

чистой. Такая схема подобна групповой, применяемой в протяжках для обработки шлицевых отверстий [1].

Успешные производственные испытания сверл разработанной конструкции показали следующие их основные достоинства:

- 1) высокая прочность взаимозаменяемых резцов, простота их заточки с большими запасами на переточку обеспечивают большой срок их службы и высокую надежность;
- 2) наличие большого пространства для размещения стружки предотвращает ее паке-тирование и позволяет работать с повышенными подачами;
- 3) возможность регулировки сверл по диаметру сокращает число их типоразмеров;
- 4) для повышения скорости резания возможно использование резцов с напайными пластинами из твердых сплавов марок Т5К10, ВК8 или ТТ10К8Б.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Протяжки для обработки отверстий/ Д.К.Маргулис, М.М.Тверской, В.Н.Ашихмин и др. -М.:Машиностроение, 1986. -232 с.

Томский политехнический университет

УДК 621.951.41

В.А.ГРЕЧИШНИКОВ, В.И.КОКАРЕВ, Е.А.КОПЕЙКИН, А.Ю.ЦЫБУЛЬСКИЙ

РАСЧЕТ НА КРУЧЕНИЕ СТЕБЛЯ СВЕРЛА ДЛЯ ГЛУБОКОГО ВИБРАЦИОННОГО СВЕРЛЕНИЯ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассмотрена методика расчета на кручение стебля сверла для глубоких отверстий методом конечных элементов.

При сверлении глубоких отверстий, в особенности малых диаметров, наибольшую трудность представляет сверление вязких материалов. Образующаяся при этом сливная стружка имеет форму гофрированной ленты большой длины, поэтому возможно ее паке-тирование и защемление в стружечной канавке сверла. В результате на поверхности от-верстий появляются задиры, а защемление стружки может привести к поломке инстру-мента.

Для повышения стабильности работы технологической системы и производи-тельности обработки в таких случаях применяют механическое или кинематическое дробление стружки, а также используют адаптивное глубокое сверление [1]. Увеличение жесткости стебля сверла также в значительной степени способствует повышению стабильности ра-боты инструмента и производительности обработки. Однако оценить напряженно-деформированное состояние сверла для глубокого сверления в его различных сечениях, оснащенного каналами для подвода смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ) и имеюще-го, как правило, сложный профиль, классическими теоретическими методами в ряде слу-чаев крайне трудно.

В таких случаях весьма эффективны численные методы расчета и, в частности, метод конечных элементов (МКЭ). Являясь приближенным методом, МКЭ может обеспечивать приемлемую точность расчетов при соответствующем разбиении рассматриваемой области на конечные элементы. Значительная трудоемкость расчетов вызывает необходимость составления вычислительных программ и использования вычислительной техники. В то же время алгоритм МКЭ носит достаточно стандартный и во многом универсальный характер, что значительно облегчает решение задач на ЭВМ [2, 3].

Рассмотрим последовательность решения плоской (двумерной) задачи кручения стебля сверла при разбиении сечения сверла на конечные элементы треугольной формы.

Профиль поперечного сечения стебля сверла для глубокого вибрационного сверления с прямыми стружечными канавками представлен на рис. 1,а [4]. С учетом симметрии профиля на конечные элементы достаточно разбить лишь четвертую часть профиля (рис. 1,б).

