

Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Национальный исследовательский Томский государственный университет  
Томский государственный архитектурно-строительный университет  
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники  
Томский национальный исследовательский медицинский центр РАН

# ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Сборник научных трудов  
XIV Международной конференции студентов, аспирантов  
и молодых ученых  
Том 3. Математика

РОССИЯ, ТОМСК, 25– 28 апреля 2017 г.

# PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

XIV International Conference of students, graduate students  
and young scientists  
Volume 3. Mathematics

RUSSIA, TOMSK, April 25 – 28, 2017



**ИХТЦ**  
ИССЛЕДОВАНИЯ И РАЗРАБОТКИ



**БАНК  
ХОУМ КРЕДИТ**  
Просто. Быстро. Удобно.



**открытие**  
БАНК



**СБЕРБАНК**  
Всегда рядом



**МИКРАН**



**Премьер**  
БКС  
Больше, чем банк



**MARS**

Издательство Томский политехнический университет

Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Национальный исследовательский Томский государственный университет  
Томский государственный архитектурно-строительный университет  
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники  
Томский национальный исследовательский медицинский центр РАН

# **ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК**

Сборник научных трудов  
XIV Международной конференции студентов, аспирантов  
и молодых ученых

**Том 3. Математика**

РОССИЯ, ТОМСК, 25– 28 апреля 2017 г.

# **PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT**

XIV International Conference of students, graduate students  
and young scientists

**Volume 3. Mathematics**

RUSSIA, TOMSK, April 25 – 28, 2017

Томск 2017

## ПРОГРАММА ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Химический факультет и Институт дистанционного образования Томского государственного университета приглашает дипломированных специалистов пройти программу повышения квалификации

### «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ В ПОЛУЧЕНИИ И ИССЛЕДОВАНИИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ»

Направление 04.03.01 Химия

#### **Модульная структура обучения:**

**Модуль 1:** Новые подходы и технологии в получении функциональных материалов

**Модуль 2:** Методы исследования структуры, состава и физико-химических свойств функциональных материалов

#### **Профессиональные компетенции, формируемые в результате обучения:**

- теоретическими знаниями в области современных методов получения функциональных материалов и изучения их физико-химических характеристик;
- умением выбирать необходимые методы и подходы к разработке функциональных материалов исходя из постановки задач и формы представления данных;
- основами технологии получения каталитических, фармацевтических, сорбционных, металлических и других функциональных материалов;
- умением выбирать необходимые методы анализа, исходя из постановки задач и формы представления данных;
- навыками работы на современном лабораторном оборудовании по аналитическому контролю материалов;
- навыками интерпретации полученных экспериментальных данных полученных на современном оборудовании при использовании физических и физико-химических методов исследования материалов.

Обучение в рамках образовательной программы реализуют ученые с высокой научной квалификацией из ведущих научных организаций РФ. Практическая часть курса проводится с использованием современного аналитического и исследовательского оборудования Лаборатории каталитических исследований и Лаборатория трансляционной клеточной и молекулярной биомедицины ТГУ, Научно-образовательного центра «Наноматериалы и нанотехнологии» ТПУ.

#### **КОНТАКТЫ**

**Руководитель программы:** Слизов Юрий Геннадьевич, к.х.н., доцент, декан химического факультета ТГУ, [dekanat@chem.tsu.ru](mailto:dekanat@chem.tsu.ru).

**Координатор программы:** Зыкова Анна Петровна, к.ф.-м.н., доцент ТПУ, [zykovaap@mail.ru](mailto:zykovaap@mail.ru).

#### **АДРЕС**

г. Томск, ул. А. Иванова, 49, корпус № 6, Химический факультет ТГУ

УДК 501(063)  
ББК 20л0  
П278

**П278 Перспективы развития фундаментальных наук** [Электронный ресурс]: сборник трудов XIV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Россия, Томск, 25–28 апреля 2017 г. / под ред. И.А. Курзиной, Г.А. Вороновой. – Томск: Изд-во – Национальный Исследовательский Томский политехнический университет, 2017. – Режим доступа: [http://science-persp.tpu.ru/Arch/Proceedings\\_2017\\_vol\\_3.pdf](http://science-persp.tpu.ru/Arch/Proceedings_2017_vol_3.pdf) – 109 с.

ISBN 978-5-4387-0748-6  
ISBN 978-5-4387-0751-6

Сборник содержит труды участников XIV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Перспективы развития фундаментальных наук». Включает доклады студентов, аспирантов и молодых ученых, представленные на секции «Математика». Сборник представляет интерес для студентов, аспирантов, молодых ученых, и преподавателей.

**УДК 501(063)**  
**ББК 20л0**

*Редакционная коллегия*

И.А. Курзина, доктор физико-математических наук, доцент;  
Г.А. Воронова, кандидат химических наук, доцент;  
С.А. Поробова

ISBN 978-5-4387-0748-6  
ISBN 978-5-4387-0751-6

© ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский  
Томский политехнический университет», 2017  
© Томский политехнический университет,  
электронный текст, 2017

## **СЕКЦИЯ МАТЕМАТИКА**

- математическое моделирование и анализ данных
- математические методы в физике, химии, биофизике, биологии, экономике, медицине, психологии
- математическая логика и приложения
- вычислительная математика
- дифференциальные уравнения

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

**СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИКА»**

COMPUTER MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF WELDED CONSTRUCTION <b>G.T. Danenova, T.B. Akhmetzhanov</b>	8
МЕТОД ОЦЕНКИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОНТАКТНЫХ СОЕДИНЕНИЙ КОМПОНЕНТОВ ЭЛЕКТРОННЫХ ПЛАТ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ НАГРУЗКЕ <b>А.В. Азин, А.А. Жуков, С.А. Пономарев</b>	11
ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗАМКНУТОЙ ОБОГРЕВАЕМОЙ ПОЛОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ/ОТСУТСТВИИ ПОРИСТОЙ ВСТАВКИ <b>М.С. Астанина</b>	14
ПОСТРОЕНИЕ АНАЛОГА С ВЫСШИМИ ПРОИЗВОДНЫМИ ДЛЯ МОДЕЛИ КОНФОРМНОЙ ЧАСТИЦЫ <b>О.Б. Барановский</b>	17
ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ КРУПНОГАБАРИТНОГО КОСМИЧЕСКОГО РЕФЛЕКТОРА <b>С.В. Белов, М.С. Павлов, В.С. Пономарев</b>	20
СРАВНЕНИЕ ПОДХОДОВ CVaR И МАРКОВИЦА ФОРМИРОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПОРТФЕЛЕЙ <b>П.В. Борцова</b>	23
СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕДПРИЯТИЙ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ СОБСТВЕННОСТИ <b>А.А. Булькина</b>	26
ОПРЕДЕЛЕНИЕ АРБИТРАЖНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ВАЛЮТНЫХ ПАР И ФЬЮЧЕРСОВ НА ДАННЫЕ ВАЛЮТНЫЕ ПАРЫ С РАЗНЫМИ СРОКАМИ ИСПОЛНЕНИЯ <b>В.Р. Даутбаева</b>	29
СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ДОХОДНОСТЕЙ АКЦИЙ <b>А.Б. Жуман</b>	32
ОЦЕНКА VaR ВАЛЮТНОГО ПОРТФЕЛЯ НА ОСНОВЕ ФАКТОРНОЙ МОДЕЛИ ЕГО КОМПОНЕНТ <b>И.В. Загуменнова</b>	35
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ АВТОРЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ <b>А.О. Иващенко</b>	38
ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОПОРНЫХ ВЕКТОРОВ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ ДАННЫХ С ТЕРАГЕРЦОВОГО СПЕКТРОМЕТРА <b>Ю.К. Измestьева</b>	41
СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ РОССИИ <b>М.О. Кинева</b>	44
СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПАССИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОРТФЕЛЕМ РИСКОВЫХ ЦЕННЫХ БУМАГ <b>М.С. Кнутова</b>	47
ВЫЯВЛЕНИЕ ИНФОРМИРОВАННЫХ СДЕЛОК ПРИ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ТОРГОВЛЕ <b>О.С. Кнутова</b>	50
ТЕРМОКАПИЛЛЯРНАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ ИСПАРЕНИЯ <b>Д.А. Кожевников</b>	53
НЕЛОКАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ГРОССА-ПИТАЕВСКОГО С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИММЕТРИЕЙ: КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЕ АСИМПТОТИКИ И НЕВЯЗКА <b>А.Е. Кулагин</b>	56

ОЦЕНКА ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ БАНКОВ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ <b>Е. А. Малеева</b>	59
ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ С УЧЕТОМ ФИКСИРОВАННОГО УРОВНЯ НЕПРИЯТИЯ РИСКА И СЛУЧАЙНО ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ СТЕПЕНИ ДОВЕРИЯ К УПРАВЛЯЮЩЕЙ КОМПАНИИ <b>Е.В. Мастерова</b>	62
ВЛИЯНИЕ ОСИ ДЕФОРМАЦИИ НА ДЛИНУ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА ВИНТОВЫХ ДИСЛОКАЦИЙ В ЧИСТЫХ ГЦК МАТЕРИАЛАХ <b>М.В. Матвеев, Р.И. Куринная, М.В. Зголич</b>	65
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ БИОКОМПОЗИТА НА ОСНОВЕ МНОГОУРОВНЕВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ <b>В.А. Микушина</b>	68
ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ РЕЖИМОВ КОНВЕКТИВНО- РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В НАКЛОННОЙ ПОЛОСТИ С ЛОКАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ <b>И.В. Мирошниченко</b>	71
МИКРОСЕРВИС ДЛЯ ЗАГРУЗКИ ДАННЫХ ИЗ СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ TWITTER ДЛЯ АНАЛИЗА ЭМОЦИЙ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ <b>М.В. Мытницкая, Е.О. Шубкин</b>	74
КОНВЕКТИВНО-РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ С ТЕПЛОПРОВОДНЫМИ СТЕНКАМИ ПРИ НАЛИЧИИ ИСТОЧНИКА ЭНЕРГИИ <b>И.И. Носонов</b>	77
ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ <b>В.О. Ночёвкина</b>	80
АНАЛИЗ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЛИНЕЙНОГО КРИСТАЛЛИЗАТОРА НЕПРЕРЫВНОГО ДЕЙСТВИЯ <b>Е.А. Посеницкий</b>	83
УПРАВЛЕНИЕ С ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛЬЮ НЕЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ С МАРКОВСКИМИ СКАЧКАМИ <b>М.В. Самородова, Т.Ю. Пашинска</b>	86
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРРИТОРИАЛЬНОГО ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ <b>А.Л. Сивушина, А.О. Комбу</b>	89
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВВОДА ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ В МЕТАТЕЛЬНЫЙ ЗАРЯД <b>А.Д. Сидоров</b>	92
ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДЕ <b>А.Ю. Травков</b>	95
GEODEICS ON THE COSET SPACES AS A DYNAMICAL REALIZATION OF L-CONFORMAL GALILEI ALGEBRA <b>D.V. Chernyavsky</b>	98
ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЕ МОЛЬНОГО СООТНОШЕНИЯ ВОДОРОД/СЫРЬЕ В РЕАКТОРЕ ДЕГИДРИРОВАНИЯ НА ПОКАЗАТЕЛИ РАБОТЫ РЕАКТОРА СУЛЬФИРОВАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ АЛКИЛБЕНЗОЛОВ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ <b>А.В. Шандыбина, И.О. Долганова, Е.Н. Ивашкина</b>	101
ПРОНИЦАЕМОСТЬ УПОРЯДОЧЕННОЙ СТРУКТУРЫ СОСТАВЛЕННОЙ ИЗ СФЕРИЧЕСКИХ НАНОЧАСТИЦ <b>А.А. Шерстобитов</b>	104
ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМОВ ПОИСКА В ГЛУБИНУ И ПОИСКА В ШИРИНУ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ N-КРАТНЫХ ПОКРЫТИЙ МАТРИЦЫ <b>А.В. Ямшанов</b>	107

