

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт Кибернетики

Направление подготовки 27.04.01 Стандартизация и метрология

Кафедра Систем управления и мехатроники

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема работы	
Реализация метода дифференциально- тейлоровских преобразований в графической среде LabVIEW	

УДК 517.518.15:004.415.2

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8ГМ51	Шахова Елизавета Александровна		

Руководитель

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор каф. СУМ	Стукач Олег Владимирович	д.т.н., профессор		

КОНСУЛЬТАНТЫ:

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент каф. менеджмента	Конотопский Владимир Юрьевич	к.э.н., доцент		

По разделу «Социальная ответственность»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент каф. ЭБЖ	Извеков Владимир Николаевич	к.т.н., доцент		

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ:

Зав. кафедрой	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Зав. кафедрой СУМ	Губин Владимир Евгеньевич	к.т.н., доцент		

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ООП

Код результата	Результат обучения (выпускник должен быть готов)
<i>Профессиональные компетенции</i>	
P1	применять современные базовые и специальные естественнонаучные, математические и инженерные знания для решения инновационных задач метрологического обеспечения, контроля качества, технического регулирования и проверки соответствия с использованием современных технологий, и учитывать в своей деятельности экономические, экологические аспекты и вопросы энергосбережения.
P2	выполнять работы по метрологическому обеспечению и техническому контролю, проводить анализ состояния и динамики метрологического и нормативного обеспечения производства, производить оценку качества измерений, контроля и испытаний, проводить работы по автоматизации измерений и контроля в производстве и научных исследованиях.
P3	выполнять работы в области стандартизации и сертификации: выполнять разработку и экспертизу новых технических регламентов и другой нормативной документации, разрабатывать процедуры оценки соответствия, поддерживать единое информационное пространство планирования и управления предприятием на всех этапах жизненного цикла изделий.
P4	выполнять работы в области контроля и управления качеством: исследовать причины появления некачественной продукции, разрабатывать предложения по предупреждению и устранению причин брака, осуществлять приемочный и выходной контроль продукции, а также контроль производства на основе современных технических средств.
P5	использовать базовые знания в области экономики, проектного менеджмента и практики ведения бизнеса, в том числе менеджмента рисков и изменений, для ведения инновационной инженерной деятельности; организовывать работы по защите объектов интеллектуальной собственности и коммерциализации прав на них, проводить технико-экономический анализ по проектам связанным с метрологическим обеспечением производства.
<i>Универсальные компетенции</i>	
P6	использовать базовые знания в области экономики, проектного менеджмента и практики ведения бизнеса, в том числе менеджмента рисков и изменений, для ведения инновационной инженерной деятельности; организовывать работы по защите объектов интеллектуальной собственности и коммерциализации прав на них, проводить технико-экономический анализ по проектам связанным с метрологическим обеспечением производства.
P7	эффективно работать индивидуально, в качестве члена команды по междисциплинарной тематике, а также руководить командой, принимать исполнительские решения в условиях спектра мнений, определять порядок работ, демонстрировать ответственность за результаты работы
P8	владеть иностранным языком на уровне, позволяющем работать в интернациональной среде, разрабатывать документацию, презентовать и защищать результаты инженерной деятельности
P9	ориентироваться в вопросах безопасности и здравоохранения, юридических и исторических аспектах, а так же различных влияниях инженерных решений на социальную и окружающую среду
P10	следовать кодексу профессиональной этики, ответственности и нормам инженерной деятельности, проявлять гражданскую позицию, направленную на его совершенствование.

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт Кибернетики

Направление подготовки 27.04.01 Стандартизация и метрология

Кафедра Систем управления и мехатроники

УТВЕРЖДАЮ:

Зав. Кафедрой

Губин В.Е.

(Подпись) (Дата)

ЗАДАНИЕ
на выполнение выпускной квалификационной работы

В форме:

магистерской диссертации

(бакалаврской работы, дипломного проекта/работы, магистерской диссертации)

Студенту:

Группа	ФИО
8ГМ51	Шаховой Елизавете Александровне

Тема работы:

Реализация метода дифференциально-тейлоровских преобразований в графической среде LabVIEW	
Утверждена приказом директора (дата, номер)	№ 1653/с от 13.03.2017

Срок сдачи студентом выполненной работы:	21.06.2017 г.
--	---------------

ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ:

Исходные данные к работе <i>(наименование объекта исследования или проектирования; производительность или нагрузка; режим работы (непрерывный, периодический, циклический и т. д.); вид сырья или материал изделия; требования к продукту, изделию или процессу; особые требования к особенностям функционирования (эксплуатации) объекта или изделия в плане безопасности эксплуатации, влияния на окружающую среду, энергозатратам; экономический анализ и т. д.).</i>	Разработка операторного метода дифференциально-тейлоровских преобразований
---	---

Перечень подлежащих исследованию, проектированию и разработке вопросов <i>(аналитический обзор по литературным источникам с целью выяснения достижений мировой науки техники в рассматриваемой области; постановка задачи исследования, проектирования, конструирования; содержание процедуры исследования, проектирования, конструирования; обсуждение результатов выполненной работы; наименование дополнительных разделов, подлежащих разработке; заключение по работе).</i>	аналитический обзор существующих операторных методов; реализация метода дифференциально-тейлоровских преобразований; оценка погрешности восстановления сигналов.
Перечень графического материала <i>(с точным указанием обязательных чертежей)</i>	Презентация работы
Консультанты по разделам выпускной квалификационной работы <i>(с указанием разделов)</i>	
Раздел	Консультант
Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	Конотопский В.Ю.
Социальная ответственность	Извеков В.Н.
Названия разделов, которые должны быть написаны на русском и иностранном языках:	
Общие сведения об операционном исчислении	

Дата выдачи задания на выполнение выпускной квалификационной работы по линейному графику	15.02.2017 г.
--	---------------

Задание выдал руководитель:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор каф. СУМ	Стукач О.В.	д.т.н., профессор		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8ГМ51	Шахова Елизавета Александровна		

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт Кибернетики

Направление подготовки 27.04.01 Стандартизация и метрология

Уровень образования магистратура

Кафедра Систем управления и мехатроники

Период выполнения весенний семестр 2016/2017 учебного года

Форма представления работы:

магистерская диссертация

(бакалаврская работа, дипломный проект/работа, магистерская диссертация)

**КАЛЕНДАРНЫЙ РЕЙТИНГ-ПЛАН
выполнения выпускной квалификационной работы**

Срок сдачи студентом выполненной работы:	21.06.2017 г.
--	---------------

Дата контроля	Название раздела (модуля) / вид работы (исследования)	Максимальный балл раздела (модуля)
15.02.17	Постановка целей и задач, получение исходных данных, составление и утверждение ТЗ, подбор и изучение материалов по тематике	10 баллов
15.03.17	Обзор литературы и существующих операторных методов	15 баллов
01.04.17	Реализация метода дифференциально-тейлоровских преобразований	15 баллов
01.05.17	Оценивание погрешности результатов	20 баллов
15.05.17	Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	15 баллов
20.05.17	Социальная ответственность	15 баллов
29.05.17	Раздел ВКР, выполненный на иностранном языке	10 баллов

Составил преподаватель:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор каф. СУМ	Стукач О.В.	д.т.н., профессор		

СОГЛАСОВАНО:

Зав. кафедрой	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Зав. кафедрой СУМ	Губин В.Е.	к.т.н., доцент		

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА «ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ, РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТЬ И РЕСУРСОСБЕРЕЖЕНИЕ»

Студенту:

Группа	ФИО
8ГМ51	Шаховой Елизавете Александровне

Институт	Кибернетики	Кафедра	Систем управления и мехатроники
Уровень образования	магистратура	Направление/специальность	27.04.01 «Стандартизация и метрология»

Исходные данные к разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»:

1. Стоимость ресурсов научного исследования (НИ): материально-технических, энергетических, финансовых, информационных и человеческих	Должностные оклады, ставки социального налога, тарифы на электроэнергию и т.д.
2. Нормы и нормативы расходования ресурсов	-
3. Используемая система налогообложения, ставки налогов, отчислений, дисконтирования и кредитования	Ставка НДС

Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:

1. Оценка коммерческого и инновационного потенциала НТИ	Коммерческий потенциал
2. Разработка устава научно-технического проекта	-
3. Планирование процесса управления НТИ: структура и график проведения, бюджет, риски и организация закупок	✓
4. Определение <u>ресурсной</u> , финансовой, экономической эффективности	✓

Перечень графического материала (с точным указанием обязательных чертежей):

1. «Портрет» потребителя результатов НТИ
2. Сегментирование рынка
3. Оценка конкурентоспособности технических решений
4. Диаграмма FAST
5. Матрица SWOT
6. <u>График проведения и бюджет НТИ</u> ✓
7. <u>Оценка ресурсной, финансовой и экономической эффективности НТИ</u> ✓
8. Потенциальные риски

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	
--	--

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент каф. менеджмента	В. Ю. Конотопский	к.э.н., доцент		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8ГМ51	Е. А. Шахова		

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА «СОЦИАЛЬНАЯ ОТВЕТСТВЕННОСТЬ»

Студенту:

Группа	ФИО
8ГМ51	Шаховой Елизавете Александровне

Институт	Кибернетики	Кафедра	Систем управления и мехатроники
Уровень образования	магистратура	Направление/специальность	27.04.01 «Стандартизация и метрология»

Исходные данные к разделу «Социальная ответственность»:

1. Характеристика объекта исследования (вещество, материал, прибор, алгоритм, методика, рабочая зона) и области его применения	Реализация метода дифференциально-тейлоровских преобразований в графической среде LabVIEW
--	---

Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:

1. Производственная безопасность 1.1. Анализ выявленных вредных факторов при разработке и эксплуатации проектируемого решения в следующей последовательности: – физико-химическая природа вредности, её связь с разрабатываемой темой; – действие фактора на организм человека; – приведение допустимых норм с необходимой размерностью (со ссылкой на соответствующий нормативно-технический документ); – предлагаемые средства защиты; – (сначала коллективной защиты, затем – индивидуальные защитные средства). 1.2. Анализ выявленных опасных факторов при разработке и эксплуатации проектируемого решения в следующей последовательности: – механические опасности (источники, средства защиты); – термические опасности (источники, средства защиты); – электробезопасность (в т.ч. статическое электричество, молниезащита – источники, средства защиты); – пожаровзрывобезопасность (причины, профилактические мероприятия, первичные средства пожаротушения).	– Температура; – Влажность и скорость движения воздуха; – Зрительное напряжение; – Естественное и искусственное освещение; – Шум. – Электромагнитные излучения; – Электрический ток
2. Экологическая безопасность: – защита селитебной зоны – анализ воздействия объекта на атмосферу (выбросы); – анализ воздействия объекта на гидросферу (сбросы); – анализ воздействия объекта на литосферу (отходы); – разработать решения по обеспечению экологической безопасности со ссылками на НТД по охране окружающей среды.	– анализ воздействия объекта ВКР и области его использования на ОС; – разработка решений по обеспечению экологической безопасности

3. Безопасность в чрезвычайных ситуациях: – перечень возможных ЧС при разработке и эксплуатации проектируемого решения; – выбор наиболее типичной ЧС; – разработка превентивных мер по предупреждению ЧС; – разработка действий в результате возникшей ЧС и мер по ликвидации её последствий.	Выбор и описание возможных ЧС; типичная ЧС – пожар. – разработка превентивных мер по предупреждению ЧС; – разработка действий в результате возникшей ЧС и мер по ликвидации её последствий.
4. Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности: – специальные (характерные при эксплуатации объекта исследования, проектируемой рабочей зоны) правовые нормы трудового законодательства; – организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны.	– специальные правовые нормы трудового законодательства; – организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны метролога.

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	
---	--

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
доцент	Извеков В.Н.	к.т.н., доцент		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8ГМ51	Шахова Е.А.		

Реферат

Выпускная квалификационная работа 87 с., 15 рисунков, 3 таблицы, 13 источников, 3 приложения.

Ключевые слова: дифференциально-тейлоровские преобразования, системы дифференциальных уравнений, точность.

Объектом исследования являются дифференциально-тейлоровские преобразования.

Цель работы – реализация метода дифференциально-тейлоровских преобразований в графической среде NI LabVIEW.

В процессе исследования проводился анализ существующих операторных методов.

В результате исследования был реализован метод для работы с зашумленными данными и данными, представленными таблицами собственных значений.

Основные конструктивные, технологические и технико-эксплуатационные характеристики: метод реализован на визуальном языке программирования G в графической среде National Instruments LabVIEW.

Область применения: математическое моделирование реальных физических систем.

Содержание	с.
Введение	12
1 Операционное исчисление	14
1.1 Развитие идей операционного исчисления	14
1.2 Общие сведения об операционном исчислении	23
1.2.1 Основные понятия	28
1.2.2 Свойства дифференциального преобразования	31
1.2.3 Пример использования дифференциально-тейлоровского преобразования	33
1.2.4 Определение ДТ-изображений оригиналов, задаваемых таблицами и графиками	34
2 Проблематика метода дифференциально-тейлоровских преобразований	38
2.1 Актуальность проблемы	38
2.2 Понятие о некорректно поставленных задачах	39
3 Реализация на платформе NI LabVIEW	42
3.1 Реализация программы в среде разработки National Instruments LabVIEW	42
3.1.1 Восстановление экспоненциальной функции-оригинала	44
3.1.2 Восстановление синусоидальной функции-оригинала	48
3.2 Восстановление функции-оригинала при внесении аддитивного шума	50
3.3 Восстановление функции, заданной таблицей	51
4 Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	56
4.1 Организация и планирование работ	56
4.1.1 Продолжительность этапов работ	57
4.1.2 Расчет накопления готовности проекта	61
4.2 Расчет сметы затрат на выполнение проекта	61
4.2.1 Расчет затрат на материалы	62
4.2.2 Расчет заработной платы	62
4.2.3 Расчет затрат на социальный налог	63
4.2.4 Расчет затрат на электроэнергию	63
4.2.5 Расчет амортизационных расходов	64
4.2.6 Расчет расходов, учитываемых непосредственно на основе платежных (расчетных) документов (кроме суточных)	64
4.2.7 Расчет прочих расходов	64
4.2.8 Расчет общей себестоимости разработки	65
4.2.9 Расчет прибыли	65
4.2.10 Расчет НДС	65
4.2.11 Цена разработки НИР	66
4.3 Оценка экономической эффективности проекта	66

4.3.1 Оценка научно-технического уровня НИР	66
5 Социальная ответственность	69
5.1 Производственная безопасность	70
5.1.1 Анализ вредных и опасных факторов, которые может создать объект исследования	70
5.1.2 Обоснование мероприятий по защите персонала предприятия от действия опасных и вредных факторов (техника безопасности и производственная санитария)	71
5.2 Экологическая безопасность	78
5.2.1 Анализ влияния объекта на окружающую среду	78
5.2.2 Анализ влияния процесса эксплуатации объекта на окружающую среду и меры по защите окружающей среды	79
5.3 Безопасность в чрезвычайных ситуациях	79
5.3.1 Анализ вероятных ЧС, которые может инициировать объект исследования	79
5.3.2 Анализ причин, которые могут вызвать ЧС на производстве при внедрении объекта исследования	80
5.3.3 Обоснование мероприятий по предотвращению ЧС и разработка порядка действий в случае возникновения ЧС	80
5.4 Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности	81
5.4.1 Специальные правовые нормы трудового законодательства	81
5.4.2 Требования к рабочему месту при работе с ПЭВМ	82
Заключение	84
Список использованных источников	85
Приложение А Блок-схема программы, реализующей дифференциально-тейлоровское преобразование	88
Приложение Б Блок-схема программы, реализующей дифференциально-тейлоровское преобразование заданной таблично функции	889
Приложение В General information on operational calculus	900

Введение

В настоящее время в научно-технической сфере получение научно-обоснованных решений неразрывно связано с использованием методов математического моделирования и средств вычислительной техники. Замещение одних объектов другими обеспечивает сохранение основных свойств и особенностей замещаемых объектов при их анализе или синтезе.

Дифференциально-тейлоровские функциональные преобразования (далее – ДТ-преобразования) являются одним из инструментов математического моделирования физических систем. Перевод обычных математических описаний состояния объектов различной физической природы в область ДТ-изображений дает в руки исследователя алгебраизированные модели той же точности, что и исходные модели – оригиналы, и позволяет единообразно подходить к решению задач расчета не только линейных, но и нелинейных систем.

Но ДТ-преобразования при всех своих достоинствах имеют и ряд недостатков, что не дало им широкое распространение. К таким недостаткам относят недостаточно разработанную методику применения теории ДТ-преобразований, в связи с чем требуемую вычислительную работу эффективнее выполнять при помощи других методов. Не исследованным остаётся вопрос оценки погрешности решений, предварительного анализа интервала восстановления и количество членов степенного ряда, в виде которого восстанавливается оригинал, при заданной точности.

Основной задачей любой системы измерения является представление достоверных данных об измеряемом объекте, но также любые экспериментальные данные задачи характеризуются наличием шумов. По этой причине целью данной работы является реализация операторного метода ДТ-преобразований в обработке измерительной информации и зашумленных данных.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи:

1. аналитический обзор методов преобразования;
2. реализация метода ДТ-преобразований на основе инструментальной среды NI LabVIEW;
3. проведение оценки погрешности преобразования.

1Операционное исчисление

Операционное исчисление представляет собой совокупность методов прикладного математического анализа, которые позволяют наиболее простым, экономным и непосредственно ведущим к цели способом находить решения линейных дифференциальных уравнений (обыкновенных и с частными производными), а также разностных, дифференциально-разностных и некоторых типов интегральных уравнений. Известно, что именно эти задачи наиболее часто возникают в самых разнообразных технических вопросах.

Построение операционного исчисления в настоящее время базируется на идее функционального преобразования: рассматриваются функции вещественного переменного t , определенные при положительных значениях аргумента; этим “начальным функциям”, или “оригиналам”, с помощью линейного интегрального преобразования сопоставляют функции другого переменного p , называемые “изображениями”. Указанное преобразование “оригинал-изображение” можно осуществить так, чтобы операциям дифференцирования и интегрирования начальных функций соответствовали алгебраические операции в области изображений. Это позволяет находить с помощью простейших алгебраических действий изображения решений предложенных дифференциальных уравнений (или аналогичных задач); остающаяся часть задачи – разыскание соответствующей начальной функции, т. е. самого решения, может быть во многих случаях непосредственно доведена до конца с помощью “каталога” изображений наиболее часто встречающихся функций и некоторых простых правил. В более сложных задачах приходится прибегнуть к обратному функциональному преобразованию “изображение-оригинал”.

1.1 Развитие идей операционного исчисления

История операционного исчисления ведет свое начало от одного из великих соперников по разработке анализа бесконечно малых – от Лейбница. В одной из статей, посвященных некоторым задачам

дифференциального исчисления, Лейбниц указал, что n -й дифференциал произведения двух чисел по форме выражения подобен n -й степени бинома. Действительно,

$$d^n uv = v d^n u + \binom{n}{1} dv d^{n-1} u + \dots + u d^n v \quad (1.1)$$

Эта аналогия непосредственно следует из теоремы о бинOME, если оператор d представить в виде суммы $d = d_u + d_v$:

$$(d_u + d_v)^n uv = v d^n u + \binom{n}{1} dv d^{n-1} u + \dots + u d^n v \quad (1.2)$$

Далее сравниваются выражения (1.1) и (1.2). На эту аналогию Лейбниц указывал в письмах И. Бернулли [12], а также в одном из своих мемуаров [13]. И. Бернулли показал, что в определенных случаях с помощью этой аналогии по заданному дифференциалу можно найти интеграл. Развивая далее свою мысль, Лейбниц заметил, что подобная аналогия существует также между отрицательными степенями и интегралами.

