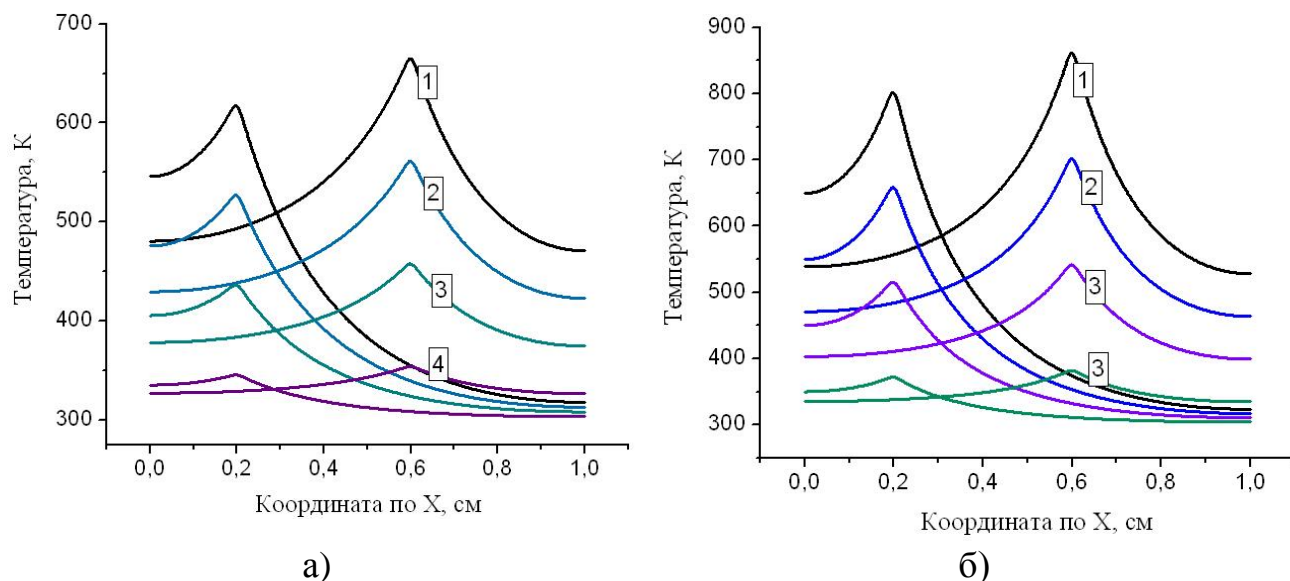


Рис. 3. 10. Распределение температуры для разных значений показателя поглощения вдоль оси X при:
 а) $\sigma_B=20$; 1 - $f_b=0,3$; 2 - $f_b=0,4$; 3 - $f_b=0,5$; 4 - $f_b=0,6$; 5 - $f_b=0,7$; 6 - $f_b=0,8$; 7 - $f_b=0,9$;
 б) $\sigma_B=200$; 1 - $f_b=0,3$; 2 - $f_b=0,4$; 3 - $f_b=0,5$; 4 - $f_b=0,6$; 5 - $f_b=0,7$; 6 - $f_b=0,8$; 7 - $f_b=0,9$.

Первая группа кривых на рис. 3.10 соответствует нестационарной стадии и моменту времени $t=0.05$ сек., другие группы кривых моментам времени $t=0.2$ и $t=0.5$ сек.

Таблица 3.2

Зависимость максимальной температуры от f_b по X .

N _{п/п} рис. N	Максимальная температура, К		f_b
	$\sigma_B = 20$	$\sigma_B = 200$	
1	664,03	860,68	0,3
2	612,94	780,92	0,4
3	561,17	701,16	0,5
4	509,41	621,41	0,6
5	457,65	541,64	0,7
6	404,94	461,87	0,8
7	354,12	382,12	0,9

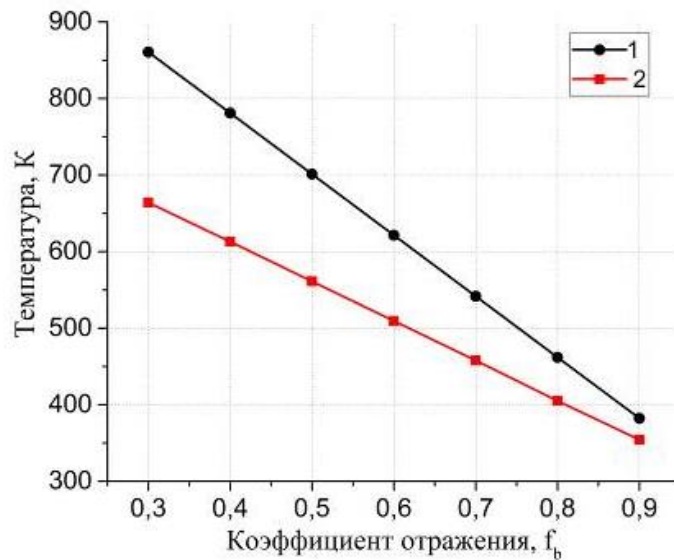


Рис. 3.11. Зависимость максимальной температуры от коэффициента отражения f_b по оси X при $\sigma_1=20$; $\sigma_2=200$.

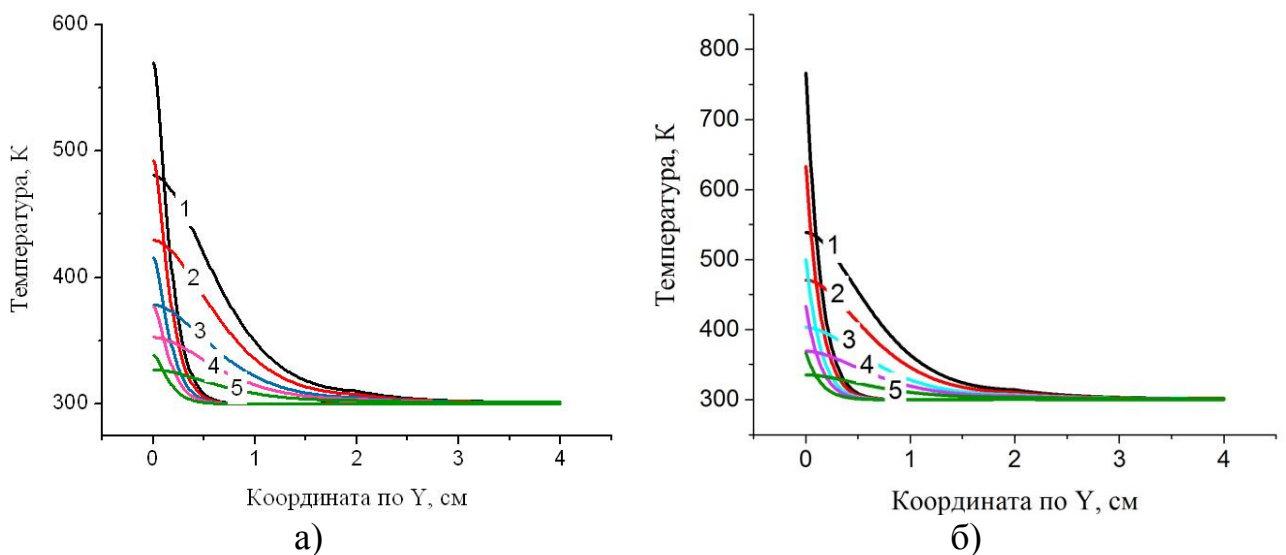


Рис. 3.12. Распределение температуры для разных значений показателя поглощения вдоль оси Y при:
 а) $\sigma_V=20$; 1 - $f_b=0,3$; 2 - $f_b=0,5$; 3 - $f_b=0,7$; 4 - $f_b=0,8$; 5 - $f_b=0,9$;
 б) $\sigma_V=200$; 1 - $f_b=0,3$; 2 - $f_b=0,5$; 3 - $f_b=0,7$; 4 - $f_b=0,8$; 5 - $f_b=0,9$.

Зависимость максимальной температуры от f_b по Y.

Максимальная температура, К		f_b
$\sigma_B = 20$	$\sigma_B = 200$	
569,1	765,45	0,3
530,38	698,89	0,4
492,67	632,17	0,5
453,96	566,13	0,6
415,15	498,89	0,7
376,81	432,34	0,8
338,36	366,97	0,9

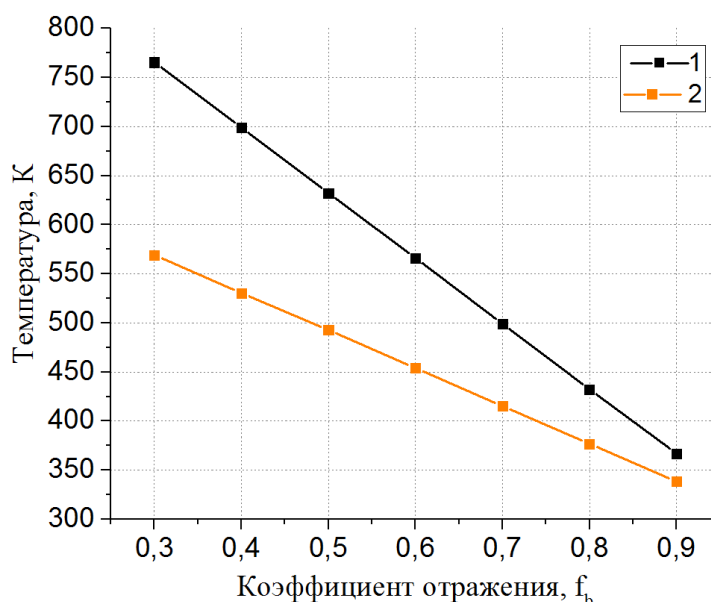


Рис. 3.13. Зависимость максимальной температуры от коэффициента отражения f_b по оси Y для разных значения показателя поглощения σ_B ; $\sigma_1=20$; $\sigma_2=200$.

Из графика (Рис.3.13) видно, что при изменении f_b от 0,3 до 0,9 максимальная температура уменьшается. Также при изменении значения показателя поглощения σ_B от 20 до 200 температура в целом увеличивается при соответствующих значениях коэффициента отражения f_b .

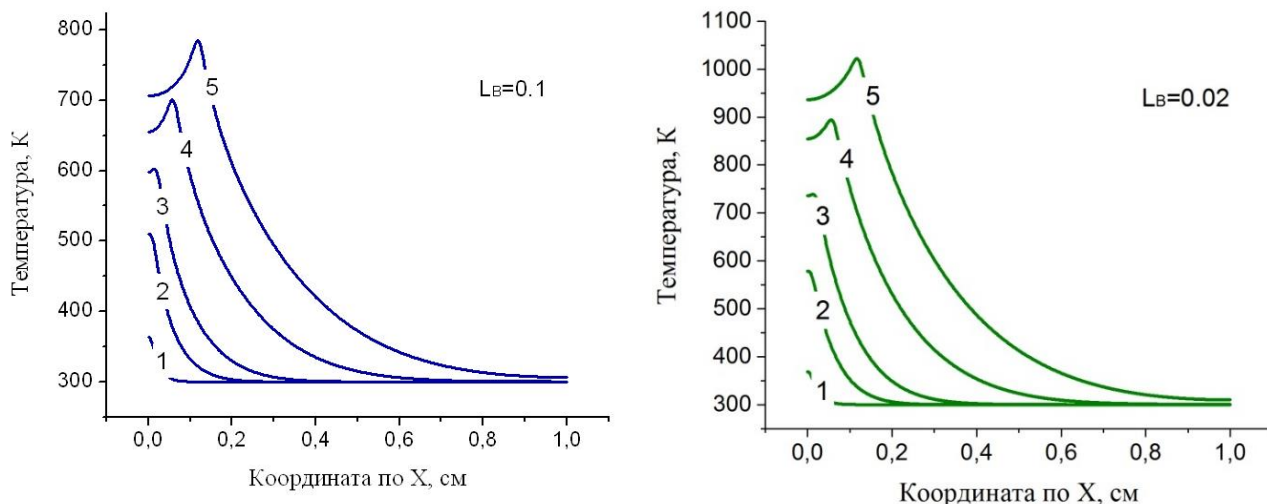


Рис. 3.14. Распределение температуры T по толщине покрытия L_b вдоль оси X при:
 1 – $t=0.02$ сек; 2 – $t=0.1$ сек; 3 – $t=0.3$ сек; 4 – $t=0.6$ сек; 5 – $t=1$ сек.

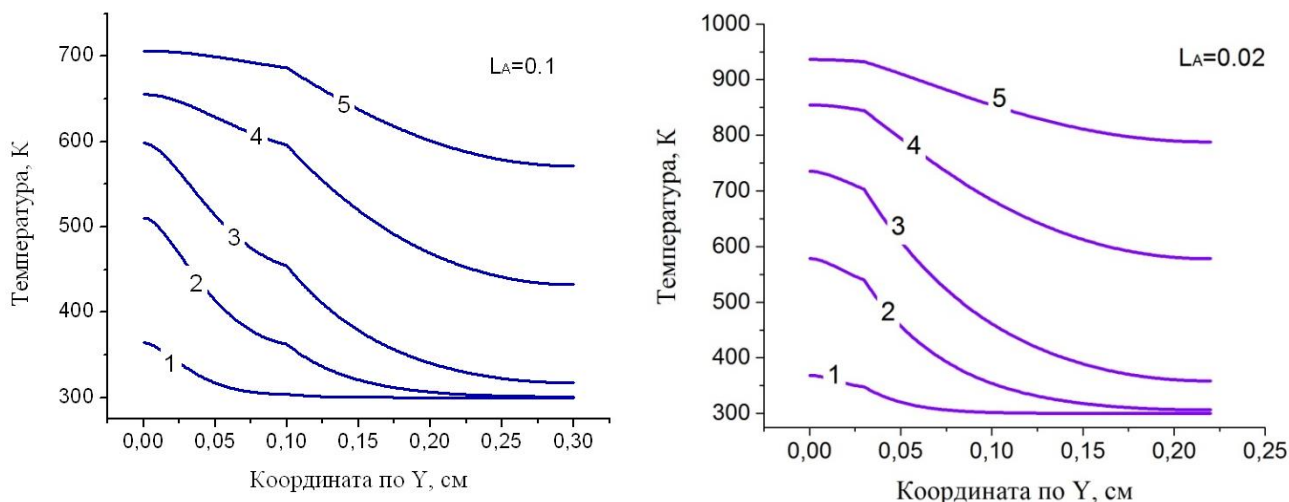


Рис. 3.15. Распределение температуры T по толщине покрытия L_b вдоль оси Y при:
 1 – $t=0.02$ сек; 2 – $t=0.1$ сек; 3 – $t=0.3$ сек; 4 – $t=0.6$ сек; 5 – $t=1$ сек.

Таблица 3.4

Зависимость максимальной температуры от L_b .

Максимальная температура, К		L_b
X	Y	
785	706	0.1
809	733	0.09
838	762	0.08
871	794	0.07
906	832	0.06
945	870	0.05
1011	924	0.03
1022	936	0.02

Из графиков (Рис.14,15) видно, что при уменьшении толщины покрытия L_b от 0,1 до 0,02 максимальная температура увеличивается.

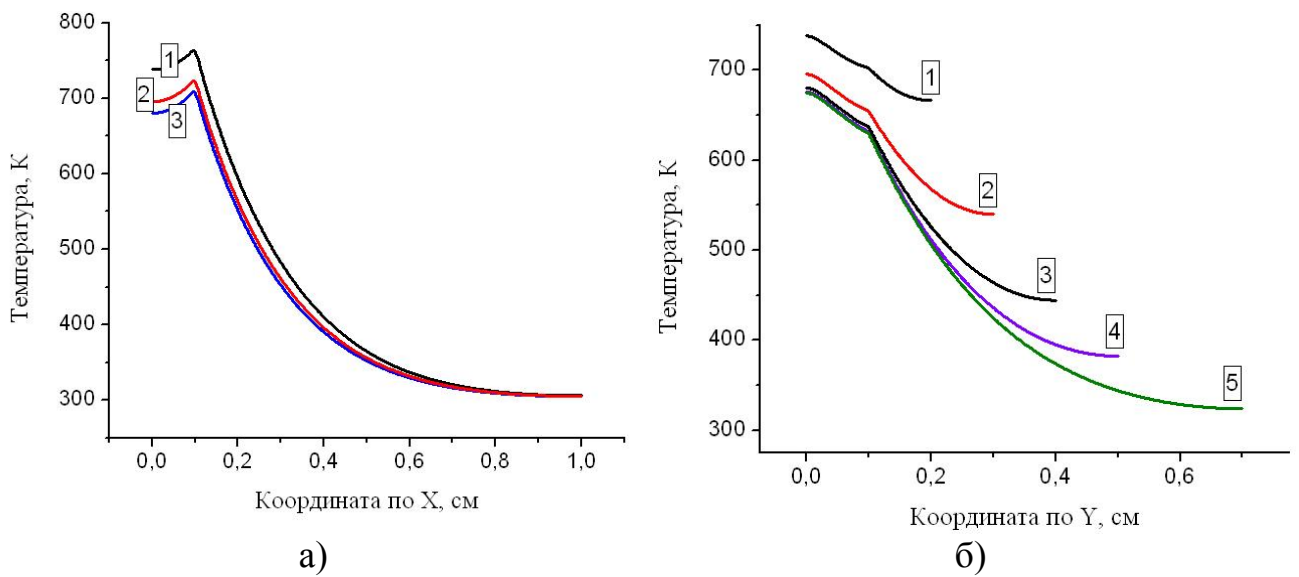


Рис. 3.16. Распределение температуры T по толщине подложки L_A при постоянных значениях толщины покрытия L_b , коэффициента отражения f_b и показателя поглощения σ_B при
 а) 1 – $L_A=0,1$; 2 – $L_A=0,2$; 3 – $L_A=0,3$;
 б) 1 – $L_A=0,1$; 2 – $L_A=0,2$; 3 – $L_A=0,3$; 4 – $L_A=0,4$; 5 – $L_A=0,5$.

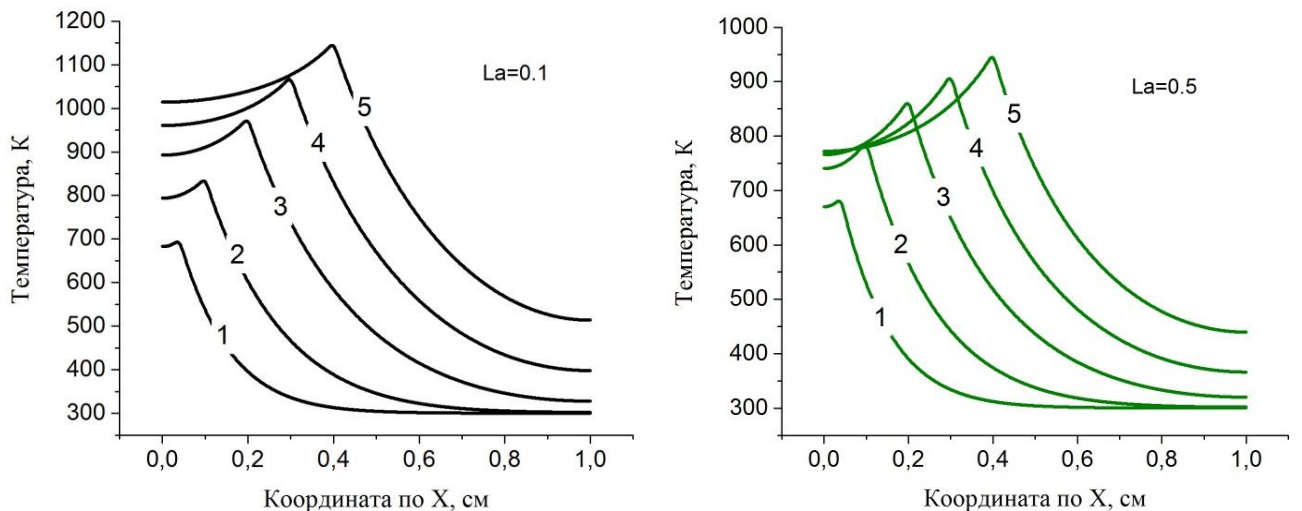


Рис. 3.17. Распределение температуры T по толщине подложки L_A вдоль оси X при:
 1 – $t=0.02$ сек; 2 – $t=0.1$ сек; 3 – $t=0.3$ сек; 4 – $t=0.6$ сек; 5 – $t=1$ сек.