## COMPUTER MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF WELDED CONSTRUCTION

G.T. Danenova, T.B. Akhmetzhanov

Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.R. Nurguzhin

Karaganda State Technical University

Kazakhstan, Karaganda, B.Mira., 56, 100027

E-mail: [g.danenova@kstu.kz](mailto:g.danenova@kstu.kz)

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СВАРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Г.Т. Даненова, Т.Б. Ахметжанов,

Научный руководитель: профессор, д.т.н. М.Р. Нургужин

Карагандинский государственный технический университет

Казахстан, Караганда, б. Мира, 56, 100027

E-mail: [g.danenova@kstu.kz](mailto:g.danenova@kstu.kz)

***Аннотация.** В данной работе показано, что при оценке и обеспечении живучести сварных металлоконструкций важную роль играют технологические факторы. Учет их влияния реализуется на основе применения метода конечных элементов. Описана численная методика расчета остаточных сварочных напряжений и деформаций в элементах сварных металлоконструкций. Численно обоснован технологический метод повышения живучести указанногo класса металлоконструкций.*

**Introduction.** At the present time the maintenance of the welded construction serviceability over normative service life is provided by the maintenance system on the basis of the guiding documents according to the concept of "safe damage". However, experience has shown [1, 2] the following:

1. There is no uniform methodological approach to the development of methodical directive. The approach should provide reliability and completeness of conclusions to make an evaluation of residual resource.
2. Numerical values of critical parameters of the defects (that are contained in the guiding documents) are not proved and considerably underestimated in many cases.
3. The criterion of a marginal state is not evident for a product as a whole (not for a separate element, a detail or unit) when estimating a residual resource.
4. Only total data about the buildup of welded design are fixed in the maintaining organizations. There are no data on loadings in various time intervals.
5. Technological factors relating to welding (high residual stresses and great plastic strains) are not considered in the guiding documents.

**Materials and methods.** The structure of welded metal construction (WMC) survivability estimation has been taken into account the above mentioned factors. The base concepts of safe operation of WMC are given there. It is necessary to note that the estimation of survivability includes the whole complex of tasks: the estimation of the current object condition; prediction of developing this condition for the near future; recommendations about

optimum period of operation before getting out this object or before its next repair. In this connection it is very important to choose a correct method of calculating the crack resistance parameters of WMC subject to the technology factors related to welding. Such approach demands the defining residual stresses and strains at the first stage of the problem solving.

The complex of investigations of forming residual stresses and strains was realized on the basis of the above mentioned approach. Joints as the short seam executed on a plate of 100x200x6 mm are considered. The scheme of flat tension is accepted. Power of the welding source is  $q = 12600 \text{ W}$ , the speed is  $V = 0,01 \text{ m/s}$ . The thermo-physical constants correspond to the data of the St3 steel. The problem was solved by using the program ANSYS.

**Results.** Some results are shown in figures 1-3. According to the result it is established that forming volumetric residual stretching stresses in zones of the ends of short welds and in places of their crossing is connected to the value of specific energy input rates of welding  $q_n/\delta$ . It is shown that  $q_n/\delta \geq 125 \text{ W/mm}^2$  at defining the stress – strain state (SSS) of plates with short welding can be calculated approximately by the pattern of plane stress condition.

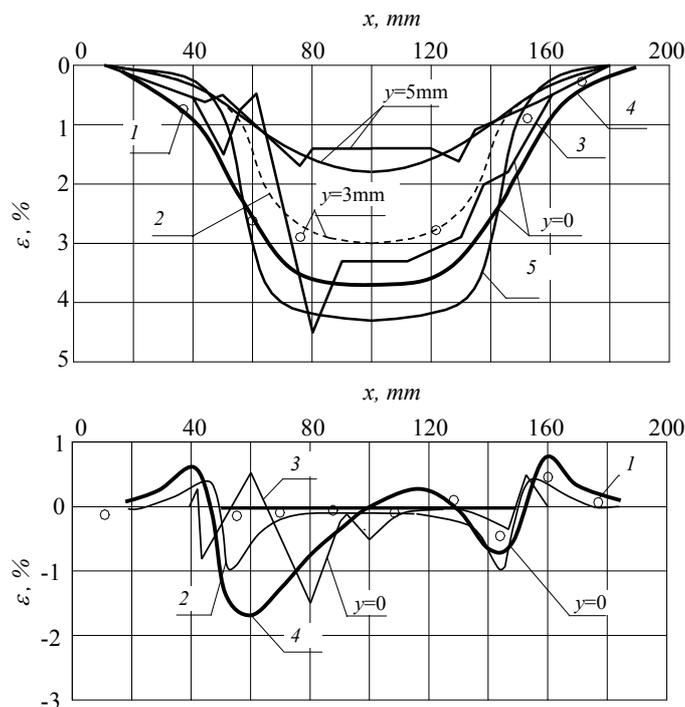


Fig. 1. The diagrams of residual strains in the plate 100x200x6mm

1 - experimental data ; 2 - calculation data by the FEM; 3 - calculation data by the FDM;  
 4 - calculation data by ANSYS program; 5 - calculation data by the FEM KELAPS

The feature of the approach is the account of redistributing residual stresses during the crack growth. It is established that the factor of residual stresses intensity can be estimated approximately by Wells formula within the limits of a weld ( $l_{cr} \leq l_j$ ).

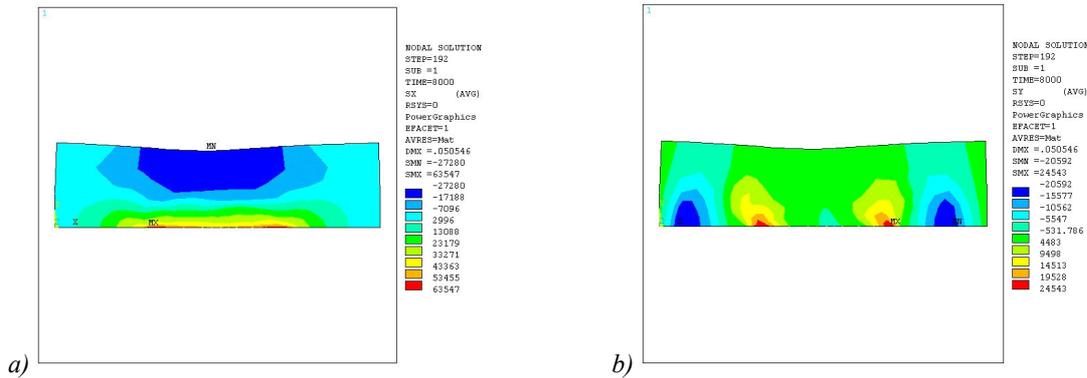


Fig.2. Stress state of plate: a – stresses  $\sigma_x$ ; b - stresses  $\sigma_y$



Fig.3. The residual strains  $\epsilon_y$

**Conclusion.** The calculation of the stress-strain state of units and joint of welded metal constructions also allows applying seriously the methods of regulation and elimination of residual stresses and strains, developing the constructive - technological procedures aimed at formatting more favorable residual stress fields in WMC.

It's shown that it's impossible to completely eliminate the manifestation of residual stresses and strains. But it's possible to reduce significantly their negative influence on the loading capacity of welded metal constructions by controlling them during designing, manufacturing and operating.

#### REFERENCES

1. Ryakhin, V.A., Moshkarev, G.N. (1984). Service life and stability of welded structures of construction site and road making machines. Moscow: Mashinostroenie [in Russian].
2. Paul Colegrove, Chukwugozie Ikeagu, Adam Thistlethwaite, Stewart Williams, Tamas Nagy, WojciechSuder, Axel Steuer, ThiloPirling. (2009). The welding process impact on residual stress and distortion. Science and Technology of Welding and Joining, 14(8), 717-725.
3. Schaumann P., Collmann M. (2013). Influence of weld defects on the fatigue resistance of thick steel plates. Procedia engineering, 66, 62- 72.

**МЕТОД ОЦЕНКИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОНТАКТНЫХ СОЕДИНЕНИЙ КОМПОНЕНТОВ  
ЭЛЕКТРОННЫХ ПЛАТ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ НАГРУЗКЕ<sup>1</sup>**

А.В. Азин, А.А. Жуков, С.А. Пономарев

Научный руководитель: старший научный сотрудник, д.ф.-м.н. С.В. Пономарев

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: [azinanton@niipmm.tsu.ru](mailto:azinanton@niipmm.tsu.ru)

**METHOD FOR EVALUATING DURABILITY OF COMPONENTS CONTACT CONNECTIONS  
OF ELECTRONIC BOARDS FOR ARBITRARY LOAD**

A.V. Azin, A.A. Zhukov, S.A. Ponomarev

Scientific Supervisor: Senior Research Officer, Dr. S.V. Ponomarev

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: [azinanton@niipmm.tsu.ru](mailto:azinanton@niipmm.tsu.ru)

***Abstract.** This paper describes a method for assessing the durability of contact joints BGA and PGA components of electronic circuit boards with an arbitrary load. The method on the experimental data and the results of numerical simulation of contact connections at working loads is based. The implementation of this method is shown in the example of the electronic board evaluation period of the service under cyclic thermal loads. Application of this method of electronic circuit board manufacturers will predict the service life of the developed products.*

Разработанный метод оценки долговечности контактных соединений при произвольной нагрузке, включает:

1. Определение механических характеристик материала припоя, используемого для присоединения корпуса микрочипа к ЭП.
2. Проведение циклических испытаний материала припоя.
3. Проведение численного моделирования контактных соединений исследуемого корпуса микрочипа для определения максимума интенсивности напряжений в материале припоя при заданных нагрузках (моделям задаются характеристики материалов полученные в п.1).
4. Определение сдвиговых деформаций при заданном диапазоне рабочих температур.
5. Расчет по результатам п.2 максимального количества циклов до разрушения контактного соединения.