Почти одновременно была высказана мысль о дробном показателе при дифференцировании. Я. Бернулли в одном из писем Лейбницу по вопросу о производной от произведения двух функций спросил, какое значение могла бы иметь эта теорема при дробном показателе. В письмах Валлису и И. Бернулли в 1695 г. Лейбниц сделал несколько замечаний о том, что иногда можно рассматривать дифференциалы и производные дробного порядка. Сущность этих замечаний состоит в форме, которую он придает дифференциалу дробного порядка от показательной функции. Пусть задана последовательность (1.3):

$$\dots, \frac{d^{-2}y}{dx^{-2}}, \frac{d^{-1}y}{dx^{-1}}, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \dots \quad (1.3)$$

Полагая здесь $y = e^{mx}$ и отбрасывая при интегрировании произвольные постоянные, получаем выражение (1.4):

$$\dots, \frac{1}{m^3} e^{mx}, \frac{1}{m^2} e^{mx}, \frac{1}{m} e^{mx}, e^{mx}, m e^{mx}, m^2 e^{mx}, \dots \quad (1.4)$$

Если теперь обозначить производную порядка n от функции $f(x)$ при помощи символа $D^n f(x)$, то для геометрической прогрессии (1.4) при всяком n , положительном или отрицательном,

$$D^n e^{mx} = m^n e^{mx}. \quad (1.5)$$

Обобщая выражение (1.5), Лейбниц полагает, что производная произвольного порядка p от функции e^{mx} будет следующей (1.6):

$$D^p e^{mx} = m^p e^{mx}. \quad (1.6)$$

Этим выражением Лейбниц ограничивается.

Некоторые замечания по этому вопросу были сделаны также Эйлером, который не придавал ему особенного значения. Идея Лейбница, вылившаяся в конце XVIII в. в мысль о преобразовании анализа бесконечно малых в форме алгебраического анализа, Эйлера не интересовала, однако ему принадлежит один результат, впоследствии использованный под другим названием при перестройке символического исчисления.

Он исследует [14] преобразование (1.7), найденное им в 1737 г.

$$A(\varphi) = \int e^{tx} \varphi(x) dx, \quad (1.7)$$

которое и прилагает к интегрированию определенного класса дифференциальных уравнений, исходя из частных значений интеграла

$$y = \int e^{tx} \varphi(x) dx, \quad (1.8)$$

соответствующих подобранным значениям $\varphi(x)$.

Замечания Лейбница о «биномиальной» аналогии Лагранж развил в 1772 г. в стройную схему своеобразного алгоритмического исчисления. Символ дифференцирования он рассматривал как фиктивную величину, к которой можно прилагать обычные правила алгебры. Следовало лишь в окончательном результате n -ю степень символа $\frac{d}{dx}$, примененного к величине u , выражать в форме $\frac{d^n u}{dx^n}$. При этом, в частности, Лагранж получил свою известную символическую формулу (1.9):

$$\Delta^\lambda u = \left(e^{n \frac{dy}{dx}} - 1 \right)^\lambda \quad (1.9)$$

где $\Delta u = u(x + h) - u(x)$.

Все же Лагранж заметил, что сам принцип аналогии, на котором основано предложенное им исчисление, не очевиден, хотя это не отражается на точности получаемых результатов. Он считал, что аналитически доказать принцип очень трудно. Несколько позднее, в 1776 г., подобные результаты получил Лаплас. Он исходил из разложения в ряд (1.10):

$$\Delta^\lambda u = \frac{d^\lambda n}{dx^\lambda} h^\lambda + A' \frac{d^{\lambda+1} n}{dx^{\lambda+1}} h^{\lambda+1} + A'' \frac{d^{\lambda+2} n}{dx^{\lambda+2}} h^{\lambda+2} + \dots, \quad (1.10)$$

причем заметил, что коэффициенты A' , A'' и т.д. не зависят от функции u и зависят только от λ . Поэтому их можно определить, исходя из частных значений функции u . Для случая $u = e^x$ аналогия Лейбница ясна.

Лапласу принадлежит также исследование преобразования, впервые изученного, как отмечалось выше, Эйлером. Это преобразование, известное в виде $A(\varphi) = \int_{(e)} e^{xy} \varphi(y) dy$, изучалось Лапласом в форме

$$B(\psi) = \int t^x \psi(t) dt, \quad (1.11)$$

которая получается из предыдущей при замене y на $\ln t$. Он называет $\psi(t)$ производящей, а $B(\psi) = \alpha(x)$ – определяющей функцией.

Работы Лагранжа и Лапласа вызвали к жизни большое количество исследований. Туринский ученый Лорнья по образцу исчисления Лагранжа разработал “новый вид конечного и бесконечного исчисления”, которое он характеризует следующим образом:

“Новый вид исчисления, о котором идет речь в настоящем мемуаре, состоит в том, что символы $\Delta, d, \Sigma, \int$, которыми пользуются в обычных конечном и бесконечном исчислениях, рассматриваются в двух различных аспектах, а именно: или как условные знаки, предназначенные для указания на изменения состояния величин, перед которыми они поставлены, или же как алгебраические количества.

То же самое можно сказать и относительно последовательно изменяющихся значений $y', y'', y''', \dots$ функции y , которые в настоящем исчислении следует рассматривать или как символические величины, или как величины экспоненциальные. Это и заставляет чувствовать, во-первых, необходимость отличать эти разные условия при помощи некоторых символов таким образом, чтобы всегда можно было распознать то состояние, в котором в том или ином случае находятся символы, и переходить при этом без ошибки из одного состояния в другое”. [15]

Исходя из этих предпосылок, Лорнья и строит свое исчисление, которое, в сущности, сводится к выводу довольно большого количества формул с указаниями, в каких случаях их следует применять. Свой метод Лорнья не обосновывает.

На рубеже двух столетий появляется весьма объемистый трактат профессора математики Страсбургского университета и члена Национального института (реорганизованной Парижской академии наук) Арбогаста “Об исчислении дериваций” [16]. Эта работа оставила заметный след в области символического анализа первой половины XIX в. Она содержит много примеров применения этого метода, в частности к разложению функций в ряды полиномов или в степенные ряды и к задаче обращения рядов. Однако автор лишь показывает свой метод «разделения последовательностей», но не доказывает его.

В этом же направлении ведут исследования и другие математики. Все они пользуются в своих символических исчислениях такими рассуждениями, которые в различной форме содержат совершенно аналогичные ошибки: символы $d, \Delta, \Sigma, \int$ рассматриваются то как знаки операций, то как реальные алгебраические величины. Так, Арбогаст и Франса под названием разработанного ими метода “разделения последовательностей” понимают рассмотрение этих символов, или «последовательностей», $d, D, \Delta, \Sigma, \int$ как независимых неопределенностей.

Целью всех подобных попыток было, как сформулировал Грюзон, создать дифференциальное исчисление на основе алгебраической метафизики. Однако для этого у авторов систем не было возможности. Только Лаплас при помощи своих “производящих функций” смог строго доказать некоторые частные теоремы. Создание общей теории, при помощи которой можно было бы пояснить, почему в некоторых случаях разделение символов операций и величин приводит к правильному результату (чего никак не удастся добиться в других случаях), оставалось недостижимым.

Первым существенным вкладом в этом направлении явился мемуар Сервуа [17]. В нем были выяснены те свойства разделяемых операций, от которых зависит законность такого разделения. Исходя из этих свойств, Сервуа создает такой вид функционального исчисления, для которого доказывает, что конечные разности, дифференцирование и умножение на любые величины, не зависящие от переменных, могут применяться так, как если бы их символы операций были обычными алгебраическими величинами. Таким образом, эти сохраняемые свойства и являются формальными законами тех операций, к которым прилагается исчисление.

В 1830-1860 гг. вопросами разработки символического исчисления в смысле Сервуа начинают заниматься английские математики. Пикок показал, что теория разделения в сущности является не неким подобием алгебры или функциональным исчислением, основанным на законах алгебры, а именно самой алгеброй.

Английскими математиками было предложено применение символических методов в дифференциальном и интегральном исчислениях, в исчислении конечных разностей, в теории дифференциальных и разностных уравнений. Их работы раскрыли сущность законов Сервуа и глубже обосновали возможность применения символики. Самим символам было дано серьезное математическое

определение, их применение стало стандартизировано. Например, была выявлена группа простейших дистрибутивных символов, куда вошли символ D обычной деривации, символ Δ конечной разности, для которого справедливо соотношение $\Delta\alpha(x) = \alpha(x+1) - \alpha(x)$, операция θ , названная в работах Арбогаста и его современников “изменением состояния”: $\theta\alpha(x) = \alpha(x+1)$ и, следовательно, $\theta = \Delta + 1$. Кроме того, было установлено, что для любого значения h справедливо соотношение $\theta^h\alpha(x) = \alpha(x+h)$. Следует отметить также операцию подстановки S_μ , где μ является заданной функцией от x . Назначение ее в обосновании подстановки $\mu(x)$ вместо x , и она определяется из формулы (1.12):

$$S_\mu\alpha(x) = \alpha[\mu(x)]. \quad (1.12)$$

Изучение рациональных функций, целых и нецелых относительно соответствующей символики дало возможность вывода интересных формул. Так, если $f(D)$ является рациональной функцией символа D и если $f, f', \dots$ являются производными от f , взятыми по отношению к D и построенными по обычным правилам, то выполняется соотношение (1.13):

$$f(D)(\alpha\beta) = \alpha f(D)(\beta) + D\alpha f'(D)(\beta) + \frac{1}{2!}D^2\alpha f''(D)(\beta) + \dots \quad (1.13)$$

Эта формула была выведена Хэргрифом. Для случая, когда f является целой функцией от D , она была известна уже Даламберу [18]

В конце первой половины XIX в. нидерландский математик Лобатто предложил вариант символического исчисления под названием теории характеристик. Он вывел много формул и получил решения дифференциальных (обыкновенных и в частных производных) и разностных уравнений.

Интересный результат был получен Каке в докторской диссертации [8]. Он вводит оператор p^{-1} , определяемый из уравнения (1.14):

$$p^{-1} \int (t) = \int_0^t f(u) du. \quad (1.14)$$

Благодаря этому уравнению Коши и Пикаром был разработан метод, доказывающий существование и единственность решения дифференциальных уравнений. Также это уравнение повлияло на рассуждения Хевисайда.

В России символическое исчисление стало известно из книг зарубежных математиков, и в частности из трехтомного курса дифференциального и интегрального исчислений Лакруа, в котором было много справок по вопросам символического исчисления. Н. Е. Зернов пишет о курсе Лакруа в докторской диссертации «Рассуждение об интеграции уравнений с частными дифференциалами» (1837 г.). В свой курс математики в Московском университете он ввел элементы символического исчисления [19].

В 1862 г. в Киеве была издана монография М. Е. Ващенко-Захарченко “Символическое исчисление и приложение его к интегрированию линейных дифференциальных уравнений” [20]. На работе Ващенко-Захарченко сказалось влияние исследований английских “символистов” и его учителя Коши (Ващенко-Захарченко слушал в Сорбонне лекции Коши, Серре и Лиувилля). Он выделяет символы “количественные” и “действенные”, в которых легко обнаружить символы количеств и операций, например, Арбогаста. Автор утверждает, что если найти конечный интеграл не удастся никаким известным способом, то прибегают к интегрированию с помощью бесконечных рядов. В чем состоит этот способ, известно, но приемы, излагаемые до сих пор, вообще, затруднительны, так как первые коэффициенты и экспоненты отыскиваются подбором. Символический метод лишен этих недостатков.

В целом монография представляет собой результат глубокого изучения литературы по символическим методам, дополненный некоторыми решениями и примерами автора. Исторически автор, следуя своим предшественникам, занимается одной из основных задач середины

XIX в. – дифференциальными уравнениями. Применение символических методов было ограниченным, и на них часто смотрели как на пример математического рассуждения, а не как на методы прикладной математики. В частности, они применялись для решения задач теории инвариантов (метод Кэйли и методы Аронгольда и Клебша), а также аналитической теории чисел.

В XVIII в. в работах, посвященных решению задачи Эйлера для разыскания общего вида линии, которая подобна своей эволюте, появились дифференциальные уравнения с отклоняющимся аргументом. Однако систематическое изучение этих уравнений началось лишь в XX в., в связи с потребностями прикладных наук, и в первую очередь теории автоматического регулирования. В последние годы область приложения дифференциальных уравнений значительно расширилась и охватывает вопросы не только физики и техники, но и экономики (например, вопросы циклов в судостроительной промышленности, распределения продукции в соответствии с потребностями покупателей), биологических наук (например, вопросы распространения эпидемий, регенерации живых клеток под действием лучей). В связи с этим возрос интерес к теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся, особенно с запаздывающим, аргументом. Большинство выполненных исследований по теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом подытожено в ряде монографий и обзоров.

Во второй половине 40-х годов были опубликованы исследования по операционному исчислению И. 3. Штокало. В них операционное исчисление обобщено на новые классы линейных дифференциальных уравнений — уравнений с периодическими, квазипериодическими и почти периодическими коэффициентами. Эти обобщения имеют весьма важное значение как в направлении дальнейшего развития самой теории операционного исчисления, так и в направлении ее практических приложений. Результаты И. 3. Штокало значительно расширили

возможности операционного исчисления: создана теоретическая основа для обобщения операторных методов на новые классы дифференциальных уравнений и для применения этих методов при решении многих важных задач математики, механики, физики и техники.

Одной из областей применения методов операционного исчисления является теория автоматического регулирования. Важные результаты были получены еще А. А. Андроновым и его учениками. Применение операционного исчисления в теории автоматического регулирования развивается в различных направлениях, в частности при решении задач горной механики. Так, О. М. Крыжановский рассматривает вопросы применения операционного исчисления к анализу работы автоматического регулятора шахтной подъемной машины, О. А. Залесов применил операционное исчисление к теории работы шахтной опрокидной клетки.

Важные результаты в области теории и приложений операторных методов получены К. Г. Валеевым и его учениками. Некоторые их исследования являются дальнейшим развитием методов, разработанных И. З. Штокало.

В настоящее время операционное исчисление и его многочисленные приложения получили очень широкое распространение как в Российской Федерации, так и за рубежом и стали одной из актуальных областей прикладной математики.

1.2 Общие сведения об операционном исчислении

Многие отрасли науки и техники используют интегральные преобразования функций типа Лапласа, Фурье, Меллина, где основными являются понятия оригинала x и изображения X . Преобразование оригинала в изображение называют прямыми преобразованиями, а изображений в оригиналы – обратными. Особенность интегральных преобразований заключается в том, что получение изображений X

достигается интегрированием x . Выполнение обратных преобразований может происходить и без использования этой операции.

Распространение интегральных преобразований вызвано тем, что применение к дифференциальным уравнениям прямых преобразований дает более простые алгебраические уравнения. Но многолетние опыты в исследовании динамических систем интегральными преобразованиями показывают, что значимое упрощение достигается лишь для систем с постоянными параметрами.

Интегральные преобразования Лапласа, Меллина и Фурье с бесконечными пределами сложны в использовании при исследовании нелинейных систем и систем с переменными параметрами. Преобразование Фурье с конечными пределами наиболее эффективно при исследовании периодических процессов в линейных и нелинейных системах, но оно достаточно громоздко для изучения переходных процессов [21].

1. Пара преобразований

$$X(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} x(t) dt, \quad (1.15)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} e^{pt} X(p) dp \quad (1.16)$$

представляет собой прямое и обратное преобразование Лапласа. $x(t)$ – оригинал; $X(p)$ – изображение; j – мнимая единица; s – некоторая постоянная.

Связь между оригиналом и изображением обозначается символом $\rightleftharpoons$, т. е.

$$X(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} x(t) dt \rightleftharpoons x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} e^{pt} X(p) dp \quad (1.17)$$

Основные формулы преобразования Лапласа имеют вид

$$x(t) \pm y(t) \rightleftharpoons X(p) \pm Y(p), \quad (1.18)$$

$$\lambda x(t) \rightleftharpoons \lambda X(p), \quad (1.19)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} \rightleftharpoons pX(p) - x(0), \quad (1.20)$$

$$x(t)y(t) \rightleftharpoons \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} X(p)Y(p-q)dq. \quad (1.21)$$

Очевидно, что операции алгебраического сложения оригиналов, умножения на постоянную, взятия производной по независимой переменной t в области изображений становятся простыми алгебраическими выражения. Умножение оригиналов преобразуется в более сложную операцию интегральной свертки изображений в комплексной области. Сказанное является первопричиной затруднений, которые возникают, когда преобразование Лапласа применяется для решения нелинейных задач.

1. Пара преобразований

$$X(j\omega) = \int_0^\infty e^{-j\omega t} x(t) dt, \quad (1.22)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty e^{j\omega t} X(j\omega) d\omega \quad (1.23)$$

называется преобразованиями Фурье с бесконечными пределами.

Отмечая наличие связи между оригиналом $x(t)$ и изображением $X(j\omega)$, которое еще называют частотной характеристикой, эти преобразования можно объединить символом $\rightleftharpoons$:

$$X(j\omega) = \int_0^\infty e^{-j\omega t} x(t) dt \rightleftharpoons x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty e^{j\omega t} X(j\omega) d\omega. \quad (1.24)$$

Основные формулы для связки оригиналов и изображений в данном случае

$$x(t) \pm y(t) \rightleftharpoons X(j\omega) \pm Y(j\omega), \quad (1.25)$$

$$\lambda x(t) \rightleftharpoons \lambda X(j\omega), \quad (1.26)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} \rightleftharpoons j\omega X(j\omega), \quad (1.27)$$

$$x(t)y(t) \rightleftharpoons \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty X(j\Omega)Y(j\omega - j\Omega)d\Omega. \quad (1.28)$$

Следовательно, применение интегральных преобразований Фурье с бесконечными пределами для линейных математических операций над оригиналами дает более простые алгебраические операции над

изображениями, а операциям умножения оригиналов отвечает в области изображений более сложная операция интегральной свертки их изображений.

4. Рассмотрим дифференциальные преобразования.

Пусть оригинал $x(t)$ – бесконечно дифференцируемая функция. Очевидно, k -я производная от $x(t)$ по t будет функцией номера k и аргумента t , т. е.

$$\frac{\partial^k x(t)}{\partial t^k} = \varphi(t, k). \quad (1.29)$$

При фиксации непрерывного аргумента t в точке $t=t_i$ функция $\varphi(t, k)$ становится функцией целочисленного аргумента k и рассматривается как изображение. Тогда прямым дифференциальным преобразованием оригинала $x(t)$ выбирают k -ю производную $\partial^k x(t)/\partial t^k$ при фиксированном $t = t_i$ т. е.

$$x(k) = \varphi(t_i, k) = \left[\frac{\partial^k x(t)}{\partial t^k} \right]_{t=t_i}. \quad (1.30)$$

Рассмотрим это на синусоидальной функции $x(t) = \sin \omega t$.

Дифференцирование ее k раз приводит к функции переменных k и t :

$$\varphi(t, k) = \omega^k \sin \frac{\pi k}{2}$$

целочисленного аргумента $k = 0, 1, 2, \dots, \infty$.

Предположив, что функция $x(t)$ может быть представлена сходящимся к ней рядом Тейлора, получаем выражение

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t-t_i)^k}{k!} X(k), \quad (1.31)$$

которое представляет собой обратное преобразование, позволяющее определять оригинал по его дифференциальному изображению.

Если принять, что символ $\rightleftharpoons$ отображает связь между оригиналом и его дифференциальным изображением по формулам (1.29) и (30), можно записать

$$x(k) = \left[\frac{\partial^k x(t)}{\partial t^k} \right]_{t=t_i} \equiv x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t-t_i)^k}{k!} X(k). \quad (1.32)$$

Определенные таким образом дифференциальные преобразования функции имеют следующие свойства:

$$x(t) \pm y(t) \equiv X(k) \pm Y(k), \quad (1.33)$$

$$\lambda x(t) \equiv \lambda X(k), \quad (1.34)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} \equiv X(k+1), \quad (1.35)$$

$$x(t)y(t) \equiv \sum_{l=0}^k \binom{k}{l} X(l)Y(k-l), \quad (1.36)$$

где $\binom{k}{l} = \frac{k!}{l!(k-l)!}$ – биномиальные коэффициенты.