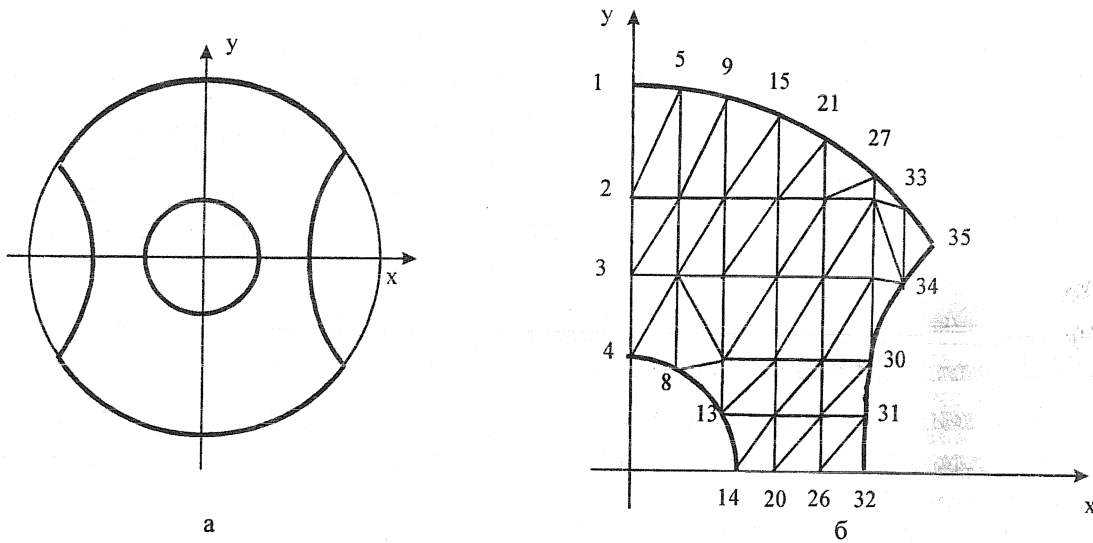


Рис.1. Поперечное сечение сверла для глубокого вибрационного сверления: а - общий вид; б - разбиение ¼ части сечения на конечные элементы

Примем постоянными и известными модуль сдвига материала G (МПа), относительный угол закручивания θ (рад/1000мм), размеры сечения стебля сверла. Неизвестными считаем крутящий момент M (Н·мм), обеспечивающий заданный угол закручивания, касательные напряжения в сечении τ_{zx}, τ_{zy} (МПа).

Для решения задачи используем мембранную аналогию Прандтля, согласно которой вводимую функцию напряжений ϕ можно представить как некоторую упругую поверхность, охватывающую поперечное сечение стержня (рис. 2). Здесь крутящий момент пропорционален объему, охватываемому этой поверхностью, а касательные напряжения в произвольной точке сечения можно определить по формулам [2, 5]

$$\tau_{zx} = \frac{\partial \phi}{\partial y}; \quad \tau_{zy} = -\frac{\partial \phi}{\partial x}. \quad (1)$$

Дифференциальное уравнение для функции напряжений можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + 2G\theta = 0. \quad (2)$$

Граничными являются условия:

на наружном контуре

$$\varphi = 0; \quad (3)$$

на внутреннем контуре

$$\varphi = \text{const}.$$

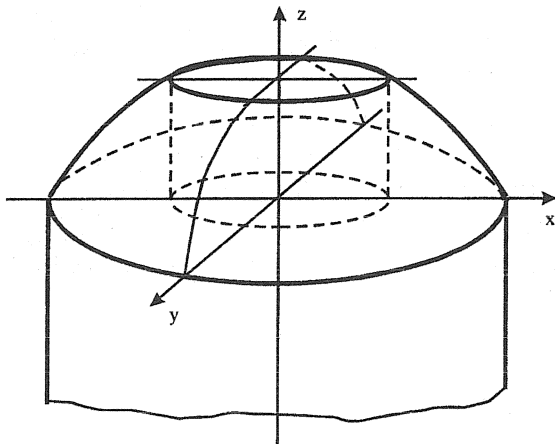


Рис.2. Функция напряжений в виде упругой поверхности для сечения стержня с отверстием

Поскольку в стебле сверла имеется отверстие для подачи СОЖ, необходимо часть воображаемой мембраны заменить горизонтальной неупругой поверхностью (пластиной) с углом наклона, равным нулю [5].

Представим функцию напряжений φ в виде линейной функции для каждого треугольного элемента

$$\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y, \quad (4)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ - коэффициенты.

Формулу (4) можно представить в преобразованном виде для произвольного элемента с узлами i, j, m , обозначенными в направлении против часовой стрелки (в противном случае значения площади элементов будут отрицательными)

$$\varphi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_m \Phi_m = [N] \{\Phi\}, \quad (5)$$

где N_i, N_j, N_m - вводимые функции формы соответственно в узлах i, j, m ; Φ_i, Φ_j, Φ_m - значения функции напряжений соответственно в узлах i, j, m ; $[N]$ и $\{\Phi\}$ - соответственно вектор-строка узловых значений функции формы и вектор-столбец узловых значений функции напряжений

Функция формы, например, для узла i

$$N_i = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y), \quad (6)$$

где A - площадь треугольника ijm ; a_i, b_i, c_i - коэффициенты.

$$\begin{cases} a_i = x_j y_m - x_m y_j; \\ b_i = y_j - y_m; \\ c_i = x_m - x_j. \end{cases} \quad (7)$$

Площадь треугольного элемента может быть определена по формуле

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Суммарное значение функции φ с учетом множества конечных элементов в системе

$$\varphi = \sum_{e=1}^E \varphi^{(e)}, \quad (9)$$

где $\varphi^{(e)}$ - значение функции в элементе e ; E - число элементов в системе.