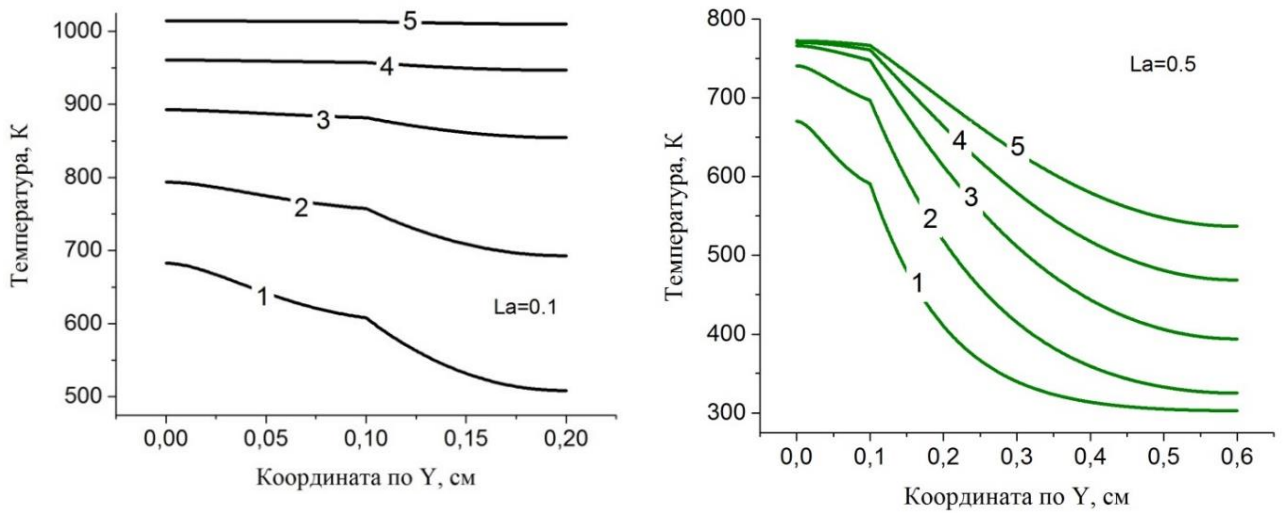


Рис. 3.18. Распределение температуры T по толщине подложки L_A вдоль оси Y при
 1 – $t=0.02$ сек; 2 – $t=0.1$ сек; 3 – $t=0.3$ сек; 4 – $t=0.6$ сек; 5 – $t=1$ сек.

Таблица 3.5

Зависимость максимальной температуры от L_A .

Максимальная температура, К		L_A
X	Y	
1147	1014	0.1
1113	930	0.2
1046	850	0.3
1010	802	0.4
987	776	0.5

Из графиков (Рис. 3.17-3.18) видно, что при изменении толщины подложки L_A от 0,1 до 0,5 максимальная температура уменьшается.

На рис. 3.19 представлено распределение температуры по образцу в двухмерном пространстве при $f=0.5$; $\sigma_B=50$:

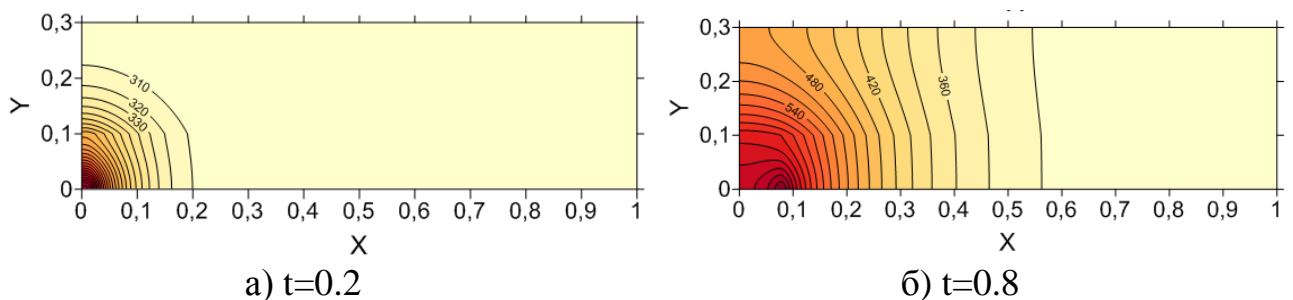


Рис. 3.19. Распределение температуры по образцу.

На рис. 3.20 представлено распределение температуры по образцу в трехмерном пространстве при $f=0.5$; $\sigma_B=50$:

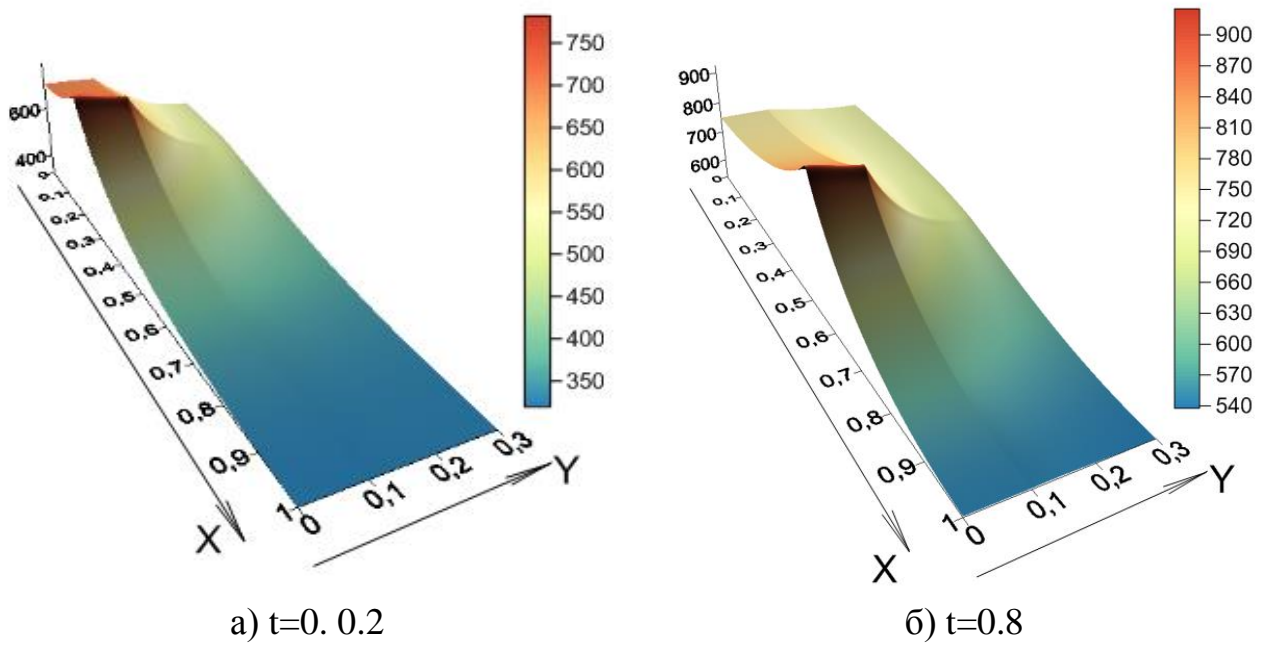


Рис. 3.19. Распределение температуры по образцу в объеме.

3.3. Двумерное приближение с учетом усадки порошкового слоя

3.3.1. Постановка задачи

Рассмотрим двумерную модель и влияние оптических свойств на образец в процессе лазерной обработки с учетом усадки порошкового слоя. Предположим, что образец представляет собой пластину толщиной h_A и покрытием начальной толщины h_B . В данной задаче будем учитывать эволюцию пористости в процессе обработки и ее влияния на оптические свойства. В этой задаче удобно выбрать так, как показано на рис. (3.21).

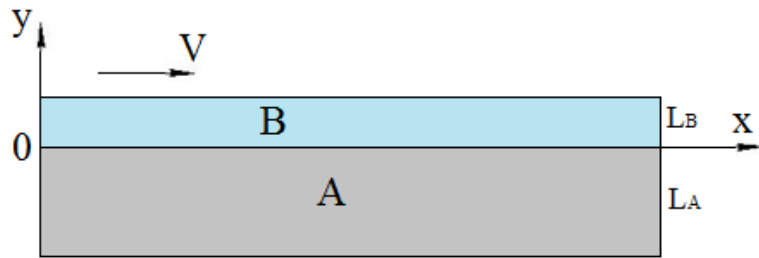


Рис. 3.21. Образец

Математическая постановка задачи:

$$c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} = \lambda_A \left(\frac{\partial^2 T_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2} \right), \quad x \leq 0 \quad (3.52)$$

$$c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = \lambda_B \left(\frac{\partial^2 T_B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} \right) + (1 - f_B) q_0 \sigma_B \exp[-\sigma_B (L_B - y)] \exp\left[-\left(\frac{X - Vt}{a}\right)^2\right], \quad x \geq 0 \quad (3.53)$$

Граничные и начальные условия можно записать следующим образом:

$$x = 0, \infty, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \kappa = A, B \quad (3.54)$$

$$y = L_B: \quad \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial y} = \sigma \varepsilon (T_\omega^4 - T_B^4) \quad (3.55)$$

$$y = 0, \quad T_A = T_B: \quad \lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial y} = \lambda_B \frac{\partial T_B}{\partial y} = (1 - f_B) q_0 \exp(-\sigma_B L_B) \exp\left[-\left(\frac{X - Vt}{a}\right)^2\right] \quad (3.56)$$

$$y = -L_A: \quad \frac{\partial T_A}{\partial y} = 0 \quad (3.57)$$

$$t = 0: \quad T = T_0 \quad (3.58)$$

При воздействии источника тепла верхняя область будет деформироваться.

Введем новую переменную $y' = \frac{y}{L_B}$ для области В, тогда уравнение (3.53) примет вид:

$$c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = \lambda_B \left(\frac{\partial^2 T_B}{\partial x^2} + \frac{1}{L_B^2} \frac{\partial^2 T_B}{\partial y'^2} \right) + (1 - f_B) q_0 \sigma_B \exp(-\sigma_B L_B (y' - 1)) \exp \left[- \left(\frac{X - Vt}{a} \right)^2 \right] \quad (3.53')$$

Граничные условия при этом изменятся следующим образом:

$$y = L_B : \frac{\lambda_B}{L_B} \frac{\partial T_B}{\partial y} = \sigma \varepsilon (T_\omega^4 - T_B^4) \quad (3.55')$$

Далее примем $\varepsilon = 0$.

$$y = 0, T_A = T_B : \lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial y} = \frac{\lambda_B}{L_B} \frac{\partial T_B}{\partial y'} = (1 - f_B) q_0 \exp(-\sigma_B L_B) \exp \left[- \left(\frac{X - Vt}{a} \right)^2 \right] \quad (3.56')$$

Задачу решаем по неявной разностной схеме. Используем расщепление по координатам и линейную прогонку.

Тогда для прогонки по оси X:

$$x > 0, y' > 0 : c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = \lambda_B \frac{\partial^2 T_B}{\partial x^2} + \frac{W}{2} \quad (3.59)$$

$$y < 0 : c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} = \lambda_A \frac{\partial^2 T_A}{\partial x^2} \quad (3.60)$$

$$W = (1 - f_B) q_0 \sigma_B \exp[-\sigma_B L_B (1 - y')] \exp \left[- \left(\frac{X - Vt}{a} \right)^2 \right]$$

т.е. изменится только функция W.

Для прогонки по оси y ($x > 0$):

$$y > 0 (y' > 0) : c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = \frac{\lambda_B}{L_B^2} \frac{\partial^2 T_B}{\partial y'^2} + \frac{W}{2} \quad (3.61)$$

$$y < 0 : c_A \rho_A \frac{\partial T_A}{\partial t} = \lambda_A \frac{\partial^2 T_A}{\partial y'^2} \quad (3.62)$$

Так как в данной задаче учитывается пористость материала порошка, то значения теплопроводности, теплоемкости и плотности необходимо пересчитать с учетом данных изменений.

$$c\rho = (c\rho)_s(1-\theta), \quad \theta \in (0.3-0.7),$$

$$\lambda = \lambda_{me} \exp\left(-\frac{1.5\theta}{1-\theta}\right)$$

Разностная схема в слое А вдоль оси Y по сравнению с пунктом 3.2.2.1) не изменяется.

3.3.2. Метод решения

В простейшем варианте модели $\theta = \text{const}$. Однако L_B изменяется по некоторому заданному закону.

Составим разностную схему:

$$c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = \frac{\lambda_B}{L_B} \frac{\partial^2 T_B}{\partial y'^2} + \frac{W_{i,k}^n}{2}$$

$$\frac{\partial T_B}{\partial t} = \frac{T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n}{\Delta t}, \quad \frac{\partial^2 T_B}{\partial y'^2} = \frac{T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_B^2}$$

$$c_B \rho_B \frac{T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n}{\Delta t} = \frac{\lambda_B}{L_B^2} \frac{T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_B^2} + \frac{W_{i,k}^n}{2}$$

или

$$T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,k}^n = \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B} \frac{T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_B^2 L_B^2} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2}$$

$$\frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2} T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}} - \left[2 \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2} + 1 \right] T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2} T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2} = 0$$

Полученную систему линейных алгебраических уравнений можно свести к наиболее общему виду:

$$a_k T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}} - c_k T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + b_k T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} + f_k = 0, \quad (3.63)$$

где

$$\frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2} = a_k; \quad 2 \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2} + 1 = c_k; \quad \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2} = b_k; \quad T_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,k}^n}{2} = f_k$$

Используем для решения этой системы метод прогонки, в соответствии с которым:

$$T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{k+1} T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{k+1}, \quad (3.64)$$

тогда

$$T_{i,k-1}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_k T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_k, \quad (3.65)$$

Подставляя (3.68) в (3.66) найдем:

$$a_k \left(\alpha_k T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_k \right) - c_k T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} + b_k T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} + f_k = 0,$$

или

$$T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} (c_k - a_k \alpha_k) = a_k \beta_k + b_k T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}} + f_k,$$

или

$$T_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{a_k \beta_k + f_k}{c_k - a_k \alpha_k} + \frac{b_k T_{i,k+1}^{n+\frac{1}{2}}}{c_k - a_k \alpha_k},$$

Сравниваем полученной с (3.67) и находим коэффициенты:

$$\alpha_{k+1} = \frac{b_k}{c_k - a_k \alpha_k}; \quad \beta_{k+1} = \frac{a_k \beta_k + f_k}{c_k - a_k \alpha_k}. \quad (3.66)$$

Аппроксимируем граничные условия:

$$T_{i,m-1} = T_{i,m} - \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,m} h_B + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{i,m} \frac{h_B^2}{2} + \dots,$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,m} = \frac{T_{i,m} - T_{i,m-1}}{h_B} + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{i,m} \frac{h_B}{2},$$

Вторую производную находим из уравнения теплопроводности:

$$\frac{1}{L_B^2} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y'^2} \right)_{i,m} = \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{i,m} - \left(\frac{W_{i,m}}{2} \frac{1}{\lambda_B} \right)_{i,m},$$

$$\frac{T_{i,m} - T_{i,m-1}}{h_B} + \frac{h_B L_B^2}{2} \left(\frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{i,m} - \frac{W_{i,m}}{2} \frac{1}{\lambda_B} \right) = 0,$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{i,m} = \frac{T_{i,m} - \check{T}_{i,m}}{\Delta t},$$

$$\frac{T_{i,m} - T_{i,m-1}}{h_B} + \frac{h_B L_B^2}{2} \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{T_{i,m} - \check{T}_{i,m}}{\Delta t} \right) - \frac{h_B L_B^2}{2} \frac{W_{i,m}}{2} \frac{1}{\lambda_B} = 0$$

Домножим уравнение на $2\lambda_B \Delta t$ и разделим на $c_B \rho_B h_B L_B^2$:

$$\frac{2\lambda_B \Delta t (T_{i,m} - T_{i,m-1})}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2} + T_{i,m} - \check{T}_{i,m} - \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,m}}{2} = 0,$$

$$T_{i,m} \left(1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2} \right) = \check{T}_{i,m} + \frac{2\lambda_B \Delta t T_{i,m-1}}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,m}}{2},$$

$$T_{i,m} = \frac{\check{T}_{i,m} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,m}}{2}}{1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2}} + \frac{\frac{2\lambda_B \Delta t T_{i,m-1}}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2}}{1 + \frac{2\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2 L_B^2}},$$

Введем замену: $\frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2} = k u_{yB}$

$$T_{i,m} = \frac{\check{T}_{i,m} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,m}}{2}}{1 + \frac{2k u_{yB}}{L_B^2}} + \frac{\frac{2k u_{yB}}{L_B^2} T_{i,m-1}}{1 + \frac{2k u_{yB}}{L_B^2}},$$

если

$$T_{i,m} = \varepsilon_i T_{i,m-1} + \mu_i \quad (3.67)$$

где

$$\varepsilon_i = \frac{\frac{2k u_{yB}}{L_B^2}}{1 + \frac{2k u_{yB}}{L_B^2}}; \quad \mu_i = \frac{\check{T}_{i,m} + \frac{\Delta t}{c_B \rho_B} \frac{W_{i,m}}{2}}{1 + \frac{2k u_{yB}}{L_B^2}}. \quad (3.68)$$

Т.о., в точке $k=m$ имеем 2 равенства (3.67) и

$$T_{i,m-1} = \alpha_i T_{i,m} + \beta_i \quad (3.69)$$

получаем

$$T_{i,m} = \frac{\mu_i + \varepsilon_i \beta_i}{1 - \varepsilon_i \alpha_i} \quad (3.70)$$

Найдем значение коэффициентов в точке $y' = y = 0$, которая является общей для обоих материалов – это граница раздела. Здесь $k=m_A$.

Для этой точки:

$$T_{A_i,m_{A-1}} = T_{A_i,m_A} - \left(\frac{\partial T_A}{\partial y} \right)_{i,m_A} h_A + \left(\frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2} \right)_{i,m_A} \frac{h_A^2}{2} + \dots,$$

Следовательно,

$$\left(\frac{\partial T_A}{\partial y} \right)_{i,m_A} = \frac{T_{A_i,m_A} - T_{A_i,m_{A-1}}}{h_A} + \left(\frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2} \right)_{i,m_A} \frac{h_A}{2},$$

так как $\left(\frac{\partial^2 T_A}{\partial y^2} \right)_{i,m_A} = \frac{c_A \rho_A}{\lambda_A} \left(\frac{\partial T_A}{\partial t} \right)_{i,m_A}$, то

$$\left(\frac{\partial T_A}{\partial y} \right)_{i,m_A} = \frac{T_{A_i,m_A} - T_{A_i,m_{A-1}}}{h_A} + \frac{h_A c_A \rho_A}{2 \lambda_A} \left(\frac{\partial T_A}{\partial t} \right)_{i,m_A},$$

$$\left(\frac{\partial T_A}{\partial t} \right)_{i,m_A} = \frac{T_{A_i,m_A} - \check{T}_{A_i,m_A}}{\Delta t}$$

$$\left(\frac{\partial T_A}{\partial y} \right)_{i,m_A} = \frac{T_{A_i,m_A} - T_{A_i,m_{A-1}}}{h_A} + \frac{h_A c_A \rho_A}{2 \lambda_A} \left(\frac{T_{A_i,m_A} - \check{T}_{A_i,m_A}}{\Delta t} \right).$$

Запишем аналогично для В:

$$T_{B_i,m_{A+1}} = T_{B_i,m_A} + \left(\frac{\partial T_B}{\partial y} \right)_{i,m_A} h_B + \left(\frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} \right)_{i,m_A} \frac{h_B^2}{2} + \dots,$$

$$\left(\frac{\partial T_B}{\partial y} \right)_{i,m_A} = \frac{T_{B_i,m_{A+1}} - T_{B_i,m_A}}{h_B} - \left(\frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} \right)_{i,m_A} \frac{h_B}{2} = 0,$$

Из дифференциального уравнения находим:

$$\frac{1}{L_B^2} \left(\frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} \right)_{i,m_A} = \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T_B}{\partial t} \right)_{i,m_A} - \frac{W_{B_i,m_A}}{2\lambda_B},$$

Следовательно,

$$\left(\frac{\partial T_B}{\partial y} \right)_{i,m_A} = \frac{T_{B_i,m_{A+1}} - T_{B_i,m_A}}{h_B} - \frac{L_B^2 h_B}{2} \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{\partial T_B}{\partial t} \right)_{i,m_A} + \frac{L_B^2 h_B}{2} \frac{W_{B_i,m_A}}{2\lambda_B}$$

так как $\left(\frac{\partial T_B}{\partial t} \right)_{i,m_A} = \frac{T_{B_i,m_A} - \check{T}_{B_i,m_A}}{\Delta t}$, то

$$\left(\frac{\partial T_B}{\partial y} \right)_{i,m_A} = \frac{T_{B_i,m_{A+1}} - T_{B_i,m_A}}{h_B} - \frac{L_B^2 h_B}{2} \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{T_{B_i,m_A} - \check{T}_{B_i,m_A}}{\Delta t} \right) + \frac{L_B^2 h_B}{2} \frac{W_{B_i,m_A}}{2\lambda_B}.$$

У нас имеется условие: $\lambda_A \frac{\partial T_A}{\partial y} = \frac{\lambda_B}{L_B} \frac{\partial T_B}{\partial y'}$

Подставим в него найденные производные:

$$\lambda_A \left[\frac{T_{A_i,m_A} - T_{A_i,m_{A-1}}}{h_A} + \frac{h_A}{2} \frac{c_A \rho_A}{\lambda_A} \left(\frac{T_{A_i,m_A} - \check{T}_{A_i,m_A}}{\Delta t} \right) \right] = \frac{\lambda_B}{L_B} \left[\frac{T_{B_i,m_{A+1}} - T_{B_i,m_A}}{h_B} - \frac{L_B^2 h_B}{2} \frac{c_B \rho_B}{\lambda_B} \left(\frac{T_{B_i,m_A} - \check{T}_{B_i,m_A}}{\Delta t} \right) + \frac{L_B^2 h_B}{2} \frac{W_{B_i,m_A}}{2\lambda_B} \right].$$

В этой точке есть еще одно условие: $T_A = T_B$.