Сравнение этих свойств со свойствами интегральных преобразований показывает, что для всех преобразований операции алгебраического сложения и умножения на постоянный коэффициент одинаковы. Операции дифференцирования оригиналов соответствуют простым алгебраическим операции в области изображений. А дифференциальные преобразования используются при наиболее простом изображении произведения оригиналов, поскольку изображению произведений тогда соответствует алгебраическая свертка конечной длины, т. е. обычная сумма парных произведений (с коэффициентами веса $k!/l!(k-l)!)$

Таким образом, дифференциальные преобразования можно считать принципиально более эффективными при исследовании нелинейных систем и систем с переменными параметрами, чем интегральные, тогда, когда состояние систем можно описать функциями, преобразования для которых реализуемы. Но практическая сторона применения дифференциальных преобразований не совсем удобна. Во-первых, у значений $X(k)$ для каждого конкретного значения k своя размерность: $X(0)$ – размерность $x(t)$, $X(1)$ – размерность $\frac{dx(t)}{dt}$ и т. д. Во-вторых, значения $X(k)$ жестко связаны с производными оригинала и могут

быть неудобны для вычисления. В-третьих, в изображении произведения содержатся коэффициенты веса $\binom{k}{l}$, что также неудобно для вычислений [22].

1.2.1 Основные понятия

Имитационное моделирование, в котором часть уравнения системы представляют некоторые блоки моделей, а другую представляют реально работающие устройства, предполагает наличие проблемы с аналитической и аппаратной аппроксимацией реальных непрерывных сигналов.

Важность проблемы аппроксимации становится все более высокой из-за необходимости повышения качества процессов управления. Подходы к этой проблеме многочисленны. Самыми частыми, как базис, являются системы функций, ортогональные на интервале аппроксимации (тригонометрические функции, полиномы Чебышева, Лежандра и др.). Преимущество использования для аппроксимации ортогональных функций заключается в независимости компонент аппроксимирующего спектра от числа используемых членов ряда. Как базисные функции используются и степенные полиномы. Нередко применение полиномиальных методов и методов в частотной области, поскольку для многих ситуаций естественно построение полиномиальной модели. Наряду с этим, использование полиномиальных моделей оказывается проще непосредственного решения уравнений в связи с известными алгебраическими свойствами полиномов.

Теория систем управления ставит полиномиальные методы на главенствующие позиции. В задачах математического моделирования, где решение уравнений на заданном интервале изменения независимого переменного эффективно может быть представлено степенными рядами Тейлора, нашло применение дифференциально-тейлоровское преобразование.

В современной постановке дифференциальное преобразование предложено и изучено Г.Е. Пуховым. Его труды описывают применение дифференциального преобразования в анализе переходных и установившихся процессов в электрофизических, теплофизических и механических системах. Также в них дан анализ экспериментальным методам получения математических моделей перечисленных физических систем [23].

Дифференциальное преобразование в математическом виде можно определить следующим образом. Пусть функция $x(t) \in \mathbf{R}^n$ на отрезке от $t = \mathcal{G}$ до $t = \mathcal{G} + H$ непрерывна вместе со своими производными и, кроме того, может быть представлена равномерно и абсолютно сходящимся рядом Тейлора [11]:

$$x(t) = C_0 + \frac{t - \mathcal{G}}{H} C_1 + \left(\frac{t - \mathcal{G}}{H} \right)^2 C_2 + \dots = \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\frac{t - \mathcal{G}}{H} \right)^k C_k, \quad (1.37)$$

где C_k – коэффициенты ряда,

$(t - \mathcal{G})/H$ – безразмерный аргумент.

Величина H должна быть меньше радиуса сходимости ряда ν , который на основе признака сходимости Даламбера можно определить по выражению:

$$\nu = \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{C_k/H^k}{C_{k+1}/H^{k+1}} \right| = H \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{C_k}{C_{k+1}} \right|. \quad (1.38)$$

Последовательно дифференцируя ряд по t , можно определить коэффициенты ряда (1.39):

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= \frac{1}{H} C_1 + 2 \frac{t - \mathcal{G}}{H^2} C_2 + 3 \frac{(t - \mathcal{G})^2}{H^3} C_3 + \dots, \\ \frac{d^2 x(t)}{dt^2} &= \frac{2}{H^2} C_2 + 6 \frac{t - \mathcal{G}}{H^3} C_3 + 12 \frac{(t - \mathcal{G})^2}{H^4} C_4 + \dots \end{aligned} \quad (1.39)$$

и т.д.

Если положить в написанных выражениях $t = \mathcal{G}$, то легко обнаружить, что

$$C_0 = x(\mathcal{G}), \quad C_1 = H \left[\frac{dx(t)}{dt} \right]_{t=\mathcal{G}}, \quad C_2 = \frac{H^2}{2!} \left[\frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right]_{t=\mathcal{G}}, \dots$$

$$C_k = \frac{H^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=\mathcal{G}}. \quad (40)$$

Из выражений (1.37) и (1.40) следует, что коэффициенты ряда (1.39) можно определить, зная функцию $x(t)$ и её производные в точке $t = \mathcal{G}$. В свою очередь, знание коэффициентов $C_0, C_1, \dots, C_k$ даёт возможность определить функцию $x(t)$ в форме степенного ряда.

Иначе говоря, зависимости (1.37) и (1.40) можно трактовать как прямое и обратное функциональное преобразование функции $x(t)$ непрерывного аргумента t в дискретную функцию $X(k) = C_k$ дискретного аргумента $k = 0, 1, 2, \dots, \infty$. Тогда указанные преобразования можно записать следующим образом, т.е. дифференциально-тейлоровскими преобразованиями называются функциональные преобразования вида:

$$X(k) = \frac{H^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=\mathcal{G}} \longleftrightarrow x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{t - \mathcal{G}}{H} \right)^k X(k), \quad (1.41)$$

где $t \in [\mathcal{G}, \mathcal{G} + H]$ – непрерывное время,

H – коэффициент.

Слева от символа $\longleftrightarrow$ стоит прямое преобразование оригинала $x(t) \in \mathbf{R}^n$ в изображение $X(k) \in \mathbf{R}^n$, а справа – обратное преобразование $X(k)$ в $x(t)$, $t \in [\mathcal{G}, \mathcal{G} + H]$ – непрерывное время, H – коэффициент.

Значения функции $X(k)$ при конкретных значениях аргумента $k \in \mathbf{N}^n$ называются дискретами: $X(0)$ – нулевая дискрета, $X(1)$ – первая дискрета и т.д.

Последовательность дискрет $X(0), X(1), \dots, X(\infty)$ функции $X(k)$ называют дифференциальным спектром оригинала $x(t)$.

Для восстановления функции $x(t)$ по результатам измерений $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)$ необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений вида

$$x_i(t) = \sum_{k=0}^n \left(\frac{t_i}{H} \right)^k X(k), \quad i = \overline{1, n}, \quad t_1=0, \quad t_n=H \quad (1.42)$$

из которой определяются дискреты $X(k)$.

Без нарушения общности результатов в дальнейшем будем полагать $\mathcal{G} = 0$.

Дифференциальное преобразование содержит значительный недостаток. Восстановление оригинала по формуле (1.41) приводит к необходимости возведения переменной t в высокие степени, что приводит к плохо обусловленной системе (1.42). При этом операции с числами большой или малой размерности приобретают недопустимую ошибку.

Увеличение k приводит к быстрому возрастанию величины дискрет, причем рост прямо пропорционален увеличению значения k . Это приводит к проблеме переполнения разрядной сетки при компьютерном расчете дискрет. С одной стороны, более точные вычисления требуется нахождения большого количества дискрет, а с другой стороны, в реальных дифференциальных уравнений вычисление дискрет с высоким количеством k обязательно приводит к ошибкам вычислений.

1.2.2 Свойства дифференциального преобразования

Следующие свойства являются основанием для широкой применимости дифференциального преобразования.

1. Линейность преобразования

$$a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \longleftrightarrow a_1 X_1(k) + a_2 X_2(k). \quad (1.43)$$

2. Изображение постоянной величины (тейлоровская единица $\wp(k)$)

)

$$C \longleftrightarrow C \wp(k), \quad (1.44)$$

где

$$\wp(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}.$$

3. Дифференцирование оригинала (дифференциальный оператор D)

$$\frac{dx(t)}{dt} \longleftrightarrow DX(k) = \frac{k+1}{H} X(k+1), \quad (1.45)$$

$$\frac{d^m x(t)}{dt^m} \longleftrightarrow D^m X(k) = \frac{(k+m)!}{k! H^m} X(k+m). \quad (1.46)$$

4. Интегрирование оригинала

$$\int x(t) dt \longleftrightarrow D^{-1} X(k) = \frac{H}{k} X(k-1) + C \wp(k). \quad (1.47)$$

5. Дискретная свёртка изображений (произведение оригиналов)

$$x(t)y(t) \longleftrightarrow X(k) \otimes Y(k) = \sum_{l=0}^{l=k} X(k-l)Y(l). \quad (1.48)$$

6. Запаздывание (опережение) оригинала

$$x(t \pm \tau) \longleftrightarrow \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (k+m) \tau^m}{k! H^m} X(k+m). \quad (1.49)$$

7. Свойство подобия

$$x(ct) \longleftrightarrow c^k X(k). \quad (1.50)$$

8. Изображение начального и конечного значения оригинала

Начальное значение оригинала равно начальному значению изображения (начальной дискрете $X(0)$). Изображение конечного значения оригинала при $t=H$ равно сумме дискрет изображения оригинала [24]:

$$x(\pm H) \longleftrightarrow \wp(k) \sum_{k=0}^{\infty} (\pm 1)^k X(k).$$

9. Связь с преобразованием Лапласа

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} x(t) dt \longleftrightarrow X(p) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k! X(k)}{p^{k+1} H^k}, \quad (1.51)$$

$$X(k) = \frac{H^k}{k!} \lim_{p \rightarrow \infty} p^k [X(p) - \sum_{m=0}^{k-1} \frac{m! X(m)}{p^m H^m}]. \quad (1.52)$$

1.2.3 Пример использования дифференциально-тейлоровского преобразования

В качестве примера рассмотрим степенной полином $x(t) = 1 - t + t^3$, для которого найдём дифференциальный спектр, соответствующий отрезку $0 < t < H = 2$. Подставив $x(t)$ в левое равенство формулы (1.41), получим $X(k)$: $X(0) = 1$, $X(1) = -H = -2$, $X(2) = 0$, $X(3) = H^3 = 8$, все остальные дискреты равны нулю. На рисунке 1.1 приведен график степенного полинома $x(t) = 1 - t + t^3$ и его дифференциальный спектр.

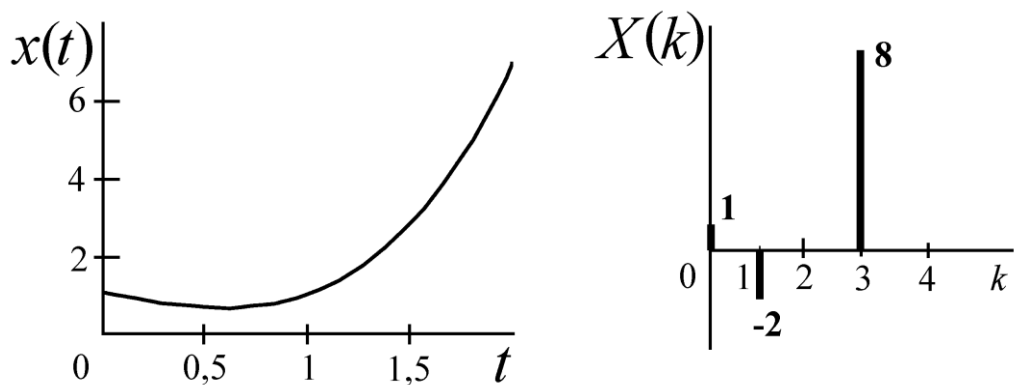


Рисунок 1.1 – График степенного полинома $x(t) = 1 - t + t^3$ и его дифференциальный спектр

Общий вид графика оригинала (рисунок 1) вряд ли позволит достаточно уверенно утверждать, что функция $x(t)$ представляет кубическую параболу. График дифференциального спектра даёт возможность не только утверждать это, но и сразу восстановить функцию по спектру, подставив дискреты $X(k)$ в правое равенство формулы (1.41):

$$x(t) = \sum_{k=0}^{k=3} \left(\frac{t}{H} \right)^k X(k) = 1 - 2 \frac{t}{H} + 8 \left(\frac{t}{H} \right)^3 = 1 - t + t^3.$$

Очевидно, что для степенных полиномов дифференциальный спектр будет всегда ограничен, так как полином имеет конечное число ненулевых производных. Для бесконечно дифференцируемых функций спектр бесконечен.

Например, изображающая функция для оригинала $x(t) = e^{-t}$ равна

$$X(k) = \frac{H^k}{k!} \left[\frac{d^k e^{-t}}{dt^k} \right]_{t=0} = \frac{(-H)^k}{k!} [e^{-t}]_{t=0} = \frac{(-H)^k}{k!}.$$

Дискретные функции $X(k)$, изображающей экспоненту e^{-t} , равны $X(0)=1$, $X(1)=-H$, $X(2)=H^2/2!$, $X(3)=-H^3/3!$ и т.д. Совокупность этих дискрет образует дифференциальный спектр экспоненты e^{-t} . Данный спектр представлен на рисунке 1.2.

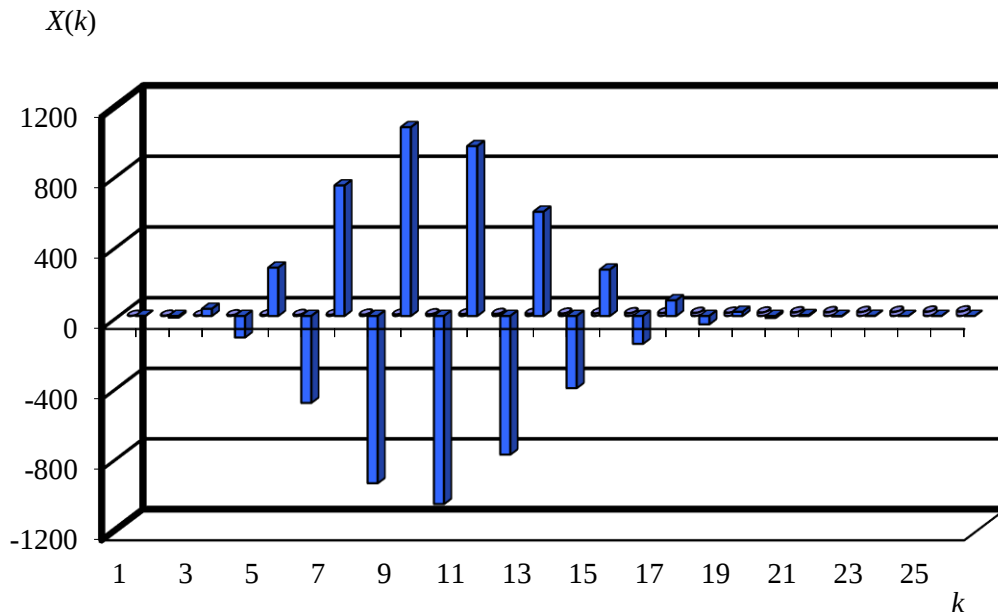


Рисунок 1.2 – Дифференциальный спектр экспоненты при

По дифференциальному спектру экспоненту можно восстановить на любом отрезке, так как радиус сходимости степенного ряда бесконечен:

$$r = H \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{X(k)}{X(k+1)} \right| = H \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{(-H)^k / k!}{(-H)^{k+1} / (k+1)!} \right| = \lim_{k \rightarrow \infty} |k+1| = \infty,$$

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{t}{H} \right)^k X(k) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{t}{H} \right)^k \frac{(-H)^k}{k!} = 1 - t + \frac{t^2}{2!} - \frac{t^3}{3!} + \dots = e^{-t}.$$

1.2.4 Определение ДТ-изображений оригиналов, задаваемых таблицами и графиками

Естественный способ получения прямого изображения $F(k)$ оригиналов $f(t)$ с помощью прямого дифференциального преобразования (1.53)

$$F(k) = \frac{H^k}{k!} \left(\frac{d^k f(t)}{dt^k} \right)_{t=0} \quad (1.53)$$

практически трудно реализовать, когда функция $f(t)$ задана таблицей или графиком, так как операции численного и графического дифференцирования нельзя выполнить достаточно точно. Поэтому для определения дискрет изображения (Т-спектра) $F(k)$ остается в основном один путь – путь использования обратного преобразования (1.54)

$$f(t) = \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\frac{t}{H}\right)^k F(k) \quad (1.54)$$

При математическом моделировании различных объектов следует иметь в виду, что полученные с помощью преобразования (1.53) дискреты $F(k) \leftrightarrow f(t)$ могут удовлетворительно служить для аппроксимации функции $f(t)$ и интегралов от $f(t)$ по t , но быть мало пригодными для аппроксимации производных от $f(t)$ по t .

Например, точные значения некоторой функции $f(t)$ определяются зависимостью

$$f(t) = -\cos t + 0,2 \sin 2t$$

Но, не зная этого, аппроксимируем $f(t)$ на интервале $(0, \pi)$ прямой

$$\tilde{f}(t) = 1,02(2\frac{t}{\pi} - 1).$$

Таблица 1 – Значения функции $f(t)$ и аппроксимирующей функции $\tilde{f}(t)$

t	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$f(t)$	-1	-0,507	0	0,507	1
$\tilde{f}(t)$	-1,02	-0,510	0	0,510	1,02

Из таблицы 1 видно, что $f(t)$ и $\tilde{f}(t)$ не очень отличаются друг от друга на заданном интервале. Несмотря на это, применение функции $\tilde{f}(t)$ вместо $f(t)$ не всегда будет приводить к удовлетворительным результатам. Так, если решается задача нахождения $x(t)$ из выражения

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t) = -\cos t + 0,2 \sin 2t, x(0) = 0,$$

то получим

$$x(t) = 0,1 - \sin t - 0,1 \cos 2t.$$

При определении $\tilde{x}(t)$ из выражения

$$\frac{dx(t)}{dt} = \tilde{f}(t) = 1,02(-1 + 2\frac{t}{\pi}), \tilde{x}(0) = 0,$$

будут иметь

$$\tilde{x}(t) = 1,02(\frac{t}{\pi} - 1).$$

Приближенное решение $\tilde{x}(t)$, полученное интегрированием $\tilde{f}(t)$, качественно правильно представляет точное решение $x(t)$ на интервале $(0, \pi)$

Таблица 2 – Значения функции $x(t)$ и аппроксимирующей функции $\tilde{x}(t)$

t	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$x(t)$	0	-0,607	-0,900	-0,607	0
$\tilde{x}(t)$	0	-0,601	-0,801	-0,601	0

Рассмотрим некоторые методы получения Т-спектра по экспериментальным данным.

Пусть достаточно гладкая функция $f(t)$ на интервале $(0, H)$ задана графиком или таблицей своих значений $f_v = f(t_v)$ в точках $t = t_v$.

Таблица 3 – Значения функции $f_v = f(t_v)$

t_v	0	t_1	t_2	$t_n = H$
$x(t)$	t_0	f_1	f_2	$f_n = f(H)$

Подставляя эти данные в зависимость (51), получаем n линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \frac{t_1}{H} \tilde{F}(1) + \left(\frac{t_1}{H}\right)^2 \tilde{F}(2) + \dots + \left(\frac{t_1}{H}\right)^n \tilde{F}(n) &= f_1 - f_0, \\ \frac{t_2}{H} \tilde{F}(1) + \left(\frac{t_2}{H}\right)^2 \tilde{F}(2) + \dots + \left(\frac{t_2}{H}\right)^n \tilde{F}(n) &= f_2 - f_0, \\ \frac{t_{n-1}}{H} \tilde{F}(1) + \left(\frac{t_{n-1}}{H}\right)^2 \tilde{F}(2) + \dots + \left(\frac{t_{n-1}}{H}\right)^n \tilde{F}(n) &= f_{n-1} - f_0, \\ F(1) + \tilde{F}(2) + \dots + \tilde{F}(n) &= f_n - f_0 \end{aligned} \quad (1.55)$$

с n неизвестными, в качестве которых выступают коэффициенты $\tilde{F}(n) = \tilde{F}(1), \tilde{F}(2), \dots, \tilde{F}(n)$ степенного многочлена

$$\tilde{f}(t) = \sum_{k=0}^{k=n} \left(\frac{t}{H}\right)^k \tilde{F}(k) = f_0 + \frac{t}{H} \tilde{F}(1) + \left(\frac{t}{H}\right)^2 \tilde{F}(2) + \dots + \left(\frac{t}{H}\right)^n \tilde{F}(n), \quad (1.56)$$

аппроксимирующего функцию $f(t)$ на рассматриваемом интервале.