При реализации МКЭ применяем минимизацию некоторого функционала χ , связанного с выражением (2), при вариационном рассмотрении задачи [2]

$$\frac{\partial \chi}{\partial} \{\Phi\} = \sum_{e=1}^E ([k^{(e)}] \{\Phi\} + \{f^{(e)}\}) = 0, \quad (10)$$

где $[k^{(e)}]$ - матрица жесткости элемента e ; $\{\Phi\}$ - вектор узловых значений функции напряжений; $\{f^{(e)}\}$ - вектор нагрузки для элемента e .

Глобальная матрица жесткости элементов

$$[K] = \sum_{e=1}^E [k^{(e)}]. \quad (11)$$

Глобальный вектор нагрузки

$$\{F\} = - \sum_{e=1}^E \{f^{(e)}\}. \quad (12)$$

Тогда

$$[K] \{\Phi\} = \{F\}. \quad (13)$$

Матрица жесткости элемента e

$$[k^{(e)}] = \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dV, \quad (14)$$

где $[B^{(e)}]^T$ - матрица, транспонированная к матрице $[B^{(e)}]$; $[B^{(e)}]$ - матрица, полученная дифференцированием функций формы $N^{(e)}$; $[D^{(e)}]$ - матрица упругих характеристик материала (для данного случая, согласно [2], $[D^{(e)}]=[1]$).

Для определения матрицы градиентов $[B^{(e)}]$ продифференцируем функцию формы $[f^{(e)}]$ по x и y и представим в виде

$$[B^{(e)}] = \frac{1}{2A^{(e)}} \begin{pmatrix} b_1^{(e)} & b_2^{(e)} & \dots & b_n^{(e)} \\ c_1^{(e)} & c_2^{(e)} & \dots & c_n^{(e)} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где n - число узловых точек в системе.

Коэффициенты, составляющие матрицу $[B^{(e)}]$, преимущественно имеют нулевые значения, за исключением тех, которые определяют узлы элемента e . Например, для первого элемента (рис. 2) ненулевыми являются коэффициенты $b_1, b_2, b_5, c_1, c_2, c_5$. Коэффициенты для первого элемента определяем по формулам

$$\begin{aligned} b_1 &= y_2 - y_5; & c_1 &= x_5 - x_2; \\ b_2 &= y_5 - y_1; & c_2 &= x_1 - x_5; \\ b_5 &= y_1 - y_2; & c_5 &= x_2 - x_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Принимая единичной толщину рассматриваемой области и учитывая, что $[D^{(e)}]=[1]$, приводим выражение (14) к виду

$$[k^{(e)}] = [B^{(e)}]^T [B^{(e)}] A^{(e)}. \quad (17)$$

Вектор нагрузки для элемента e

$$\{f^{(e)}\} = \int_{V^{(e)}} 2G^{(e)}\theta[N^{(e)}]^T dV. \quad (18)$$

Например, для первого элемента с учетом того, что сумма функций формы для любой точки элемента равна единице [2], вектор нагрузки

$$\{f^{(1)}\} = \int_{V^{(1)}} 2G^{(1)}\theta[N^{(1)}]^T dV = \frac{2}{3}G^{(1)}\theta A^{(1)}(1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0)^T. \quad (19)$$

После определения $[k^{(e)}]$ и $\{f^{(e)}\}$ для всех элементов рассматриваемой области производим вычисление глобальных матрицы жесткости и вектора нагрузки по формулам (11) и (12), преобразуем систему уравнений (13) с учетом граничных условий (3) и решаем ее относительно $\{\Phi\}$.

Преобразование системы уравнений с учетом первого граничного условия ($\varphi = 0$ на наружном контуре) не вызывает затруднений, поскольку для этого необходимо лишь исключить из этой системы уравнения и элементы столбцов глобальной матрицы жесткости, определяющие узлы сечения, расположенные на наружном контуре (1, 5, 9, 15, 21, 27, 30-35).

Для преобразования системы уравнений с учетом второго граничного условия ($\varphi = \text{const}$ на внутреннем контуре) необходимо определить значение функции напряжений φ по контуру отверстия. Данная задача решалась следующим образом: дополнительно разбивалось на конечные элементы сечение отверстия, определялись значения функции напряжений в узлах для сплошного сечения (с одним граничным условием $\varphi = 0$ на наружном контуре), находилось среднее значение функции в узлах, расположенных по внутреннему контуру, а затем вновь составлялась и решалась система уравнений относительно $\{\Phi\}$ при известных граничных условиях (3).