Домножим равенство на $\frac{2\Delta t}{c_A \rho_A h_A}$.

$$\frac{\lambda_A 2\Delta t T_{A_i,m_A}}{c_A \rho_A h_A^2} - \frac{\lambda_A 2\Delta t T_{A_i,m_{A-1}}}{c_A \rho_A h_A^2} + T_{A_i,m_A} - \check{T}_{A_i,m_A} = \frac{\lambda_B 2\Delta t}{L_B c_A \rho_A h_A} \frac{T_{B_i,m_{A+1}}}{h_B} - \frac{\lambda_B 2\Delta t}{L_B c_A \rho_A h_A} \frac{T_{B_i,m_A}}{h_B} - \frac{L_B c_B \rho_B h_B T_{B_i,m_A}}{c_A \rho_A h_A} + \frac{L_B c_B \rho_B h_B \check{T}_{B_i,m_A}}{c_A \rho_A h_A} + \frac{L_B h_B \Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{W_{B_i,m_A}}{2}$$

ИЛИ

$$T_{A_i,m_A} \left(1 + \frac{\lambda_A 2\Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} + \frac{\lambda_B 2\Delta t}{L_B c_A \rho_A h_A h_B} + \frac{L_B c_B \rho_B h_B}{c_A \rho_A h_A} \right) - \frac{\lambda_A 2\Delta t T_{A_i,m_{A-1}}}{c_A \rho_A h_A^2} + \frac{\lambda_B 2\Delta t}{L_B c_A \rho_A h_A} \frac{T_{B_i,m_{A+1}}}{h_B} = \check{T}_{A_i,m_A} \left(1 + \frac{L_B c_B \rho_B h_B}{c_A \rho_A h_A} \right) + \frac{L_B h_B \Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{W_{B_i,m_A}}{2}$$

Введем замену:

$$A^*T_{A_i, m_{A-1}} - C^*T_{A_i, m_A} + B^*T_{B_i, m_{A+1}} = -F^* \quad (3.71)$$

$$A^* = \frac{2\Delta t \lambda_A}{c_A \rho_A h_A^2} = 2r_A; \quad r_A = ku_A = \frac{\lambda_A \Delta t}{c_A \rho_A h_A^2}$$

$$B^* = \frac{2\Delta t \lambda_B}{L_B c_A \rho_A h_A h_B} = \frac{2r_B}{L_B} s; \quad r_B = ku_B = \frac{\lambda_B \Delta t}{c_B \rho_B h_B^2}; \quad s = \frac{c_B \rho_B h_B}{c_A \rho_A h_A}$$

$$C^* = 1 + \frac{\lambda_A 2\Delta t}{c_A \rho_A h_A^2} + \frac{\lambda_B 2\Delta t}{L_B c_A \rho_A h_A h_B} + \frac{L_B c_B \rho_B h_B}{c_A \rho_A h_A} = 1 + 2r_A + s \left(L_B + \frac{2r_B}{L_B} \right)$$

$$F^* = \tilde{T}_{A_i, m_A} \left(1 + \frac{L_B c_B \rho_B h_B \tilde{T}_{B_i, m_A}}{c_A \rho_A h_A} \right) + \frac{L_B h_B \Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{W_{B_i, m_A}}{2} = \tilde{T}_{A_i, m_A} (1 + sL_B) + \frac{L_B h_B \Delta t}{c_A \rho_A h_A} \frac{W_{B_i, m_A}}{2}$$

Мы имеем уравнение:

$$T_{A_i, m_{A-1}} = \alpha_i T_{A_i, m_A} + \beta_i \quad (3.72)$$

которое подставляем в (3.74) и получаем:

$$A^*(\alpha_i T_{A_i, m_A} + \beta_i) - C^*T_{A_i, m_A} + B^*T_{B_i, m_{A+1}} = -F^*$$

или

$$T_{A_i, m_A} (C^* - A^* \alpha_i) = F^* + A^* \beta + B^* T_{B_i, m_{A+1}}$$

$$T_{A_i, m_A} = \frac{F^* + A^* \beta}{C^* - A^* \alpha_i} + \frac{B^* T_{B_i, m_{A+1}}}{C^* - A^* \alpha_i}$$

Сравниваем последнее выражение с

$$T_{A_i, m_A} = \alpha_{i+1} T_{A_i, m_{A+1}} + \beta_{i+1} \quad (3.73)$$

и получаем

$$\alpha_{i+1} = \frac{B^*}{C^* - A^* \alpha_i}; \quad \beta_{i+1} = \frac{F^* + A^* \beta}{C^* - A^* \alpha_i}.$$

3.3.3. Результаты численного исследования

Типичное распределение температуры показано на рис. 3.22.

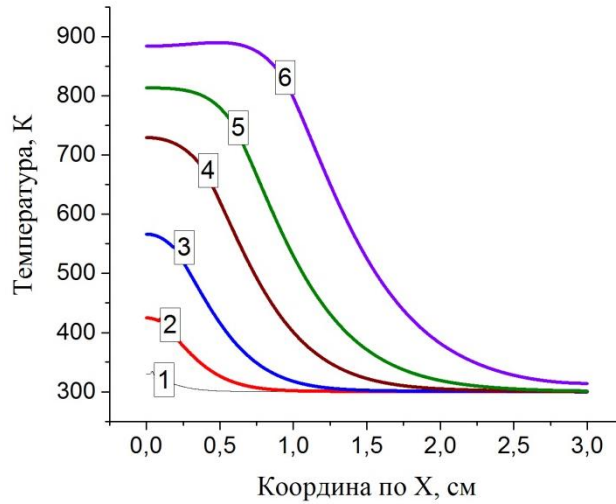


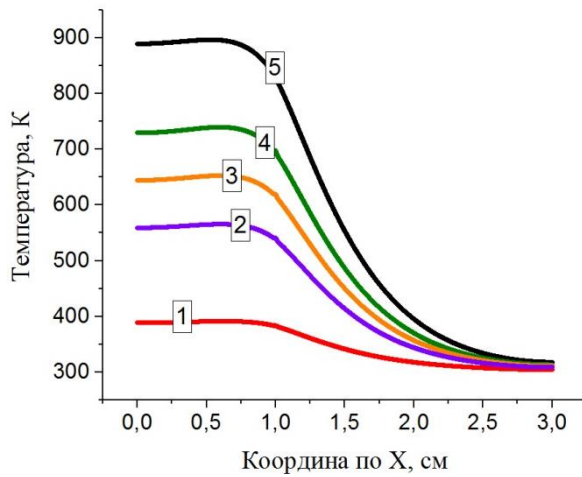
Рис. 3.22. Распределение температуры в разные моменты времени вдоль оси X при:

1 – $t=0.02$ сек; 2 – $t=0.05$ сек; 3 – $t=0.1$ сек; 4 – $t=0.5$ сек; 5 – $t=1.5$ сек; 6 – $t=2.5$ сек; 7 – $t=3$ сек; 8 – $t=3.5$ сек; 9 – $t=4$ сек.

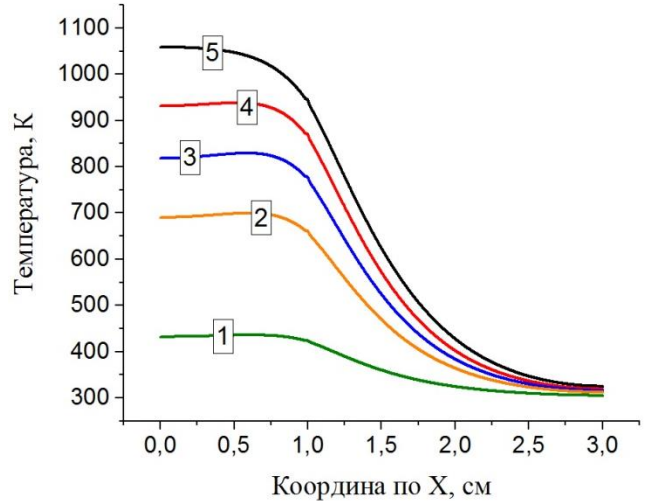
При этом $\sigma_B=20$; $1 - f_b=0,3$.

Типичное распределение температуры для разных показателей

поглощения f_b показано на рис. 3.23:



а)



б)

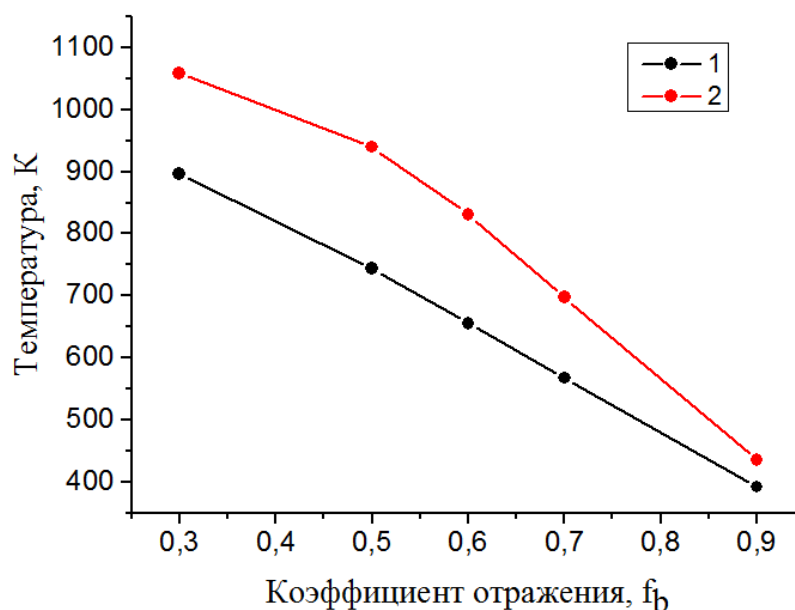
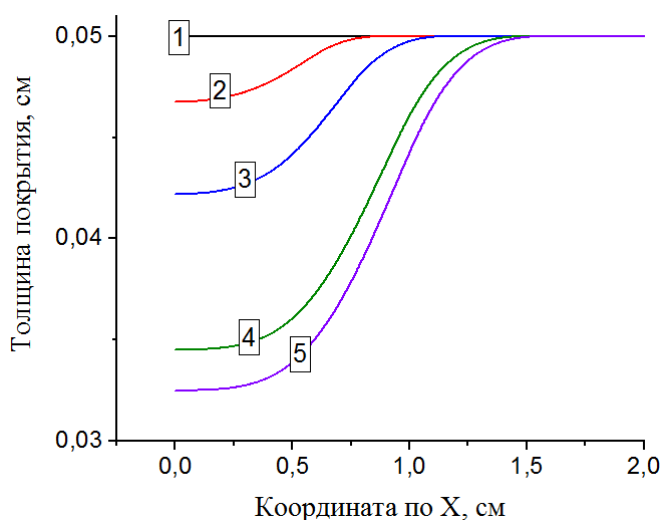
Рис. 3. 23. Распределение температуры для разных значений показателя поглощения вдоль оси X при:

а) $\sigma_B=20$; 1 - $f_b=0,3$; 2 - $f_b=0,5$; 3 - $f_b=0,6$; 4 - $f_b=0,7$; 5 - $f_b=0,9$;

б) $\sigma_B=200$; 1 - $f_b=0,3$; 2 - $f_b=0,5$; 3 - $f_b=0,6$; 4 - $f_b=0,7$; 5 - $f_b=0,9$.

Зависимость максимальной температуры от f_b по X.

N _{п/п} рис. N	Максимальная температура, К		f_b
	$\sigma_B = 20$	$\sigma_B = 200$	
1	896,3	1058,7	0,3
2	743,5	940,1	0,5
3	655,7	831,2	0,6
4	567,9	698,5	0,7
5	392,2	435,4	0,9

Рис. 3.24. Зависимость максимальной температуры от коэффициента отражения f_b по оси X при $\sigma_1=20$; $\sigma_2=200$.Рис. 3.24. Распределение толщины покрытия в разные моменты времени вдоль оси X при: 1 – $t=0.02$ сек; 2 – $t=2.5$ сек; 3 – $t=3$ сек; 4 – $t=3.5$ сек; 5 – $t=4$ сек.

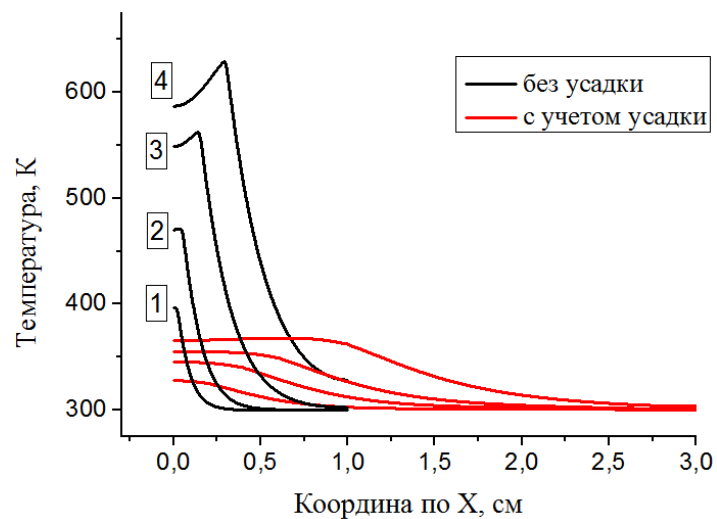


Рис. 3.25. Распределение температуры в разные моменты времени для модели без усадки и с учетом усадки вдоль оси X при:
 1 – $t=0.02$ сек; 2 – $t=2.5$ сек; 3 – $t=3$ сек; 4 – $t=3.5$ сек; 5 – $t=4$ сек.

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА
«ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ, РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТЬ И
РЕСУРСОСБЕРЕЖЕНИЕ»**

Студенту:

Группа	ФИО
4AM51	Соболевой Полине Валерьевне

Институт	ИФВТ	Кафедра	ФВТМ
Уровень образования	магистратура	Направление/специальность	15.04.01 «Машиностроение» профиль «Физика высоких технологий в машиностроении»

Исходные данные к разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»:

1. <i>Стоимость ресурсов научного исследования (НИ): материально-технических, энергетических, финансовых, информационных и человеческих</i>	Положение об оплате труда
2. <i>Нормы и нормативы расходования ресурсов</i>	Нормы и нормативы, взятые из различных источников: справочники, нормативы, Госты и др.
3. <i>Используемая система налогообложения, ставки налогов, отчислений, дисконтирования и кредитования</i>	Отраслевые регламенты, Федеральные законы, Налоговый кодекс.

Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:

1. <i>Оценка коммерческого и инновационного потенциала НТИ</i>	Оценку потенциала и перспективы реализации численного исследования можно произвести с помощью анализа конкурентных технических решений и SWOT-анализа.
2. <i>Разработка устава научно-технического проекта</i>	Нормативное обеспечение образовательной деятельности ТПУ
3. <i>Планирование процесса управления НТИ: структура и график проведения, бюджет, риски и организация закупок</i>	Положение о выпускных квалификационных работах бакалавра, специалиста, магистра в ТПУ; Методические указания для выполнения экономической части для магистрантов.

Перечень графического материала (с точным указанием обязательных чертежей):

1. *Оценка конкурентоспособности технических решений*
2. *Матрица SWOT*
3. *Инициация проектом*

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Черепанова Н.В.	канд. филос. наук		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
4AM51	Соболева Полина Валерьевна		

4. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение

4.1. Анализ конкурентных технических решений с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения

В настоящее время проводятся интенсивные научно-исследовательские и конструкторские работы в различных областях науки и промышленности по созданию новых и совершенствованию ранее созданных технологических методик для производства объемных деталей со сложной геометрией, химическим составом и с уникальными физическими свойствами. Аддитивные технологии, селективное лазерное спекание и другие процессы по созданию объемных деталей очень чувствительны к выбору рабочих параметров процесса, таких как мощность лазера, скорость сканирования, толщина порошкового слоя и д.т., которые в свою очередь зависят от таких параметров как: коэффициент излучения, поглощения и теплопроводность порошковых слоев. Область допустимых параметров строго индивидуальна для каждого конкретного материала и морфологии порошка. Так как опытные испытания являются довольно дорогими и занимают значительное время, то большое внимание уделяется компьютерному моделированию распространения излучения и теплообмена при лазерной обработке порошков для оптимизации параметров процесса. Моделирование оптических свойств может быть использовано в оценочных эмпирических моделях и применимы на практике для корректного задания теплофизических параметров в пористых порошковых средах при их лазерной обработке [43].

Анализ конкурентных технических решений определяется по формуле:

$$K = \sum V_i \cdot B_i, \quad (4.1)$$

где K – конкурентоспособность научной разработки или конкурента;

V_i – вес показателя (в долях единицы);

B_i – балл i -го показателя.

Оценочная карта для сравнения конкурентных технических решений

Критерии оценки	Вес критерия	Баллы		Конкурентоспособность	
		Б _ф	Б _к	К _ф	К _к
1	2			7	8
Технические критерии оценки ресурсоэффективности					
1. Повышение производительности труда пользователя	0,15			0,45	0,6
2. Потребность в ресурсах памяти	0,1			0,4	0,2
3. Энергоэкономичность	0,05			0,1	0,15
4. Надежность	0,05			0,25	0,15
5. Уровень шума	0,05			0,2	0,25
6. Возможность подключения в сеть ЭВМ	0,1			0,3	0,4
7. Область применения программы	0,1			0,3	0,45
8. Качество интеллектуального интерфейса	0,15			0,6	0,45
Экономические критерии оценки эффективности					
1. Конкурентоспособность продукта	0,15			0,45	0,6
2. Цена	0,1			0,3	0,5
Итого	1	32	37	3,45	3,7

Математическое моделирование позволяет спрогнозировать результаты работы при значительно более низких затратах по сравнению с экспериментом.

4.2. SWOT-анализ

SWOT – метод стратегического планирования, заключающийся в выявлении факторов внутренней и внешней среды.

SWOT:

- Strengths (сильные стороны),
- Weaknesses (слабые стороны),
- Opportunities (возможности),
- Threats (угрозы).

Основные преимущества данного проекта - экономичность, высокая производительность и возможность создания оптимальных параметров для лазерной обработки порошков.

Но не смотря на все преимущества проекта, есть и слабые стороны. На данном этапе не усовершенствована математическая модель, которая бы учитывала влияние всех параметров окружающей среды и, как следствие, программа для предоставления данных. Поэтому возникают некоторые трудности при получении покрытия [44].

SWOT матрица – помогает сделать правильные выводы по проведенному анализу и найти правильные стратегии для роста научно исследовательского проекта. Она представляет собой 4 квадранта с тактическими действиями, которые помогают увеличить конкурентоспособность товара за счет сильных сторон, снизить угрозы от внешних факторов и эффективно использовать возможности роста проекта.

Таблица 4.2

Матрица SWOT

	Сильные стороны научно исследовательского проекта: С1. Возможность изменения параметров разработанной программы; С2. Заявленная экономичность и энергоэффективность проекта; С3. Экологичность разработки;	Слабые стороны научно исследовательского проекта: Сл1. Отсутствие прототипа научной разработки; Сл2. Вероятность расхождения численного исследования с экспериментом.
--	--	--

	С4. Высокая производительность; С5. Актуальность темы.	
<p>Возможности:</p> <p>В1. Использование инновационной инфраструктуры ТПУ</p> <p>В2. Возможность внедрения проекта в производство;</p> <p>В3. Возможность участие в грантах;</p> <p>В4. В связи с постоянно растущим интересом к 3D-печати – высокая вероятность получить бюджетное финансирование.</p>	<p>С1В2. Достаточно гибкие параметры программы дают возможность для внедрения в производство;</p> <p>С5В3. В связи с актуальностью темы есть возможность участия в грантах.</p>	<p>Сл1В4. При получении финансирования есть возможность провести экспериментальные исследования, чтобы была возможность выявить несоответствие теоретического исследования и эксперимента.</p>
<p>Угрозы:</p> <p>У1. Вероятность появления более выгодных предложений на рынке, так как в данном направлении ведется большое количество исследований;</p> <p>У2. Несвоевременное финансовое обеспечение научного исследования приводит к несвоевременному выполнению заказов;</p> <p>У3. Отсутствие у потенциальных потребителей квалифицированных кадров по работе с научной разработкой.</p>	<p>У1С1. Возможность изменения параметров программы позволяет варьировать состав изделия без покупки дополнительного программного обеспечения.</p>	<p>У1Сл1. В связи с отсутствием прототипа работы есть вероятность более долгого исследования и появления более выгодных предложений.</p>

4.3. Инициация проектом

4.3.1. Цели и результат

В получении результата заинтересованы следующие стороны, представленные в таблице 4.3.