Для определения механических характеристик припоя проведены испытания на одноосное растяжение и циклические испытания образцов из припоя ПОС-61 [1]. По результатам испытаний на одноосное растяжение определена билинейная зависимость напряжений от деформации для материала припоя, сплошная линия – экспериментальные данные, пунктир – билинейная аппроксимация (рис. 1а). Для определения параметров модели длительной прочности использовались соотношение Коффина-

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16–38–00743 мол\_a

Менсона:  $N^m \Delta \varepsilon = C_N$ , где  $N$  – количество циклов при данной деформации;  $\Delta \varepsilon$  – размах деформации;  $C_N$ ,  $m$  – параметры модели (для данного материала  $C_N = 0,1892$ ,  $m = 0,53$ ). Согласование результатов теоретических расчетов (пунктир) и экспериментальных данных (сплошная линия) представлено на рис. 1б.

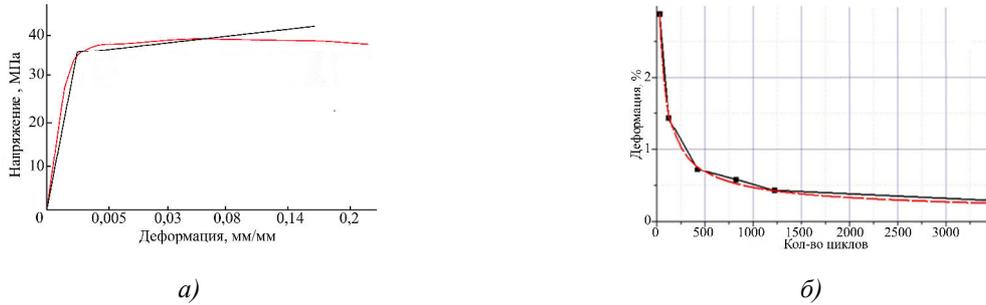


Рис. 1. Результаты испытаний: а) зависимость напряжений возникающих в образце при соответствующем уровне деформаций, б) зависимость уровня деформаций от количества циклов до разрушения

Для определения напряженно-деформированного состояния контактных паяных соединений корпуса микрочипа с ЭП разработаны расчетные модели соединений, которые включают часть микросхемы, контактные площадки печатной платы, саму плату и элемент BGA или PGA (Рис. 2).

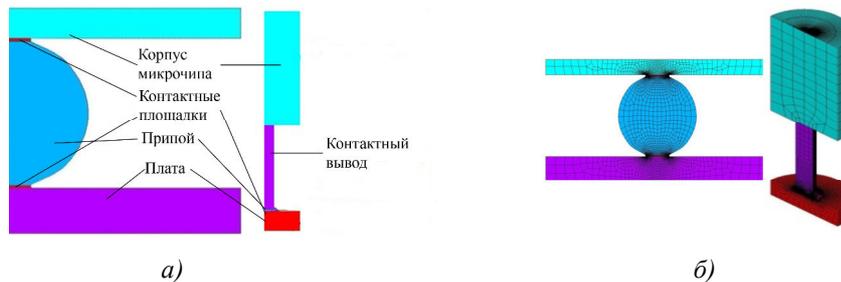


Рис. 2. Расчетные (а) и конечноэлементные (б) модели контактных соединений

Результаты моделирования НДС контактных соединений корпусов микрочипов (BGA и PGA) и результатам других исследователей (данные о корпусах типа MCS взяты из отчета NASA [2]) представлены на рис. 3, где приняты обозначения: BGA\* – BGA при обтекании припоя контактной площадки, BGA – BGA без обтекания.

Для оценки несущей способности контактных соединений, определяется сдвиг  $\tau$  корпуса микрочипа относительно ЭП при температурном цикле от  $-30^\circ\text{C}$  до  $+70^\circ\text{C}$  по выражению (2) [3]:

$$\tau = L(\alpha_b - \alpha_c)(T_{\max} - T_0) + L(\alpha_b - \alpha_c)(T_0 - T_{\min}), \quad (2)$$

где  $L$  – расстояние от контакта до геометрического центра корпуса микрочипа,  $\alpha_b$  и  $\alpha_c$  – коэффициенты теплового расширения печатной платы и корпуса микрочипа соответственно,  $T_0$ ,  $T_{\min}$  и  $T_{\max}$  – температура при нормальных условиях, минимальное и максимальное значение температуры в цикле соответственно.

Сдвиговая деформация вычисляется по соотношению (его вид определялся из испытаний на одноосное растяжение образцов из материала припоя):

$$\varepsilon(\sigma, t) = \left(\frac{\sigma}{E}\right) + A_1 \left(\frac{\sigma}{E}\right)^{B_1}, \quad (3)$$

где  $A_1 = 1,17 \cdot 10^{57}$ ,  $B_1 = 22,26$ ,  $E = 16,082 \cdot 10^9$  Па.

Для определения состояния материала в текущий момент и прогнозирования оставшегося срока эксплуатации введем функцию поврежденности материала (4)[4]:

$$\omega(t) = \left[ \frac{\nu}{C_1(a-bT)} \right]^m \Delta \varepsilon^{\frac{1}{m}}, \quad (4)$$

где  $\omega$  изменяется от 0 до 1 (1 – разрушение материала), параметр  $m_1 = -1 + 1/m$ ;  $\varepsilon$  – интенсивность деформации;  $t_0$  – долговечность для данного материала, определяемая из экспериментов при температуре  $T$  и не зависящая от времени деформации,  $\Delta \varepsilon$  – размах деформаций, не зависящий от времени;  $\nu$  – частота нагружения (для расчетов принято  $\nu = 1,39 \cdot 10^{-3}$  циклов/с – протяженность температурного цикла по времени равна 1 цикл в 2 часа),  $C_1$  и  $m$  – параметры модели, определенные для данного материала, где  $C_N(T) = C_1 \cdot E(T)$  и  $E(T) = a - bT$  ( $C_1 = 3,3012$ ,  $m = 0,53$  при температуре 25 °C);  $a$  и  $b$  – параметры модели, отображающие зависимость модуля упругости материала от температуры ( $a = 6,4411$ ,  $b = 0,0284$ ).

По результатам решения построена зависимость степени повреждаемости паяного соединения от времени работы при данной скорости нагружения для каждого типа контактов (рис. 4).

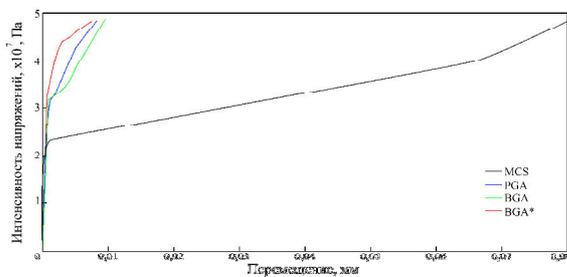


Рис. 3. Зависимость максимума интенсивности напряжений в паяном соединении от горизонтального перемещения чипа относительно платы

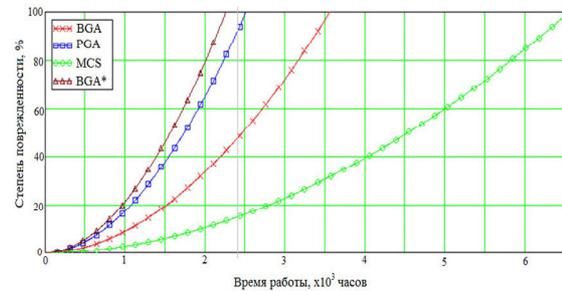


Рис. 4. Функция поврежденности разных типов контактов в зависимости от времени работы

На графике показано, что при данной скорости нагружения корпус чипа на PGA контактах отработает 2500 часов, на BGA контактах (без натекания припоя на контактную площадку) – 3600 часов, на BGA контактах (с натеканием припоя на контактную площадку) – 2250 часов, на MCS контактах – 6500 часов. По результатам теоретического расчета долговечности контактных соединений корпуса микрочипа с ЭП при термоциклировании самым надежным является корпус на MCS контактах.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азин А.В., Марицкий Н.Н., Жуков А.П., Пономарев С.В., Пономарев В.С., Сунцов С.Б. Экспериментально-теоретическое исследование напряженно-деформируемого состояния и оценка долговечности BGA и CGA контактов электронных модулей// Известия высших учебных заведений. Физика. – 2011. – Т.54. – № 10/2. – С. 146–153.
2. Strickland S. M., J.D. Hester, Gowan A.K. et al. Microcoil spring interconnects for ceramic grid array integrated circuits. // Report of NASA TM-2011 – Marshall Space Flight Center, Alabama. – 2011. – 27 p.
3. Tummala R. R. Fundamentals of Microsystems Packaging. – The McGraw-Hill Companies, 2001. – 926 p.
4. Москвитин В. В. Сопротивление вязко - упругих материалов. – М.: Наука, 1972. – 328 с.

**ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗАМКНУТОЙ ОБОГРЕВАЕМОЙ  
ПОЛОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ/ОТСУТСТВИИ ПОРИСТОЙ ВСТАВКИ**

М.С. Астанина

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: [astanina.marina@bk.ru](mailto:astanina.marina@bk.ru)

**ANALYSIS OF CONVECTIVE HEAT TRANSFER  
IN A HEATED ENCLOSURE WITH/WITHOUT POROUS INSERTION**

M.S. Astanina

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: [astanina.marina@bk.ru](mailto:astanina.marina@bk.ru)

***Abstract.** Numerical analysis of natural convection inside a cavity filled with a liquid of variable viscosity in the presence of two local heaters and porous medium has been carried out. Governing equations formulated in dimensionless stream function, vorticity and temperature have been solved by finite difference method. The obtained results illustrating the effects of key parameters on streamlines, isotherms as well as average Nusselt number have been presented.*

Моделирование процессов конвективного теплопереноса в различных областях является одной из важнейших задач, определяющих развитие современной промышленности. В настоящее время проводится много исследований подобного рода [1–5]. Особый интерес вызывают процессы, в которых свойства среды (жидкости) зависят от внешних параметров (температура, давление и т.п.), так как имеется много прикладных задач подобного рода, требующих решения.