Коэффициенты $\tilde{F}(k)$, за исключением случая, когда $f(t)$ – многочлен степени не выше n , не будут при этом совпадать с дискретами $F(k)$ разложения $f(t)$ в ряд Тейлора:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\frac{t}{H}\right)^k F(k).$$

Абсолютно сходящиеся ряды Тейлора можно не только интегрировать, но и дифференцировать, степенные же многочлены, несмотря на то, что $\tilde{f}(t) \approx f(t)$, желательно не только интегрировать, так как при дифференцировании $f(t)$ по t возможно большое различие между производными точной функции $f(t)$ и аппроксимирующего полинома $\tilde{f}(t)$ [25].

Если функция $f(t)$ задана непрерывным графиком, то проверкой точности аппроксимации ее степенным многочленом $\tilde{f}(t)$ является построение последнего по выражению (1.56).

В том случае, когда степень аппроксимирующего многочлена меньше числа экспериментальных точек функции $f(t)$, система уравнений (1.55) становится переопределенной, и решение ее следует находить методом наименьших квадратов или другими известными методами решения переопределенных систем.

2Проблематика метода дифференциально-тейлоровских преобразований

2.1 Актуальность проблемы

Измерение – единственный способ получения количественной информации о величинах, характеризующих те или иные физические явления или процессы. Поэтому разработка новых машин, механизмов, аппаратов, а также непосредственное осуществление сложных технических производственных процессов в промышленности связаны с необходимостью измерения многочисленных физических величин.

Дифференциально-тейлоровские функциональные преобразования являются инструментом математического моделирования физических систем. Теория этих преобразований непрерывно развивается. Расширяется область их применения. В настоящее время можно утверждать, что перевод обычных математических описаний состояния объектов различной физической природы в область ДТ-изображений дает в руки исследователя алгебраизированные модели той же точности, что и исходные модели – оригиналы, и позволяет единообразно подходить к решению задач расчета не только линейных, но и нелинейных систем. Важной особенностью ДТ-преобразований является возможность получения окончательных результатов в численной, численно-аналитической и даже аналитической формах.

Конечно, ДТ-преобразования не следует рассматривать как универсальный математический аппарат исследования линейных и нелинейных систем. При изучении сложных систем комбинирование различных методов является наилучшей стратегией получения конечных результатов. В подобных случаях может оказаться полезным то обстоятельство, что дифференциально-тейлоровские модели легко сопрягаются, например, с моделями, полученными на основе конечно-разностных и суммарно-разностных методов.

Исследование возможностей практического применения теории дифференциально-тейлоровских преобразований для расчета временных характеристик в нелинейных электрических цепях и цепях с переменными параметрами, параметрического синтеза нелинейных электрических цепей и цепей с переменными параметрами. Наличие математического, алгоритмического аппарата и программного обеспечения позволяет решать прикладные задачи в области электротехники, теории управления, механики, аэродинамики и астрофизики более эффективно по сравнению с известными методами.

К достоинствам ДТ-преобразований относятся возможности распространения операторных методов исследования состояний физических систем с переменными и нелинейными параметрами. Произведению функций в области оригиналов отвечает в области ДТ-изображений сравнительно простая операция – нахождение суммы конечного числа парных произведений дискрет изображений умножаемых функций. Также достоинством является большая гибкость соответствующих ДТ-моделей, так как часто одна и та же модель может служить основой численного решения задачи, аналитического ее решения и численно-аналитического.

2.2 Понятие о некорректно поставленных задачах

Среди математических задач выделяют класс задач с неустойчивыми к малым изменениям исходных данных решениями. Для них характерно произвольно большое изменение решений при сколь угодно малых изменениях входных данных. Подобные задачи считают плохо поставленными и относят к классу некорректно поставленных.

При приближенной известности исходных данных упомянутая неустойчивость приводит к практической неединственности решения в рамках заданной точности и к большой сложности определения смысла получаемого приближенного решения. Поэтому долго считалось, что для

некорректно поставленных задач невозможно найти практическое значение.

Но существуют некорректно поставленные задачи, которые относятся как к классическим разделам математики, так и к различным классам практически важных прикладных задач. К числу важных задач принадлежат задачи создания систем автоматической математической обработки результатов эксперимента, задачи оптимального управления и оптимального проектирования систем. Одним из существенных этапов обработки является решение задач, неустойчивых к малым изменениям исходных данных. Поэтому возникает необходимость в разработке методов решения таких задач. При этом приближенные решения, находимые из приближенных исходных данных, должны иметь устойчивость к малым изменениям последних.

Исходные данные некорректно поставленных задач, которые получаются обычно в результате измерений, содержат случайные погрешности.

В данном случае нужно определить, как повлияет на восстановление функций использование зашумленных дискрет данных функций в применении ДТ-преобразований. Насколько малые изменения исходных данных могут исказить решение задачи.

Задача $y=A(x)$ называют корректно поставленной, если для любых входных данных x из некоторого класса решение y существует, единственно и устойчиво по входным данным.

Для численного решения задачи $y=A(x)$ нужна уверенность в том, что искомое решение существует. Кроме этого нужно добиваться единственности решения точной задачи: численный алгоритм — однозначная последовательность действий, которая приводит к единственному решению.

Важно решение y , соответствующее входным данным x . Но реально имеются входные данные с погрешностью $x+\delta x$. Находим

$y+\delta y=A(x+\delta x)$. Тогда неустраняемая погрешность решения равна $\delta y=A(x+\delta x) - A(x)$. Если решение непрерывно зависит от входных данных, т.е. всегда $\|\delta y\|\rightarrow 0$ при $\|\delta x\|\rightarrow 0$, то задачу называют устойчивой по входным данным; в ином случае задача неустойчива по входным данным.

Отсутствие устойчивости обычно означает, что даже сравнительно небольшой погрешности δx соответствует весьма большое δy , т.е. получаемое в расчете решение будет далеко от искомого. В настоящее время развиты методы решения многих некорректных задач, но они основаны на решении не исходной задачи, а близкой к ней вспомогательной корректно поставленной задачи, содержащей параметр α ; при $\alpha\rightarrow 0$ решение вспомогательной задачи должно стремиться к решению исходной задачи.

На практике даже не всякую устойчивую задачу легко решить. Пусть $\|\delta y\|\leq C\|\delta x\|$, причем константа C очень велика. Задача формально устойчива, но фактическая неустраняемая ошибка может быть большой. Этот случай называют слабой устойчивостью (или плохой обусловленностью). Примером является задача (3.1):

$$y''(x) = y(x), \tag{3.1}$$

$$y(0) = 1, y'(0) = -1. \tag{3.2}$$

Общее решение дифференциального уравнения (3.1) есть:

$$y(x) = 0,5[y(0)+y'(0)]e^x+0,5[y(0)-y'(0)]e^{-x}.$$

Начальным условиям (3.2) соответствует точное решение $y(x) = e^{-x}$; но небольшая погрешность начальных данных может привести к тому, что в решении добавится член вида εe^x , который при больших аргументах много больше искомого решения.

Очевидно, для хорошей практической устойчивости расчета константа C должна быть не слишком велика. Так, если начальные данные известны точно, т.е. могут быть заданы с точностью до ошибок округления $\Delta\sim 10^{-12}$, то необходимо, чтобы $C\ll 10^{12}$. Если же начальные данные

найденны из эксперимента с точностью $\delta x \sim 0,001$, а требуемая точность решения $\delta y \sim 0,1$, то допустимо $C \ll 100$.

Даже если задача устойчива, то численный алгоритм может быть неустойчивым. Например, если производные заменяются разностями, то приходится вычитать близкие числа и сильно теряется точность. Эти неточные промежуточные результаты используются в дальнейших вычислениях, и ошибки могут сильно нарастать.

По аналогии можно говорить о корректности алгоритма $\bar{y} = \bar{A}(\bar{x})$, подразумевая существование и единственность приближенного решения для любых входных данных $\bar{x}$ некоторого класса и устойчивость относительно всех ошибок в исходных данных и промежуточных выкладках.

3 Реализация на платформе NI LabVIEW

3.1 Реализация программы в среде разработки National Instruments LabVIEW

Все расчеты данной работы выполнялись с помощью интегрированной среды разработки National Instruments LabVIEW, использующей графический язык программирования G. Платформа решает задачи функционального моделирования, моделирования работы отдельных схем, моделирует работу аппаратуры и обладает средствами анализа процессов. Виртуальные приборы LabVIEW позволяют конфигурировать измерительные комплексы как от датчиков и исполнительных механизмов (измерительная часть), так и от обработки данных (вычислительная часть). Первый случай характеризуется подсоединением датчиков к персональному компьютеру и аналого-цифровым преобразованием аналоговых сигналов для дальнейшей обработки и формирования отчетов. Во втором случае задача решается встроенными программными средствами обработки сигналов,

статистического анализа, имитации, при необходимости – работы внешних устройств.

Программа, созданная на данной платформе, позволяет находить изображения любой функции $f(t)$ вещественного аргумента t на отрезке от $t = 0$ до $t = H$. Функция задается аналитически посредством формулы, вводимой в соответствии с синтаксисом LabVIEW на лицевой панели программы (рисунок 2.1). Указывается значение дискретного аргумента k для расчета дифференциального спектра (ДТ-спектра) функции-оригинала. Программа выводит на лицевую панель значения аргумента и функции-оригинала. Значения дифференциального спектра исходной функции, рассчитанного в соответствии с количеством заданных дискрет, а также значения восстановленной с его помощью функции-оригинала отображаются на соответствующих числовых индикаторах. На графическом индикаторе в виде гистограммы выводится дифференциальный спектр функции. Графики функции-оригинала и восстановленной функции отображаются на одном графическом индикаторе для удобства сравнения, а среднеквадратическое отклонение (СКО) ошибки восстановления рассчитывается для заданного количества дискрет. Программа отвечает на изменение входных параметров функции-оригинала или количества дискрет.

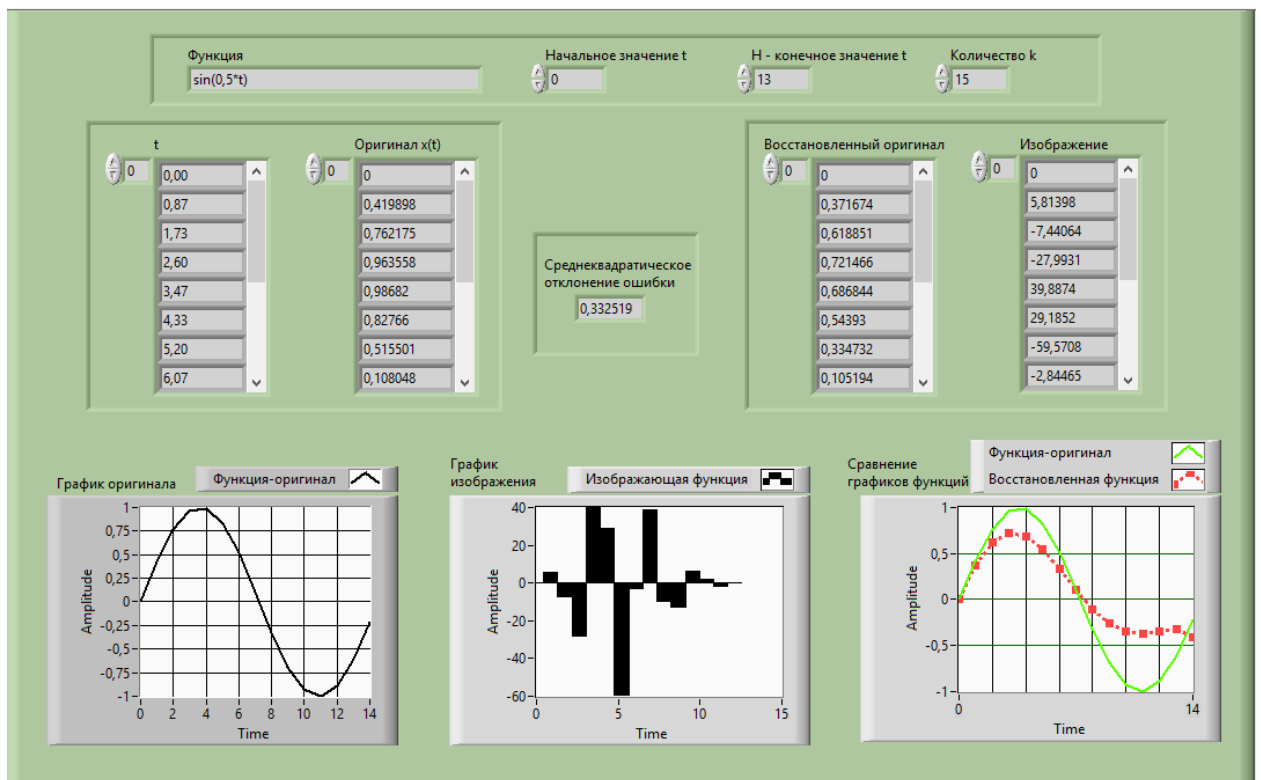


Рисунок 2.1. Лицевая панель программы

Блок-схема программы представлена в приложении А.

3.1.1 Восстановление экспоненциальной функции-оригинала

Исследования проводились на основе элементарных функций, значения которых могут быть получены из постоянных чисел и значений независимых переменных посредством конечного числа элементарных операций. В области операционных исчислений элементарные функции находятся с помощью прямого ДТ-преобразования, в то время как более сложные – обычно представлением оригиналов эквивалентными дифференциальными уравнениями.

В качестве первого оригинала была выбрана экспоненциальная функция:

$$f(t) = e^{-0,5t} \cdot \sin(\omega t). \quad (2.1)$$

Данная функция – синусоидальный сигнал, затухающий по экспоненте является линейной моделью, которая может быть представлена линейным дифференциальным уравнением. И, как упоминалось выше,

произведению функций в области оригиналов отвечает в области ДТ-изображений сравнительно простая операция – нахождение суммы конечного числа парных произведений дискрет изображений умножаемых функций. Также данная функция часто встречается и является универсальной.

Пусть переменная t имеет начальное значение $t = 0$, значение $H = 5$, $w = 1$. График экспоненциальной функции изображен на рисунке 2.2.

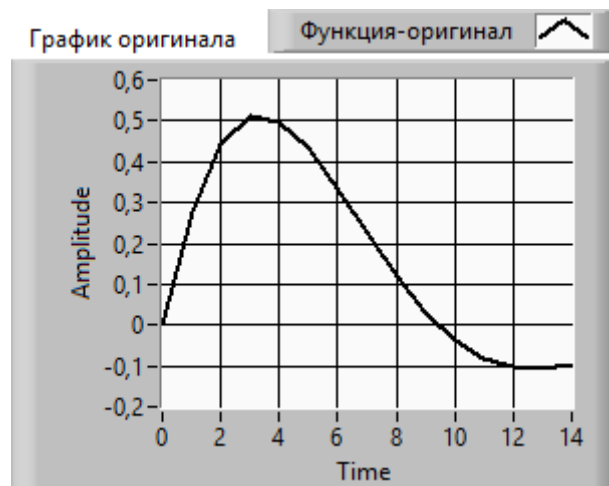


Рисунок 2.2

Преобразование функции-оригинала заключается в аппроксимации данных функции, то есть в переводе в дискретную форму с последующим восстановлением исходной функции. Изображающая функция (Т-экспонента) определяется выражением:

$$x(k) := \frac{(w \cdot H)^k}{k!} \cdot \sum_{L=0}^k \left[\frac{k!}{(k-L)! \cdot L!} \left(\frac{-C}{w} \right)^{k-L} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot L}{2}\right) \right], \quad (2.2)$$

где C – коэффициент, стоящий перед аргументом экспоненты, $C = 0,5$;

$H = 5$;

k – количество дискрет, $k = 15$;

$w = 1$.

Изображение экспоненциальной функции при заданных значениях, образованное дискретным спектром, представлено на рисунке 2.3.



Рисунок 2.3. График изображения функции $f(t) = e^{-0,5t} \cdot \sin(\omega t)$ при $k = 15$

Полученный дискретный спектр позволит восстановить функцию-оригинал, в результате чего можно будет определить с помощью среднеквадратического отклонения отличие восстановленной функции от функции-оригинала.

Проверим радиус сходимости ряда v с помощью признака сходимости Даламбера по формуле (1.38):

$$v := H \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{0.00134004}{0.000131456} \right| \rightarrow 30.5814873417$$

Найденное значение не противоречит условию $H < v$, т.е. $5 < 30$.

Восстановление функции осуществляется с помощью формулы (1.41).

На рисунке 2.4 предоставлено сравнение исходной функции и восстановленной.

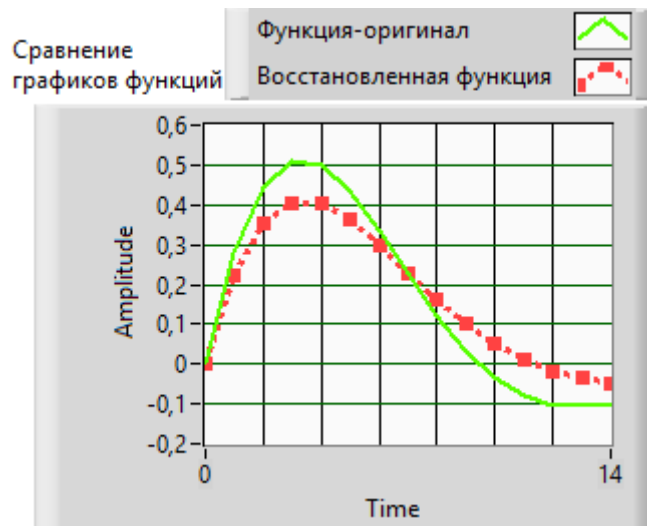


Рисунок 2.4

Рисунок показывает, что с помощью дискретного спектра восстановление функции выполнено достаточно точно, но нельзя пренебречь погрешностью, обусловленной точностью расчетов на платформе NI LabVIEW и ограниченностью дискретного спектра.

Погрешность восстановления исходной функции, оцененная по СКО, подсчитана программой при заданном значении количества дискрет: $СКО = 0,07017$. При последовательном увеличении количества дискрет значение ошибки восстановления функции-оригинала уменьшается, что видно на рисунке 2.5.

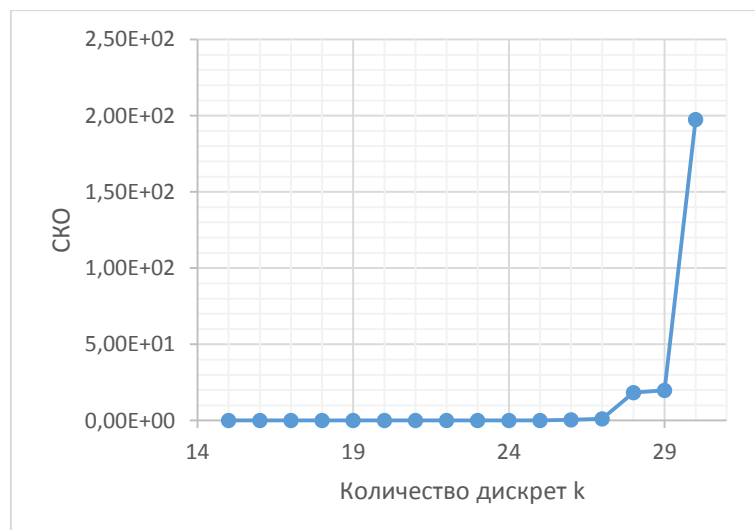


Рисунок 2.5. Зависимость СКО от количества дискрет

При значении $k = 27$ ошибка начинает резко возрастать, таким образом для необходимой точности при восстановлении функции достаточно 26 дискрет.

3.1.2 Восстановление синусоидальной функции-оригинала

В качестве второго оригинала выбрана функция

$$x(t) = \sin(\omega t)$$

Изображение данной функции имеет вид

$$x(k) := \frac{(\omega \cdot H)^k}{k!} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot k}{2}\right) \quad (2.3)$$

где $\omega = 0,5$;

$k = 15$;

$H = 13$.

График синусоидальной функции-оригинала представлен на рисунке 2.6.