Таблица 4.3

Заинтересованные стороны проекта

Заинтересованные стороны проекта	Ожидания заинтересованных сторон
Университет	Наличие НИОКР
Магистрант	Защита магистерского диплома. Получение высшего образования
Научно-исследовательские институты	Получение данных о влиянии оптических свойств на характер распределения температуры в процессе лазерной обработки

В таблице 4.4. представлена информация о иерархии целей проекта и критериях достижения этих целей.

Таблица 4.4

Цели и результат проекта

Цели проекта:	Численное исследование и компьютерное моделирование влияния оптических свойств порошковой среды на характер распределения температуры в процессе лазерной обработки.
Ожидаемые результаты проекта:	Математическая модель, по которой можно сказать о влиянии оптических свойств на температуру, а также можно будет четко определить оптимальные параметры, которые можно будет задать непосредственно на оборудовании при лазерной обработке.
Критерии приемки результата проекта:	Законченная научно-исследовательская работа, автор которой имеют список публикаций и участие на международных конференциях.
Требования к результату проекта:	Требование:
	1. Результат проекта должен иметь актуальное теоретическое и практическое значение
	2. Наглядные иллюстрации (графики и диаграммы)
	3. Выполнение проекта в срок

4.4. Участники проекта

Исполнитель: Соболева П.В. Место работы: ТПУ, студент.

Функции: Отвечает за выполнение научно-исследовательских работ, получение и обработку результатов, поиск литературных данных о схожих разработках ученых по всему миру, написание статей и магистерской диссертации по итогам работы.

Руководитель: Князева А.Г., д.ф.-м.н. Место работы: ТПУ, профессор.

Функции: Отвечает за реализацию проекта, координирует деятельность участников проекта.

Вывод: проведен конкурентный и SWOT анализ проекта. Выяснили, что в текущем варианте проект имеет следующие преимущества: возможность изменения параметров разработанной программы; экономичность и энергоэффективность проекта; экологичность разработки; актуальность темы. Наиболее серьезными угрозами считаются: вероятность появления более выгодных предложений на рынке, так как в данном направлении ведется большое количество исследований; несвоевременное финансовое обеспечение научного исследования приводит к несвоевременному выполнению заказов; отсутствие у потенциальных потребителей квалифицированных кадров по работе с научной разработкой.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА «СОЦИАЛЬНАЯ ОТВЕТСТВЕННОСТЬ»

Студенту:

Группа 4AM51	ФИО Соболевой Полине Валерьевне
------------------------	---

Институт	ИФВТ	Кафедра	ФВТМ
Уровень образования	магистратура	Направление/специальность	15.04.01 «Машиностроение» профиль «Физика высоких технологий в машиностроении»

Исходные данные к разделу «Социальная ответственность»:

<p>1. Описание рабочего места (рабочей зоны, технологического процесса, механического оборудования) на предмет возникновения:</p> <ul style="list-style-type: none"> – вредных проявлений факторов производственной среды (метеоусловия, вредные вещества, освещение, шумы, вибрации, электромагнитные поля, ионизирующие излучения) – опасных проявлений факторов производственной среды (механической природы, термического характера, электрической, пожарной и взрывной природы) – негативного воздействия на окружающую природную среду (атмосферу, гидросферу, литосферу) – чрезвычайных ситуаций (техногенного, стихийного, экологического и социального характера) 	<p>В разделе приведено описание рабочего места, лаборатории, на предмет возникновения:</p> <ul style="list-style-type: none"> – вредных проявлений факторов производственной среды (метеоусловия, вредные вещества, освещение, шумы, электромагнитные поля, ионизирующие излучение) – опасных проявлений факторов производственной среды (электрической, пожарной и взрывной природы) – негативного воздействия на окружающую природную среду (литосферу) – чрезвычайных ситуаций (техногенного, стихийного, экологического и социального характера)
<p>2. Перечень законодательных и нормативных документов по теме</p>	<p>Был произведен отбор законодательных и нормативных документов по теме: ГОСТы, СанПиНы, справочники, СНиПы</p>

Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:

<p>1. Анализ выявленных вредных факторов проектируемой производственной среды в следующей последовательности:</p> <ul style="list-style-type: none"> – физико-химическая природа вредности, её связь с разрабатываемой темой; – действие фактора на организм человека; – приведение допустимых норм с необходимой размерностью (со ссылкой на соответствующий нормативно-технический документ) 	<p>В разделе приведен анализ вредных факторов производственной среды:</p> <ul style="list-style-type: none"> – уровень шума и вибрация; – недостаточная освещенность рабочих мест; – повышенная и пониженная температура воздуха рабочей зоны; – ионизирующие излучение. <p>Проанализированы вредные факторы на предмет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – физико-химической природы вредности, её связь с разрабатываемой темой; – действия фактора на организм человека; – приведены допустимые нормы с необходимой размерностью (со ссылкой на соответствующий нормативно-технический документ).
<p>2. Анализ выявленных опасных факторов проектируемой производственной среды в следующей последовательности</p> <ul style="list-style-type: none"> – электробезопасность (в т.ч. статическое электричество, молниезащита – источники, средства защиты); – пожаровзрывобезопасность (причины, профилактические мероприятия, первичные средства пожаротушения) 	<p>Проанализированы выявленные опасные факторы проектируемой производственной среды:</p> <ul style="list-style-type: none"> – опасность поражения электрическим током; – пожаровзрывобезопасность.

<p>3. Охрана окружающей среды:</p> <ul style="list-style-type: none"> – защита селитебной зоны – анализ воздействия объекта на литосферу (отходы); <p>4. разработать решения по обеспечению экологической безопасности со ссылками на НТД по охране окружающей среды.</p>	<p>Проанализировано влияние данного проекта на окружающую среду:</p> <ul style="list-style-type: none"> – анализ воздействия объекта на литосферу (отходы). <p>Разработаны решения по обеспечению экологической безопасности со ссылками на НТД по охране окружающей среды.</p>
<p>5. Защита в чрезвычайных ситуациях:</p> <ul style="list-style-type: none"> – перечень возможных ЧС на объекте; – выбор наиболее типичной ЧС; – разработка превентивных мер по предупреждению ЧС; – разработка мер по повышению устойчивости объекта к данной ЧС; <p>6. разработка действий в результате возникшей ЧС и мер по ликвидации её последствий</p>	<p>Приведены и проанализированы факторы ЧС:</p> <ul style="list-style-type: none"> – перечислены возможные ЧС на объекте: <ul style="list-style-type: none"> • пожары; • взрывы; • удары молний. – выбраны наиболее типичные ЧС; – разработаны превентивные меры по предупреждению ЧС; – разработаны действия в результате возникшей ЧС и меры по ликвидации её последствий
<p>7. Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности:</p> <ul style="list-style-type: none"> – специальные (характерные для проектируемой рабочей зоны) правовые нормы трудового законодательства; <p>8. организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны</p>	<p>Решены правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности:</p> <ul style="list-style-type: none"> – специальные (характерные для проектируемой рабочей зоны) правовые нормы трудового законодательства; – организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны
Перечень графического материала:	
<p>При необходимости представить эскизные графические материалы к расчётному заданию (обязательно для специалистов и магистров)</p>	<p>План эвакуации, план лаборатории.</p>

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	
---	--

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Штейнле А. В.	к.м.н.		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
4AM51	Соболева Полина Валерьевна		

5. Социальная ответственность

5.1. Введение

С развитием научно-технического прогресса немаловажную роль играет возможность безопасного исполнения людьми своих трудовых обязанностей. В связи с этим была создана и развивается наука о безопасности труда и жизнедеятельности человека.

Социальная ответственность - это комплекс мероприятий, направленных на обеспечение безопасности человека в среде обитания, сохранение его здоровья, разработку методов и средств защиты путем снижения влияния вредных и опасных факторов до допустимых значений, выработку мер по ограничению ущерба в ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций мирного и военного времени [45].

Цель:

- обнаружение и изучение факторов окружающей среды, отрицательно влияющих на здоровье человека;
- ослабление действия этих факторов до безопасных пределов или исключение их если это возможно;
- ликвидация последствий катастроф и стихийных бедствий.

Круг практических задач прежде всего обусловлен выбором принципов защиты, разработкой и рациональным использованием средств защиты человека и природной среды от воздействия техногенных источников и стихийных явлений, а также средств, обеспечивающих комфортное состояние среды жизнедеятельности.

Охрана здоровья трудящихся, обеспечение безопасности условий труда, ликвидация профессиональных заболеваний и производственного травматизма составляет одну из главных забот человеческого общества. Обращается внимание на необходимость широкого применения прогрессивных форм научной организации труда, сведения к минимуму ручного, малоквалифицированного труда, создания обстановки, исключающей профессиональные заболевания и производственный травматизм [45].

На рабочем месте должны быть предусмотрены меры защиты от возможного воздействия опасных и вредных факторов производства. Уровни этих факторов не должны превышать предельных значений, оговоренных правовыми, техническими и санитарно-техническими нормами. Эти нормативные документы обязывают к созданию на рабочем месте условий труда, при которых влияние опасных и вредных факторов на работающих либо устранено совсем, либо находится в допустимых пределах.

Данный раздел посвящен рассмотрению следующих вопросов:

- определение оптимальных условий труда инженера;
- расчет освещенности;
- расчет уровня шума.

5.2. Техногенная безопасность

5.2.1. Анализ вредных факторов

При несоблюдении санитарно-гигиенических правил и норм работа на компьютере может привести к развитию ряда заболеваний. На состояние здоровья могут влиять такие вредные факторы, как длительное неизменное положение тела, вызывающее мышечно-скелетное нарушение, постоянное напряжение глаз, влияние электростатических и электромагнитных полей. Существует тесная взаимосвязь между эргономикой (научной организацией рабочего места) и уровнем психологических расстройств и нарушением здоровья.

5.2.1.1. Вредные вещества

Вредным называется вещество, которое при контакте с организмом человека может вызвать травмы, заболевания или отклонения в состоянии здоровья, обнаруживаемые современными методами как в процессе контакта с ним, так и в отдаленные сроки жизни настоящего и последующих поколений [46].

Токсическое действие вредных веществ характеризуется показателями токсикометрии, в соответствии с которыми вещества классифицируют на чрезвычайно токсичные, высокотоксичные, умеренно токсичные и малотоксичные. Эффект токсического действия различных веществ зависит от количества попавшего в организм вещества.

В ходе выполнения работ по теме магистерской диссертации работа с вредными веществами не осуществлялась.

5.2.1.2. Шум

Шум – совокупность аperiodических звуков различной интенсивности и частоты. С физиологической точки зрения шум – это всякий неблагоприятный воспринимаемый звук [47].

Основными источниками шума в помещении являются принтер, компьютеры.

Воздействие шума на организм человека вызывает негативные изменения прежде всего в органах слуха, нервной и сердечнососудистой системах. Длительное воздействие интенсивного шума может приводить к перераздражению клеток звукового анализатора и его утомлению, а затем к стойкому снижению остроты слуха. Функциональные изменения центральной нервной системы под влиянием шума происходят раньше, чем диагностируется нарушение слуховой деятельности. Поражение нервной системы под действием шума сопровождается раздражительностью, ослаблением памяти, апатией, подавленным настроением, изменением кожной чувствительности и другими нарушениями, в частности замедляется скорость психических реакций, наступает расстройство сна и т.д. У работников умственного труда происходит снижение темпа работы, её качества и производительности. Действие шума может привести к заболеваниям желудочно-кишечного тракта, сдвигам в обменных процессах (нарушение основного, витаминного, углеводного, белкового, жирового, солевого обменов).

Уровень шума на рабочем месте инженеров, работающих с компьютером не должен превышать 55 дБА. Для снижения уровня шума стены и потолок помещений, где установлены компьютеры, могут быть облицованы звукопоглощающими материалами.

Расчет уровня шума

Одним из неблагоприятных факторов производственной среды в ИВЦ является высокий уровень шума, создаваемый печатными устройствами, оборудованием для кондиционирования воздуха, вентиляторами систем охлаждения в самих ЭВМ.

Для решения вопросов о необходимости и целесообразности снижения шума необходимо знать уровни шума на рабочем месте оператора.

Уровень шума, возникающий от нескольких некогерентных источников, работающих одновременно, подсчитывается на основании принципа энергетического суммирования излучений отдельных источников [47]:

$$L_{\Sigma} = 10 \lg \sum_{i=1}^{i=n} 10^{0,1L_i},$$

где L_i – уровень звукового давления i -го источника шума;

n – количество источников шума.

Полученные результаты расчета сравниваются с допустимым значением уровня шума для данного рабочего места. Если результаты расчета выше допустимого значения уровня шума, то необходимы специальные меры по снижению шума. К ним относятся: облицовка стен и потолка зала звукопоглощающими материалами, снижение шума в источнике, правильная планировка оборудования и рациональная организация рабочего места оператора.

Уровни звукового давления источников шума, действующих на оператора на его рабочем месте, представлены в таблице 5.1.

Таблица 5.1.

Уровни звукового давления различных источников.

Источник шума	Уровень шума, дБ
Жесткий диск	35
Вентилятор	40
Монитор	17
Клавиатура	10
Принтер	45
Сканер	42

Обычно рабочее место оператора оснащено следующим оборудованием: винчестер в системном блоке, вентилятор(ы) систем охлаждения ПК, монитор, клавиатура, принтер и сканер.

Подставив значения уровня звукового давления для каждого вида оборудования в формулу, получим:

$$L_{\Sigma} = 10 \cdot \lg(10^{3,5} + 10^4 + 10^{1,7} + 10^1 + 10^{4,5} + 10^{4,2}) = 47,8 \text{ дБ}$$

Полученное значение не превышает допустимый уровень шума для рабочего места инженера, равный 5 дБ (ГОСТ 12.1.003-83). И если учесть, что вряд ли такие периферийные устройства как сканер и принтер будут использоваться одновременно, то эта цифра будет еще ниже. Кроме того, при работе принтера непосредственное присутствие оператора необязательно, т.к. принтер снабжен механизмом автоподачи листов.

5.2.1.3. Метеоусловия

Под метеоусловиями или микроклиматом понимаются метеорологические условия внутренней среды рабочего помещения, которые определяются действующими на организм человека сочетаниями температуры, влажности, скорости движения воздуха и теплового излучения [48].

Параметры микроклимата могут меняться в широких пределах, в то время как необходимым условием жизнедеятельности человека является поддержание постоянства температуры тела благодаря терморегуляции, т.е.

способности организма регулировать отдачу тепла в окружающую среду. Принцип нормирования микроклимата – создание оптимальных условий для теплообмена тела человека с окружающей средой.

Таблица 5.2.

Оптимальные параметры микроклимата в помещениях с использованием ПК

Период года	Категория работ по уровням энергозатрат, Вт	Параметр микроклимата	Величина
Холодный	Iб (140-174)	Температура воздуха в помещении Относительная влажность Скорость движения воздуха	21-23°С 40-60% до 0,1м/с
Теплый	Iб (140-174)	Температура воздуха в помещении Относительная влажность Скорость движения воздуха	22-24°С 40-60% 0,1-0,2м/с

Вычислительная техника является источником существенных тепловыделений, что может привести к повышению температуры и снижению относительной влажности в помещении. В санитарных нормах СН-245-71 установлены величины параметров микроклимата, создающие комфортные условия.

Допустимые микроклиматические условия установлены по критериям допустимого теплового и функционального состояния человека на период 8-часовой рабочей смены. Они не вызывают повреждений или нарушений состояния здоровья, но могут приводить к возникновению общих и локальных ощущений теплового дискомфорта, напряжению механизмов терморегуляции, ухудшению самочувствия и понижению работоспособности.

Таблица 5.3.

Допустимые величины показателей микроклимата на рабочих местах

Период года	Категория работ по уровню энергозатрат, Вт	Температура воздуха, °С		Температура поверхностей, °С	Относительная влажность воздуха, %	Скорость движения воздуха, м/с	
		диапазон ниже оптимальных величин	диапазон выше оптимальных величин			для диапазона температур воздуха ниже оптимальных величин, не более	для диапазона температур воздуха выше оптимальных величин, не более
Холодный	Іб (140 - 174)	19,0 - 20,9	23,1 - 24,0	18,0- 25,0	15 - 75	0,1	0,2
Теплый	Іб (140 - 174)	20,0 - 21,9	4,1 - 28,0	19,0- 29,0	15 - 75 *	0,1	0,3

Воздух, поступающий в рабочие помещения операторов ЭВМ, должен быть очищен от загрязнений, в том числе от пыли и микроорганизмов. Патогенной микрофлоры быть не должно.

Кондиционирование воздуха должно обеспечивать поддержание параметров микроклимата в необходимых пределах в течение всех сезонов года, очистку воздуха от пыли и вредных веществ, создание необходимого избыточного давления в чистых помещениях для исключения поступления неочищенного воздуха. Температура подаваемого воздуха должна быть не ниже 19°С [48].

В помещении имеется только естественная вентиляция (форточки окон, двери). Отопление зимой осуществляется только через систему общего отопления (городская). В крайнем случае, устанавливаются электрические обогреватели в зимнее время и вентилятор в летнее.

Таблица 5.4.

Нормы подачи свежего воздуха в помещения, где расположены компьютеры

Характеристика помещения	Объемный расход подаваемого в помещение свежего воздуха, м ³ /на одного человека в час
Объем до 20м ³ на человека	Не менее 30
20.40м ³ на человека	Не менее 20
Более 40м ³ на человека	Естественная вентиляция

5.2.1.4. Электромагнитное и ионизирующее излучения

ЭВМ являются источниками широкополосных электромагнитных и ионизирующих излучений [49]:

1. видимого 400-750 нм;
2. ближнего ИК 750-2000 нм;
3. радиочастотного диапазона 3кГц;
4. электростатических полей.

Допустимые значения параметров ионизирующих электромагнитных излучений от монитора компьютера представлены в таблице 5.5.

Таблица 5.5.

Допустимые значения параметров неионизирующих электромагнитных излучений (в соответствии с СанПиНом 2.2.2.542-96) [49]

Наименование параметра	Допустимые значения
Напряженность электрической составляющей электромагнитного поля на расстоянии 50см от поверхности видеомонитора	10В/м
Напряженность магнитной составляющей электромагнитного поля на расстоянии 50см от поверхности видеомонитора	0,3А/м
Напряженность электростатического поля не должна превышать: для взрослых пользователей средних специальных и высших учебных заведений	20кВ/м 15кВ/м

Электромагнитное поле (ЭМП) радиочастот характеризуется способностью нагревать материалы, распространяться в пространстве и отражаться от границы раздела двух сред, взаимодействовать с веществом. При воздействии ЭМП на биологический объект происходит преобразование электромагнитной энергии внешнего поля в тепловую, что сопровождается повышением температуры тела или локальным избирательным нагревом тканей, органов, клеток, особенно с плохой терморегуляцией (хрусталик, стекловидное тело, семенники и др.). Тепловой эффект зависит от интенсивности облучения.

Защитные меры от действия ЭМП сводятся, в основном, к применению защитного экранирования и сокращению времени пребывания в зоне действия поля (работы с ЭВМ). Защитные экраны делятся на два типа:

1. отражающие излучение;
2. поглощающие излучение.

Экраны первого типа выполняются из металлических листов, сетки, проводящих пленок, ткани с микропроводом, металлизированных тканей на основе синтетических волокон или любых других материалов, имеющих высокую электропроводность. Ко второму типу относятся экраны из керамики, поролона, пенопласта и др. материалов, обеспечивающих поглощение энергии ЭМП соответствующей частоты (длины волны).

5.2.1.5. Освещение

Важное место в комплексе мероприятий по созданию условий труда, работающих с ЭВМ, занимает создание оптимальной световой среды, т.е. рациональная организация естественного и искусственного освещения помещения и рабочих мест.

Правильно спроектированное и выполненное производственное освещение улучшает условия зрительной работы, снижает утомляемость, способствует повышению производительности труда, благотворно влияет на

производственную среду, оказывая положительное психологическое воздействие на работающего, повышает безопасность труда и снижает травматизм.

Недостаточность освещения приводит к напряжению зрения, ослабляет внимание, приводит к наступлению преждевременной утомленности. Чрезмерно яркое освещение вызывает ослепление, раздражение и резь в глазах. Неправильное направление света на рабочем месте может создавать резкие тени, блики, дезориентировать работающего.

Согласно СНиП II-4-79 в помещениях вычислительных центров необходимо применить систему комбинированного освещения. При выполнении работ категории высокой зрительной точности (наименьший размер объекта различения 0,3-0,5мм) величина коэффициента естественного освещения (КЕО) должна быть не ниже 1,5%, а при зрительной работе средней точности (наименьший размер объекта различения 0,5-1,0 мм) КЕО должен быть не ниже 1,0%. В качестве источников искусственного освещения обычно используются люминесцентные лампы типа ЛБ или ДРЛ, которые попарно объединяются в светильники, которые должны располагаться над рабочими поверхностями равномерно [50].

Требования к освещенности в помещениях, где установлены компьютеры:

- при выполнении зрительных работ высокой точности общая освещенность должна составлять 300 лк, а комбинированная – 750 лк; аналогичные;
- при выполнении работ средней точности - 200 и 300 лк соответственно.