В данной работе исследуется процесс конвективного теплопереноса в замкнутой пористой полости при наличии двух источников энергии постоянной температуры, расположенных симметрично относительно оси  $x = 0.5$ . Полость заполнена ньютоновской жидкостью, вязкость которой является экспоненциальной функцией температуры.

Считается, что рабочая среда удовлетворяет приближению Буссинеска, а режим течения и теплопереноса является ламинарным. Верхняя и нижняя стенки области теплоизолированы, а боковые поверхности поддерживаются при постоянной низкой температуре  $T_c$ . Температура источников  $T_h$  максимальна во всей области. Схема рассматриваемой задачи показана на рис. 1. Для описания гидродинамики внутри пористой среды используется модель Дарси–Бринкмана. Дифференциальные уравнения в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность – температура» имеют следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega, \quad (1)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{u}{\varepsilon^2} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{v}{\varepsilon^2} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left( \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 (M\omega)}{\partial x^2} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 (M\omega)}{\partial y^2} - \frac{M\omega}{\text{Da}} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2\sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[ \frac{u}{2\text{Da}} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{v}{2\text{Da}} \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{\varepsilon} \frac{\partial^2 M}{\partial x \partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right). \quad (3)$$

Здесь  $x, y$  – безразмерные декартовы координаты;  $\tau$  – безразмерное время;  $u, v$  – безразмерные составляющие скорости в проекции на оси;  $\theta$  – безразмерная температура;  $\psi$  – безразмерная функция тока;  $\omega$  – безразмерная завихренности скорости;  $\text{Pr} = \mu_0 / (\rho a)$  – число Прандтля;  $\text{Ra} = g\beta(T_h - T_c)L^3 / (\mu_0 a)$  – число Рэлея;  $\text{Da} = K / L^2$  – число Дарси,  $K$  – проницаемость среды;  $\varepsilon$  – пористость среды;  $M = \mu / \mu_0 = \exp(-C\theta)$  – безразмерная вязкость. Следует отметить, что в качестве характерного расстояния при обезразмеривании была взята длина полости  $L$ , масштаб времени –  $\sqrt{L / g\beta(T_h - T_c)}$ , масштаб скорости –  $\sqrt{g\beta(T_h - T_c)L}$ , масштаб завихренности –  $\sqrt{g\beta(T_h - T_c) / L}$ , масштаб функции тока –  $\sqrt{g\beta(T_h - T_c)L^3}$ , безразмерная температура  $\theta$  вводилась следующим образом:

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_h - T_c}.$$

В начальный момент времени предполагалось, что жидкость, заполняющая полость, неподвижна, поэтому  $\psi(x, y, 0) = \omega(x, y, 0) = 0$ . Начальная температура, вследствие выбранного обезразмеривания, принимала вид  $\theta(x, y, 0) = 0$ . Граничные условия записывались следующим образом:  $\psi = 0, \partial\psi/\partial y = 0, \partial\theta/\partial y = 0$  – на горизонтальных стенках;  $\psi = 0, \partial\psi/\partial x = 0, \theta = -1$  – на вертикальных стенках;  $\psi = 0, \partial\psi/\partial \bar{n} = 0, \theta = 1$  – на поверхности источников энергии.

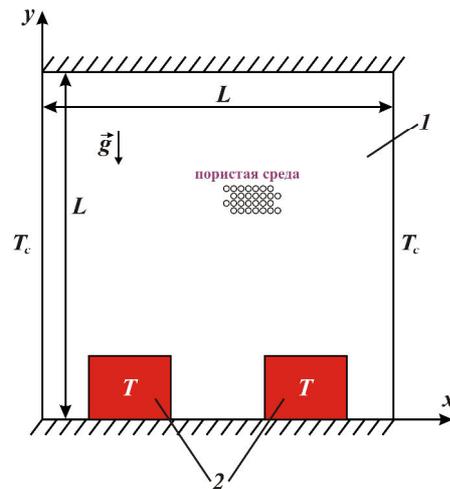


Рис.1. Область решения задачи:

1 – пористая среда, 2 – источники энергии

Полученные уравнения (1)–(3) с соответствующими начальными и граничными условиями решались методом конечных разностей на равномерной сетке  $100 \times 100$  [2–5]. Значения завихренности скорости на поверхностях стенок полости и локального источника энергии определялись на основе формулы Вудса [5]. Для численного решения уравнений параболического типа (2) и (3) применялась локально-одномерная схема Самарского, позволяющая плоскую задачу свести к системе одномерных задач. Аппроксимация конвективных слагаемых проводилась на основе схемы с донорными ячейками, диффузионных – с помощью центральных разностей. Эволюционный член представлял собой одностороннюю разность по времени и обладал первым порядком точности относительно временного шага. Производные по пространственным координатам аппроксимировались со вторым порядком

точности относительно шага по координате. Дискретизация уравнения Пуассона (1) проводилась на основе формул симметричной аппроксимации вторых производных. При этом полученное разностное уравнение разрешалось методом последовательной верхней релаксации. Параметр релаксации подбирался на основе вычислительных экспериментов. Данный метод решения задач был протестирован ранее на ряде модельных задач, где была подтверждена его работоспособность [2,4,6].

Численный анализ был проведён в широком диапазоне изменения определяющих параметров: чисел Рэлея ( $10^4 < Ra < 10^6$ ), Прандтля ( $70 < Pr < 700$ ), Дарси ( $10^{-5} < Da < 10^{-2}$ ), пористости ( $0.3 < \varepsilon < 0.9$ ) и параметра изменения вязкости  $C$  ( $0 < C < 3$ ). Следует отметить, что зависимости среднего числа Нуссельта были получены на поверхности нагревателей на основе следующей формулы:

$$Nu_{avg} = \frac{1}{3} \left[ \frac{L}{h} \int_0^{h/L} \left( -\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)_{X=(L-l)/2L} dY + \frac{L}{l} \int_{(L-l)/2L}^{(L+l)/2L} \left( -\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_{Y=h/L} dX + \frac{L}{h} \int_0^{h/L} \left( -\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)_{X=(L+l)/2L} dY \right]$$

и характеризуют теплосъём с источников с течением времени. Влияние определяющих параметров на результаты показано в условиях установившегося (стационарного) процесса. Сравнение изолиний функции тока и температуры, а также распределений среднего числа Нуссельта с результатами, полученными в [6], позволило сделать выводы о возможности интенсификации теплопереноса в случае введения пористой среды.

Работа выполнена в рамках реализации государственного задания Минобрнауки России (задание № 13.9724.2017/БЧ).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cordoba P.A., Silin N., Dari E. A. Natural convection in a cubical cavity filled with a fluid showing temperature-dependent viscosity // International Journal of Thermal Sciences. – 2015. – Vol. 98 – P. 255-265.
2. Astanina M. S., Sheremet M. A., Umavathi J. C. Unsteady natural convection with temperature-dependent viscosity in a square cavity filled with a porous medium // Transport in Porous Media. – 2015. – Vol. 110. – No. 1. – P. 113–126.
3. Rajua C.S.K., Sandeepa N., Malvandib A. Free convective heat transfer of MHD Cu-kerosene nanofluid over a cone with temperature dependent viscosity // Acta Astronautica. – 2016. – Vol. 129. – P. 419–428.
4. Астанина М. С., Шеремет М. А. Моделирование термогравитационной конвекции с переменной вязкостью в замкнутой полости с локальным источником энергии // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. – 2015. – Выпуск 3(31) – С.52-59.
5. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
6. Астанина М.С. Численный анализ нестационарных режимов естественной конвекции с переменной вязкостью в замкнутой полости с локальными изотермическими участками // Материалы 54-ой международной научной студенческой конференции МНСК-2016: Математика. – Новосибирск, 2016 г. – С.152.

**ПОСТРОЕНИЕ АНАЛОГА С ВЫСШИМИ ПРОИЗВОДНЫМИ  
ДЛЯ МОДЕЛИ КОНФОРМНОЙ ЧАСТИЦЫ**

О.Б. Барановский

Научный руководитель: доцент, к. ф.-м. н. И.В. Мастеров

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: oleg.bbaranovskiy@gmail.com

**HIGHER-DERIVATIVE GENERALIZATION OF CONFORMAL PARTICLE**

O.B. Baranovsky

Scientific Supervisor: associate prof., PhD I.V. Masterov

National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: oleg.bbaranovskiy@gmail.com

***Abstract.** In the present study, higher-derivative generalization of multidimensional conformal particle is derived.*

Одномерная конформная алгебра  $so(1,2)$  включает в себя три генератора: генератор трансляций по времени  $H$ , генератор дилатаций  $D$  и генератор специальных конформных преобразований  $K$ . Известно много примеров механических систем, обладающих  $so(1,2)$  симметрией. К ним относятся такие модели, как свободная частица [1], конформная частица [2], гармонический осциллятор [3], система тождественных частиц, взаимодействующих посредством конформного потенциала [4].

Алгебра Галилея допускает бесконечное множество конформных расширений [5, 6]. Все они параметризуются целым или полуцелым числом  $l$ , и называются  $l$ -конформными алгебрами Галилея. Каждая алгебра из этого семейства включает  $so(1,2)$  как подалгебру. Известно, что свободная нерелятивистская частица инвариантна относительно преобразований, образующих  $l/2$ -конформную группу Галилея (группа Шредингера) [1]. Также, в [7, 8] было показано, что модель свободной частицы с высшими производными инвариантна относительно преобразований, образующих  $l$ -конформную группу Галилея.

Целью данной работы является построение аналога с высшими производными модели конформной частицы [2].

Рассмотрим, для начала, модель свободной частицы с высшими производными [7]

$$S = \frac{1}{2} \int dt \lambda_{ij} \dot{x}_i \dot{x}_j^{(2l+1)}, \quad (1)$$

где  $\lambda_{ij} = \delta_{ij}$  в случае полуцелого  $l$ , и  $\lambda_{ij} = \varepsilon_{ij} = -\varepsilon_{ji}$ ,  $\varepsilon_{12} = 1$  в случае  $l$  целого. Это действие инвариантно относительно преобразований [7]

$$t' = t + a + bt^2 + ct, \quad x_i'(t') = x_i(t) + lcx_i(t) + 2lbt x_i(t) + \sum_{k=0}^{2l} a_i^{(k)} t^k - w_{ij} x_j(t)$$

где  $a, b, c, w_{ij}$  и  $a_i^{(k)}$  - бесконечно малые параметры преобразований. Эти преобразования образуют  $l$ -конформную группу Галилея [5, 6].