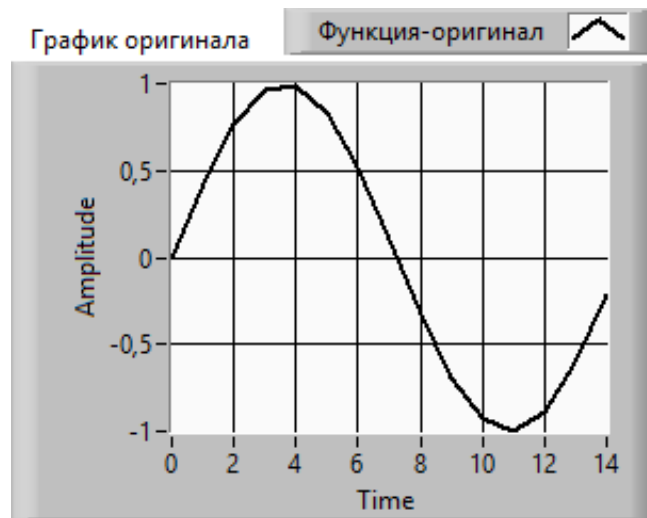


Рисунок 2.6. График функции $x(t) = \sin(0,5t)$

Совокупность дискрет для указанных данных образует дифференциальный спектр функции-оригинала (рисунок 2.7).

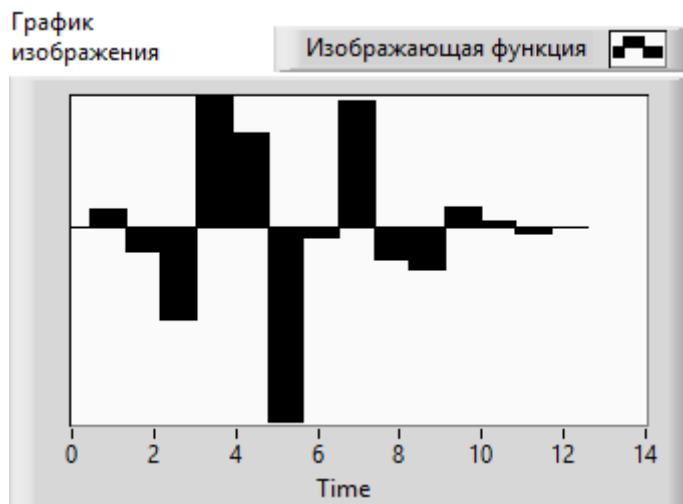


Рисунок 2.7. График изображения функции $x(t) = \sin(0,5t)$ при $k = 15$

Проверим радиус сходимости ряда v с помощью признака сходимости Даламбера по формуле (1.38):

$$v := N \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{0.00000213343}{-0.000000172295} \right| \rightarrow 37.147276473490234$$

Найденное значение не противоречит условию $N < v$, т.е. $13 < 37$.

С помощью полученных дискрет восстанавливается оригинальная синусоидальная функция (рисунок 2.8), затем находится значение СКО.



Рисунок 2.8. Сравнение графиков исходной и восстановленной синусоидальной функции

Погрешность восстановления функции-оригинала: СКО = 0,332519.

При последовательном увеличении количества дискрет на единицу значение СКО уменьшается (рисунок 2.9) до $k = 30$, после чего ошибка восстановления начинает возрастать. Следовательно, для достижения достаточной точности данную функцию можно восстанавливать при меньших значениях количества дискрет.



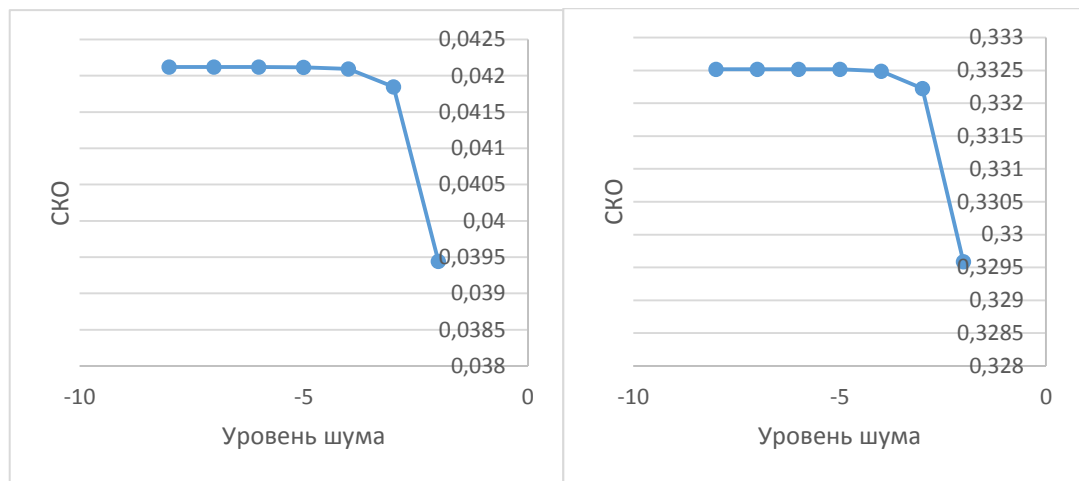
Рисунок 2.9. Зависимость СКО от количества дискрет

3.2 Восстановление функции-оригинала при внесении аддитивного шума

Прямые операционные преобразования сигналов реальных динамических систем связаны с многократным дифференцированием, фактически невозможным из-за шумов, высокочастотных наводок и других помех. Необходимо знать, при каком влиянии помех погрешность восстановления возрастает, делая расхождение между оригиналом и восстановленной функцией слишком большим.

Добавим к функциям-оригиналам аддитивный шум, определяемый значением амплитуды функции. Значения шума будут меняться от 10^{-8} от амплитуды оригинала до 10^{-2} .

Построим график зависимости СКО от уровня шума для наглядного представления об увеличении погрешности (рисунок 2.10).



$\exp(-0,5*t)*\sin(t)$; б) $\sin(0,5*t)$

Рисунок 2.10. График зависимости СКО от уровня аддитивного шума

Из графика видно, что для обеих функций чувствительность к внесению помех начинается со значения шума 10^{-3} . Таким образом, данный метод имеет недостаток в задачах обработки измерительной информации с помехами: измерительная информация не должна иметь погрешность более $a=10^{-4}$.

3.3 Восстановление функции, заданной таблицей

Как уже говорилось, прямое изображение $F(k)$ функции $f(t)$ стандартно находится при помощи прямого дифференциального преобразования (3.1)

$$F(k) = \frac{H^k}{k!} \left(\frac{d^k f(t)}{dt^k} \right)_{t=0}. \quad (3.1)$$

Но такой метод трудно реализовать при задании функции $f(t)$ таблицей или графиком, поскольку операции численного и графического дифференцирования выполняются с недостаточной точностью. Поэтому для определения дифференциального спектра $F(k)$ используется обратное преобразование (3.2)

$$f(t) = \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\frac{t}{H} \right)^k F(k) \quad (3.2)$$

Дифференциальное преобразование позволяет находить параметры устройства по известному временному отклику, то есть

восстанавливать коэффициента обыкновенного дифференциального уравнения по приближённым дискретным значениям его решения.

Пусть известна математическая модель, записанная в виде обыкновенного дифференциального уравнения порядка n :

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = E(t), \quad (2.55)$$

где a_i – постоянные коэффициенты, $i = \overline{0; n}$, $E(t)$ – внешнее воздействие, которое определяется формулой (2.43). Пусть известен временной отклик $h(t)$ на интервале $t = [t_a, t_b]$, заданный табличным, либо графическим способом. Некоторые коэффициенты уравнения (2.55) a_i неизвестны, и их необходимо определить по отклику $h(t)$. Алгоритм состоит из следующих шагов.

1. Перевод исходного уравнения (2.55) в область изображений с помощью таблицы дифференциального преобразования (Приложение 1). Получим рекуррентное выражение для расчёта дискрет дифференциального спектра [79]:

$$X(k+n) = \frac{k!H^n}{a_n(k+n)!} \left[E \wp(k) - \sum_{i=0}^{n-1} a_i X(k+i) \frac{(k+i)!}{k!H^i} \right], \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.56)$$

2. Последовательно подставляя в выражение (2.56) $k = \overline{0; n-1}$, получим n линейно-независимых уравнений:

$$\begin{cases} X(n) = \frac{H^n}{a_n n!} \left[E - \sum_{i=0}^{n-1} a_i X(i) \frac{i!}{H^i} \right], \\ X(1+n) = -\frac{H^n}{a_n (1+n)!} \sum_{i=0}^{n-1} a_i X(1+i) \frac{(1+i)!}{H^i}, \\ \dots \\ X(k+n) = -\frac{k!H^n}{a_n (k+n)!} \sum_{i=0}^{n-1} (a_i X(k+i) \frac{(k+i)!}{k!H^i}). \end{cases} \quad (2.57)$$

3. Для расчёта дискрет берётся $N+1$ точка ($N > 2n$) на заданном графике временного отклика $h(t)$ и решается система уравнений (2.30) относительно неизвестных дискрет $X(k)$.

4. Решая систему уравнений (2.57) при известных $X(m)$, $m = \overline{0; 2n-1}$, можно отыскать n коэффициентов a_i , $i = \overline{0; n}$,

В среде Labview была разработана программа, реализующая данный способ при исходных данных, представленных таблицей своих значений. Лицевая панель программы изображена на рисунке 2.11. Блок-схема программы представлена в приложении Б.

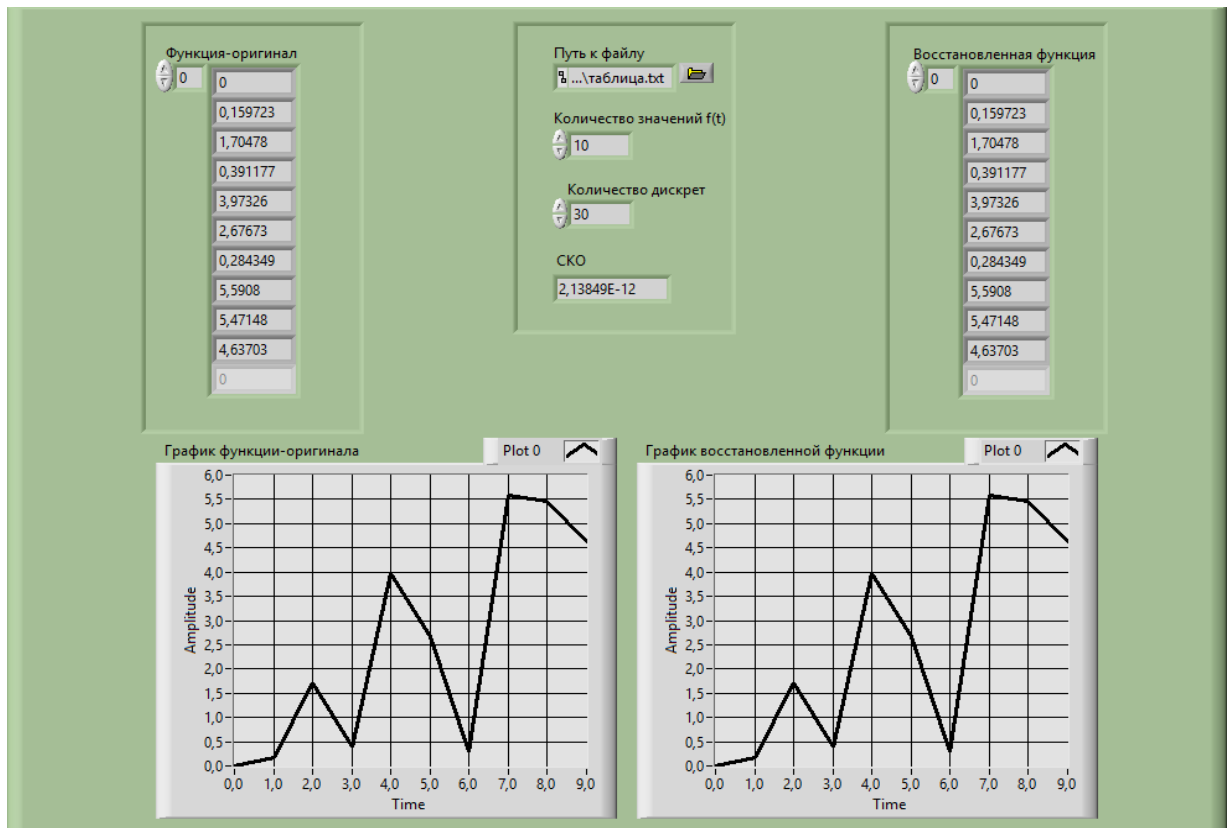


Рисунок 2.11. Лицевая панель программы, восстанавливающей заданную графиком функцию

Пользователь устанавливает количество точек функции, после чего значения функции-оригинала задаются случайными числами, которые сохраняются в выбранный текстовый файл. Указывается количество дискрет дифференциального спектра. Программа находит степенной многочлен, аппроксимирующий функцию $f(t)$ на рассматриваемом интервале.

Если функция $f(t)$ задана непрерывным графиком, то проверкой точности аппроксимации ее степенным многочленом $\tilde{f}(t)$ является построение последнего по выражению (4).

$$\tilde{f}(t) = \sum_{k=0}^{k=n} \left(\frac{t}{H}\right)^k \tilde{F}(k) = f_0 + \frac{t}{H} \tilde{F}(1) + \left(\frac{t}{H}\right)^2 \tilde{F}(2) + \dots + \left(\frac{t}{H}\right)^n \tilde{F}(n), \quad (4)$$

Программа сравнивает исходные и восстановленные значения и выдает СКО ошибки восстановления.

Зададим количество значений функции-оригинала $n = 10$, количество дискрет $k = 30$.

Программа создала случайные значения функции (рисунок 2.12)

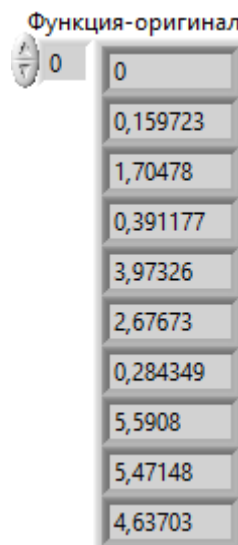


Рисунок 2.12

Графики исходной и восстановленной функции представлены на рисунке 2.13.

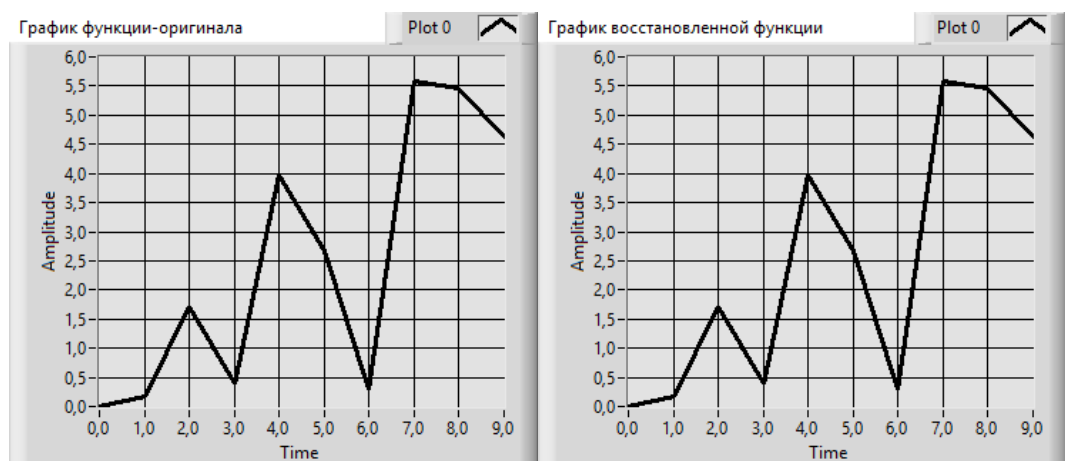


Рисунок 2.13

Визуально восстановленный график точен, но все же присутствует СКО погрешности восстановления. В данном случае $\text{СКО} = 2,13849 \cdot 10^{-12}$.

Данный способ определения аппроксимирующих функций применим и к случаям, когда экспериментальными являются не сами функции, а зависимости между ними в форме вольтамперных и тому подобных характеристик, то есть зависимость между двумя величинами, например, $x = x(t)$ и $y = y(t)$, представлена в виде $y = y(x)$. Тогда можно находить аналогичную связь между их Т-спектрами по правилам теории ДТ-преобразований, не обращаясь уже к каким-либо экспериментальным данным.

4 Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение

Целью данного раздела является определение оценки коммерческого потенциала, перспективности и альтернатив проведения научных исследований с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения, а также планирование и формирование бюджета научных исследований, определение ресурсной (ресурсосберегающей), финансовой, бюджетной, социальной и экономической эффективности исследования.

Научно-исследовательская работа направлена на реализацию операторного метода дифференциально-тейлоровских преобразований в обработке измерительной информации на платформе NI LabVIEW.

Дифференциально-тейлоровские функциональные преобразования являются одним из инструментов математического моделирования физических систем. Перевод обычных математических описаний состояния объектов различной физической природы в область ДТ-изображений дает в руки исследователя алгебраизированные модели той же точности, что и исходные модели – оригиналы, и позволяет единообразно подходить к решению задач расчета не только линейных, но и нелинейных систем.

Метод, разрабатываемый в рамках данной работы, может найти практическое применение для расчета временных характеристик в нелинейных электрических цепях и цепях с переменными параметрами, параметрического синтеза нелинейных электрических цепей и цепей с переменными параметрами.

4.1 Организация и планирование работ

При организации процесса реализации конкретного проекта необходимо оптимально планировать занятость каждого из его участников и сроки проведения отдельных работ.

На данном этапе составляется полный перечень проводимых работ, определяются их исполнители и оптимальная продолжительность. Наглядным результатом планирования работ является сетевой, либо линейный график реализации проекта. В большинстве случаев предпочтительным является линейный график. Перечень работ приведен в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Перечень работ и загрузка исполнителей

Этапы работы	Исполнители	Загрузка исполнителей
Постановка целей и задач, получение исходных данных	НР	НР – 100%
Составление и утверждение ТЗ	НР, И	НР – 90% И – 10%
Подбор и изучение материалов по тематике	НР, И	НР – 30% И – 70%
Разработка календарного плана	НР, И	НР – 90% И – 10%
Обсуждение литературы	НР, И	НР – 50% И – 50%
Выбор среды разработки	НР, И	НР – 30% И – 70%
Реализация метода	НР, И	НР – 10% И – 90%
Анализ результатов	НР, И	НР – 30% И – 70%
Оформление пояснительной записки	И	И – 100%
Подведение итогов	НР, И	НР – 50% И – 50%

Примечание к таблице 4.1:

НР – научный руководитель.

И – исполнитель.

4.1.1 Продолжительность этапов работ

Расчёт продолжительности этапов работ осуществляется двумя методами: технико-экономическим или опытно-статистическим.

Используем опытно-статистический метод, который реализуется двумя способами: аналоговым или вероятностным.

Для определения ожидаемого значения продолжительности работ $t_{ож}$ применяется вероятностный метод – метод двух оценок t_{min} и t_{max} .

$$t_{ож} = \frac{3t_{min} + 2t_{max}}{5}, \quad (4.1)$$

где t_{min} – минимальная трудоемкость работ, чел/дн.; t_{max} – максимальная трудоемкость работ, чел/дн.

Для выполнения перечисленных в таблице 4.2 работ требуются специалисты: исполнитель и научный руководитель.

Рассчитаем длительность этапов в рабочих днях, а затем переведем в календарные дни по формуле:

$$T_{рД} = \frac{t_{ож}}{K_{вн}} \cdot K_{д}, \quad (4.2)$$

где $t_{ож}$ – трудоемкость работы, чел/дн.; $K_{вн}$ – коэффициент выполнения работ ($K_{вн} = 1$); $K_{д}$ – коэффициент, учитывающий дополнительное время на компенсации и согласование работ ($K_{д} = 1.2$).

Расчёт продолжительности этапа в календарных днях ведется по формуле:

$$T_{кД} = T_{рД} \cdot T_{к}, \quad (4.3)$$

где $T_{рД}$ – продолжительность выполнения этапа в рабочих днях; $T_{кД}$ – продолжительность выполнения этапа в календарных днях; $T_{к}$ – коэффициент календарности.