Кроме того, все поле зрения должно быть освещено достаточно равномерно – это основное гигиеническое требование. Иными словами, степень освещения помещения и яркость экрана компьютера должны быть примерно одинаковыми, т.к. яркий свет в районе периферийного зрения значительно увеличивает напряженность глаз и, как следствие, приводит к их быстрой утомляемости.

Расчет общего равномерного освещения

Расчет освещенности рабочего места сводится к выбору системы освещения, определению необходимого числа светильников, их типа и размещения. Исходя из этого, рассчитаем параметры искусственного освещения. Обычно искусственное освещение выполняется посредством электрических источников света двух видов: ламп накаливания и люминесцентных ламп. Будем использовать люминесцентные лампы, которые по сравнению с лампами накаливания имеют ряд существенных преимуществ [16]:

- по спектральному составу света они близки к дневному, естественному свету;
- обладают более высоким КПД (в 1,5-2 раза выше, чем КПД ламп накаливания);
- обладают повышенной светоотдачей (в 3-4 раза выше, чем у ламп накаливания);
- более длительный срок службы.

Расчет освещения производится для комнаты площадью 36 м^2 , ширина которой 6м, высота – 4,5 м. Воспользуемся методом светового потока [50].

Для определения количества светильников определим световой поток, падающий на поверхность по формуле:

$$F = \frac{E * K * S * Z}{\eta * n},$$

где, F - рассчитываемый световой поток, лм;

E - нормированная минимальная освещенность, лк (определяется по таблице) [23]. Работу специалиста, в соответствии с этой таблицей, можно отнести к разряду точных работ, следовательно, минимальная освещенность будет $E = 400\text{ лк}$;

S - площадь освещаемого помещения (в нашем случае $S = 30\text{ м}^2$);

Z - отношение средней освещенности к минимальной (обычно принимается равным 1,1-1,2, пусть $Z = 1,1$);

K - коэффициент запаса, учитывающий уменьшение светового потока лампы в результате загрязнения светильников в процессе эксплуатации (его значение зависит от типа помещения и характера проводимых в нем работ и в нашем случае $K = 1,8$);

η - коэффициент использования, (выражается отношением светового потока, падающего на расчетную поверхность, к суммарному потоку всех ламп и исчисляется в долях единицы; зависит от характеристик светильника, размеров помещения, окраски стен и потолка, характеризуемых коэффициентами отражения от стен (P_C) и потолка (P_{II})), значение коэффициентов P_C и P_{II} были указаны выше: $P_C=40\%$, $P_{II}=60\%$.

Значение η определим по таблице коэффициентов использования различных светильников. Для этого вычислим индекс помещения по формуле:

$$I = \frac{S}{h(A+B)}$$

где, S - площадь помещения, $S = 30 \text{ м}^2$;

h - расчетная высота подвеса, $h = 3 \text{ м}$;

A - ширина помещения, $A = 5 \text{ м}$;

B - длина помещения, $B = 6 \text{ м}$.

Подставив значения получим:

$$I = \frac{30}{3 * (5 + 6)} = 0,9$$

Зная индекс помещения I , по таблице 7 [23] находим $\eta = 0,81$

При выборе осветительных приборов используем светильники типа ОД. Каждый светильник комплектуется двумя лампами.

Размещаем светильники в два ряда. В каждом ряду можно установить 3 светильника типа ОДР мощностью 30 Вт (с длиной 1,23 м), при этом разрывы между светильниками в ряду составят 50 см. Изображаем в масштабе схему размещения на нем светильников (рисунок 5.1).

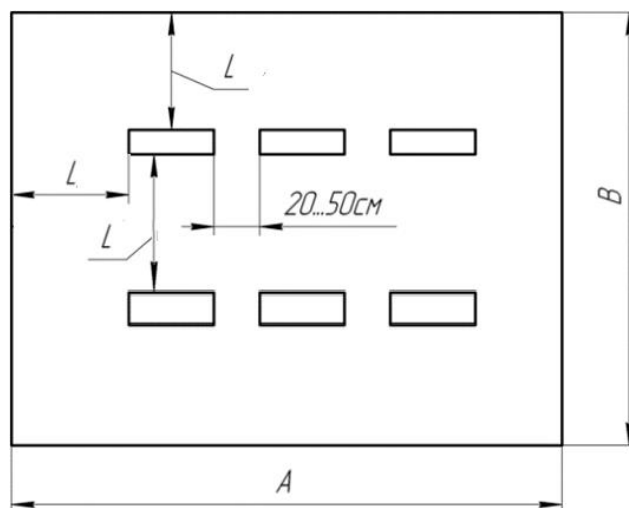


Рисунок 5.1. Схема размещения светильников с люминесцентными лампами
 $n = 6 \cdot 2 = 12$ шт

Подставим все значения в формулу для определения светового потока F :

$$F = \frac{400 \cdot 30 \cdot 1,8 \cdot 1,1}{0,81 \cdot 12} = 2444,44 \text{ лм}$$

По таблице 1 [50] выбираем ближайшую стандартную лампу – ЛХБ-40 4 Вт с потоком 2600 лм.

5.2.2. Анализ опасных факторов рабочей зоны

5.2.2.1. Электробезопасность

Статическое электричество – совокупность явлений, связанных с возникновением, сохранением и релаксацией свободного электрического заряда на поверхности или в объеме диэлектриков или на изолированных проводниках [51].

Исследования биологических эффектов показали, что наиболее чувствительны к электростатическим полям нервная, сердечнососудистая, нейрогуморальная и другие системы организма.

Для предотвращения образования и защиты от статического электричества необходимо использовать нейтрализаторы и увлажнители, а полы должны иметь антистатическое покрытие. Допустимые уровни напряженности электростатических полей не должны превышать 20 кВ в течение 1 часа [51].

Опасность поражения электрическим током возникает при соприкосновении с электрической цепью, в которой присутствуют источники напряжения и/или источники тока, способные вызвать протекание тока по попавшей под напряжение части тела. Обычно чувствительным для человека является пропускание тока силой более 1 мА.

Сила поражения зависит от мощности разряда, от времени воздействия, от характера тока (постоянный или переменный), от состояния человека — влажности рук и т. п., а также от места соприкосновения и пути прохождения тока по организму.

Последствия поражения электрическим током:

1. Из-за высокого электрического сопротивления человеческих тканей происходит довольно быстрое их нагревание, что может вызывать ожоги.

2. Даже сравнительно малые напряжения, порядка 110—230 В, при кратковременном контакте с грудной клеткой могут вызывать сбой в работе сердечной мышцы (60 мА для переменного тока, 300—500 мА для постоянного).

3. Удар током может вызвать сбой в работе нервной системы, например, беспорядочные сокращения мышц. Повторяющиеся удары могут вызвать невропатию. Острая электротравма может стать причиной нарастающей асистолии.

4. При поражении головы электрическим током возможна потеря сознания.

Рабочее помещение по опасности относится к 1 группе, т.е. пожарная нагрузка относительно мала.

Категория персонала – II (электротехнический персонал).

Рабочее место удовлетворяет всем требованиям безопасности жизнедеятельности: нет доступа к токоведущим частям, все источники питания пронумерованы, корпуса компьютеров заземлены.

5.2.2.2. Пожаровзрывобезопасность

Пожарная безопасность обеспечивается системой предотвращения пожара и системой пожарной защиты. Во всех служебных помещениях обязательно должен быть «План эвакуации людей при пожаре», регламентирующий действия персонала в случае возникновения очага возгорания и указывающий места расположения пожарной техники.

Пожары в лабораториях представляют особую опасность, так как сопряжены с большими материальными потерями. Характерная особенность данной лаборатории — небольшая площадь помещения. Как известно, пожар может возникнуть при взаимодействии горючих веществ, окислителя и источников зажигания.

Горючими компонентами в помещении являются: строительные материалы для акустической и эстетической отделки помещений, перегородки, двери, полы, перфокарты и перфоленты, изоляция кабелей и др.

Источниками зажигания в лаборатории могут быть электрические схемы от ЭВМ, приборы, применяемые для технического обслуживания, устройства электропитания, кондиционирования воздуха, где в результате различных нарушений образуются перегретые элементы, электрические искры и дуги, способные вызвать загорания горючих материалов.

В современных ЭВМ очень высокая плотность размещения элементов электронных схем. В непосредственной близости друг от друга располагаются соединительные провода, кабели. При протекании по ним электрического тока выделяется значительное количество теплоты. При этом возможно оплавление изоляции. Для отвода избыточной теплоты от ЭВМ служат системы вентиляции и кондиционирования воздуха. При постоянном действии эти системы представляют собой дополнительную пожарную опасность.

Для большинства помещений с большим количеством ЭВМ установлена категория пожарной опасности В.

Одна из наиболее важных задач пожарной защиты — защита строительных помещений от разрушений и обеспечение их достаточной прочности в условиях

воздействия высоких температур при пожаре. Учитывая высокую стоимость электронного оборудования, а также категорию его пожарной опасности, здания части здания другого назначения, в которых предусмотрено размещение ЭВМ, должны быть первой и второй степени огнестойкости. Для изготовления строительных конструкций используются, как правило, кирпич, железобетон, стекло, металл и другие негорючие материалы. Применение дерева должно быть ограничено, а в случае использования необходимо пропитывать его огнезащитными составами.

5.2.2.3. Защита пользователей компьютерной и другой оргтехники

К работе на персональном компьютере допускаются лица, прошедшие обучение безопасным методам труда, вводный инструктаж, первичный инструктаж на рабочем месте.

Требования безопасности перед началом работы за компьютером:

1. Подготовить рабочее место.
2. Отрегулировать освещение на рабочем месте, убедиться в отсутствии бликов на экране.
3. Проверить правильность подключения оборудования к электросети.
4. Проверить исправность проводов питания и отсутствие оголенных участков проводов.
5. Убедиться в наличии заземления системного блока, монитора и защитного экрана.
6. Протереть антистатической салфеткой поверхность экрана монитора и защитного экрана.
- 2.7. Проверить правильность установки стола, стула, подставки для ног, пюпитра, угла наклона экрана, положение клавиатуры, положение "мыши" на специальном коврик, при необходимости произвести регулировку рабочего стола и кресла, а также расположение элементов компьютера в соответствии с требованиями эргономики и в целях исключения неудобных поз и длительных напряжений тела.

5.3. Региональная безопасность

5.3.1. Охрана окружающей среды

Энергопотребление устройств, работающих почти круглые сутки, имеет особое значение. Ведь те продукты, у которых этот показатель велик, не только обходятся покупателям дороже, но и наносят вред окружающей среде. В настоящий момент наиболее строгим из существующих мировых стандартов экологичности для компьютерной техники является стандарт ТСО-99.

Вопрос об утилизации старого оборудования предусматривается российским законодательством [17] и международными требованиями стандартов «ISO 14001:2004» (система экологического менеджмента) и «ISO 9001:2008» (система менеджмента качества).

5.4. Организационные мероприятия обеспечения безопасности

Эффективный и безопасный труд возможен только в том случае, если производственные условия на рабочем месте отвечают всем требованиям международных стандартов в области охраны труда.

Существуют следующие требования по организации рабочих мест:

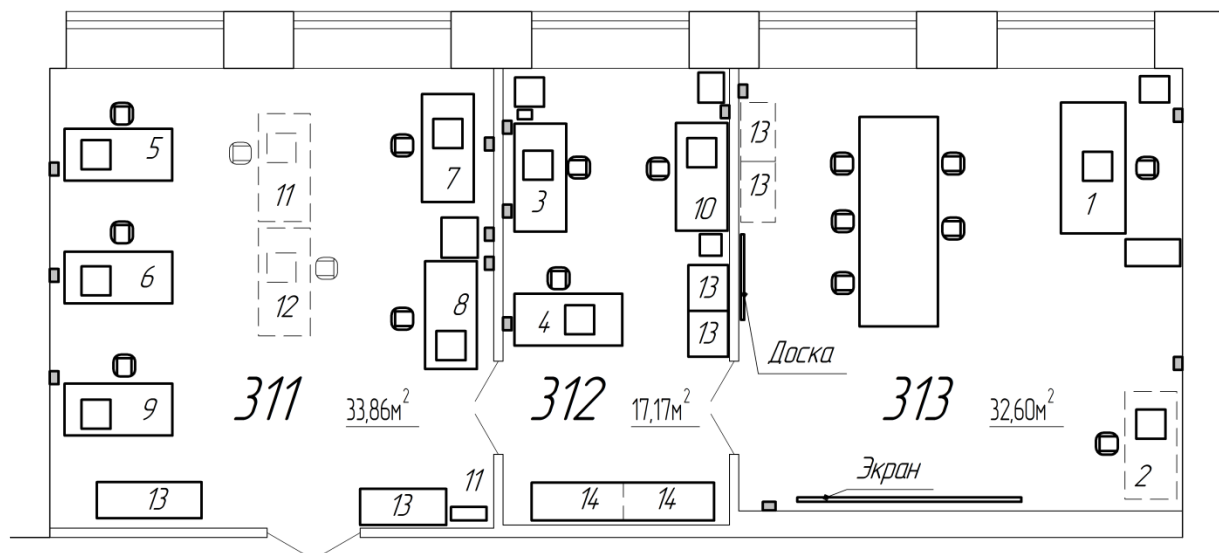
1. Рабочие места с компьютерами должны размещаться таким образом, чтобы расстояние от экрана одного видеомонитора до тыла другого было не менее 2,0 м, а расстояние между боковыми поверхностями видеомониторов - не менее 1,2 м.

2. Рабочие места с персональными компьютерами по отношению к световым проемам должны располагаться так, чтобы естественный свет падал сбоку, преимущественно слева.

3. Оконные проемы в помещениях, где используются персональные компьютеры должны быть оборудованы регулируемыми устройствами типа: жалюзи, занавесей, внешних козырьков и др.

4. Рабочая мебель для пользователей компьютерной техникой должна отвечать следующим требованиям:

- высота рабочей поверхности стола должна регулироваться в пределах 680-800 мм; при отсутствии такой возможности высота рабочей поверхности стола должна составлять 725 мм;
- рабочий стол должен иметь пространство для ног высотой не менее 600 мм, глубиной на уровне колен - не менее 450 мм и на уровне вытянутых ног - не менее 650 мм;
- рабочий стул (кресло) должен быть подъемно-поворотным и регулируемым по высоте и углам наклона сиденья и спинки, а так же - расстоянию спинки от переднего края сиденья;
- рабочее место должно быть оборудовано подставкой для ног, имеющей ширину не менее 300 мм, глубину не менее 400 мм, регулировку по высоте в пределах до 150 мм и по углу наклона опорной поверхности подставки до 20 градусов; поверхность подставки должна быть рифленой и иметь по переднему краю бортик высотой 10 мм;



13, 14 - шкафы
 1-10 - рабочие места
 пунктир - планируемые

Рисунок 5.2. План лаборатории каб. 311.

Меры по технике безопасности на рабочем месте:

1. Для исключения поражения электрическим током запрещается: часто включать и выключать компьютер без необходимости, прикасаться к экрану и к тыльной стороне блоков компьютера, работать на средствах вычислительной техники и периферийном оборудовании мокрыми руками, работать на средствах вычислительной техники и периферийном оборудовании, имеющих нарушения целостности корпуса, нарушения изоляции проводов, неисправную индикацию включения питания, с признаками электрического напряжения на корпусе, класть на средства вычислительной техники и периферийном оборудовании посторонние предметы.

2. Недопустимо под напряжением проводить ремонт средств вычислительной техники и оборудования. Ремонт электроаппаратуры производится только специалистами-техниками с соблюдением необходимых технических требований.

3. Во избежание поражения электрическим током, при пользовании электроприборами нельзя касаться одновременно каких-либо трубопроводов, батарей отопления, металлических конструкций, соединенных с землей.

4. При приближении грозы необходимо оперативно закончить работу на компьютере и отключить его от сети во избежание повреждения последовательного порта и исключения сбоев при возможных скачках напряжения в сети, характерных в подобных случаях.

Режим труда и отдыха при работе с ЭВМ должен организовываться в зависимости от вида и категории деятельности.

Виды деятельности подразделяются на следующие группы:

1. группа А - работа по считыванию информации с ЭВМ с предварительным запросом;
2. группа Б - работа по вводу информации;
3. группа В - творческая работа в режиме диалога.

Для видов деятельности устанавливаются три категории (I, II, III) тяжести и напряженности работы с ЭВМ.

Время непрерывной работы для I кат. - 2 часа; для II и III категории 1,5-2 часа. Сумма времени регламентированных перерывов при 8 - часовом рабочем дне составляет для I кат. - 30 мин.; для II кат. - 50 мин.; для III кат. - 70 мин.

Режим труда и отдыха операторов, работающих с ЭВМ, должен быть следующим: через каждый час интенсивной работы необходимо устраивать 15 - минутный перерыв, при менее интенсивной через каждые 2 - часа. Эффективность регламентируемых перерывов повышается при их сочетании с производственной гимнастикой. Производственная гимнастика должна включать комплекс упражнений, направленных на восполнение дефицита двигательной активности, снятие напряжения мышц шеи, спины, снижение утомления зрения. Она проводится в течение 5 - 7 мин. 1 - 2 раза в смену [52].

5.5. Особенности законодательного регулирования проектных решений

Нормальная продолжительность рабочего времени для работников предприятия не должна превышать 40 часов в неделю. Сокращенная продолжительность рабочего времени устанавливается для работников в возрасте от 16 до 18 лет - 36 часов в неделю, а для лиц в возрасте от 15 до 16 лет (учеников в возрасте от 14 до 15 лет, которые работают в период каникул) - 24 часа в неделю. Для работников, занятых на работах с вредными условиями труда не больше 26 часов в неделю. Продолжительность работы накануне праздничных нерабочих дней сокращается на один час. Ночным считается время с 22 часов вечера до 6 часов утра. При работе в ночное время установленная продолжительность работы сокращается на один час. Охрана труда женщин и лиц моложе 18 лет. Действующее законодательство предусматривает запрет труда женщин на тяжелых работах и на работах с вредными или опасными условиями труда. Перечень таких работ утвержден приказом Министерства здравоохранения от 29 декабря 1993 года №256.

Запрещается привлекать женщин к работам, которые связаны с постоянным (больше 2-х раз) на протяжении одного часа перемещением грузов массой свыше 7 кг. Если женщина занята подъемом или перемещением грузов до двух раз в течение часа, то ей может поручаться такая работа при весе груза до 10 кг. Причем в обоих случаях суммарная масса груза, который перемещается на протяжении каждого часа рабочей смены, не должна превышать 350 кг - с поверхности рабочего места и 175 кг с пола. Действующее законодательство особое внимание уделяет защите жизни и здоровья несовершеннолетних, то есть лиц, которые не достигли 18 лет. Допускается с согласия одного из родителей принятие на работу учеников общеобразовательных школ для выполнения работы, которая не наносит ущерб их здоровью, в свободное от учебы время при достижении ими 14 - летнего возраста (на время школьных каникул). Как правило, несовершеннолетние принимаются на работу после достижения 16 лет. Их запрещается привлекать к работам, предусмотренным Перечнем тяжелых работ и работ с вредными и опасными условиями труда, утвержденным приказом Министерства здравоохранения от 31 марта 1994 года №46.

5.6. Безопасность в чрезвычайных ситуациях

Работа на ЭВМ связана с контактом электропроводящих проводов, и как следствие, здесь есть некоторый риск поражения электричеством и возникновения пожара.

При обнаружении обрыва проводов питания, неисправности заземления и других повреждений электрооборудования, появления запаха гари пользователь ЭВМ обязан немедленно отключить питание и сообщить об аварийной ситуации руководителю отдела (ответственному) и дежурному электрику.

При обнаружении человека, попавшего под напряжение, немедленно освободить его от действия тока путем отключения электропитания и до прибытия врача оказать потерпевшему первую медицинскую помощь.

При возгорании оборудования по питанию и принять меры к тушению очага пожара при помощи углекислого или порошкового огнетушителя, вызвать пожарную команду и сообщить о происшествии ответственному по пожарной безопасности отдела.

В случае, невозможности самостоятельного тушения возникшего пожара, необходимо эвакуироваться согласно плану, представленному на рисунке 20, предварительно плотно закрыв за собой дверь [53].