Модель многомерной конформной частицы описывается функционалом действия [2]

$$S = \frac{1}{2} \int dt \left( \dot{x}_i \dot{x}_i - \frac{g}{x_i x_i} \right). \quad (1)$$

Данное действие инвариантно относительно преобразований

$$t' = t + a + bt^2 + ct, \quad x_i'(t') = x_i(t) + \frac{c}{2} x_i(t) + btx_i(t) - w_{ij} x_j(t), \quad w_{ij} = -w_{ji},$$

которые образуют  $SO(1, 2) \oplus SO(3)$  подгруппу в группе Шредингера. Для модели свободной частицы с высшими производными такая же подгруппа реализуется преобразованиями

$$t' = t + a + bt^2 + ct, \quad x_i'(t') = x_i(t) + lcx_i(t) + 2lbt x_i(t) - w_{ij} x_j(t), \quad w_{ij} = -w_{ji}. \quad (2)$$

Для построения аналога с высшими производными модели конформной частицы, возьмем за основу действие свободной частицы с высшими производными (1) и добавим к лагранжиану некоторый произвольный потенциал

$$S = \frac{1}{2} \int dt \left( \lambda_{ij} x_i x_j^{(2l+1)} - V(x) \right). \quad (3)$$

Тогда, требуя инвариантности действия (4) относительно преобразований (3), получим следующий вид потенциала:

$$V(x) = \frac{g}{(x_i x_i)^{1/2l}}.$$

Таким образом, модель  $S = \frac{1}{2} \int dt \left( \lambda_{ij} x_i x_j^{(2l+1)} - \frac{g}{(x_i x_i)^{1/2l}} \right)$ , уравнения движения которой имеют вид

$$\lambda_{ij} x_j^{2l+1} = -\frac{g}{2l} \frac{x_i}{(x_k x_k)^{(2l+1)/2l}}, \quad \text{Ошибка! Закладка не определена.}$$

можно понимать как обобщение на случай высших производных модели конформной частицы (2).

Покажем, что уравнение (5) при  $l=3/2$  в случае одномерного движения можно получить при помощи метода нелинейных реализаций [9, 10]. Для этого, выберем параметризацию элементов группы следующим образом [11]:

$$G = G(t, z, u) = e^{itH} e^{izK} e^{iuD}, \quad [H, D] = iH, \quad [H, K] = 2iD, \quad [D, K] = iK.$$

Домножение  $G(t, z, u)$  слева на  $G(a, b, c)$  приводит к преобразованию координат

$$\delta t = a + bt^2 + ct, \quad \delta z = b(1 - 2tz) - cz, \quad \delta u = c + 2bt, \quad \text{где } a, b \text{ и } c \text{ - бесконечно малые параметры.}$$

Построим лево-инвариантные один-формы Маурера-Картана [11]:

$$G^{-1} dG = i(w_H H + w_D D + w_K K), \quad \text{где } w_H = e^{-u} dt, \quad w_D = du - 2zdt, \quad w_K = e^u (dz + z^2 dt). \quad (4)$$

Введем новую переменную  $\rho = e^{3u/2}$ . Следующим шагом исключим  $z$ , наложив связь на  $w_D$ :

$$w_D = 0 \Rightarrow z = \frac{1}{3} \frac{\dot{\rho}}{\rho}.$$

Тогда, преобразования (6) примут вид

$$\delta t = a + bt^2 + ct, \quad \delta \rho = \frac{3}{2} c\rho + 3bt\rho.$$

Учитывая инвариантность функции  $\sigma = \frac{w_K}{w_H} = \frac{1}{3} \rho^3 \left( \frac{\ddot{\rho}}{\rho} - \frac{2}{3} \frac{\dot{\rho}^2}{\rho^2} \right)$  и оператора  $D = \rho^{2/3} \frac{d}{dt}$

относительно преобразований (6), построим из них инвариантное уравнение четвертого порядка

$$D^2 \sigma + 3\sigma^2 = -\frac{g}{9} \Rightarrow \rho^{(4)} = -\frac{g}{3\rho^{5/3}},$$

которое совпадает с уравнением (5) при  $l=3/2$  в одномерии.

**Заключение.** В работе была построена  $so(1,2)$ -инвариантная система, обобщающая модель многомерной конформной частицы на случай высших производных. Уравнение движения системы в одномерии для  $l=3/2$  было получено при помощи метода нелинейных реализаций.

Работа поддержана грантом Президента РФ МК-2101.2017.2.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Niederer U. The maximal kinematical invariance group of the free Schrodinger equation // Helv. Phys. Acta. – 1972. – Vol. 45. - P. 802-810.
2. de Alfaro V., Fubini S., Furlan G. Conformal invariance in Quantum mechanics // NuovoCim. A. -1976. – Vol. 34. – P. 569-612.
3. Niederer U. The maximal kinematical invariance group of the harmonic oscillator // Helv. Phys. Acta. – 1973. – Vol. 46. - P. 191-200.
4. Calojero F. Solution of the one-dimentional N body problems with quadratic and/or inversely quadratic pair potentials // J. Math. Phys. -1971. – Vol. 12. – P. 419-436.
5. Henkel M. Local scale invariance and strongly anisotropic equilibrium critical system // Phys. Rev. Lett. - 1997. –Vol.78. –P. 1940- 1943.
6. Negro J., delOlmo M.A., Rodriguez-Marco A. Nonrelativistic conformal groups // J. Math. Phys. -1997. – Vol.38. –P. 3786-3809.
7. Gomis J., Kamimura K. Schrodinger equations for higher order non-relativistic particles and N-Galilean conformal symmetry // Phys. Rev. D. -2012. –Vol.85. -045023.
8. Duval C., Horvathy P.A. Conformal Galilei groups, Veronese curves, and Newton-Hooke spacetimes // J. Phys. A. -2011. –Vol.44. -335203.
9. Coleman S.R., Wess J., Zumino B. Structure of phenomenological Lagrangians. 1. // Phys. Rev. -1969. – Vol.177. –P.2239-2247.
10. Ivanov E.A., V.I. Ogievetsky The inverse Higgs phenomenon in nonlinear realizations // Teor. Mat. Fiz. - 1975. –Vol.25 –P. 164-177.
11. Ivanov E.A., Krivonos S.O., Leviant V.M. Geometry of conformal mechanics // J. Phys. A. -1989. –Vol.22. –P.345-354.

## ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ КРУПНОГАБАРИТНОГО КОСМИЧЕСКОГО РЕФЛЕКТОРА

С.В. Белов, М.С. Павлов, В.С. Пономарев

Научный руководитель: д.ф-м.н. С.В. Пономарев

НИИ Прикладной математики и механики Томского государственного университета,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: [belovsv@niipmm.tsu.ru](mailto:belovsv@niipmm.tsu.ru)

## BUCKLING ANALYSIS FOR LARGE-SIZED SPACE REFLECTOR

S.V. Belov, M.S. Pavlov, V.S. Ponomarev

Scientific Supervisor: Dr. S.V. Ponomarev

Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics,

National Research Tomsk State University Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [belovsv@niipmm.tsu.ru](mailto:belovsv@niipmm.tsu.ru)

**Abstract.** *This paper presents a buckling analysis for new large-sized space reflector. It is based on both linear and nonlinear finite-element methods. The corresponding critical loads and buckling modes are obtained.*

**Введение.** Развитие систем связи и зондирования Земли требует создания рефлекторных антенн космических аппаратов диаметром 30м и более, обеспечивающих высокий коэффициент усиления [1]. С увеличением диаметра антенны, необходимо исследование ее конструкции на жесткость и устойчивость (нахождение критических сил, после снятия которых конструкция теряет изначальную форму). Например, в [2] дана оценка жесткости рассматриваемого ниже рефлектора на основе спектра собственных частот, а в [3] решается задача устойчивости спиц надувного рефлектора.

В данной работе исследуется на устойчивость сетчатый рефлектор зонтичного типа, диаметром 48м, а также элементы силового каркаса, представленные на рис. 1.

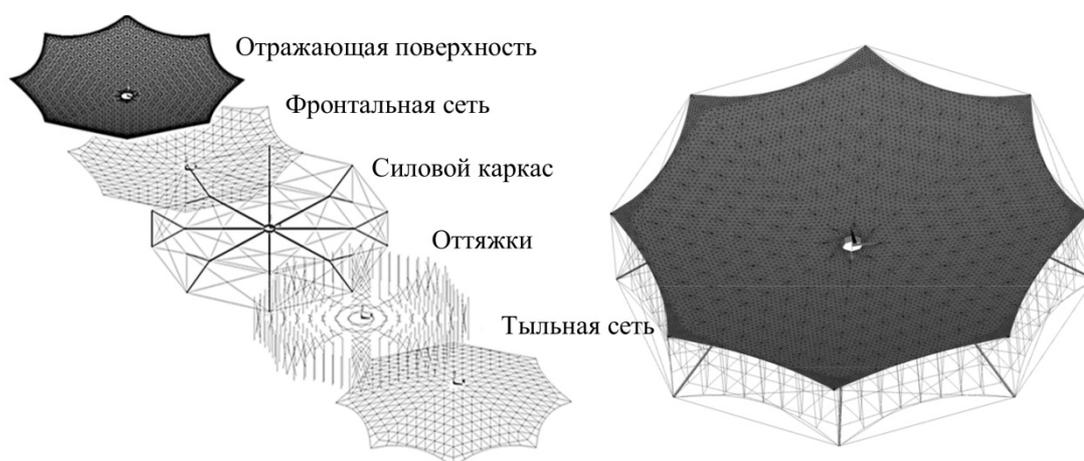


Рис. 1. Схема сетчатого рефлектора

Состав рефлектора: отражающая поверхность (позолоченная молибденовая проволока), тыльная, фронтальная сети и соединяющие их оттяжки (шнуры со стеклянным сердечником в арамидной оплетке)

и силовой каркас из восьми Y-образных телескопических углепластиковых спиц сетчатой структуры (рис. 2). Размеры и характеристики жесткости конструкции приведены в [2].