Коэффициент календарности рассчитывается по формуле:

$$T_{к} = \frac{T_{кал}}{T_{кал} - T_{вд} - T_{пд}}, \quad (4.4)$$

где $T_{кал}$ – календарные дни ($T_{кал} = 365$); $T_{вд}$ – выходные дни ($T_{вд} = 52$); $T_{пд}$ – праздничные дни ($T_{пд} = 14$).

$$T_{к} = \frac{365}{365 - 52 - 14} = 1,2$$

В таблице 4.2 приведены длительность этапов работ и число исполнителей, занятых на каждом этапе.

Величины трудоемкости этапов по исполнителям $T_{кД}$ позволяют построить линейный график осуществления проекта (таблица 4.3).

Таблица 4.2 – Трудозатраты на выполнение проекта

Этап	Исполнители	Продолжительность работ, дни			Длительность работ, чел/дн.			
					Т _{рд}		Т _{кд}	
		t_{min}	t_{max}	$t_{ож}$	НР	И	НР	И
Постановка целей и задач, получение исходных данных	НР	2	4	2,8	3,36	-	4,088	-
Составление и утверждение ТЗ	НР, И	2	4	2,8	3,024	0,336	3,6792	0,4088
Подбор и изучение материалов по тематике	НР, И	12	15	13,2	4,752	11,088	5,7816	13,4904
Разработка календарного плана	НР, И	2	4	2,8	3,024	0,336	3,6792	0,4088
Обсуждение литературы	НР, И	4	6	4,8	2,88	2,88	3,504	3,504
Выбор среды разработки	НР, И	6	10	7,6	2,736	6,384	3,3288	7,7672
Реализация метода	НР, И	10	18	13,2	1,584	14,256	1,9272	17,3448
Анализ результатов	НР, И	10	15	12	4,32	10,08	5,256	12,264
Оформление пояснительной записки	И	10	15	12	-	14,4	-	17,52
Подведение итогов	НР, И	4	6	4,8	2,88	2,88	3,504	3,504
Итого:				76	28,56	62,64	34,75	76,21

Таблица 4.3 – Линейный график работ

Этап	НР	И	Март			Апрель			Май			Июнь	
			10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
1	4,088	-											
2	3,6792	0,4088											
3	5,7816	13,49		 									
4	3,6792	0,4088											
5	3,504	3,504			 								
6	3,3288	7,7672				 							
7	1,9272	17,344				 							
8	5,256	12,264						 					
9	-	17,52											
10	3,504	3,504										 	

НР - И -

4.1.2 Расчет накопления готовности проекта

Величина накопления готовности работы показывает, на сколько процентов выполнена работа по окончанию текущего этапа.

Степень готовности определяется формулой (4.5):

$$CG_i = \frac{TP_{Hi}}{TP_{общ}} \cdot 100\%, \quad (4.5)$$

где TP_{Hi} – нарастающая трудоемкость с момента начала работы i -го этапа;

$TP_{общ}$ – общая трудоемкость проекта.

Заполним таблицу 4.5 величинами CG_i (%) и удельным весом этапа TP_i (%).

Таблица 4.5 – Нарастание технической готовности работы и удельный вес каждого этапа

Этап	TP_i , %	CG_i (%)
Постановка целей и задач, получение исходных данных	3,684211	3,684211
Составление и утверждение ТЗ	3,684211	7,368421
Подбор и изучение материалов по тематике	17,36842	24,73684
Разработка календарного плана	3,684211	28,42105
Обсуждение литературы	6,315789	34,73684
Выбор среды разработки	10	44,73684
Реализация метода	17,36842	62,10526
Анализ результатов	15,78947	77,89474
Оформление пояснительной записки	15,78947	93,68421
Подведение итогов	6,315789	100

4.2 Расчет сметы затрат на выполнение проекта

В состав затрат на создание проекта включается величина всех расходов, необходимых для реализации комплекса работ, составляющих содержание данной разработки. Расчет сметной стоимости ее выполнения производится по следующим статьям затрат:

- материалы и покупные изделия;
- заработная плата;

- социальный налог;
- расходы на электроэнергию (без освещения);
- амортизационные отчисления;
- командировочные расходы;
- оплата услуг связи;
- арендная плата за пользование имуществом;
- прочие услуги (сторонних организаций);
- прочие (накладные расходы) расходы.

4.2.1 Расчет затрат на материалы

Так как все работы выполнялись преимущественно на ПЭВМ, то они не потребовали затрат на материалы. По данной статье можно принять $C_{\text{мат}} = 0$.

4.2.2 Расчет заработной платы

Расчет основной заработной платы выполняется на основе трудоемкости выполнения каждого этапа и величины месячного оклада исполнителя. Среднедневная заработная плата рассчитывается по формуле (4.6):

$$ЗП_{\text{дн-т}} = \frac{МО}{D_{\text{раб}}} \quad (4.6)$$

где МО – месячный оклад;

$D_{\text{раб}}$ – количество рабочих дней в месяце.

Расчёты затрат на полную заработную плату приведены в таблице 4.6. При расчёте учитывалось, что в году 299 рабочих дня при шестидневной рабочей неделе, следовательно, в месяце 24,92 рабочих. Затраты времени на выполнение работы по каждому исполнителю брались из таблицы 4.4.

Для учета в составе зарплаты премий, дополнительной зарплаты и районной надбавки используется следующий ряд коэффициентов: $K_{\text{пр}} = 1,1$, коэффициент дополнительной заработной

платы $K_{\text{доп}} = 1,188$ для шестидневной ($K_{\text{доп}} = 1,113$ для пятидневной) рабочей недели и районный коэффициент $K_{\text{РК}} = 1,3$.

$$K = K_{\text{ПР}} * K_{\text{РК}} * K_{\text{доп}}$$

Таблица 4.6 – Затраты на основную заработную плату

Исполнитель	Оклад, руб./мес.	Среднедневная ставка, руб./день	Затраты времени, дни	К	Фонд з/платы, руб.
НР	33 162,87	1 330,77	29	1,699	65 568
И	14 874,45	596,89	63	1,592	59 865
Итого:					125 434

4.2.3 Расчет затрат на социальный налог

Затраты по этой статье составляют отчисления по единому социальному налогу (ЕСН), включающему в себя отчисления в пенсионный фонд, на социальное и медицинское страхование

Отчисления по заработной плате определяются по следующей формуле (4.7):

$$C_{\text{соц}} = K_{\text{соц}} * C_{\text{осн}}, \quad (4.7)$$

где $K_{\text{соц}}$ – коэффициент, учитывающий размер отчислений из заработной платы = 27%.

Вычислим социальные отчисления для имеющихся данных:

$$C_{\text{соц}} = 0,27 * 129\,458 = 33\,867,18 \text{ руб}$$

4.2.4 Расчет затрат на электроэнергию

Данный вид расходов включает в себя затраты на электроэнергию, потраченную в ходе выполнения проекта на работу используемого оборудования, рассчитываемые по формуле (4.8):

$$C_{\text{эл.об.}} = P_{\text{об}} * t_{\text{об}} * C_{\text{э}}, \quad (4.8)$$

где $P_{\text{об}}$ – мощность, потребляемая оборудованием, кВт;

$C_{\text{э}}$ – тариф на 1 кВт·час;

$t_{\text{об}}$ – время работы оборудования, час.

Для $C_{\text{э}} = 5,782$ руб./кВт·час (с НДС) заполним таблицу 4.7.

Таблица 4.7 – Затраты на электроэнергию технологическую

Наименование оборудования	Время работы оборудования $t_{\text{ОБ}} = T_{\text{пл}} * K_t$, час	Потребляемая мощность $P_{\text{ОБ}}$, кВт	Затраты ЭОБ, руб.
ПК	504*0,6	0,45	786,82
Итого:			786,82

4.2.5 Расчет амортизационных расходов

Амортизационные отчисления рассчитываются на время использования оборудования за время выполнения проекта по формуле (4.9):

$$C_{\text{АМ}} = \frac{H_A * C_{\text{ОБ}} * t_{\text{рф}} * n}{F_d}, \quad (4.9)$$

где H_A – годовая норма амортизации, $H_A = 33\%$;

$C_{\text{ОБ}}$ – цена оборудования, $C_{\text{ОБ}} = 35\,000$ руб.;

F_d – действительный годовой фонд рабочего времени, $F_d = 299 * 8 = 2392$ часов;

$t_{\text{ВТ}}$ – время работы вычислительной техники во время проведения НИР, $t_{\text{ВТ}} = 62,64 * 8 = 501,12$ часа;

n – число задействованных ПЭВМ, $n = 1$.

Вычислим амортизационные отчисления:

$$C_{\text{АМ}} = \frac{0,33 * 35000 * 501,12}{2392} = 2419,71 \text{ руб}$$

4.2.6 Расчет расходов, учитываемых непосредственно на основе платежных (расчетных) документов (кроме суточных)

Так как в ходе работы не было совершено командировок, не привлекались сторонние организации, не арендовалось помещение, то данную статью расходов считаем равной нулю.

$$C_{\text{НП}} = 0 \text{ руб.}$$

4.2.7 Расчет прочих расходов

В статье «Прочие расходы» отражены расходы на разработку

проекта, которые не учтены в предыдущих статьях. Их следует принять равными 10 % от единовременных затрат на разработку и вычисляют по формуле (4.10):

$$C_{\text{проч}} = (C_{\text{мат}} + C_{\text{зп}} + C_{\text{соц}} + C_{\text{эл.об.}} + C_{\text{ам}} + C_{\text{нп}}) * 0,1 \quad (4.10)$$

Рассчитаем прочие расходы, поставив числа в формулу (4.10):

$$\begin{aligned} C_{\text{проч}} &= (125\,434 + 33\,867,18 + 786,82 + 2419,71) * 0,1 \\ &= 16\,250,77 \text{ руб} \end{aligned}$$

4.2.8 Расчет общей себестоимости разработки

Определим общую себестоимость, сведя все сметы затрат в таблицу 4.8.

Таблица 4.8 – Смета затрат на разработку проекта

Статья затрат	Условное обозначение	Сумма, руб.
Материалы и покупные изделия	$C_{\text{мат}}$	0
Основная заработная плата	$C_{\text{зп}}$	125 434
Отчисления в социальные фонды	$C_{\text{соц}}$	33 867,18
Расходы на электроэнергию	$C_{\text{эл.}}$	786,82
Амортизационные отчисления	$C_{\text{ам}}$	2419,71
Непосредственно учитываемые расходы	$C_{\text{нр}}$	0
Прочие расходы	$C_{\text{проч}}$	16 250,77
Итого:		178 758,48

Таким образом, затраты на разработку составили $C = 178\,758,48$ руб.

4.2.9 Расчет прибыли

Прибыль составляет 20 % от расходов на разработку. Таким образом, прибыль равна $178\,758,48 * 0,2 = 35\,751,8$ руб.

4.2.10 Расчет НДС

НДС составляет 18% от суммы затрат на разработку и прибыли. Таким образом, НДС составляет $(178\,758,48 + 35\,751,8) * 0,18 = 42\,902,04$ руб.

4.2.11 Цена разработки НИР

Цена равна сумме полной себестоимости, прибыли и НДС. Таким образом $C_{\text{НИР(КР)}} = 170807,52 + 34\,161,5 + 42\,902,04 = 257\,412,36$ руб.

4.3 Оценка экономической эффективности проекта

Метод дифференциально-тейлоровского преобразования благодаря наличию математического, алгоритмического аппарата и программного обеспечения может быть применен в коммерческих целях, поскольку позволяет решать прикладные задачи в области электротехники, теории управления, механики, аэродинамики и астрофизики. Реализация метода на платформе NI LabVIEW может позволить значительно упростить моделируемые на ней процессы. Однако в данном случае невозможно количественно оценить экономический эффект проекта, поскольку объект внедрения еще неизвестен.

4.3.1 Оценка научно-технического уровня НИР

Научно-технический уровень характеризует влияние проекта на уровень и динамику обеспечения научно-технического прогресса в данной области. Для оценки научной ценности, технической значимости и эффективности, планируемых и выполняемых НИР, используется метод балльных оценок.

Сущность метода заключается в том, что на основе оценок признаков работы определяется интегральный показатель (индекс) ее научно-технического уровня по формуле (4.11):

Используя метод балльных оценок, определяем коэффициент ее научно-технического уровня, по формуле:

$$K_{\text{НТУ}} = \sum_{i=1}^3 R_i \cdot n_i, \quad (4.11)$$

где $K_{\text{НТУ}}$ – коэффициент научно-технического уровня;

R_i – весовой коэффициент i -го признака научно-технического эффекта;

n_i – количественная оценка i -го признака научно-технического эффекта, в баллах.

Таблица 4.9 – Весовые коэффициенты признаков НТУ

Признаки научно-технического эффекта НИР	Характеристика признака НИР	Ri
Уровень новизны	Систематизируются и обобщаются сведения, определяются пути дальнейших исследований	00,4
Теоретический уровень	Разработка способа (алгоритм, программа мероприятий, устройство, вещество и т.п.)	00,1
Возможность реализации	Время реализации в течение первых лет	00,5

Таблица 4.10 – Баллы для оценки уровня новизны

Уровень новизны	Характеристика уровня новизны	Баллы
Принципиально новая	Новое направление в науке и технике, новые факты и закономерности, новая теория, вещество, способ	8 – 10
Новая	По-новому объясняются те же факты, закономерности, новые понятия дополняют ранее полученные результаты	5 – 7
Относительно новая	Систематизируются, обобщаются имеющиеся сведения, новые связи между известными факторами	2 – 4
Не обладает новизной	Результат, который ранее был известен	0

Таблица 4.11 – Баллы значимости теоретических уровней

Теоретический уровень полученных результатов	Баллы
Установка закона, разработка новой теории	10
Глубокая разработка проблемы, многоспектральный анализ, взаимодействия между факторами с наличием объяснений	8
Разработка способа (алгоритм, программа и т. д.)	6
Элементарный анализ связей между фактами (наличие гипотезы, объяснения версии, практических рекомендаций)	2
Описание отдельных элементарных факторов, изложение наблюдений, опыта, результатов измерений	0,5

Таблица 4.12 – Возможность реализации научных, теоретических результатов по времени и масштабам

Время реализации	Баллы
В течение первых лет	10
От 5 до 10 лет	4
Свыше 10 лет	2

Таблица 4.13 – Оценка уровня научно-технического эффекта

Уровень НТЭ	Показатель НТЭ
Низкий	1-4
Средний	4-7
Высокий	8-10

Для рассматриваемого проекта частные оценки уровня n_i и их краткое обоснование даны в таблице 4.14:

Таблица 4.14 – Сводная таблица оценки научно-технического уровня НИР

Фактор НТУ	Значимость	Уровень фактора	Балл	Обоснование выбранного балла
Уровень новизны	0,4	Относительно новая	4	Малоизвестный метод впервые разработан в графической среде программирования
Теоретический уровень	0,1	Разработка способа	6	Найдена зависимость ошибок восстановления функции от количества взятых дискрет
Возможность реализации	0,5	В течение первых лет	10	Реализация в системах моделирования

Исходя из оценки признаков, показатель научно-технического уровня для данного проекта составил:

$$K_{НТУ} = 0,4 * 4 + 0,1 * 6 + 0,5 * 10 = 1,2 + 0,6 + 5 = 7,2$$

Согласно таблице 4.13 проект «реализации метода дифференциально-тейлоровских преобразований в графической среде NI LabVIEW» имеет средний уровень научно-технического эффекта.

5 Социальная ответственность

Аннотация

Представление понятия «Социальная ответственность» сформулировано в международном стандарте (МС) IC CSR-08260008000: 2011 «Социальная ответственность организации».

В соответствии с МС - Социальная ответственность - ответственность организации за воздействие ее решений и деятельности на общество и окружающую среду через прозрачное и этическое поведение, которое:

- содействует устойчивому развитию, включая здоровье и благосостояние общества;
- учитывает ожидания заинтересованных сторон;
- соответствует применяемому законодательству и согласуется с международными нормами поведения (включая промышленную безопасность и условия труда, экологическую безопасность);
- интегрировано в деятельность всей организации и применяется во всех ее взаимоотношениях (включая промышленную безопасность и условия труда, экологическую безопасность).

Введение

Объект исследования – реализация метода дифференциально-тейлоровских преобразований на платформе LabVIEW.

Согласно техническому заданию метод разработан среде графического программирования National Instruments LabVIEW. Функционирование данного метода осуществляют ПЭВМ и данные, подаваемые оператором на виртуальные приборы LabVIEW, позволяющие моделировать физические процессы.

В разделе будет произведен анализ вредных и опасных производственных факторов, даны рекомендации по их снижению, а

также будут рассмотрены чрезвычайные ситуации характерные для рассматриваемого производственного объекта.

5.1 Производственная безопасность

5.1.1 Анализ вредных и опасных факторов, которые может создать объект исследования

Согласно номенклатуре, опасные и вредные факторы по ГОСТ 12.0.003-74 делятся на следующие группы:

- физические;
- химические;
- психофизиологические;
- биологические.

Перечень опасных и вредных факторов, влияющих на персонал в заданных условиях деятельности, представлен в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Перечень опасных и вредных факторов

Источник фактора, наименование видов работ	Факторы		Нормативные документы
	Вредные	Опасные	
• работа с ПЭВМ;	• Температура; • Влажность и скорость воздуха; • Зрительное напряжение; • Естественное и искусственное освещение; • Шум; • Электромагнитные излучения.	• Электрический ток.	• Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений СанПиН 2.2.4-548-96; • Нормы естественного и искусственного освещения предприятий, СНиП 23-05-95; • Допустимые уровни шумов в производственных помещениях. ГОСТ 12.1.003-83. ССБТ; • Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы, СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03;

5.1.2 Обоснование мероприятий по защите персонала предприятия от действия опасных и вредных факторов (техника безопасности и производственная санитария)

5.1.2.1 Требования к помещениям для работы с ПЭВМ

Основным документом, определяющим условия труда на персональных ЭВМ, являются «Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы». Санитарные нормы и правила СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03, которые были введены 30 июня 2003 года [1].

Кабинет представляет собой комнату длиной 6 м, шириной 3 м, и высотой 3 м. Естественное освещение осуществляется посредством окна размером 1,7 м х 1,5 м. Дверь – деревянная, одностворчатая, покрытая лаком светло-коричневого цвета. Высота двери – 2 м., ширина - 1 м. Стены комнаты окрашены водоэмульсионной краской. Цвет стен – бледно-голубой. Потолок побелен белым цветом. Пол покрывает линолеум светло-серого цвета. Площадь кабинета составляет 18 м², объем – 54 м³. Также данное помещение оборудовано датчиками дыма.

Офисное помещение относится к классу помещений без повышенной опасности, так как отсутствуют условия, создающие повышенную или особо повышенную опасность.

Помещение оборудовано на два рабочих места. Пункт 3.4 СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 определяет требования к минимальной площади и объему на одно рабочее место. По нему при периметральном расположении площадь одного рабочего места должна быть не менее 4,5 м². Для данного помещения эти требования выполняются [1].

5.1.2.2 Микроклимат

Микроклимат производственных помещений – это климат внутренней среды этих помещений, который определяется

действующими на организм человека сочетаниями температуры, влажности и скорости движения воздуха, а также интенсивности теплового излучения от нагретых поверхностей.

Определяющими факторами при определении микроклимата производственного помещения являются:

- температура;
- влажность воздуха;
- скорость движения воздуха;

Оптимальные значения этих характеристик зависят от сезона (холодный, тёплый), а также от категории физической тяжести работы. Для инженера-метролога она является лёгкой (Ia), так как работа проводится сидя, без систематических физических нагрузок.

Согласно требованиям [2], оптимальные параметры микроклимата в офисах приведены в таблице 5.2.

Таблица 5.2 - Оптимальные значения характеристик микроклимата

Период года	Категория работы	Температура воздуха, °С	Относительная влажность, %	Скорость движения воздуха, м/с
Холодный	Ia	22-24	40-60	0,1
Тёплый	Ia	23-25	40-60	0,1

Допустимые микроклиматические условия установлены по критериям допустимого теплового и функционального состояния человека на период 8-часовой рабочей смены. Они устанавливаются в случаях, когда по технологическим требованиям, техническим и экономически обоснованным причинам не могут быть обеспечены оптимальные величины.