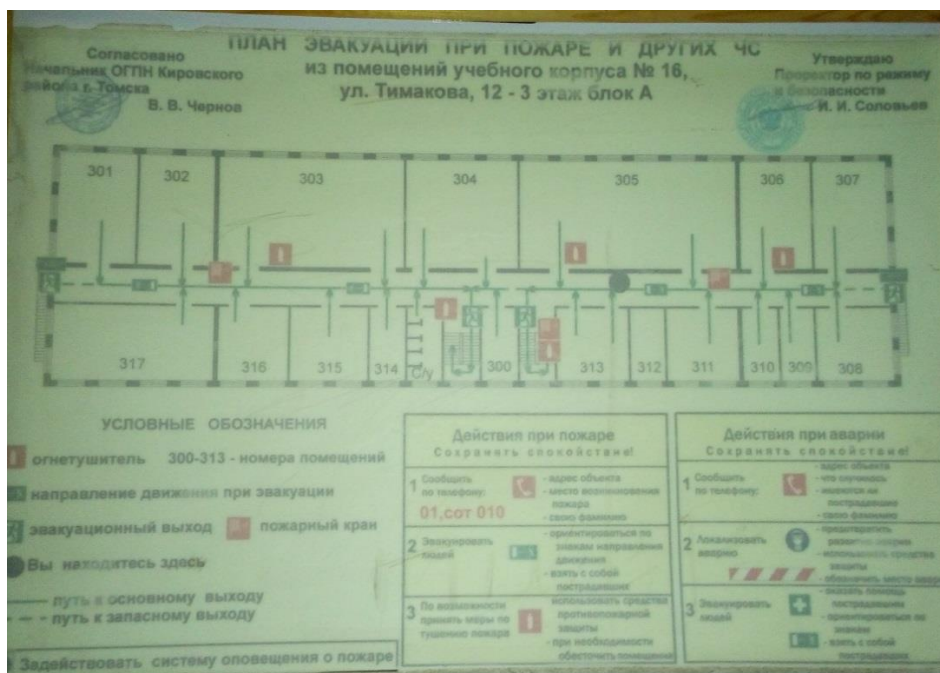


Рисунок 5.3. План эвакуации из рабочей зоны при ЧС

Заключение

Таким образом, в ходе исследования в одномерном и двумерном приближениях сформулирована модель обработки порошкового слоя движущимся источником тепла, соответствующим лазерному лучу. Разработаны алгоритмы численного решения сформулированных частных задач, которые численно реализованы на языке Fortran.

Исследования позволили сделать следующие выводы:

1. оптические свойства (коэффициент отражения и показатель поглощения), которые зависят от вида порошка и способа его предварительной обработки, значительно влияют на величину и характер распределения температуры;

2. физические свойства и толщина подложки влияют на количество энергии, необходимой для прогрева порошка, что необходимо учитывать при построении модели лазерного сплавления;

3. усадка порошкового слоя приводит к изменению его толщины и значительно влияет на поле температуры. Однако детальный закон изменения пористости не оказывает существенного влияния на динамику процесса усадки;

4. предложенный алгоритм решения задачи для слоя переменной толщины является весьма эффективным и не приводит к искажению качества решения.

Список публикаций

1. Соболева П.В. Численное исследование влияния оптических свойств порошковой среды на характер распределения температуры в процессе лазерной обработки / П.В. Соболева, А.Г. Князева // Математическое моделирование в естественных науках. – 2016. – Т. 1. – С. 348-353.

2. Соболева П.В. Численное исследование влияния оптических свойств порошковой среды на характер распределения температуры в двумерной модели в процессах лучевой обработки материалов / П.В. Соболева, А.Г. Князева // Перспективы развития фундаментальных наук. – 2017.

Список используемых источников

1. Костенков, С.Н. Метод определения характеристик взаимодействия ла-зерного излучения с нанокompозитными порошковыми материалами / С. Н. Костенков, Е. В. Харанжевский, М. Д. Кривилев // ФММ. – 2012. – Т. 113. – № 1. – С. 98–103.
2. Meiners, W. Direct selective laser sintering of steel powder / W. Meiners, K. Wissenbach, R. Poprawe // In. Proceedings of the LANE. – 1997. – V. 97. –P. 615–622.
3. Макаров А.В. Соболева Н.Н. Малыгина И.Ю. Осинцева А.Л. Формирование износостойкого хромоникелевого покрытия с особо высоким уровнем теплостойкости комбинированной лазерно-термической обработкой // Металловедение и термическая обработка металлов. 2015. № 3 (717). С. 39-46.
4. Ассельборн, С. А. Изменение показателя преломления фоторефрактивного кристалла при формировании пространственного экранированного солитона / С. А. Ассельборн, Н. Д. Кундикова, И. В. Новиков // Квантовая электроника, – 2010. – Т. 40. – № 2. – С. 127–129.
5. Макаров А.В. Соболева Н.Н. Малыгина И.Ю. Осинцева А.Л. Формирование композиционного покрытия NiCrBSi – TiC с повышенной абразивной износостойкостью методом газопорошковой лазерной наплавки // Упрочняющие технологии и покрытия. 2013. №11. С. 38-44.
6. В. В. Осипов, А. Н. Орлов, В. И. Каширин, В. В. Лисенков. Установка для измерения показателя преломления оптической керамики методом смещения луча плоскопараллельной пластиной. // Приборы и техника эксперимента. – 2011. – № 1. – С. 90–93.
7. Технология SLS. История создания и развития. Электронный ресурс. <http://3dcream.ru/tehnologiya-sls-istoriya-sozdaniya-i-razvitiya.html>. – 2016.
8. Шишковский И.В. Лазерный синтез функциональных мезоструктур и объемных изделий. Физматлит. М.: 2009. 424 с.
9. А.М. Иванова, С.П. Котова, Н.Л. Куприянов, А.Л. Петров, Е.Ю. Тарасова, И.В. Шишковский, "Физические особенности селективного

лазерного спекания порошковых металл-полимерных композиций", Квант. электроника, 1998, 25 (5), 433–438.

10. K. Dai, L. Shaw. Thermal and mechanical finite element modeling of laser forming from metal and ceramic powder // *Acta Materials*. – 2004. – V. 52. – P. 69–80.

11. Шишковский И.В., Куприянов Н.Л. Тепловые поля в металл-полимерных порошковых композициях при лазерном воздействии // *Теплофизика высоких температур*. – 1997. – Т. 35. – № 5. – С. 722–726.

12. Степанов, А. Л. Лазерный отжиг диэлектриков с металлическими наночастицами // *Оптика и спектроскопия*. – 2011. – Т. 111. – № 2. – С. 245–249.

13. A.L. Stepanov, A. L. R. Kiyan, C. Reinhardt, B.N. Chichkov. Laser prototyping of polymer-based nanoplasmoniv components // *International Journal of Theoretical Physics, Group Theory, and Nonlinear Optics* 14. – 2009. – № 3–4. – P. 32-45.

14. А. Д. Яковлев, В. Ф. Здор, В. И. Каплан. Порошковые полимерные материалы и покрытия на их основе / – М.: Наука. 1971. – 256 с.

15. Костенков С. Н. Затухание интенсивности лазерного излучения при взаимодействии с высокодисперсными порошковыми средами: диссертация ... кандидата физико-математических наук: 01.04.07 / Костенков С. Н; [Место защиты: Физико-технический институт УрО РАН].- Ижевск, 2015.- 160 с.

16. Гегузин, Я. Е. Физика спекания / – М.: Наука. 1984. – 312 с.

17. Либенсон, Г. А. Основы порошков в металлургии / Г. А. Либенсон. – М.: Металлургия, 1987. – 208 с.

18. Скороход, В. В. Физико-металлургические основы спекания порошков / – М.: Металлургия, 1972. – 160 с.

19. Gusarov, A. V. Contact thermal conductivity of a powder bed in selective laser sintering / A. V. Gusarov, T. Laoui, L. Froyen, V. I. Titov // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2003. – V. 46. – P. 1103–1109.

20. Шишковский, И. В. Тепловые поля в металл-полимерных порошковых композициях при лазерном воздействии / И. В. Шишковский, Н.

Л. Куприянов // Теплофизика высоких температур. – 1997. – Т. 35. – № 5. – С. 722–726.

21. Gusarov, A. Smurov I. Modelling the interaction of laser radiation with powder bed at selective laser melting // In: Phys. Procedia. – 2010. – V. 5. – № 2. – P. 381–394.

22. Chivel, Y. Investigations of Light Transfer in Powder Bed // Phys-ics Procedia. – 2011. – V. 12. – P. 279–284.

23. Dong, L., Makradi A., Ahzi S., Remond Y. Three-dimensional transient finite element analysis of the selective laser sintering process// Journal of Ma-terials Processing Technology. – 2009. – V. 209. – P. 700–706.

24. Nelson, J. S. Model of selective laser sintering of bisphenol-A polycarbonate / J. C. Nelson, S. Xue, J. W. Barlow, J. J. Beaman, H. L. Marcus, D. L. Bourell // Int Chem. Eng. Res. – 1993. – V. 32. – P. 2305–2317.

25. Papadatos, A.L. Computer simulation and dynamic control of the selective la-ser sintering process // MS Thesis. Clemson University, Clemson, SC. – 1998. –P. 47–55.

26. Deckard, C.R. Part generation by layer-wise selective laser sintering // M.Sc. thesis. The University of Texas at Austin, Austin, USA. 1986. – P. 28.

27. Gusarov, A. V. Normal-directional and normal-hemispherical reflectances of micron- and submicron powder beds at 633 and 790 nm / A. V. Gusarov, E. H. Bentefour, M. Rombouts, L. Froyen, C. Glotieux, J. P. Kruth // J. Appl. Phys. – 2006. – V. 99. – P. 113528.

28. Гусаров, А. В. Перенос излучения в слоях металлических порошков при лазерном формировании / А. В. Гусаров // Квантовая электроника. – 2010. – Т. 40. – № 5. – С. 451–459.

29. Либенсон М.Н., Яковлев Е.Б., Шандыбина Г.Д. Взаимодействие лазерного излучения с веществом (силовая оптика). Часть II. Лазерный нагрев и разрушение материалов. Учебное пособие. Под общей редакцией В.П. Вейко – СПб: НИУ ИТМО, 2014. –181с.

30. J. Heller, J.W. Bartha, C.C. Poon, A.C. Tam, Appl. Phys. Lett. 75(1), 43 (1999).
31. M. Toulemonde, S. Unamuno, R. Heddache, M.O. Lampert, M. Hageali, P. Siffert, Appl. Phys. A Mater. Sci. Process. 36(1), 31 (1985).
32. C.B. Arnold, M.J. Aziz, M. Schwarz, D.M. Herlach, Phys. Rev. B 59(1), 334 (1999).
33. J.C. Weeber, J.R. Krenn, A. Dereux, B. Lamprecht, Y. Lacroute, J.P. Goudonnet, Phys. Rev. B 64(4) (2001).
34. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие. / Г.В. Кузнецов, М.А. Шеремет. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.
35. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. – М.: Высшая школа, 2002. – 840 с.
36. Knyazeva A.G. Introduction to difference methods of solution of thermal conductivity problems with examples. Part 1. – Tomsk: S-print Publishing House, 2015.
37. K. Dai and L. Shaw, "Finite element analysis of the effect of volume shrinkage during laser densification," Acta Materialia, vol.53, pp. 4743-4754, oct 2005.
38. Khairallah, S.A., Anderson A.T., Rubenchik A., King W.E., "Laser powder-bed fusion additive manufacturing: Physics of complex melt flow and formation mechanisms of pores, spatter, and denudation zones." Acta Mater., v. 108, p.36-45 (2016).
39. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 363 с.
40. Тимченко Е.В. Взаимодействие лазерного излучения с веществом: метод. указания / сост.: Е.В. Тимченко, П.Е. Тимченко. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2014. – 60 с.
41. Гейко, П.П. Взаимодействие оптического излучения с веществом [Текст]: учеб. пособие/ П.П. Гейко. – Томск: ТУСУР, 2007. – 164 с.

42. Делоне Н.Б. Взаимодействие лазерного излучения с веществом: Курс лекций: Учеб. руководство. - М.: Наука. Гл. ред. физ. -мат. лит. , 1989.

43. Гаврикова Н.А. Г123 Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение: учебно-методическое пособие / Н.А. Гаврикова, Л.Р. Тухватулина, И.Г. Видяев, Г.Н. Серикова, Н.В. Шаповалова; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 73 с.

44. Основы функционально-стоимостного анализа: Учебное пособие / Под ред. М.Г. Карпунина и Б.И. Майданчика. - М.: Энергия, 1980. - 175 с.

45. Методические указания по разработке раздела «Социальная ответственность» выпускной квалификационной работы магистров всех направлений (специальностей) и форм обучения ТПУ На/Сост. Ю.В.Бородин, В.Н.Извеков, Е.В.Ларионова, А.М.Плахов. - То Томск: Изд - во Томского политехнического университета, 2014. – 20 с.

46. ГОСТ 12.1.007-76. Вредные вещества. Классификация и общие требования безопасности.

47. СН 2.2.4/2.1.8.562 – 96. Шум на рабочих местах, в помещениях жилых, общественных зданий и на территории застройки.

48. ГОСТ 12.1.005-88. Общие санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей зоны.

49. Голикон В.Я., Короленко И.П. Радиационная защита при использовании ионизирующих излучений. – М.: Недра, 1987. – 187с.

50. СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278 – 03. Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещённому освещению жилых и общественных зданий. М.: Минздрав России, 2003.

51. Белов С.В. Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды: учебник для вузов. – М.: Изд- во Юрайт, 2013. – 671с.

52. Охрана труда в вычислительных центрах. Учеб. пос. для студентов// Ю.Г.Сибаров и др. – М.: МАЛИКО, 1990. – 192с.

53. Дашковский А.Г., Романцов И.Г. Безопасность жизнедеятельности. Защита населения в чрезвычайных ситуациях. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета. – 2008 – 19с.

Приложение А

Раздел на иностранном языке

Студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
4АМ51	Соболева П.В.		

Консультант кафедры ФВТМ:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор	Князева А.Г.	д.ф-м.н.		

Консультант – кафедры ИЯФТ :

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
старший преподаватель	Квашнина О.С.			

Literary Review

1. The effect of laser radiation on powdered media

In recent years, laser technologies have often been used to solve numerous problems in various fields of science and technology from physics and chemistry to biology and medicine. Laser radiation allows the performance of various technological operations, research, measurement and diagnostics.

The process of selective laser sintering (SLS) was developed in the late 1980s as one of the methods for layered production of products using rapid prototyping technology [1]. Laser influence on powdered media is used in important technological processes, in laser sintering of powders, in layer-by-layer laser synthesis of volumetric products, with selective laser sintering (SLS). The success of SLS processes is mainly due to the ability to process virtually any type of material. It is used for the production of metal functional prototypes, parts or tools of high density, without the need for subsequent processing. Selective laser melting process is also applied for the processing of powders [1, 2]. In order to achieve a high density, the metal powder particles completely melt. Wherein the laser melting process is accompanied by the development of residual stresses arising at high temperature gradients in the material. These stresses can lead to distortion, delamination and cracking. In addition to temperature stresses, the quality of the parts is affected by the process of drop formation and evaporation of the material when the powder layer is irradiated with a high energy laser.

A large number of research papers have been devoted to laser action on metal systems [3-6], in which the effect of laser radiation on the microstructure and properties of processing objects is considered. In these studies, an important factor is the description of the processes of interaction of laser radiation with metallic particles.

The method of selective laser sintering is an alternative way for creating volumetric models in relation to other methods, but it is realized in almost the same

way. The SLS method has its drawbacks and advantages. This method is economical due to sufficiently cheap domestic powder materials, and there is also the possibility for creating models that are characterized by increased strength and greater functionality.

Commercially successful SLS technology was first proposed by Carl Descartes and Joseph Beaman in the mid-1980s [7]. This method allows us to obtain a three-dimensional object from a metallic finely divided thermoplastic powder with good viscosity under the action of a laser beam. Particles of the powder are heated until the outer layer is melted, which is sufficient to bond them. The process must be carried out in a sealed container filled with an inert gas to avoid ignition of the powder and leakage of toxic gases released during solid-state synthesis.

At present, a large number of tested materials for SLS are known: single-component polycarbonates; multicomponent and intermetallic systems; low- and high-alloy steels; structural and ferroelectric ceramics and piezoplasts. Optical [8, 9], thermal [10, 11] properties, microstructure and mechanics of synthesized articles [12, 13] and powders were studied. One and two-dimensional models for the calculation of thermal fields by finite element methods are developed [8].

Studies carried out in [3 - 6, 12, 13] indicate the importance of optimizing the energy parameters of treatment in selective laser melting processes to obtain high-quality metal parts. It is shown that the features of laser radiation action on powdered media have a significant effect on the quality of the formed products. Various mechanisms for the appearance of defects in the structure of the materials being formed and the conditions for optimizing the laser processing process were considered.

2. Materials used in selective laser sintering methods

Usually, in selective laser sintering technology, materials such as metals, polyesters, nylon, paraffin, polyurethane, ceramics and plastics are used as a starting powder. For further development and research, it is of great interest to collect

information on the behavior of metallic powders during mechanical and thermal effects in laser processing, their physicochemical properties and the influence of these properties on the dynamics of the processes under study. There are quite a few sources describing how powder materials behave under various processes of powder metallurgy. Each powdery medium can be described as a continuous system of dispersed solid particles that are in contact with each other and the environment [14].

One of the important parameters of powders is the shape of their particles. Particles are isothermal - cubic, spherical, and non-isothermal - in the form of fibers, plates. The shape of the particles significantly influences their location in space relative to each other, so the properties of the powders are not the same in different directions. The stacking density is affected by surface roughness of particles.

It is necessary to consider the peculiarities of the structure and physico-chemical properties of some metallic powder mixtures. In industry, dispersed powders of refractory compounds are widely used. The unique electronic structure and most of the covalent bonds determine a unique combination of mechanical, electrophysical, chemical and other properties. These properties can be realized through the methods of sintering. When the particle size changes, dimensional effects that affect the physical properties are revealed [15].

Of particular interest are the mechanical and thermophysical properties of disperse metal systems. It is known [16] that melting temperature of such powders decreases with increasing degree of dispersion. Since in powders there is an observable commensurability of the number of external and internal atoms in particles, the contribution of the surface energy to the free energy of the particles turns out to be decisive, especially for highly dispersed powders. This explains the twinning effect, the decrease in lattice period, the singularity of the phonon spectrum, and, consequently, the thermophysical properties.

3. Thermophysical basis of processes in selective laser sintering

Sintering is a high-temperature physico-chemical process of formation of a crystalline material from a raw billet, accompanied by a reduction in porosity and a free surface. Sintering is a spontaneous process due to the excess surface energy of the particles and the capillary pressure in the porous medium. In sintering, powders or their mixtures are heated to a temperature below the melting point of the base material in order to provide the required physicochemical and mechanical properties [8]. Visually, sintering is manifested in a change in the size of the sintered powder bodies. As a rule, as a result of this process, the density increases and the volume of sintered powder bodies decreases. The body passes into a more stable sintered state of greater density. One of the most common manifestations of sintering is the mutual penetration of contacting solids. It can arise both in contacting macroscopic bodies and in the interaction of dispersed particles. This process may occur either spontaneously or under stimulating action forces. Characteristic features of the process are as follows: increased time of contacts, decreased time of the relative proportion of voids in the contacts, and emergence and growth of resistance to tensile forces [8].

One type of sintering is the sintering / melting of disperse systems, which are freely dispersed powders. Their characteristic feature is high degree of looseness, determined by the small volume of space filled with matter. Sintering under such conditions is expressed in the desire to form as many new contacts as possible between the structural elements of the disperse system due to their mutual displacement. In this case, the degree of filling the space with matter increases, the microscopic density of the system increases [18].

There are two types of sintering process: liquid-phase and solid-phase. Solid-phase sintering is the hardening of a powder body without decreasing the total pore volume, caused by surface diffusion. In liquid-phase sintering, the strength of sintered bodies is determined by the adhesion forces between individual particles of the powder, depending on how close the contact is at the boundaries separating the

powder particles. In sintering, the appearance of a liquid phase arising from the melting of the structural component contributes to an increase in the rate of diffusion of atoms and helps to move the particles of the solid phase relative to each other, which leads to the filling of the pores of the substance.

Under the laser action, the stages of sintering are: diffusion from the volume, diffusion of the volume with the direction of the particles and the formation of the contact region, surface diffusion, mass transfer from the gas phase, viscous flow. In the first approximation, we can assume that particles whose size is less than 20 μm actively cake in the solid phase, while larger ones do not cake at all or for their sintering, a liquid phase is necessary. The increase in pores is prevented by inclusions in the form of nonreducing oxides. In the sintering of multicomponent systems, the course of the compaction process is largely determined by the nature of the phase diagrams.

The conducted researches in this area show that the choice of optimal modes for SLS, at which sintering of the product occurs without stratification, deformation and other shortcomings, requires knowledge of the thermophysical characteristics of the powder materials used. The work [18] is devoted to the study of the heat distribution in the pore-particle system, depending on the degree of packing and the shape of the particles, in order to calculate the temperatures in the sintering zone for SLS. At the same time, a direct theoretical calculation of the thermophysical characteristics of the material under SLS encounters considerable difficulties. Therefore, methods were developed and experiments were conducted to study thermal fields with laser action in depth [2]. Solving the inverse thermal problem, the coefficient of thermal conductivity in a powder medium is calculated, which is useful for using this data when optimizing the SLS modes.

4. Method for measuring the energy release in a powder layer under laser action

The problem of describing heat transfer in porous media appears in a number of scientific and technical issues and is not completely solved. An experimental study

of the propagation of laser radiation in a layer of powder is currently insufficiently represented in the current literature. With selective laser sintering / melting of powder bodies during laser irradiation, it is very important to know the energy deposition in the powder layer and its distribution over the thickness of the powder layer to determine the actual energy of the laser action.