В дальнейшем вычислялись напряжения τ_{zx} и τ_{zy} в соответствии с (1), которые считаются постоянными в пределах одного элемента

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^T = [B^{(e)}]\{\Phi\}. \quad (20)$$

Крутящий момент, воспринимаемый элементом e

$$T^{(e)} = 2 \int_{A^{(e)}} \varphi^{(e)} dA = 2 \int_{A^{(e)}} [N^{(e)}]\{\Phi\} dA = 2A^{(e)}[\Phi]^T (N_1^{(e)} \ N_2^{(e)} \ \dots \ N_n^{(e)})^T. \quad (21)$$

Для первого элемента, например,

$$T^{(1)} = 2A^{(1)}[\Phi]^T (N_1^{(1)} \ N_2^{(1)} \ \dots \ N_{35}^{(1)}) = \frac{2}{3}A^{(1)}[\Phi]^T (1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0)^T = \frac{2}{3}A^{(1)}(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3). \quad (22)$$

Крутящий момент, воспринимаемый рассматриваемой областью сечения (без учета влияния на момент наличия отверстия), равен удвоенному объему, охватываемому воображаемой упругой поверхностью

$$T = \sum_{e=1}^E T^{(e)}. \quad (23)$$

Суммарный момент, воспринимаемый сечением стебля сверла, с учетом того, что разбиению подвергалась лишь четвертая его часть, а также с учетом влияния на величину момента наличия отверстия

$$M = 4T + 2\pi r^2 \Phi_{\text{отв}}, \quad (24)$$

где r -радиус отверстия ; $\Phi_{\text{отв}}$ - значение функции напряжений на границе отверстия.

Площадь отверстия сложного профиля определяется как сумма площадей конечных элементов, на которые разбивается сечение отверстия. В связи с аппроксимацией функции напряжений значение крутящего момента, полученное в результате численного эксперимента, отличается от точного решения в меньшую сторону, причем точность расчета повышается при использовании более мелкой сетки разбиения области на конечные элементы.

Крутильная жесткость стебля сверла постоянного сечения

$$C = M/\theta. \quad (25)$$

При расчете стебля сверла с сечением, показанным на рис. 1, диаметром 7,2 мм с отверстием диаметром 2,0 мм и минимальной толщиной стенки 1,25 мм при $G=80000$ МПа, $\theta=1$ град/1000мм, при разбиении области на 130 элементов крутящий момент ориентировочно составил $M=196$ Н·мм, крутильная жесткость $C=11,26$ Н·м². Максимальные касательные напряжения, зафиксированные в одном из элементов, $\tau_{zx} = 0,0125$ МПа, $\tau_{zy} = 5,8$ МПа.

Экспериментальные исследования на кручение стебля сверла (сталь 20Х) с указанными конструктивными параметрами показали, что значение жесткости, полученное расчетом по МКЭ (11,26 Н·м²) при числе элементов $n = 130$, меньше среднего экспериментального значения (12,12 Н·м²) на 7,1 %.

Расчет стебля сверла на продольный изгиб может быть выполнен при использовании конечно-элементной модели, если момент инерции сечения стебля сверла относительно оси u представить как сумму моментов инерции конечных элементов.

Использование ЭВМ значительно сокращает трудоемкость расчетов, позволяет оперативно произвести анализ напряженного состояния стебля сверла сложного сечения, сравнивать различные конструкции на жесткость, производить оптимизационное проектирование.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Обработка глубоких отверстий / Н.Ф. Уткин, Ю.И. Кижняев, С.К. Плужников и др. ; Под общ. ред. Н.Ф. Уткина. - Л.: Машиностроение. 1988.- 269с.
2. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. -М.:Мир, 1979. - 388 с.
3. Розин Л. А. Задачи теории упругости и численные методы их решения.- Спб.: Изд-во СпбГТУ, 1998.- 531с.
4. Прогрессивные режущие инструменты и режимы резания металлов: Справочник/ В.И. Баранчиков, А.В.Жаринов, Н.Д.Юдина и др. ; Под общ. ред. В.И. Баранчикова. -М.: Машиностроение, 1990.- 400с.
5. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. - М: Наука, 1979. -531 с.

Московский государственный университет «СТАНКИН»