Допустимые величины показателей микроклимата на рабочих местах представлены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Допустимые значения характеристик микроклимата

Период года	Категория работы	Температура воздуха, °С	Относительная влажность, %	Скорость движения воздуха, м/с
Холодный	Ia	20-25	15-75	0,1
Тёплый	Ia	21-28	15-75	0,1-0,2

Для создания благоприятных условий труда и повышения производительности, необходимо поддерживать оптимальные параметры микроклимата производственных помещений. Для этого предусмотрены следующие средства: центральное отопление в холодный период года, вентиляция (искусственная и естественная), искусственное кондиционирование.

5.1.2.3 Освещение

Освещение – получение, распределение и использование световой энергии для обеспечения благоприятных условий видения предметов и объектов.

В рабочем помещении сочетаются естественное освещение (через окна) и искусственное освещение (использование ламп при недостатке естественного освещения).

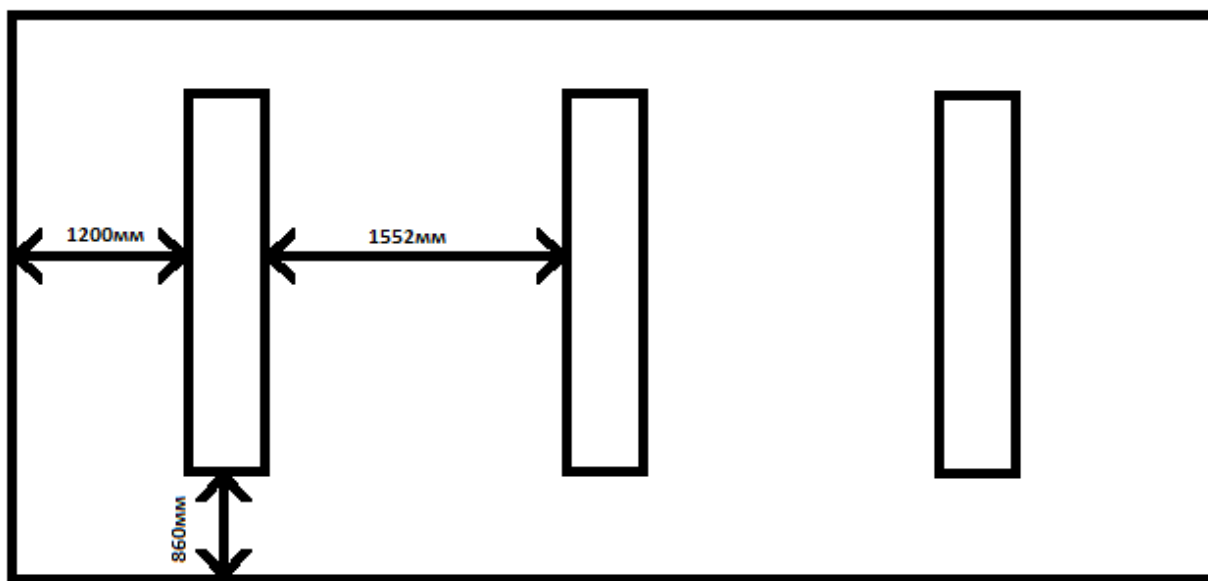
Светильники в помещении располагаются равномерно по площади потолка, тем самым обеспечивая равномерное освещение рабочих мест.

Освещённость на рабочем месте должна соответствовать характеру зрительной работы, который определяется наименьшим размером объекта различения, контрастом объекта с фоном и характеристикой фона. Согласно СНИП 23-05-95 разряд зрительных работ метролога относится к разряду III подразряду Г (высокой точности), параметры искусственного освещения указаны в таблице 5.3 [1, 3].

Таблица 5.3 - Нормативные значения освещённости

Характер зрительной работы	Разряд зрительной работы	Подразряд зрительной работы	Искусственное освещение		Естественное освещение КЕО e_n , % при боковом
			Освещенность при системе общего освещения, лк	Коэффициент пульсации, K_p , %	
Различение объектов высокой точности	III	Г	400	15	1,2

Рассчитаем фактическую освещенность рассматриваемого помещения. Длина и ширина аудитории равны соответственно 6 и 3 м, высота – 3 м, количество светильников $N = 3$, количество ламп внутри светильника $n=2$. Расположение светильников в кабинете показано на



рисунке 5.1.

Рисунок 5.1. Расположение светильников в кабинете

Рассчитаем индекс помещения (5.1):

$$i = \frac{S}{h \cdot (A + B)}, \quad (5.1)$$

где i – индекс помещения; S – площадь помещения, m^2 ; h – высота помещения, м; A – длина помещения, м; B – ширина помещения.

Получили индекс помещения $i \approx 0,7$.

Так как поверхность стен окрашена в бледно-голубой цвет, с окнами без штор, то коэффициент отражения поверхности стен $P_{ст} = 50\%$. Так как поверхность потолка светлая, то коэффициент отражения поверхности потолка $P_{п} = 30\%$. Исходя из значения индекса помещения и коэффициентов отражения потолка и стен можно определить, что коэффициент использования рассматриваемого светового светильника с люминесцентными лампами люминесцентными лампами ЛБ-80 равен 38%. Рассчитаем освещенность помещения по формуле (5.2):

$$E_{факт} = \frac{N \cdot n \cdot \Phi_{ст} \cdot \eta}{S \cdot K_3 \cdot Z}, \quad (5.2)$$

где $E_{н}$ – фактическая освещенность; N – число светильников в помещении; n – число ламп в светильнике; $\Phi_{ст}$ – величина стандартного светового потока, лм; η – коэффициент использования светового потока; S – площадь помещения; K_3 – коэффициент запаса; Z – коэффициент неравномерности освещения.

Зная, что $\Phi_{ст} = 4800$ (лм) для люминесцентных ламп ЛБ-80, K_3 для помещений с малым выделением пыли равен 1,5, а Z для люминесцентных ламп равен 1,1, рассчитаем значение фактической освещенности по формуле (5.2).

$$E_{факт} = 368.091 \text{ (лм)}$$

Данное значение не удовлетворяет нормативное. Рассчитаем численную оценку разности между фактическим значением освещенности и нормативным (5.3).

$$\Delta E = \frac{(E_{факт} - E_{н})}{E_{н}} \cdot 100\%, \quad (5.3)$$

где ΔE – показатель разности между фактической освещенностью и нормативной; $E_{факт}$ – фактическое значение освещенности; $E_{н}$ – нормативное значение освещенности.

Подставив значения в формулу, вычислим $\Delta E \approx 7\%$. Допустимый показатель отклонения составляет 20%, таким образом, можно сделать вывод о том, что фактическая освещенность находится в пределах допустимой нормы.

5.1.2.4 Шум

Шум определяется как звук, оцениваемый негативно и наносящий вред здоровью.

Основными источниками шума в помещении являются:

- система охлаждения центральных процессоров;
- жесткие диски;

При выполнении основной работы на ПЭВМ уровень шума на рабочем месте не должен превышать 50 дБ. Допустимые уровни звукового давления в помещениях для персонала, осуществляющего эксплуатацию ЭВМ при разных значениях частот, приведены в таблице 5.4 [4].

Таблица 5.4 - Допустимые уровни звука на рабочем месте

Вид трудовой деятельности и, рабочее место	Уровни звукового давления, дБ, в октавных полосах со среднегеометрическими частотами, Гц									Уровни звука и эквивалентного звука (в дБА)
	331,5	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000	
Конструкторские бюро, программисты, лаборатории	886	71	61	54	49	45	42	40	38	50

В случае превышения норм необходимы мероприятия по защите от действия шума (защита временем, расстоянием, экранирования источника, рабочей зоны, замены оборудования, использование СИЗ).

Для снижения уровня шума, производимого персональными компьютерами, рекомендуется регулярно проводить их техническое

обслуживание: чистка от пыли, замена смазывающих веществ; также применяются звукопоглощающие материалы.

5.1.2.5 Электромагнитное излучение

Воздействие электромагнитного излучения на человека зависит от напряженностей электрического и магнитного полей, потока энергии, частоты колебаний, размера облучаемого тела.

Работа проводилась на современном компьютере, где значения электромагнитного излучения малы и отвечают требованиям, которые приведены в таблице 5.4 [5].

Таблица 5.4 - Допустимые уровни электромагнитных полей

Наименование параметров	Допустимые значения
Напряженность электромагнитного поля на расстоянии 50 см. вокруг ВДТ по электрической составляющей должна быть не более: • в диапазоне частот 5 Гц – 2 кГц • в диапазоне частот 2 – 400 кГц	25 В/м 2.5 В/м
Плотность магнитного потока должна быть не более: • в диапазоне частот 5 Гц – 2 кГц • в диапазоне частот 2 – 400 кГц	250 нТл 25 нТл
Напряженность электростатического поля:	20 кВ/м

Основной способ снижения вредного воздействия – это увеличение расстояния от источника (не менее 50 см от пользователя). При работе за компьютером специальные экраны и другие средств индивидуальной защиты применены не были.

5.1.2.6 Электрический ток

В связи с наличием электрооборудования для данного производственного объекта характерным является возможность поражения электрическим током. Для снижения данного риска необходимо соблюдать нормы электробезопасности [6].

Опасность поражения электрическим током, в отличие от прочих опасностей, усугубляется тем, что человек не в состоянии без

специальных приборов обнаружить напряжение дистанционно, как, например, движущейся части, раскалённый объект, открытые люки, не ограждённые площадки на больших высотах. Опасность обнаруживается обычно уже тогда, когда человек уже поражён.

Помещение, где расположены персональные вычислительные машины, относится к помещениям без повышенной опасности [10], так как отсутствуют следующие факторы:

1. Сырость;
2. Токопроводящая пыль;
3. Токопроводящие полы.

В соответствии с ГОСТ 12.1.019-79 [6], в целях обеспечения электробезопасности используют следующие технические способы и средства (часто в сочетании одного с другим): защитное заземление; зануление; защитное отключение; выравнивание потенциалов; малое напряжение; электрическое разделение сети; изоляцию токоведущих частей; оградительные устройства; предупредительную сигнализацию, блокировку, знаки безопасности; электрозащитные средства, предохранительные приспособления и др.

Организационными мероприятиями, обеспечивающими безопасность работы на действующих электроустановках, являются: назначение лиц, ответственных за организацию и производство работ; оформление наряда или распоряжения на производство работ; осуществление допуска к проведению работ; организация надзора за проведением работ; оформление окончания работы, перерывов в работе, переводов на другие рабочие места.

5.2 Экологическая безопасность

5.2.1 Анализ влияния объекта на окружающую среду

Помещение с персональным компьютером относится к пятому классу, размер санитарно-защитной зоны которого равен 50 метров, так

как для работы работа на персональном компьютере не является экологически опасной [9].

5.2.2 Анализ влияния процесса эксплуатации объекта на окружающую среду и меры по защите окружающей среды

Основное влияние на окружающую среду заключается в образовании и поступлении твердых отходов в виде отработанных ПК, их компонентов и содержащихся в них вредных веществ. В случае выхода из строя ПК, они списываются и отправляются на специальный склад, который при необходимости принимает меры по утилизации списанной техники и комплектующих.

5.3 Безопасность в чрезвычайных ситуациях

5.3.1 Анализ вероятных ЧС, которые может инициировать объект исследования

Чрезвычайная ситуация - это обстановка на определённой территории или акватории, сложившаяся в результате аварии, опасного природного явления, катастрофы, стихийного или иного бедствия, которые могут повлечь или повлекли за собой человеческие жертвы, ущерб здоровью людей или окружающей природной среде, значительные материальные потери и нарушение условий жизнедеятельности людей [8].

На таком объекте как офисное помещение могут возникнуть такие чрезвычайные ситуации (ЧС) как:

- пожар;
- взрыв;
- природная катастрофа.

В этом разделе рассмотрим наиболее характерную ЧС, такую как пожар в офисном помещении.

Помещение по пожарной и взрывной опасности относится к категории Д (пониженной пожароопасности), характеризующейся

отсутствием легковоспламеняющихся веществ и материалов в горячем состоянии [11].

5.3.2 Анализ причин, которые могут вызвать ЧС на производстве при внедрении объекта исследования

Пожар в помещении оператора может возникнуть вследствие причин неэлектрического и электрического характера [12].

К причинам неэлектрического характера относятся халатное и неосторожное обращение с огнем (курение, оставление без присмотра нагревательных приборов).

К причинам электрического характера относятся:

1. неработоспособное электрооборудование, неисправности в проводке, розетках и выключателях;
2. электрические приборы с дефектами;
3. обогрев офисов с помощью оборудования с открытыми нагревательными элементами;
4. короткое замыкание.

5.3.3 Обоснование мероприятий по предотвращению ЧС и разработка порядка действий в случае возникновения ЧС

Для того что бы избежать возникновения пожара необходимо проводить следующие профилактические работы, направленные на устранение возможных источников возникновения пожара:

1. периодическая проверка проводки;
2. проведение инструктажа офисных работников о пожаробезопасности.

Для того что бы увеличить устойчивость офисного помещения к ЧС необходимо устанавливать системы противопожарной сигнализации, реагирующие на дым и другие продукты горения, установка огнетушителей, обеспечить офис и проинструктировать рабочих о плане эвакуации из офиса, а также назначить ответственных

за эти мероприятия. Периодически проводить ложные тревоги, для проверки готовности офиса к ЧС. В ходе осмотра офисного помещения были выявлены системы, сигнализирующие о наличии пожара или задымленности помещения, наличие огнетушителей и средств тушения пожара. Также, ответственные за пожарную безопасность и охрану труда, периодически проводятся инструктажи и учебные тревоги.

В случае возникновения ЧС как пожар, необходимо предпринять меры по эвакуации персонала из офисного помещения. При отсутствии прямых угроз здоровью и жизни произвести попытку тушения возникшего возгорания огнетушителем. В случае потери контроля над пожаром, необходимо эвакуироваться вслед за сотрудниками по плану эвакуации и ждать приезда специалистов, пожарников. При возникновении пожара должна сработать система пожаротушения, издав предупредительные сигналы, и передав на пункт пожарной станции сигнал о ЧС, в случае если система не сработала, по каким-либо причинам, необходимо самостоятельно произвести вызов пожарной службы по телефону 01, сообщить место возникновения ЧС и ожидать приезда специалистов.

5.4 Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности

5.4.1 Специальные правовые нормы трудового законодательства

Согласно Трудовому кодексу РФ предусмотрена рациональная организация труда в течение смены, которая предусматривает:

1. Длительность рабочей смены не более 8 часов;
2. Установление двух регламентируемых перерывов (не менее 20 минут после 1-2 часов работы, не менее 30 минут после 2 часов работы);
3. Обеденный перерыв не менее 40 минут.

Обязательно предусмотрен предварительный медосмотр при приеме на работу и периодические медосмотры.

Каждый сотрудник должен пройти инструктаж по технике безопасности перед приемом на работу и в дальнейшем, должен быть пройден инструктаж по электробезопасности и охране труда.

Предприятие обеспечивает рабочий персонал всеми необходимыми средствами индивидуальной защиты.

Оплата труда, социальные пособия, дополнительные выплаты устанавливаются в соответствии со степенью вредности и опасности выполняемых обязанностей.

5.4.2 Требования к рабочему месту при работе с ПЭВМ

Работа метролога связана с частой работой за компьютером, следовательно, могут возникать проблемы, связанные со зрением, также неправильная рабочая поза может оказывать негативное влияние на здоровье. Таким образом, неправильная организация рабочего места может послужить причиной нарушения здоровья и появлением психологических расстройств. На рисунке 5.3 показано правильная организация рабочего места [1].



Рисунок 5.3. Организация рабочего места

Согласно СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 «Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы»:

- яркость дисплея не должна быть слишком низкой или слишком высокой;
- размеры монитора и символов на дисплее должны быть оптимальными;
- цветовые параметры должны быть отрегулированы таким образом, чтобы не возникало утомления глаз и головной боли.
- опоры для рук не должны мешать работе на клавиатуре;
- верхний край монитора должен находиться на одном уровне с глазом, нижний – примерно на 20° ниже уровня глаза;
- дисплей должен находиться на расстоянии 45-60 см от глаз;
- локтевой сустав при работе с клавиатурой нужно держать под углом 90°;
- каждые 10 минут нужно отводить взгляд от дисплея примерно на 5-10 секунд;
- монитор должен иметь антибликовое покрытие;
- работа за компьютером не должна длиться более 6 часов, при этом необходимо каждые 2 часа делать перерывы по 15-20 минут;
- высота стола и рабочего кресла должны быть комфортными.

Заключение

В данной работе была проанализирована возможность применения операторного метода дифференциально-тейлоровского преобразования в обработке измерительной информации и зашумленных данных.

Был проведен теоретический обзор существующих операторных методов и идей, приведших к созданию метода дифференциально-тейлоровского преобразования.

Проанализированы преимущества математического аппарата дифференциально-тейлоровского преобразования. Доказано, что интервал, на котором ищется решение дифференциального уравнения, ограничивается только количеством дискрет и, соответственно, точностью вычислений. Недостаточное количество дискрет либо недопустимо большой интервал решения ведут к кардинально неверному решению. По этой причине необходимо контролировать интервал ограничения с учетом количества дискрет, а также требуемой точности.

Для исследования были взяты две модельные функции, в которые был внесен шум различного уровня. В результате внесения шума различного уровня функции были восстановлены, была дана оценка погрешности преобразования. Погрешность восстановления начинает расти при внесении шума уже с четвертого знака после запятой. Следовательно, данные методы пригодны для использования лишь в тех задачах обработки результатов измерений, где погрешность сбора измерительной информации не превышает $a=10^{-4}$.

Кроме того, доказана возможность практического использования теории дифференциально-тейлоровского преобразования с применением современных вычислительных средств на примере графической среды NI LabVIEW.

Список использованных источников

1. СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 «Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы»
2. СанПиН 2.2.4.548 – 96. «Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений»
3. СНиП 23-05-95. «Естественное и искусственное освещение»
4. СН 2.2.4/2.1.8.562-96 «Шум на рабочих местах, в помещениях жилых, общественных зданий и на территории жилой, застройки»
5. СанПиН 2.2.4.1191-03. «Электромагнитные поля в производственных условиях».
6. ГОСТ 12.1.009-76 «Электробезопасность. Термины и определения»
7. НПБ 105-95. «Определение категорий помещений и зданий по взрывопожарной и пожарной опасности»
8. СНиП 21-01-97. «Пожарная безопасность зданий и сооружений».
9. СНиП III-42-80. «Охрана окружающей среды»/
10. ПУЭ «Правила устройства электроустановок. Издание 7».
11. НПБ 105-03 «Определение категорий помещений зданий и наружных установок по взрывопожарной и пожарной опасности».
12. Федеральный закон от 22.03.2013 г. №123 – ФЗ, Технический регламент о требованиях пожарной безопасности.
13. G. W. Leibniz. Werke. Mathematische Schriften. 3. Halle, 1855—1856, S. 175, 181, 191, 192.
14. G. W. Leibniz. Symbolismus memorabilis calculi algebraici et infinitesimalis in comparatione potentiarum et differentiarum.— Miscellanea Berolinensia, 1710, t. 1, p. 160—166.