There are two possible approaches to describing the passage of laser radiation in the powder layer: the surface absorption model, where the radiation is absorbed in the surface layer of the powder and the model for the volume absorption of radiation. In many cases, the powder layer is considered as a homogeneous heterogeneous medium with some effective parameters of the absorbing and scattering coefficients [21]. The choice of an approach to describing the propagation of laser radiation in a powder layer is determined by the optical characteristics of the powder medium. The passage of laser radiation in a powder depends on the degree of transparency of the substance of the particles at the wavelength of the laser radiation, and on the thickness of the powder layer.

In work [22] was considered an experimental method for measuring the energy release in a layer of a powder under the action of laser radiation. The scheme of the method is shown in figure 1.5. In this method, it is assumed that to measure the energy release in a layer of powder under the action of laser radiation, it is sufficient to measure the total transmitted radiation flux in the front hemisphere and the total reflected flux in the back hemisphere. By varying the thickness of the powder layer, it is possible to determine the distribution of absorbed energy over the thickness of the powder layer.

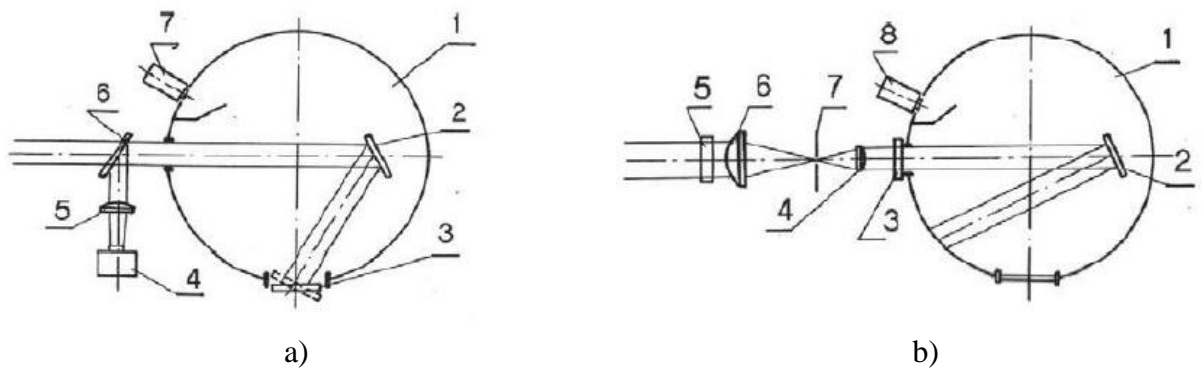
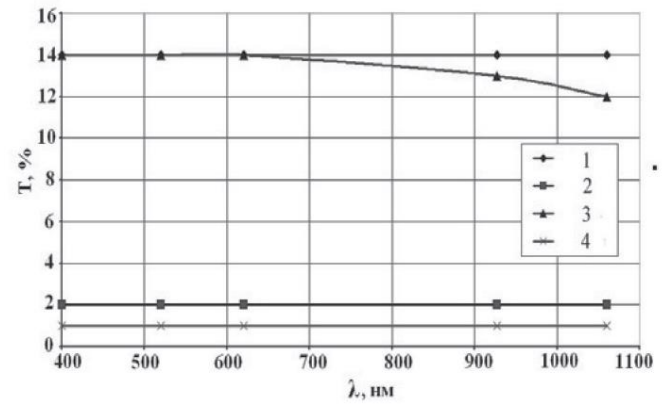
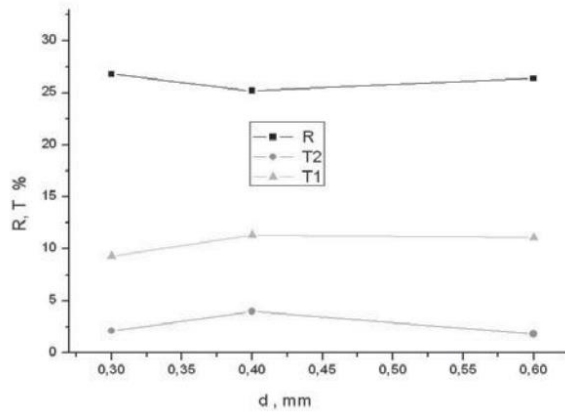


Figure 1.5 a) optical scheme of measurements of the reflection coefficient:

1 - integrating sphere; 2 - mirror, 3 - cell with powder; 4,7 photodiodes, 5 - lens, 6 - translucent mirror;

b) optical scheme for measuring the transmittance: 1 - integrating sphere; 2 - a mirror, 3,5 - cells with a powder; 4,6 - lens, 7 - diaphragm, 8 - photodiode [22].

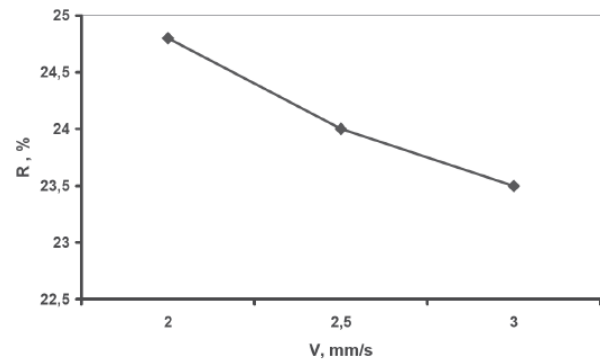
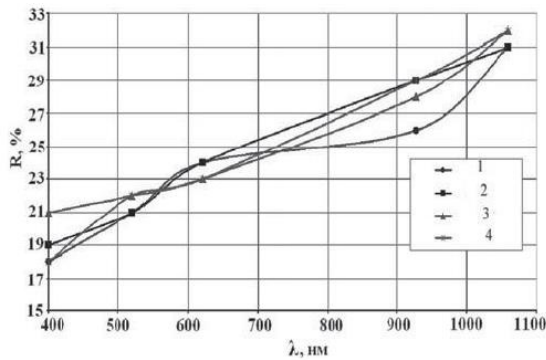
In carrying out the experiment [22], measurements were made of the coefficient of reflection and transmission of the powder from one, two or more layers. A powder of titanium, which is spherical particles of a narrow fractional composition with a diameter of 200 μm to 600 μm , was investigated. The reflection and transmission coefficients were measured by the integrating sphere method. The measurements were carried out in the wavelength range from 400 to 1060 nm. As an emission source, an incandescent lamp with a continuous emission spectrum was used. The measurement error was 1% for the transmittance and 3% for the reflection coefficient. The powders were placed in glass cells and distributed fairly evenly throughout the cell's cell volume by shaking. The cells were placed at the entrance to the integrating sphere when measuring the transmission coefficient or in the side opening of the sphere when measuring the reflection coefficient. The results obtained in Figures 1.6. and 1.7, showed:



a)

b)

Figure 1.6. a) reflection (R) and transmission of one layer (T1) and two layers (T2) of the powder;
 b) the spectral dependence of the transmission (1,2 - one layer, 3,4 - two layers), 1,3 - 200 μm and 2,4 - 400 μm powder particle diameter [22].



a)

b)

Figure 1.7. A) spectral dependence of the reflection (1, 2 - one layer, 3, 4 - two layers), 1, 3 - 200 μm and 2,4 - 400 μm diameter; B) reflection from scanning speed [22].

The measured reflection coefficient for different wavelengths is 0.4 to 0.65. Radiation is absorbed to a large extent in the first two layers of the powder; There is a constant reflectivity when the number of layers increases; Reflection is determined by the characteristics of the powder particles. Estimates show that the transmission of the first layer is largely determined by the ratio of the area of the gaps between the particles to the total area of the layer. As follows from the obtained results, only 15-20% of the radiation falls on the particles of the second layer when scanning with a laser beam whose diameter is larger than the particle size.

The considered experimental method does not allow us to reliably describe and carry out investigations of the propagation of laser radiation in highly disperse metal powder media, when the particle sizes are commensurable with the wavelength of the laser action, therefore, there is a need to develop new methods and approaches in measuring the distribution of laser radiation in powdered media.

5. Modeling of heat transfer in the laser processing of powder materials

Modeling of thermophysical processes in the interaction of laser radiation with materials originates from the field of welding and surface treatment and is associated with the name Rykalina NN. And his school. Numerous modern publications often do not contain more information than the work done 50-60 years ago. New is the use of commercial finite-element packages.

One of the models of computer modeling of SLS processes is considered in the article [23]. It considers the three-dimensional modeling of selective laser sintering by the finite element method, in order to investigate the effect of processing parameters on the quality of the sintered parts. Understanding the physical processes of heat transfer and sintering phenomena in these technologies is necessary for the precise optimization and control of the sintering process.

The modeling of the SLS sintering process on the basis of polymers and metals was widely covered in the literature. So for the sintering of amorphous polymers and prediction of the density of sintered polycarbonates [24], one-dimensional finite-difference methods of finite elements were used. A three-dimensional model realized by the method of finite differences is presented in [25] for predicting the dimensions, temperature, and density of sintering of amorphous polymers, since one-dimensional modeling is unable to solve sintering problems at the boundary of a powder medium where there are significant temperature gradients. Two-dimensional models for amorphous polymers were developed in [26]. The modeling of the SLS process includes: the interaction between the laser beam and the surface of the powder layer, the mechanisms of heat transfer in the powder and the

solid part of the material, the phase transition of the transformation of the powder material into a solid state during the sintering process.

Figure 1.1 shows the temperature distribution in the longitudinal section when the sample of a powder is laser treated on a substrate, with a scanning speed of 1.64 m / s, a laser power of 10 W, a fill thickness of 76.2 μm , a sintering length of 4 mm, a temperature range under the laser Ray from 373 K to 418 K.

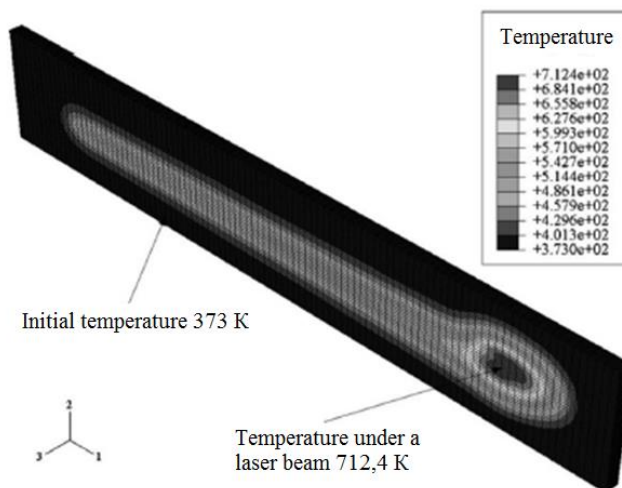


Figure 1.1. Temperature distribution in the longitudinal section [25].

Figure 1.2 shows the dependence of the density of sintered materials on the power of laser radiation at different scanning rates.

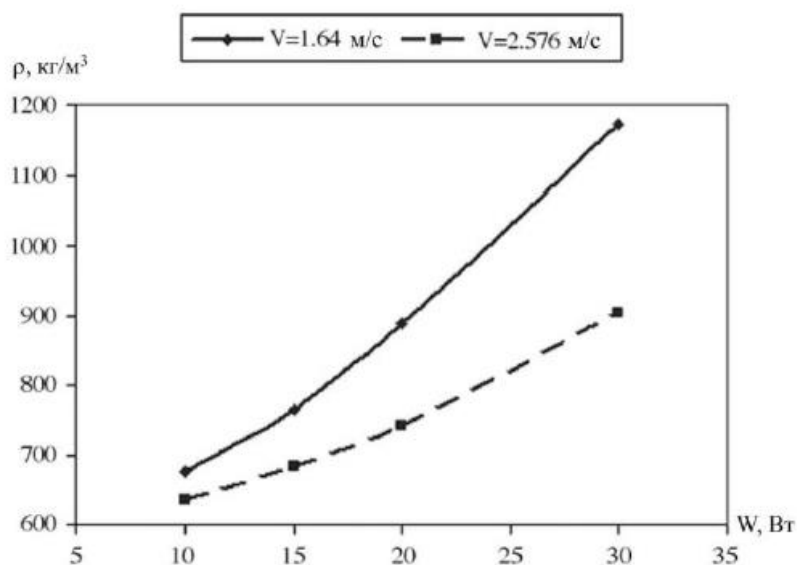


Figure 1.2 Dependence of the density of sintered materials on laser power for different scanning rates [23].

As the simulation results [23] show, an increase in the power of laser radiation affects the depth of sintering of the polycarbonate powder. This effect is accompanied by an increase in temperature on the surface of the material, which can lead to chemical destruction, i.e. Degradation of the sintered material. Therefore, the power of the laser beam must be chosen so that the material does not degrade.

The presented model [23] was successfully implemented for the modeling of selective laser sintering, it used the heat transfer equation for the sintered powder, the simulation was carried out using a three-dimensional finite element analysis, the heat source was modeled as a surface heat flux. The disadvantages of this model is that the change in the coefficient of thermal conductivity from the density of the material is not taken into account, the nature of the interaction of laser radiation with dispersed powders is not taken into account, since laser radiation penetrates deep into dispersed powders and the energy is absorbed in the volume of the powder.

6. Model of absorbing-scattering medium

The main operation of various additive forming processes is the action on the powder layer of the laser beam. The fall of the laser beam onto a layer of powder lying on a solid substrate is usually carried out along the normal to the surface. Laser radiation penetrates into the powder and delivers the energy directly into its volume. The radiation mechanism of energy transfer can become important due to the low thermal conductivity of the powder, and the spatial release of energy directly affects the local temperature field.

Laser processing raises questions concerning the distribution of the losses of the intensity of the incident laser radiation, the scattering and absorption in the powder, the uniformity of the energy release in the powder in depth, and the broadening of the spot relative to the incident laser beam. The reflection coefficient of the powder is directly related to the energy efficiency of the process. The depth and width of the laser energy release zone are directly related to the spatial energy distribution along the diameter of the laser beam.

A theoretical analysis of the laser radiation propagation equation revealed that laser radiation penetrates into the powder layer to some depth, in contrast to a continuous surface. The theoretically estimated penetration depth of laser radiation into powder was confirmed experimentally [27].

Analysis of the propagation of laser radiation in two-dimensional cylindrical geometry is given in [28]. The model with an axisymmetric laser beam incident on the powder layer along the normal is analyzed in a cylindrical coordinate system with the beam axis z directed along the normal to the upper surface of the powder layer. A layer of powder with opaque particles can be replaced by an equivalent homogeneous absorbing medium and describe the propagation of radiation in it. In this case, the radiation at some point of the powder layer with the coordinates (z, r) is characterized by the averaged intensity, where the unit vector in the direction of radiation propagation is given by the polar θ and the azimuthal angles φ . The azimuth angle is measured from the plane passing through the point and the z axis. In such coordinates, the laser radiation propagation equation will look like this:

$$\cos \theta \frac{\partial I}{\partial z} + \frac{\sin \theta}{r} \left\{ \cos \varphi \frac{\partial(rI)}{\partial r} - \frac{\partial(I \sin \varphi)}{\partial \varphi} \right\} = -\gamma I + \frac{\sigma}{2\pi} \int_0^\pi d\varphi' \int_{-1}^1 P(\theta, \varphi, \theta', \varphi') I(\theta', \varphi') d \cos \varphi'$$

where the extinction coefficient γ , the scattering coefficient σ , the scattering phase function $P(\Omega, \Omega')$ describing the intensity of radiation scattered in the direction of $\Omega'(\theta', \varphi')$ initially propagating in the direction $\Omega(\theta, \varphi)$ is the effective radiation characteristics of the powder layer [30].

The boundary condition on the surface of the powder layer $z = 0$ determines the intensity of the collimated radiation incident on the normal with the energy flux density: $Q_0(r)$:

$$I(\theta, \varphi) = \frac{Q_0}{2\pi} \delta(\cos \theta - 1), \theta < \frac{\pi}{2}$$

where δ is the Dirac delta function. On the surface of the substrate, a specular reflection with a coefficient p is assumed:

$$I(\theta, \varphi) = pI(\pi - \theta, \varphi), \theta < \frac{\pi}{2}$$

In accordance with the general theory of homogenization, the effective extinction coefficient of a statistically isotropic packed layer of opaque particles:

$$\gamma = \frac{S}{4f_0}, \quad S = \sum_{\alpha=1}^n S_{\alpha} f_{\alpha}, \quad S_{\alpha} = \frac{6}{D_{\alpha}}, \quad \gamma = \frac{3}{2} \frac{1-f_0}{f_0 D_{\alpha}}$$

where the last equation is written for the case of packed layers of monodisperse opaque spheres with $\alpha = 1$; S is the specific surface per unit volume of the layer, f_0 is the porosity, the volume fraction of the void, n is the number of types of particles in the opaque phase, S_{α} is the specific surface of the opaque phase, The volume fraction of the phase, and D_{α} is the diameter of the spherical fraction.

The effective scattering coefficient and the phase scattering function for a statistically isotropic one-component powder of opaque specularly reflecting particles are estimated as:

$$\frac{\sigma}{\gamma} = \rho_1 = \frac{1}{S} \sum_{\alpha=1}^n \rho_{\alpha} S_{\alpha} f_{\alpha}, \quad P = \frac{\rho_1'}{\rho_1}, \quad P \frac{\sigma}{\gamma} = \frac{1}{S} \sum_{\alpha=1}^n \rho_{\alpha}' S_{\alpha} f_{\alpha}$$

where ρ_1 is hemispherical, ρ_1' is the mirror reflection coefficient.

For such widely used metals as Fe, Al and Cu, as well as for many other highly reflective materials, the reflectance depends on the angle of incidence.

But assuming that the propagation of laser radiation in continuous media is simulated for a weak dependence of the specular reflection coefficient on the angle of incidence, we assume that the scattering phase functions will be weakly dependent on the scattering angle, with the exception of small angles, so the isotropic phase function $P = 1$ can be a good approximation.

The equation of radiation transfer is solved numerically by the method of discrete ordinates. The radiation propagation direction is given by the parameters $\mu = \cos\theta$ and φ , the region is divided into $N_{\mu} \times N_{\varphi}$ identical rectangular cells of size $\Delta\mu \times \Delta\varphi$, the transport equation is integrated over the cell.

The effect of radiation transfer on thermal processes is described by the radiation flux density Q with the components:

$$Q_z = 2 \int_0^\pi d\varphi \int_{-1}^1 I \cos \theta d \cos \theta, \quad Q_r = 2 \int_0^\pi \cos \varphi d\varphi \int_{-1}^1 I \sin \theta d \sin \theta,$$

and a volumetric heat source

$$U = -\text{div}Q$$

These parameters are obtained by processing a numerical solution of the laser radiation propagation equation. The attenuation coefficient is equal to the ratio of the radiation flux density through the surface to the density of the incident flux. In the limit of an optically thick layer

$$A = \frac{3a}{1+2a}, \quad a = \sqrt{1-\omega}$$

Where ω is the scattering albedo, the ratio of the light flux scattered by the planar surface element in all directions, to the flux incident on the element.

Numerical calculations of the radiation propagation equation for normal incidence and isotropic scattering have shown the high accuracy of this analytical solution, the damping coefficient of the optically thick powder layer depends only on the albedo and is independent of the morphology and density of the powder layer [30]. The attenuation coefficient can be directly expressed in terms of the hemispherical reflection coefficient or the damping coefficient of the solid phase:

$$A = \frac{3\sqrt{1-\rho_1}}{1+2\sqrt{1-\rho_1}}$$

Within the framework of the considered model of laser radiation energy propagation, the attenuation coefficient of an optically thick layer of opaque material powder is a universal function of the decay coefficient of the solid phase and is independent of the specific surface and porosity. The total damping coefficient of the system increases with the increase in the optical thickness of the layer and the damping coefficient of the solid phase. Radial transfer of radiant energy, arising from the scattering of incident laser radiation by the powder, can significantly reduce the energy release along the beam axis.

Thus, the analysis of the literature review revealed the following problems:

1. The quality of the parts produced is greatly influenced by such parameters as laser power, powder material, powder porosity;

2. Additive technologies, selective laser sintering and other processes for creating volume details are very sensitive to the choice of operating parameters of the process, but experimental studies are quite expensive and the range of permissible parameters is strictly individual for each specific material and morphology of the powder;

3. In a number of studies, the study does not take into account the change in the coefficient of thermal conductivity from porosity and the nature of the interaction of laser radiation with dispersed powders;

4. The problems concerning the distribution of losses of the intensity of the incident laser radiation, scattering and absorption in the powder, and the uniformity of the energy release in the powder in depth are poorly considered.