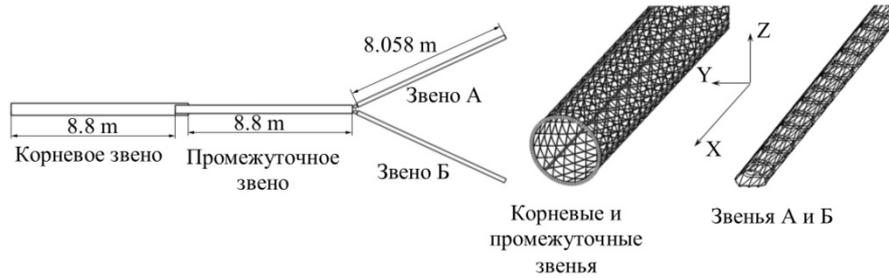


Рис. 2. Схема спиц силового каркаса

**Метод расчета.** Задача определения критических сил потери устойчивости рефлектора и элементов силового каркаса решалась методом конечных элементов (МКЭ) на основе линейного и нелинейного подходов [4]. Состав конечноэлементной модели (КЭМ): оболочечные без изгибной жесткости (отражающая поверхность), одномерные веревочные (тыльная, фронтальная сети, оттяжки) и одномерные балочные (сетчатые спицы) элементы. В случае линейного подхода, решается задача на собственные значения для уравнений равновесия КЭМ в виде:

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{S})\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{K}$  – матрица жесткости;  $\mathbf{S}$  – матрица эффективной жесткости;  $\lambda$  – собственное значение;  $\mathbf{u}$  – собственный вектор перемещений узлов модели, определяющий форму потери устойчивости. Значения критической нагрузки вычисляются по формуле:  $|\mathbf{F}_{кр}| = \lambda |\mathbf{F}_{пр}|$ , где  $|\mathbf{F}_{пр}| = 1\text{Н}$  – величина приложенной нагрузки. Тогда наименьшее значение  $\lambda$  задачи (1) определяет величину критического усилия на конструкцию. Однако оно имеет завышенное значение по сравнению с нелинейным решением.

В случае нелинейного подхода, задача нахождения  $|\mathbf{F}_{кр}|$  решается для нелинейных уравнений теории упругости [5], с уравнением равновесия относительно вектора перемещений узлов  $\mathbf{u}$ :

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}) = \mathbf{f}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{f}$  – заданный вектор внешних сил.

Уравнения (2) решаются итерационным способом Ньютона-Рафсона, где начальное приближение  $\mathbf{u}_0$  считается известным. Далее определяется новое значение  $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{i-1} + \Delta\mathbf{u}$ , при котором  $\mathbf{F}(\mathbf{u}_i) \approx \mathbf{f}$ .

Для нахождения  $\Delta\mathbf{u}$ , разложим вектор-функцию  $\mathbf{F}(\mathbf{u})$  в ряд Тейлора в окрестности  $\mathbf{u}_{i-1}$  до величин первого порядка малости. Тогда (2) можно переписать в виде:  $\mathbf{F}(\mathbf{u}_{i-1} + \Delta\mathbf{u}) = \mathbf{F}(\mathbf{u}_{i-1}) + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{u}_{i-1})}{\partial \mathbf{u}} \Delta\mathbf{u} = \mathbf{f}$ , или как систему линейных уравнений:

$$\mathbf{K}_{i-1} \Delta\mathbf{u} = \mathbf{R}_{i-1}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{K}_{i-1} = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{u}_{i-1})}{\partial \mathbf{u}}$  – матрица жесткости,  $\mathbf{R}_{i-1} = \mathbf{f} - \mathbf{F}(\mathbf{u}_{i-1})$  – вектор невязки внешних и внутренних сил

КЭМ. Решая (3) относительно  $\Delta\mathbf{u}$ , получим:  $\Delta\mathbf{u} = \mathbf{K}_{i-1}^{-1} \mathbf{R}_{i-1}$ .

При нахождении  $\Delta\mathbf{u}$ , может возникнуть проблема плохо обусловленной матрицы  $\mathbf{K}_{i-1}$  из-за недостаточного (избыточного) натяжения веревочных элементов, что приводит к расхождению решения.

Для устранения указанной проблемы, применяется процедура последовательного освобождения узлов КЭМ рефлектора, описанная в [6].

**Численные результаты.** В нелинейном анализе устойчивости корневого, корневого + промежуточного и спицы в целом задавалась осевая нагрузка с шагом 1500 Н, 360Н, 100Н соответственно. Для рефлектора в целом первые восемь шагов нагрузки задавались со стороны вантовых элементов порядка 1000Н, последующие восемь – порядка 100Н, завершающие пять – порядка 20Н. На рисунке 3 представлены формы потери устойчивости спицы и ее элементов (для линейного и нелинейного анализа), а также рефлектора в целом (нелинейного анализа), соответствующие критическим силам, указанным ниже.

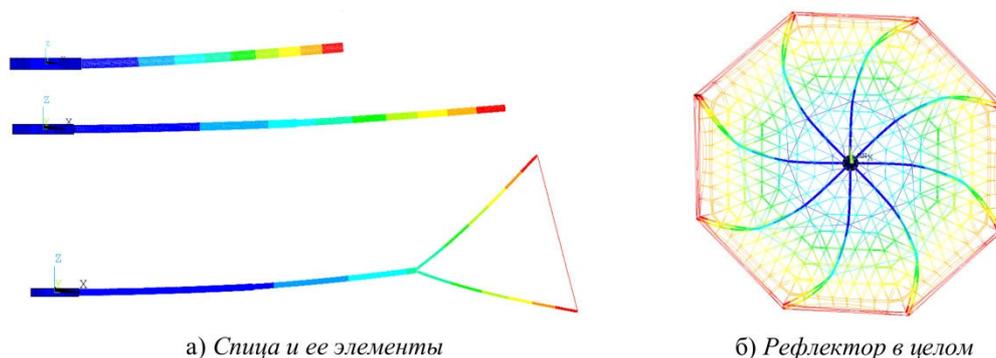


Рис. 3. Формы потери устойчивости в линейном и нелинейном анализе

Значения критических сил (линейный/нелинейный анализ): корневое звено – 27159/24000Н; корневое + промежуточное звено – 6609/5850Н; спица в целом – 1911/1700Н; рефлектор в целом (нелинейный) – 9094 Н.

**Выводы.** В работе представлен анализ устойчивости крупногабаритного космического рефлектора и его элементов линейного и нелинейного МКЭ. Найдены соответствующие значения критических сил и формы потери устойчивости. Значения критических сил в линейном анализе имеют большие значения чем в нелинейном, что является признаком достоверности полученных результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chu Z., Deng Z., Qi X., Li B., Modeling and analysis of a large deployable antenna structure, Acta Astronautica, 2014; 95: 51–60.
2. Belkov A., Belov S., Pavlov M., Ponomarev V., and Zhukov A., Stiffness estimation for large-sized umbrella space reflector, MATEC Web of Conferences, 2016; 48 02001: 1-6.
3. Wang C. G., Xia Z. M., and Tan H. F., Initial shape design and stability analysis of rib for inflatable deployable reflector, AIAA Journal, 2015, 53(2) 486-492.
4. Kim N.H., Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. Springer: New –York Heidelberg Dordrecht London, 2015.
5. Washizu K., Variational methods in elasticity and plasticity. Pergamon Press Ltd: Oxford, 1975.
6. Belov S., Pavlov M., Ponomarev V., Ponomarev S., and Zhukov A., Calculation method for cable-beam shell structures. XIII International Conference on Prospects of Fundamental Sciences Development, PFSD 2016, Tomsk, Russia. 2016 1772 : 1-8.

**СРАВНЕНИЕ ПОДХОДОВ CVaR И МАРКОВИЦА  
ФОРМИРОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПОРТФЕЛЕЙ**

П.В. Борцова

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент М.Е. Семенов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: poly.bortsova@yandex.ru

**COMPASION OF CVaR AND MARKOWITZ APPROACHES TO FORMATION  
OF INVESTMENT PORFOLIOS**

P.V. Bortsova

Scientific Supervisor: PhD, Associate prof. M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: poly.bortsova@yandex.ru

**Abstract.** *The aim of research is formation of efficient frontiers of CVaR and Mean-Variance optimal portfolios. As a result, CVaR and Mean-Variance efficient frontiers were formed, graphs of dependencies risk vs yield, and yield vs CVaR were plotted.*

**Введение.** В литературе [1] выделяют различные методы измерения рыночного риска: а) методика расчёта минимальных требований к размеру гарантийного обеспечения SPAN, б) маржинальные правила Комиссии по ценным бумагам и биржам, США, а также в) *стоимость под риском* (Value-at-Risk, *VaR*). Последняя мера риска – *VaR* – является стандартом в измерении рыночного риска [2] и широко используется при управлении риском в банковском секторе, страховании. *VaR* – это стоимостная оценка риска, т.е. выраженная в денежных единицах величина возможных потерь  $X$  за определенный период времени, характеризуемая заданной вероятностью:  $P(X \leq VaR_\alpha) = 1 - \alpha$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ . *VaR*, как мера риска, имеет два параметра: временной горизонт,  $t$ , и доверительный уровень допустимого риска,  $(1 - \alpha) \cdot 100\%$ . Существенным недостатком этого метода является отсутствие чувствительности к распределению возможных потерь, которая в различные периоды времени может различаться значительно. В статьях [3, 4] предложена новая мера риска, получившая название *условная стоимость под риском* (Conditional Value-at-Risk, *CVaR*).  $CVaR(x)$  – величина условных ожидаемых потерь, которые могут произойти в  $(1 - \alpha) \cdot 100\%$  наихудших случаях реализации случайной величины  $X$ :  $CVaR_\alpha(x) = E[x | x \leq VaR_\alpha]$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ .

Таким образом, портфельное инвестирование с помощью методологии *CVaR*, представляет собой математическое ожидание убытков, которые не меньше *VaR*, где под убытками понимается нежелательные с точки зрения инвестора значения доходности, а *VaR* представляет собой наибольший убыток, который может произойти на рассматриваемом временном промежутке с некоторой заданной вероятностью. Цель данной работы построить эффективные границы портфелей с использованием *CVaR*-подхода и их сравнить с классическим подходом Марковица (*mean-variance, MV*) [5].