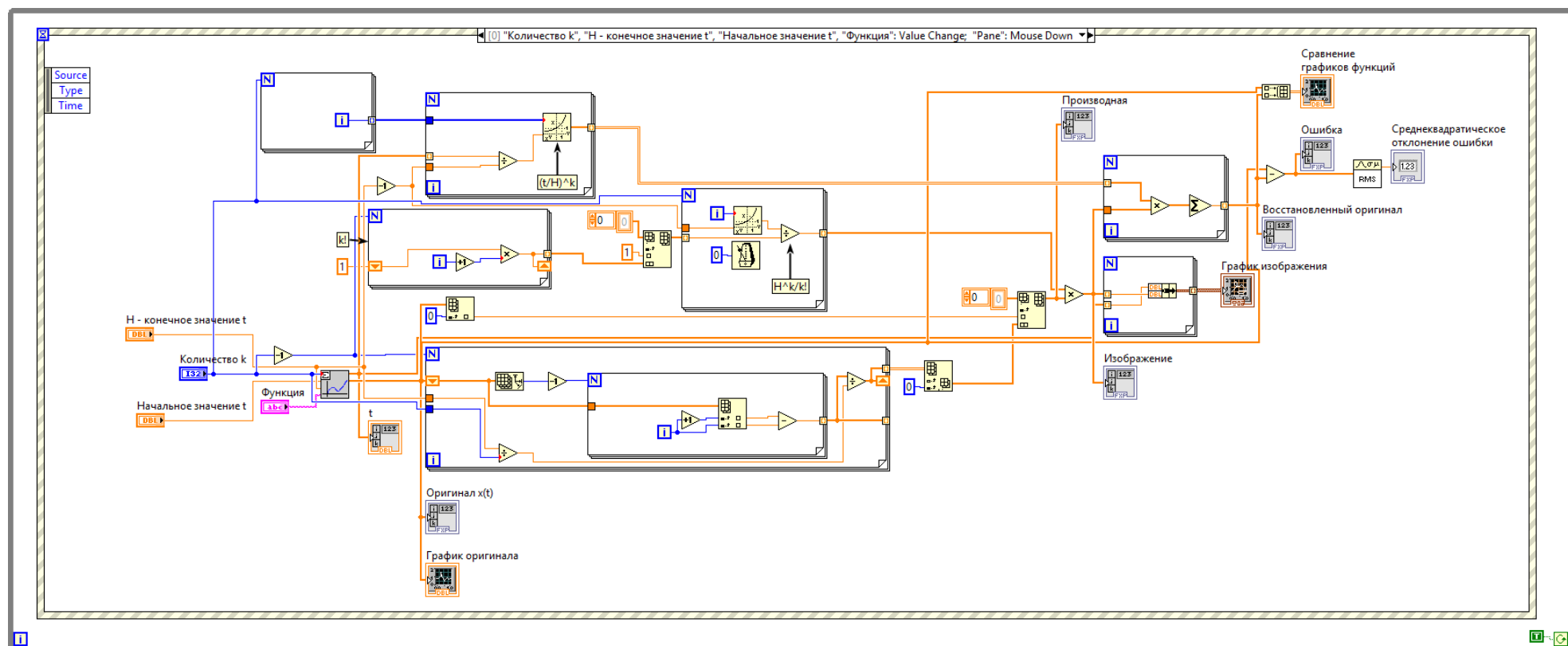
15. L. Euler. Institution calculi integralis. T. 2. SPb., 1769, p. 278—309.
16. A. M. Lorgna. Theorie d'une nouvelle espece de calcul fini et infinitesimale.—Memoires de l'Acad. royale des Sciences de Turin Bd 3 (1786—1787), 1788, p. 409—448.
17. L. F. A. Arbogast. Du calcul des derivations. Strassbourg, 1800, p. I-XXII, 1-404.
18. F. J. Servois. Essai sur un nouveau mode d'exposition des principes du calcul diff.— Ann. Math, pures et appl., v. 5, Paris, 1814—1815, p. 93.
19. J. D'Alembert. Reflexions sur la cause generate des vents. Berlin, 1747.
20. J. Caque. Methode nouvelle pour l'integration des equations differentielles lineaires ne contenant qu'une variable independence. Paris, 1864.
21. А. А. Киселев, Е. П. Ожигова. О ранней истории операционного исчисления. — В кн.: Вопросы истории физико-математических наук. «Высшая школа», М., 1963. стр. 133—139.
22. Ващенко-Захарченко М.Е. Символическое исчисление и приложение его к интегрированию линейных дифференциальных уравнений. Киев: — Киев, ун-т, 1862.-92 с.
23. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений / Г.Е. Пухов. — Киев : Наук. думка, 1984. — 419 с.
24. Дифференциальные спектры и модели / Г.Е. Пухов; Отв. ред. Мартынюк А.А.; АН УССР. Ин-т проблем моделирования в энергетике. — Киев : Наук. думка, 1990. — 184 с. — ISBN 5-12-001820-3.
25. Преобразования Тейлора и их применение в электротехнике и электронике / Г.Е. Пухов. — Киев : Наук. думка, 1980. — 419 с.

26. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов / Г.Е. Пухов. - Киев: Наук. Думка, 1986. - с. 160.

27. Стукач О.В. Решение задачи идентификации на основе дифференциального преобразования / О.В. Стукач // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2007. – Вып 6. – № 23(95). – С. 60–62. – ISSN 1991-976X.

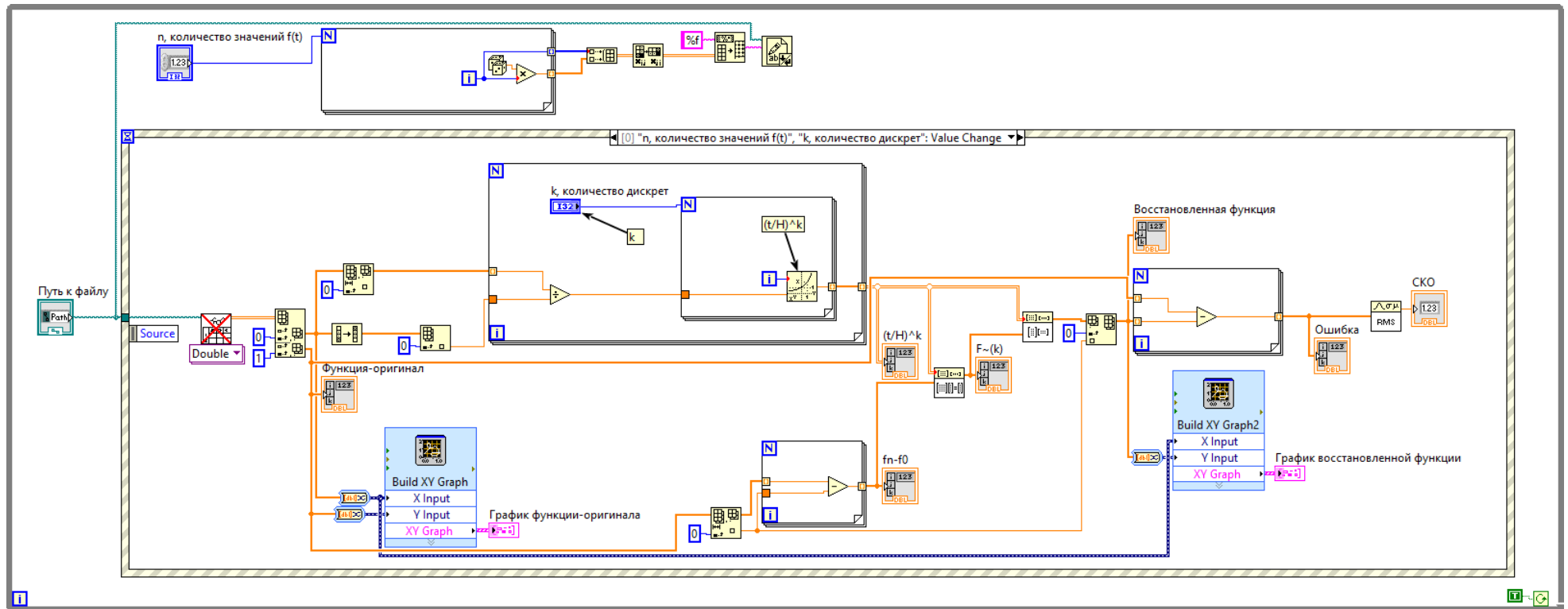
Приложение А

Блок-схема программы, реализующей дифференциально-тейлоровское преобразование



Приложение Б

Блок-схема программы, реализующей дифференциально-тейлоровское преобразование заданной таблично функции



Приложение В

2. General information on operational calculus

Студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8ГМ51	Шахова Елизавета Александровна		

Консультант кафедры СУМ:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор кафедры СУМ	Стукач Олег Владимирович	Д.Т.Н., профессор		

Консультант – лингвист кафедры СУМ:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Ст. преподаватель кафедры ИЯИК	Кузнецова Ирина			

2.1 Operational calculus

Via imitational modeling, because of the equation features, such as some model blocks as the part of the equation and the real functional devices at the other side of the equation, comes out a problem of real continuous signals analytic and apparitional approximation.

The approximation problem recently has become entirely important because of the demand of increasing the management quality processes. There are a lot of points of view in this problem.

Operational calculus a method of mathematical analysis that in a number of cases permits the solution of complicated mathematical problems by means of simple rules. It is particularly important in such fields as mechanics, automation, and electrical engineering.

Operational calculus essentially involves the replacement of functions under study by other functions called transforms, which are obtained from the original functions by certain rules. Usually the transform is obtained from the original function through a Laplace transformation. In the substitution, the differential operator $p = d/dt$ is interpreted as an algebraic quantity, with the result that the integration of certain classes of linear differential equations and the solution of a number of other problems of mathematical analysis reduce to the solution of simpler algebraic problems.

Thus, the solution of a linear differential equation reduces to the generally simpler problem of solving an algebraic equation; from the algebraic equation one finds the transform of the solution of the original equation, and then the solution itself is recovered from the transform. The operation of finding the transform of the original function and the reverse operation are facilitated by the existence of extensive tables of transforms.

The work of the British scientist O. Heaviside was very important for the development of operational calculus. Heaviside set forth formal rules for dealing with the operator $p = d/dt$ and certain functions of this operator. By means of operational

calculus he solved a number of very important problems in electrodynamics. He did not, however, supply a mathematical grounding for operational calculus, and many of his results remained unproved.

Also the most common point for solving complex mathematical problems is to use an orthogonal at the approximation interval system functions as a base (such as trigonometric functions, the Chebyshev and Legendre polynomials etc.).

The advantage of using orthogonal functions for the approximation is the independence of component-approximative spectrum from the amount of series components. There are also degree polynomials that can be used as a base functions. The engineers usually apply the polynomial methods and frequency methods since the polynomial model building is quite convenient in most situations. Besides, the polynomial models considered much more easier in usage than direct salvation of the equations because of the well-known algebraic polynomials features.

The polynomial methods are definitely important in management system theory. In the mathematical modeling tasks the salvation of the equations at the definite interval of independent variable can be effectively presented in Taylor's degree series. And that's where differential-Taylor's transform came in.

2.2 Direct and inverse differential-Taylor's transforms

The concept of differential transform method was introduced by Pukhov G.E., who solved linear and nonlinear initial problems in electric circuit analysis. Therefore, it becomes increasingly important to be familiar with traditional and recently developed methods for solving differential equations, and the implementation of these methods.

The differential transform mathematically can be determinate the following way. Consider the function $x(t) \in \mathbf{R}^n$ at the segment from $t = \vartheta$ to $t = \vartheta + H$ is infinite along with its derivative and also can be submitted evenly and absolutely converged Taylor's series:

$$x(t) = C_0 + \frac{t - \vartheta}{H} C_1 + \left(\frac{t - \vartheta}{H} \right)^2 C_2 + \dots = \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\frac{t - \vartheta}{H} \right)^k C_k, \quad (1)$$

where C_k are series coefficients, $(t - \mathcal{G})/H$ is unlimited argument. The H value should be lesser than convergence of the series ν which can be determinate based on D'Alembert's convergence features.

$$\nu = \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{C_k/H^k}{C_{k+1}/H^{k+1}} \right| = H \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{C_k}{C_{k+1}} \right|. \quad (2)$$

By differencing the series successively in t the coefficients of series (1) can be easily found:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= \frac{1}{H} C_1 + 2 \frac{t - \mathcal{G}}{H^2} C_2 + 3 \frac{(t - \mathcal{G})^2}{H^3} C_3 + \dots, \\ \frac{d^2 x(t)}{dt^2} &= \frac{2}{H^2} C_2 + 6 \frac{t - \mathcal{G}}{H^3} C_3 + 12 \frac{(t - \mathcal{G})^2}{H^4} C_4 + \dots \end{aligned}$$

etc.

By transmitting $t = \mathcal{G}$ in the terms can be discovered that:

$$C_0 = x(\mathcal{G}), \quad C_1 = H \left[\frac{dx(t)}{dt} \right]_{t=\mathcal{G}}, \quad C_2 = \frac{H^2}{2!} \left[\frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right]_{t=\mathcal{G}}, \dots, \quad C_k = \frac{H^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=\mathcal{G}} \quad (3)$$

From the terms (1) and (3) follows that series coefficients (1) can be determined with the knowledge of function $x(t)$ and its derivatives at $t = \mathcal{G}$ point. So the coefficients $C_0, C_1, \dots, C_k$ makes possible to determine the $x(t)$ function in degreed series.

Consider the function $x = x(t)$ of a real continuous variable t . It may be represented by an absolutely convergent Taylor series within the interval $|t_i - p| < |t| < |t_i + p|$ where $t = t_i$ is its centre and p is a convergence radius. The following relations may be written:

$$X_i(k) = M(k) \left(\frac{\partial^k x(t_i + \tau)}{\partial \tau^k} \right)_{\tau=0} \longleftrightarrow x(t_i + \tau) = \sum_{i=0}^{k=\infty} \frac{\tau^k}{k!} \frac{X_i(k)}{M(k)} \quad (4)$$

where $M(k) \neq 0$ is a scale function of integer argument $k = 0, 1, 2, \dots, \infty$, and $\tau = t - t_i$ is the continuous argument from the point $t = t_i$. The expression on the left side of correspondence symbol $\longleftrightarrow$ is a direct transform. It allows one to find the discrete image function $X_i(k)$ of integer argument k by means of $x(t) = x(t_i + \tau)$. The expression on the right side of the symbol $\longleftrightarrow$ is an inverse transform and it allows

one to use the discrete image values $X_i(0), X_i(1), \dots$ to find $x(t)$ as a Taylor power series expanded about the point $t = t_i$.

The discrete functions $X_i(k)$ are called T-functions and the differential transforms will be referred to briefly as T-transforms, since the functions are reconstructed in terms of discrete values of the image on the basis of Taylor's formula.

The weakness of differential transform is about former restoration process via formula (4). It requires putting the variable t into high degrees. The (3) system gets badly caused and calculations mistake in operations with high or low limit becomes unacceptable.

The discrete value quickly grows while k is increasing. This incensement is bigger if the k value is getting bigger as well. And here comes a problem of bit grid overflow due discrete calculation via computer. At one point more accurate calculations require finding a huge amount of discrete. At the other point for real differential equations in discrete calculations with high k value inevitably follows the calculations mistakes.

2.3 Elementary T-functions

Even the small set of rules and formulae from the theory of differential transforms that present below shows that together with the well known integral transforms the differential transforms widen the facilities for solving complex physical systems with the help of methods of mathematical simulation using computers. The differential transforms may be used for analysis and synthesis of electrical circuits and various electronic and automatic sets.

Equation (4) shows that the form of the T-function depends on the scale function $M(k)$. Let

$$M(k) = \frac{H^k}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (5)$$

where H is a certain positive constant with the dimension of the argument t , i.e. $[H] = [t]$.

With such $M(k)$ it may be seen that the images of a the product of functions (as of the most usable non-linear operation) are the simplest and moreover, all the discrete values of $X_i(k)$ have the same dimension, i.e. $[X_i(0)] = [X_i(l)] = \dots = [X_i(\infty)]$.

The transforms (4) take the form

$$X_i(k) = \frac{H^k}{k!} \left(\frac{\partial^k x(t_i + \tau)}{\partial \tau^k} \right)_{\tau=0} \longleftrightarrow x(t_i + \tau) = \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\frac{\tau}{H} \right)^k X_i(k) \quad (6)$$

with a scale function as given in (5).

Substitution of the elementary functions such as (3), $t = t_i + \tau$, t^m , e^{ct} , $\sin \omega t$ and others simply defines the corresponding images.

1. The image of the function which is everywhere unity ($x(t) = 1$) has the form

$$1 \mp \mathcal{B}(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (7)$$

The discrete function $\mathcal{B}(k)$ is called T-unit or briefly “teda”.

2. The image of the linear function ($x(t) = t$) is

$$t \mp t_i \mathcal{B}(k) + H \mathcal{B}(k-1) = \begin{cases} t_i, & k = 0 \\ H, & k = 1 \\ 0, & k \geq 2 \end{cases} \quad (8)$$

where

$$\mathcal{B}(k-1) = \begin{cases} 1, & k = 1 \\ 0, & k \neq 1 \end{cases}$$

3. The image of the m th power function ($x(t) = t^m$) is

$$t^m \mp \sum_{l=0}^{l=m} \binom{m}{l} t_i^{m-l} H^l \mathcal{B}(k-l), \quad (9)$$

where m is a positive integer and

$$\binom{m}{l} = \frac{m!}{l!(m-l)!}$$

Let $t_i = 0$, then $t^m \longleftrightarrow H^m \mathcal{B}(k-m)$.

4. The image of exponential function ($x(t) = e^{ct}$) is

$$e^{ct} \pm \frac{(cH)^k}{k!} e^{ct_i} \quad (10)$$

where c is a constant.

5. The image of the *sine* ($x(t) = \sin(\omega t)$) is

$$\sin \omega t \pm \frac{(\omega H)^k}{k!} \sin \left(\frac{\pi k}{2} + \omega t_i \right) \quad (11)$$

where ω is a constant.

6. The image of the cosine ($x(t) = \cos \omega t$) is

$$\cos \omega t \pm \frac{(\omega H)^k}{k!} \cos \left(\frac{\pi k}{2} + \omega t_i \right) \quad (12)$$

The images of other functions that may be represented as absolutely convergent Taylor power series are found in a similar way.

2.5 The characteristics of differential transforms

Some properties of differential transforms may be found directly from (6).

1. When the function $x(t)$ is multiplied by a constant c the image should be multiplied by the same number, i.e.

$$cx(t) \pm cX_i(k) \quad (13)$$

2. The algebraic sum of the functions $x(t) \longleftrightarrow X_i(k)$ and $y(t) \longleftrightarrow Y_i(k)$ is consistent with the same sum of their images

$$x(t) \pm y(t) \pm X_i(k) \pm Y_i(k) \quad (14)$$

3. The product of the functions $x(t)$ and $y(t)$ is transformed into the algebraic convolution of their images

$$x(t)y(t) \pm X_i(k) * Y_i(k) = \sum_{l=0}^{l=k} X_i(l) Y_i(k-l) \quad (15)$$

where $*$ is a convolution symbol. The expression $X_i(k) * Y_i(k)$ is called the T-product of the discrete functions $X_i(k)$ and $Y_i(k)$.

4. The quotient of the functions $x(t)$ and $y(t)$ is transformed into the T-function $Z_i(k)$:

$$z(t) = \frac{x(t)}{y(t)} \mp Z_i(k) \left| \frac{X_i(k)}{Y_i(k)} \right| = \frac{X_i(k) - \sum_{l=0}^{l=k-1} Z_i(l) Y_i(k-l)}{Y_i(0)} \quad (16)$$

where $\left| \frac{X_i(k)}{Y_i(k)} \right|$ is the symbol of T-division defined by the given recurrence formula.

5. The logic-algebraic operation in the region of images

$$\frac{dx(t)}{dt} \mp \mathcal{D}X_i(k) = \frac{k+1}{H} X_i(k+1) \quad (17)$$

referred to as T-differentiation, is consistent with differentiation of $x(t)$ by the variable $t = t_i + \tau$.

6. The logic-algebraic operation in the region of images

$$\int x(t) dt \mp \mathcal{D}^{-1}X_i(k) = \frac{H}{k} X_i(k-1) + C_i \mathfrak{B}(k) \quad (18)$$

is consistent with the operation of obtaining the indefinite integral of $x(t)$ by dt . Here C_i is an integration constant defined by means of additional conditions, $\mathcal{D}^{-1}$ is the symbol of indefinite T-integration.

7. The operators $\mathcal{D}$ and $\mathcal{D}^{-1}$ are mutually inverse in the sense that

$$\mathcal{D}(\mathcal{D}^{-1}X_i(k)) = X_i(k), \quad \mathcal{D}^{-1}(\mathcal{D}X_i(k)) = X_i(k) + C_i \mathfrak{B}(k) \quad (19)$$

8. The value of the function $x(t)$ at the point $t = t_i$ is equal to the original discrete value of the image at the same point, i.e.

$$x(t_i) = X_i(0). \quad (20)$$

9. The value of the function $x(t)$ at the point $t = t_i + H$ is equal to the image discrete sum at the point $t = t_i$, i.e.

$$x(t_i + H) = \sum_{k=0}^{k=\infty} X_i(k) \quad (21)$$

10. The value of the function $x(t)$ at the point $t = t_i - H$ is equal to the difference of even and odd discrete sums at the point $t = t_i$, i.e.

$$x(t_i - H) = \sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k X_i(k) \quad (22)$$