Приложение Б

Программа для одномерного приближения.

```

program simplest
implicit none
integer, parameter:: n=1000
real::
T(0:n),TN(0:n),alp(1:n),bet(1:n),X(0:n),
Heat(0:n),Losses(0:n)
real:: ku,h,tau
real::
tetA,tetB,FIA,FIB,U(0:n),W(0:n),T0,Tw
real::
time,wend,A,B,C,F,znam,Tmax,xmax,ka
p2,myu2,qs
real::
eps0,sigma,AA,V,q0,teplA,teplB,pLA,p
LB,cpA,cpB,hA,hB,KC,KL,Bsig
real:: Ls,no
integer:: jprint,i,j,jend,ns
character*15 rez
integer:: jw(20)
character*11 Txw(20)
character*2 dn(20)
data
dn/'01','02','03','04','05','06','07','08','09',&
'10','11','12','13','14','15','16','17','18','19','
20'/
!the properties are taken as
const:tetA=tetB=FIA-FIB=1
!however there is the possibility to take
into account
!the properties can change with the
temperature
!teplA,teplB,pLA,pLB,cpA,cpB -
"initial" properties
open(1,file='dann.dat')
read(1,*)teplA,teplB,cpA,cpB,plA,plB
read(1,*)hA,hB
read(1,*)Ls
read(1,*)no
read(1,*)q0,T0,TW,AA,V
read(1,*)eps0,sigma
read(1,*)tau
read(1,*)wend,jend
read(1,*)rez
read(1,*)jw
close(1)
do i=1,20
! files for space distributions of
concentrations for different time moment
Txw(i)='Tx'//dn(i)//'.dat'
end do
jprint=1
j=0
time=0.0
T=T0
TN=T0
Tmax=T0;Xmax=0.0
h=Ls/no
ku=teplA*tau/h**2/CPA/PLA
Bsig=sigma*eps0
KC=CPB*PLB/CPA/PLA
KL=TeplB/TeplA
!for constant ptoperties
tetA=1.
tetB=1.
FIA=1.
FIB=1.
ns=n-1
do i=0,n
X(i)=h*i
end do
open(2,file=rez)
do while (time.le.wend)
write(2,fmt=1)time,T(0),Tmax,Xmax
1 format(4(E15.7,2x))
j=j+1
time=tau*j
do i=0,n
HEAT(i)=(1.-0.2)*(1.-(2.*exp(-
5.0*hB)))*q0*exp(-((x(i)-
V*time)/AA)**2)

```

```

LOSSES(i)=Bsig*(T(i)**2-
TW**2)*(T(i)**2+TW**2)
U(i)=FIA+hB*KC*FIB/HA
W(i)=tetA+hB*KL*tetB/hA
end do
TN=T
!boundary condition
znam=U(0)+2.*ku*W(0)
alp(1)=2.*ku*W(0)/znam
qs=(Heat(0)-LOSSES(0))/hA/cpA/PLA
bet(1)=(U(0)*T(0)+tau*qs)/znam
!direct marching
do i=1,ns
A=(W(i-1)+W(i))*ku/2.
B=(W(i+1)+W(i))*ku/2.
C=U(i)+A+B
qs=(Heat(i)-LOSSES(i))/hA/cpA/PLA
F=T(i)*U(i)+tau*qs
znam=C-A*alp(i)
alp(i+1)=B/znam
bet(i+1)=(A*bet(i)+F)/znam
end do
znam=U(n)+2.*ku*W(n)
kap2=2.*ku*W(n)/znam
qs=(Heat(n)-LOSSES(n))/hA/cpA/PLA
myu2=(Tn(n)*U(n)+qs*tau)/znam
T(n)=(myu2+kap2*bet(n))/(1.-
kap2*alp(n))
!back marching
do i=ns,0,-1
T(i)=alp(i+1)*T(i+1)+bet(i+1)
end do
Tmax=T(0)
do i=1,n
if(T(i).ge.Tmax)then
Tmax=T(i)
xmax=X(i)
end if
end do
if(j.eq.jw(jprint))then
open(3,file=Txw(jprint))
write(3,fmt=2)(x(i),T(i),heat(i),Losses(i),
i=0,n)
write(*,*)time,T(0),T(n)
close(3)
jprint=jprint+1
end if
if(jprint.gt.jend)then
write(*,*)'jprint>jend'
stop
end if
if (T(n-10).ge.(T0*1.05)) then
write(*,*)'end of the plate'
stop
end if
end do
2 format(4(E15.7,2x))
stop
end

```

Программа для двумерного приближения.

```

program simplest
implicit none
integer, parameter:: n=1000,m=600
real::
T(0:n,0:m),TN(0:n,0:m),alpX(1:n),betX(
1:n),alpY(1:m),betY(1:m)
real:: X(0:n),Y(0:m)
real:: kuYA,kuYB,kuA,kuB,h,tau,hA,hB
real:: T0,Tw
real::
time,wend,A,B,C,F,Tmax,xmax,ymax,ka
p2,myu2
real::
eps0,sigma,AA,V,q0,teplA,teplB,pLA,p
LB,cpA,cpB
real:: f0,sigB
real:: s,e1,e2
real:: Ls,La,Lb
integer:: mA,mB
integer:: jprint,i,k,j,jend
character*15 rez
integer:: jw(20)
character*11 Txx(20)
character*11 Tyy(20)
character*12 Txy(20)
character*2 dn(20)
data
dn/'01','02','03','04','05','06','07','08','09',&
'10','11','12','13','14','15','16','17','18','19','
20'/
open(1,file='dann.dat')
read(1,*)teplA,teplB,cpA,cpB,plA,plB
read(1,*)La,Lb
read(1,*)Ls
read(1,*)mA,mB
read(1,*)q0,T0,TW,AA,V
read(1,*)eps0,sigma
read(1,*)f0,sigB
read(1,*)tau
read(1,*)wend,jend
read(1,*)rez
read(1,*)jw
close(1)

do i=1,20
! files for space distributions of
concentrations for different time moment
Txx(i)='Tx'//dn(i)//'.dat'
end do
do k=1,20
Tyy(k)='Ty'//dn(k)//'.dat'
end do
do k=1,20
Txy(k)='Txy'//dn(k)//'.dat'
end do
jprint=1
j=0
time=0.0
T=T0
TN=T0
Tmax=T0;Xmax=0.0;Ymax=0.0
h=Ls/n
hA=La/mA
hB=Lb/mB

!write(*,*)'hA=La/mA=',hB=Lb/mB=',hA
,hB
!stop

e1=teplA/CPA/PLA
e2=teplB/CPB/PLB
kuYA=e1*tau/hA**2
kuYB=teplB*tau/hB**2/(CPB*PLB*0.5
5)
kuA=e1*tau/h**2
kuB=teplB*tau/h**2/(CPB*PLB*0.55)
s=(CPB*PLB*0.55)*hB/(CPA*PLA*hA
)

!for constant properties

do i=0,n
X(i)=h*i
end do

```

```

do k=0,m
  if(k.le.mB)then
    Y(k)=hB*k
  else
    Y(k)=Lb+hA*(k-mB)
  end if
end do

open(2,file=rez)
do while (time.le.wend)
write(2,fmt=1)time,T(0,0),Tmax,Xmax,
Ymax
1 format(5(E15.7,2x))
j=j+1
time=tau*j
TN=T

  !sweep the X-axis
do k=0,m
  if(k.lt.mB)then
    !first boundary condition
    alpX(1)=(2.0*kuB)/(1.0+(2.0*kuB))
    betX(1)=TN(0,k)/(1.0+(2.0*kuB))

!cycle
do i=1,n-1
  A=kuB
  B=kuB
  C=(2.0*kuB)+1.0
  F=TN(i,k)+sigB*(1.-f0)*exp(-
sigB*y(k))*q0*tau*exp(-((x(i)-
V*time)/AA)**2)/2.0
  alpX(i+1)=B/(C-A*alpX(i))
  betX(i+1)=(A*betX(i)+F)/(C-
A*alpX(i))
end do

    !second boundary condition
    kap2=(-2.*kuB)/(1.-(2.*kuB))
    myu2=(TN(n,k)+sigB*(1.-f0)*exp(-
sigB*y(k))*q0*tau*exp(-((x(i)-
V*time)/AA)**2)/2./((CPB*PLB*0.55)))/(
1.-2.*kuB)

    T(n,k)=(myu2+kap2*betX(n))/(1.-
kap2*alpX(n))
  end if

  if(k.gt.mB)then
    !first boundary condition
    alpX(1)=(2.*kuA)/(1.+(2.*kuA))
    betX(1)=TN(0,k)/(1.+(2.*kuA))

!cycle
do i=1,n-1
  A=kuA
  B=kuA
  C=(2.*kuA)+1.
  F=TN(i,k)
  alpX(i+1)=B/(C-A*alpX(i))
  betX(i+1)=(A*betX(i)+F)/(C-
A*alpX(i))
end do

    !second boundary condition
    kap2=(-2.*kuA)/(1.-(2.*kuA))
    myu2=TN(n,k)/(1.-(2.*kuA))
    T(n,k)=(myu2+kap2*betX(n))/(1.-
kap2*alpX(n))
  end if

  !back marching
  do i=n-1,0,-1
    T(i,k)=alpX(i+1)*T(i+1,k)+betX(i+1)
  end do
end do
do i=0,n
  T(i,mB)=(T(i,mB-
1)+T(i,mB+1))/2
end do

!sweep the Y-axis
do i=0,n
  !first boundary condition
  alpY(1)=(2.0*kuYA)/(1.0+(2.0*kuYA))
  betY(1)=T(i,0)/(1.0+(2.0*kuYA))

```

```

!cycle
do k=1,m-1
  if(k.lt.mB)then
    A=kuYA
    B=kuYA
    C=2.*kuYA+1.
    F=T(i,k)
  end if

  if(k.gt.mB)then
    A=kuYB
    B=kuYB
    C=(2.*kuYB)+1.
    F=T(i,k)+sigB*(1.-f0)*exp(-
sigB*y(k))*q0*tau*exp(-((x(i)-
V*time)/AA)**2)/(CPB*PLB*0.55)/2.
  end if
  if(k.eq.mB)then
    A=2.*tau*e1/hA**2
    B=2.*tau*e2*s/hB**2
    C=1.+2.*tau*e1/hA**2+s*(1.+2.*tau*e2
/hB**2)
    F=T(i,k)*(1+s)+tau*hB*sigB*(1.-
f0)*exp(-sigB*hB)*q0*exp(-((x(i)-
V*time)/AA)**2)/2./CPA/PLA/hA
  end if
  alpY(k+1)=B/(C-A*alpY(k))
  betY(k+1)=(A*betY(k)+F)/(C-
A*alpY(k))
end do

!second boundary condition
kap2=(-2.*kuYB)/(1.-(2.*kuYB))
myu2=T(i,m)/(1.-(2.*kuYB))
T(i,m)=(myu2+kap2*betY(m))/(1.0-
kap2*alpY(m))

!back marching
do k=m-1,0,-1
T(i,k)=alpY(k+1)*T(i,k+1)+betY(k+1)
end do

end do
Tmax=T(0,0)
do k=0,m
do i=0,n
if(T(i,k).ge.Tmax)then
Tmax=T(i,k)
xmax=x(i)
ymax=y(k)
end if
end do
end do
if(j.eq.jw(jprint))then
open(3,file=Txw(jprint))
write(3,fmt=2)(x(i),T(i,0),i=0,n)
write(*,*)time,T(0,0),T(n,0)
close(3)
open(4,file=Tyw(jprint))
write(4,fmt=2)(y(k),T(0,k),k=0,m)
write(*,*)time,T(0,0),T(0,m)
close(4)
open (5,file=Txyw(jprint))
do k=0,m
write(5,fmt=5)(x(i),y(k),T(i,k),i=0,n)
end do
close(5)
jprint=jprint+1
end if
if(jprint.gt.jend)then
write(*,*)'jprint>jend'
stop
end if
if (T(n-10,mB).ge.(T0*2.05)) then
write(*,*)'end of the plate'
stop
end if
end do
2 format(2(E15.7,2x))
5 format(3(E15.7,2x))
stop
end

```

Программа для двумерного приближения с усадкой порошкового слоя.

```

program simplest
implicit none
integer, parameter::
n=3000,m=300,mA=200,mB=100
    !mA+mB=m; number of points in
materials A and B
real::
T(0:n,0:m),TN(0:n,0:m),alpX(1:n),betX(
1:n),alpY(1:m),betY(1:m)
real::
X(0:n),YA(0:mA),YB(0:n,0:mB),YBnew
(0:mB),teta(0:n,0:mB)
! points YB are determined only in A;
points YB are determined only in B
! YBnew(0:mB) - are the points in B in
new coordinate system
real::
kuYA,kuYB,kuA,kuB,h,tau,hA,hB,alf
!tau,hA,hB - time and spatial steps
real:: T0,Tw,TA,TB,Tcr
real::
time,wend,A,B,C,F,Tmax,xmax,ymax,ka
p2,myu2,Q,W
real::
eps0,sigma,AA,V,q0,teplA,teplB,pLA,p
LB,cpA,cpB,CVB
!teplA,teplB,pLA,pLB,cpA,cpB - are
thermal physical properties
real:: f0,sigB,teta0
real:: s,e1,e2
real:: Ls,La,Lb(0:n),Lb0
real:: U
integer:: jprint,i,k,j,jend
character*15 rez
integer:: jw(10)
character*11 Txw(10)
character*11 Tyw(10)
character*12 Txyw(10)
character*2 dn(10)
data
dn/'01','02','03','04','05','06','07','08','09',&
'10'/
open(1,file='dann.dat')
read(1,*)teplA,teplB,cpA,cpB,pLA,pLB
read(1,*)La !thickness of A
read(1,*)Lb0 !initial thickness of B
read(1,*)Ls !thickness in the direction of
X
read(1,*)q0,T0,TW,AA,V
read(1,*)alf
read(1,*)teta0 !initial porosity value
read(1,*)TA,TB
read(1,*)eps0,sigma
read(1,*)f0,sigB
read(1,*)tau
read(1,*)wend,jend
read(1,*)rez
read(1,*)jw
close(1)

do i=1,10
! files for space distributions of
concentrations for different time moment
Txw(i)='Tx'//dn(i)//'.dat'
end do
do k=1,10
Tyw(k)='Ty'//dn(k)//'.dat'
end do
do k=1,10
Txyw(k)='Txy'//dn(k)//'.dat'
end do
jprint=1
j=0
time=0.0
T=T0
TN=T0
teta=teta0
Tmax=T0;Xmax=0.0;Ymax=0.0
h=Ls/n !step by X
hA=La/mA !step by A
hB=1./mB !step by B
Lb=Lb0 !thickness by B

```

!if porosity is constant, properties does not change;
!in opposite case we must introduce the massives for thermal physical properties!

```
CVB=CPB*PLB*(1.-teta0)
e1=teplA/CPA/PLA
e2=teplB/CVB
kuYA=e1*tau/hA**2
kuYB=e2*tau/hB**2
kuA=e1*tau/h**2
kuB=e2*tau/h**2
s=CVB*hB/(CPA*PLA*hA)
```

```
!for constant properties
do i=0,n
  X(i)=h*i
end do
```

```
do k=0,mA
  YA(k)=-hA*k
end do
```

```
do k=0,mB
  YBnew(k)=hB*k
end do
```

```
open(2,file=rez)
do while (time.le.wend)
write(2,fmt=5)time,T(0,0),Tmax,Xmax,
Ymax
1 format(5(E15.7,2x))
j=j+1
time=tau*j
TN=T
```

```
!sweep the X-axis
do k=0,m
```

```
if(k.lt.mA)then
! the area A
!first boundary condition
alpX(1)=2.*kuA/(1.+2.*kuA)
betX(1)=TN(0,k)/(1.+2.*kuA)
```

```
!cycle
do i=1,n-1
  A=kuA
  B=kuA
  C=2.*kuA+1.
  F=TN(i,k)
  alpX(i+1)=B/(C-A*alpX(i))
  betX(i+1)=(A*betX(i)+F)/(C-
A*alpX(i))
end do

!second boundary condition
kap2=2.*kuA/(1.+2.*kuA)
myu2=TN(n,k)/(1.+2.*kuA)
T(n,k)=(myu2+kap2*betX(n))/(1.-
kap2*alpX(n))
!back marching for each k
do i=n-1,0,-1
T(i,k)=alpX(i+1)*T(i+1,k)+betX(i+1)
end do
end if
```

```
if((k.gt.mA).and.(k.lt.m))then
!the area B
!first boundary condition
alpX(1)=2.0*kuB/(1.0+2.0*kuB)
betX(1)=TN(0,k)/(1.0+2.0*kuB)
```

```
!cycle
do i=1,n-1
  A=kuB
  B=kuB
  C=2.0*kuB+1.0
  F=TN(i,k)+sigB*(1.-f0)*exp(-
sigB*LB(i)*(1.-YBnew(k-
mA)))*q0*tau*exp(-((x(i)-
V*time)/AA)**2)/2.0
  alpX(i+1)=B/(C-A*alpX(i))
  betX(i+1)=(A*betX(i)+F)/(C-
A*alpX(i))
end do
```

```

!second boundary condition
kap2=2.*kuB/(1.-2.*kuB)
myu2=(TN(n,k)+sigB*(1.-f0)*exp(-
sigB*LB(n)*(1.-YBnew(k-
mA))))*q0*tau*exp(-((x(n)-
V*time)/AA)**2)/2./CVB)/(1.-2.*kuB)
T(n,k)=(myu2+kap2*betX(n))/(1.-
kap2*alpX(n))
!back marching for each k
do i=n-1,0,-1

T(i,k)=alpX(i+1)*T(i+1,k)+betX(i+1)
end do
end if

end do
! points in the interface, y=0
do i=0,n
T(i,mB)=(T(i,0)+T(i,0))/2
end do

```

```

!sweep the Y-axis
do i=0,n
!first boundary condition; we start
from Y=-LA
alpY(1)=2.0*kuYA/(1.0+2.0*kuYA)
betY(1)=T(i,0)/(1.0+2.0*kuYA)

```

```

!cycle
do k=1,m-1

if(k.lt.mA)then
!area A
A=kuYA
B=kuYA
C=2.*kuYA+1.
F=T(i,k)
end if

```

```

if(k.eq.mA)then
! interface
A=2.*tau*e1/hA**2
B=2.*tau*e2*s/hB**2

```

```

C=1.+2.*tau*e1/hA**2+s*(LB(i)+2.*tau
*e2/hB**2)

```

```

F=T(i,k)*(1.+s*LB(i))+tau*hB*LB(i)*si
gB*(1.-f0)*exp(-sigB*LB(i)*(1.-
YBnew(k-mA))))*q0*exp(-((x(i)-
V*time)/AA)**2)/2./CPA/PLA/hA
end if

```

```

if((k.gt.mA).and.(k.lt.m))then
!in area B
A=kuYB/LB(i)**2
B=kuYB/LB(i)**2
C=2.*kuYB/LB(i)**2+1.
F=T(i,k)+exp(-sigB*LB(i)*(1.-
YBnew(k-mA))))*sigB*(1.-
f0)*q0*tau*exp(-((x(i)-
V*time)/AA)**2)/CVB/2.
end if

```

```

alpY(k+1)=B/(C-A*alpY(k))
betY(k+1)=(A*betY(k)+F)/(C-
A*alpY(k))
end do

```

```

!second boundary condition

```

```

kap2=(2.*kuYB/LB(i)**2)/(1.+(2.*kuY
B/LB(i)**2))
myu2=(T(i,m)+(tau*sigB*(1.-
f0)*q0*exp(-sigB*LB(i)*(1.-YBnew(k-
mA))))*exp(-((x(i)-
V*time)/AA)**2)/CVB/2))/(1.+(2.*kuY
B/LB(i)**2))
T(i,m)=(myu2+kap2*betY(m))/(1.0-
kap2*alpY(m))

```

```

!back marching
do k=m-1,0,-1

```

```

T(i,k)=alpY(k+1)*T(i,k+1)+betY(k+1)
end do

```



```

end do

do i=0,n
  Tcr=(T(i,0)+T(0,mB))/2.
  if ((Tcr.gt.TA).and.(Tcr.lt.TB)) then
    LB(i)=LB(i)*(1.-alf*((Tcr-TA)/(TB-
TA))**2)
  end if
end do

do k=0,mB
  do i=0,n
    YB(i,k)=LB(i)*YBnew(k) !YB are
determined in B only
  end do
end do

Tmax=T(0,0)
do k=0,mB
  do i=0,n
    if(T(i,k).ge.Tmax)then
      Tmax=T(i,k)
      xmax=x(i)
      ymax=YB(i,k)
    end if
  end do
end do

if(j.eq.jw(jprint))then
  open(3,file=Txw(jprint))

write(3,fmt=5)(x(i),T(i,0),LB(i),i=0,n)
write(*,*)time,T(0,0),T(n,0)
close(3)
open(4,file=Tyw(jprint))
write(4,fmt=5)(YB(0,k-
mA),T(0,k),k=mA,m)
write(*,*)time,T(0,0),T(0,mB)
close(4)
open (5,file=Txyw(jprint))
do k=0,mB

write(5,fmt=5)(x(i),YB(i,k),T(i,k+mA),i
=0,n)
end do
close(5)
jprint=jprint+1
end if
if(jprint.gt.jend)then
write(*,*)'jprint>jend'
stop
end if
if (T(n-10,mB).ge.(T0*3.05)) then
write(*,*)'end of the plate'
stop
end if
end do
2 format(2(E15.7,2x))
5 format(3(E15.7,2x))
stop
end

```