**Исходные данные и обозначения.** В качестве исходных данных использованы ежедневные цены закрытия (Close) акций 50 российских компаний, входящих в индекс ММВБ Московской биржи в период с 01.07.2014 по 01.07.2015. Будем использовать обозначения из статьи [6]: пусть вектора

$x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)^T$ ,  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$  – доли активов и их цены соответственно в портфеле  $X$  в начальный момент времени  $t=0$ , тогда  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$  доли активов и их цены в конце периода инвестирования  $t=1$ . Тогда функцию убытков можно вычислить по формуле [6]:

$$f(x, y; x^0, q) = -y^T x + q^T x^0 \quad (1)$$

Функцию прибыли, представляющую собой ожидаемое значение доходности от портфеля в конце периода,  $t=1$ , можно найти по формуле:

$$R(x) = E[y^T x] = \sum_{i=1}^n E[y_i] x_i \quad (2)$$

Из формул (1) и (2) нетрудно заметить, что функция прибыли (2) связана с функцией убытков (1) соотношением  $R(x) = -E[f(x, y)] + q^T x^0$ . Для формулировки задачи оптимизации необходимо задать ограничения на риск и доли активов в портфеле. Верхняя граница  $CVaR$  должна быть равна максимальному значению  $VaR$ . В зависимости от этого, запишем ограничение на риск в виде [6]:

$$CVaR_\alpha(x) \leq wq^T x^0, \quad (3)$$

где  $w \in [0, 1]$  – доля портфеля под риском (уровень терпимости инвестора к риску). Так, например, если  $\alpha=0,95$  и  $w=0,1$ , это означает, что средние потери в 5% наихудших исходов не должны превышать 10% первоначальной стоимости портфеля. В статье [6] показано как через введение фиктивных переменных можно линеаризовать  $CVaR$ -ограничение (3). Отсюда следует, что высокий уровень терпимости к риску приводит к получению более высокой прибыли. Потребуем, чтобы доля  $i$ -го актива в портфеле составляла не более чем  $v_i$  от всего портфеля:

$$q_i x_i \leq v_i \sum_{k=1}^n q_k x_k \quad (4)$$

Заметим, что ограничение в виде (4) используют только при запрете коротких продаж. В итоге задача оптимизации сводится к нахождению минимума функционала [6]:  $\min_{x, \zeta} \sum_{i=1}^n -E[y_i] x_i$  при ограничениях (3)

и (4), где  $\zeta \in \mathbb{R}$  – пороговое значение. В результате решения задачи оптимизации получим вектор  $x^*$ , соответствующий риску значению  $VaR$ , который равен  $\zeta^*$  и имеющий максимальную доходность, которая равна  $E[y]x^* / (q^T x^0)$ . Напомним, что задача оптимизации портфеля Марковица может быть

записана в виде [5]:  $\min_x \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \delta_{ik} x_i x_k$ , при ограничениях  $\sum_{i=1}^n E[r_i] x_i = r_p$  и  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ , где  $x_i$  – доля  $i$ -го

актива в портфеле,  $r_p$  – ожидаемое значение доходности портфеля, а  $\delta_{ik}$  – ковариация между случайными величинами доходностей  $i$ -го и  $j$ -го активов.

**Иллюстративный пример.** Эффективная граница может быть найдена путем задания различных уровней терпимости к риску,  $w \in [0, 1]$ . На рис. 1 изображены эффективные границы для  $CVaR$ - и  $MV$ -подхода при  $\alpha=0,01$  и  $0,05$ . Можно заметить, что для одного и того же уровня доходности портфель, построенный по модели Марковица, имеет более высокий  $CVaR$ . При детальном анализе полученных результатов нетрудно заметить, что с увеличением уровня терпимости к риску доходность портфеля для одного и того же уровня  $CVaR$  значительно возрастает.

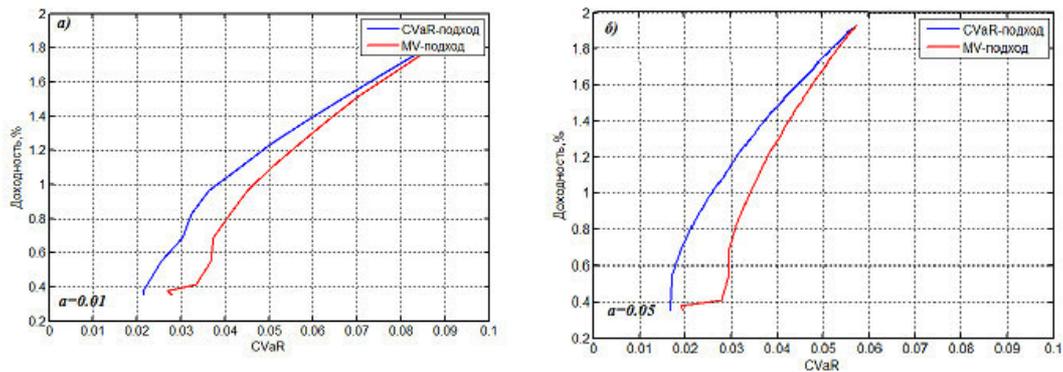


Рис. 1. Эффективные границы для CVaR- и MV-подхода при различном  $\alpha$ : а) 0,01, б) 0,05

На рис. 2 изображены эффективные границы для CVaR- и MV-подхода при  $\alpha=0,01$  и  $0,05$ . Под риском понимают среднеквадратическое отклонение цены актива от среднего значения, выраженное в %. Можно заметить, что бóльшему уровню риска соответствует более высокий доход, в тоже время для одного уровня риска MV-портфель Марковица приносит, незначительно, но бóльший доход, чем CVaR-портфель.

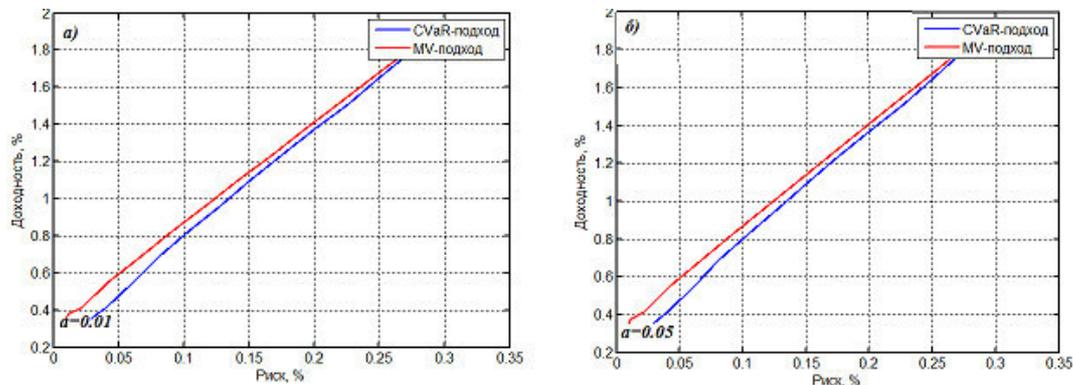


Рис. 2. Эффективные границы для CVaR- и MV-подхода при различном  $\alpha$ : а) 0,01, б) 0,05

**Заключение.** В статье рассмотрены CVaR- и MV-подход к формированию инвестиционных портфелей. Сформированы оптимальные портфели и построены CVaR- и MV эффективные границы для  $\alpha=0,01$  и  $0,05$ . Показано, что с увеличением уровня терпимости к риску, доходность портфеля существенно увеличивается, при этом портфель CVaR приносит больший доход относительно портфеля Марковица.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M. (1999) Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*. 9. 203–228.
2. Basel Committee on Banking Supervision. International convergence of capital measurement and capital standards, 2006. <http://www.bis.org/publ/bcbs128b.pdf>.
3. Pflug G. (2000) Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk // *Probabilistic Constrained Optimization* / Ed. by S. Uryasev. Vol. 38. pp. 272–281.
4. Rockafellar R., Uryasev S. (2000) Optimization of conditional value-at-risk. *The Journal of Risk*, 2(3), 21–41.
5. Markowitz H.M. (1952) Portfolio Selection. *Journal of finance*, 7(1), 77–91.
6. Krokmal P., Palmquist J., Uryasev S. (2002) Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk Objective and Constraints. *Journal of Risk*, 4(2), 43-68.

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕДПРИЯТИЙ  
РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ СОБСТВЕННОСТИ**

А.А. Булькина

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. М.Л. Шинкеев

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [anastasiya.bulykina@mail.ru](mailto:anastasiya.bulykina@mail.ru)

**STATISTICAL ANALYSIS OF INDUSTRIAL INDICATORS  
OF ENTERPRISES OF VARIOUS PROPERTY FORMS**

A.A. Bulykina

Scientific Supervisor: Ass. Professor, PhD M.L. Schinkeev

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [anastasiya.bulykina@mail.ru](mailto:anastasiya.bulykina@mail.ru)

***Abstract.** In this paper we study the impact of the economic crisis on the enterprises of subsection DM "Manufacture of transport means and equipment" manufacturing industries of Russia in the context of ownership. The study is based on comparative statistical analysis of available indicators of enterprises producing vehicles in 2013, 2014 and 2015 located in Russian, foreign and co-property.*

**Введение.** 2014-2015 гг. – экономический кризис, вызванный одновременным действием целого ряда внутренних и внешних факторов. Начиная ещё с 2013 года, экономика начала замедляться, а внешняя политика руководства страны обострила ситуацию, тем самым вызвав финансовый упадок в ведущих отраслях экономики, одной из которых является автомобилестроение. Заметим, что в данной отрасли объемы производства предприятий в иностранной и совместной собственности за предкризисные годы неуклонно возрастали и стали сопоставимыми с объемами производства предприятий, находящихся в российской собственности. Возникает вопрос – насколько по разному затронул кризис предприятия различных форм собственности? Целью настоящей работы является исследование динамики изменения показателей производственной деятельности предприятий России различных форм собственности в период кризиса. Объект исследования: предприятия в российской, иностранной и совместной собственности в подразделе DM «Производство транспортных средств и оборудования». Период исследования: 2013-2015 гг. Метод исследования: сравнительный статистический анализ.

**Материалы и методы исследования.** В мировой экономической науке достаточно детально изучены разные аспекты воздействия страны собственников предприятий на различные показатели экономики страны и сравнения показателей зарубежных и отечественных предприятий. В рамках настоящей работы анализ будет проводиться с использованием статистических методов для предприятий подразделения DM обрабатывающей промышленности России. Исследуются доступные статистические показатели бухгалтерской отчетности предприятий подразделения DM в разрезе форм собственности. Для

анализа деятельности предприятий в разрезе форм собственности были использованы следующие показатели:

1. Прибыль от продаж / выручка.
2. Платежи поставщикам / продажи продукции.
3. ФОТ / продажи продукции.
4. Основные средства / продажа продукции.

Имеются следующие выборки предприятий: российская собственность – 19 предприятий; иностранная собственность – 25 предприятий; совместная собственность – 14 предприятий.

Таблица 1

Значения показателей предприятий подраздела ДМ на уровне России

Форма собственности	Показатели для анализа деятельности предприятий в разрезе форм собственности											
	1			2			3			4		
	2013	2014	2015	2013	2014	2015	2013	2014	2015	2013	2014	2015
Российская (РС)	5,9	3,8	4,0	78,9	84,4	81,3	10,5	11,9	12,9	16,4	22,0	23,4
Иностранная (ИС)	0,2	-2,4	-7,4	89,1	89,6	101,1	4,2	4,8	9,0	28,8	32,1	63,2
Совместная (СС)	5,7	4,3	-5,5	88,3	83,1	87,9	5,1	5,6	11,4	11,1	18,0	43,3

Представленные в таблице 1 данные позволяют предположить различия средних значений по показателям № 1, 3 и 4. Для проверки гипотезы о равенстве средних был проведен статистический анализ показателей в разрезе форм собственности.

**Результаты.** Выявление влияния кризиса на предприятия подраздела ДМ «Производство транспортных средств и оборудования» обрабатывающей промышленности России в разрезе форм собственности предполагает, в частности, проведение статистического сравнительного анализа промышленных показателей для разных форм собственности (РС, ИС, СС) по совокупности указанных показателей. Созданная таким способом база данных использовалась далее в пакете Statistica для дисперсионного анализа данных.

Согласно параметрическому F-критерию с учетом критерия множественного сравнения по каждому показателю получены следующие результаты.

По показателю № 1 – высоко значимые различия средних за 2013 – 2015 гг. (средние убывают) для ИС ( $p=0,003$ ) и СС ( $p=0,006$ ). В то же время для РС различия средних за 2013 – 2015 гг. можно признать не значимым ( $p=0,11$ ).

По показателю № 2 – слабо значимые различия средних за 2013 – 2015 гг. (средние возрастают) для ИС ( $p=0,07$ ). Для РС и СС различия средних за 2013 – 2015 гг. не значимо ( $p=0,15$  и  $p=0,58$  соответственно).

По показателю № 3 – слабо значимые различия средних за 2013 – 2015 гг. (средние возрастают) для всех форм собственности (уровни значимости:  $p=0,019$  для СС,  $p=0,011$  для ИС и  $p=0,044$  для РС). Заметим, что наименее значимые изменения средних для предприятий РС.

По показателю № 4 наблюдается рост среднего значения показателя по всем формам собственности, который статистически значимо не подтверждается. Отметим, что для всех форм собственности, значения данного показателя за 2015 г. отличаются существенно большим разбросом от

значений показателя за 2013 и 2014 гг. Геометрическая интерпретация полученных результатов по всем показателям проиллюстрирована на рис. 1–4 (планки соответствуют 95% доверительным интервалам).

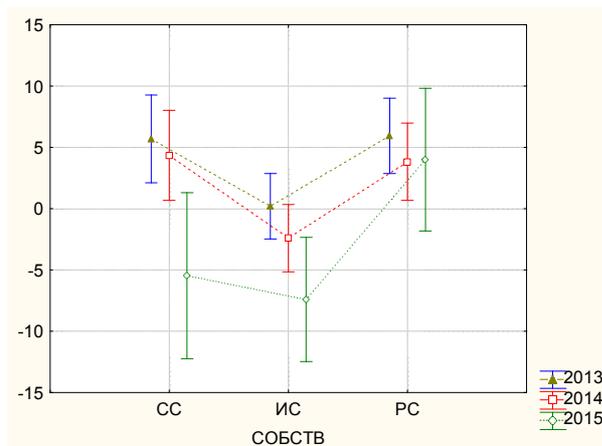


Рис. 1.Графики средних для показателя №1

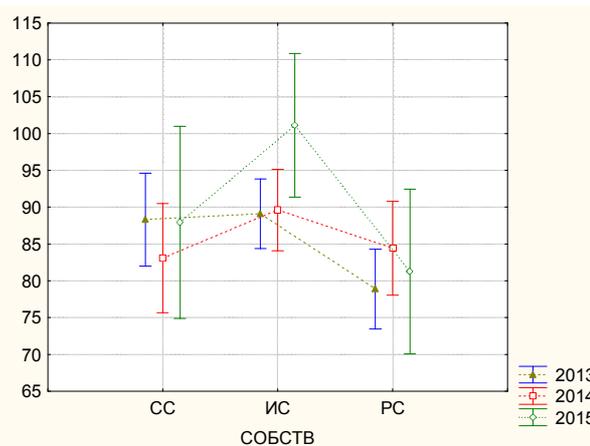


Рис. 2.Графики средних для показателя №2

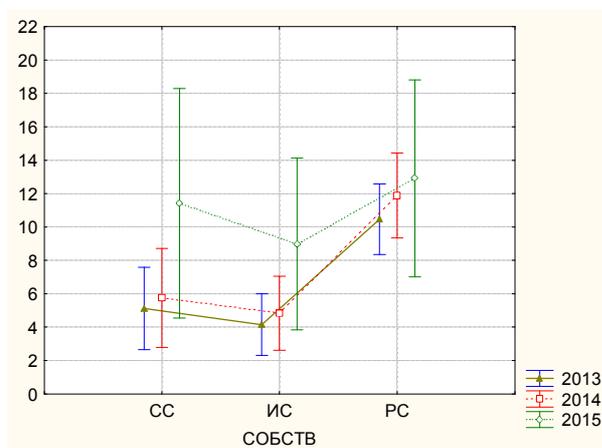


Рис. 3.Графики средних для показателя №3

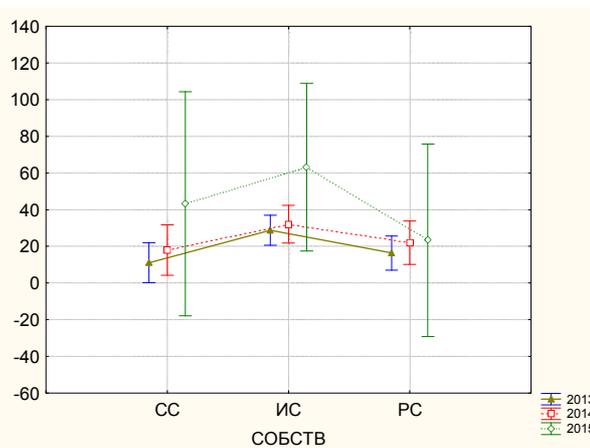


Рис. 4.Графики средних для показателя №4

**Выводы.** В результате статистического анализа за 2013 – 2015 гг. выявлена статистически значимая отрицательная динамика показателя «Прибыль от продаж / выручка» для предприятий ИС и СС. Заметим, что в то же время для российских предприятий этот показатель за годы кризиса практически не изменился. Это вызвано, очевидно, возросшей себестоимостью продукции данных предприятий и не столь резким повышением цены продукции. Данный вывод подтверждается и динамикой показателя «Платежи поставщикам / продажи продукции». Для предприятий ИС в отличие от РС и СС данный показатель значимо вырос, что объясняется, по видимому, возросшим затратам на комплектующие для предприятий данной формы собственности. В целом можно сделать вывод, что предприятия РС понесли меньшие потери за годы кризиса, чем предприятия ИС и СС.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шеффе Г. Дисперсионный анализ.– М.: Наука, 1980. - 512 с.
2. Александр Голяшев. Вхождение России в социально-экономический кризис. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ac.gov.ru/files/publication/a/5491.pdf>. – 01.03.17.
3. Ивченко Г.И., Медведев И.Ю. Введение в математическую статистику. – М.: Издательство ЛКИ, 2010. - 600 с.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ АРБИТРАЖНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ВАЛЮТНЫХ ПАР И ФЬЮЧЕРСОВ НА  
ДАнные ВАЛЮТНЫЕ ПАРЫ С РАЗНЫМИ СРОКАМИ ИСПОЛНЕНИЯ**

В. Р. Даутбаева

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О. Л. Крицкий

Национальный Исследовательский Томский политехнический университет

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: valera\_anime@mail.ru

**DETERMINATION ARBITRAGE OPPORTUNITIES, CURRENCY PAIRS AND FUTURES ON  
CURRENCY PAIRS DATA WITH DIFFERENT TERMS OF EXECUTION**

V. R. Dautbayeva

Scientific Supervisor: Associate Professor, PhD O.L. Kritsky

National Research Tomsk Polytechnic University

Russia, Tomsk, str. Lenina, 30, 634050

Email: valera\_anime@mail.ru

**Abstract.** *As an asset, we take the currency pairs and futures on these currency pairs. Next, we calculated measures of realized variation and square variation, allows us to evaluate spikes in the price within a day with different time intervals. And as we formulate and check a statistical hypothesis about the presence of at least one significant jump within the day and do a statistical test of hypotheses about the presence of jumps. We find the number of days with the award opportunities and determined the frequency distribution of magnitude of the jumps and their number on the considered time intervals. We calculated the average values of the jumps and determine the value of yields for each Issuer during the period under review and perform comparison to identify the most profitable investment of capital.*

**Введение.** Цель данной работы - определение статистических значимых скачков цен валютных пар и фьючерсов на данные валютные пары с разными сроками исполнения при внутрисуточной торговле и выявление наиболее выгодного вложения капитала.

**Анализ эмпирических данных.** Было проведено исследование внутрисуточных приращений котировок валютных пар, таких как: EUR/USD, USD/JPY, JPY/EUR и фьючерсов на данные валютные пары с разными сроками исполнения, а именно: 15 марта и 15 июня, за период с 1 января 2016 года по 15 июня 2016 года с временными интервалами в 10 минут, 30 минут и 60 минут. Дальнейший ход работы будет представлен на примере валютной пары USD/JPY.

Для каждого из периодов были рассчитаны соответствующие внутрисуточные приращения по формуле 1,

$$r_{i,t,j} = p_i(t-1+j/M) - p_i(t-1+(j-1)/M), j=1,2,\dots,M \quad (1)$$

затем была вычислена реализованная вариация по формуле 2

$$RV_{i,t} = \sum_{j=1}^M r_{i,t,j}^2 \quad (2)$$

и так же был вычислен показатель квадратичной вариации по формуле 3,

$$BV_{i,t} = \mu_1^{-2} \left( \frac{M}{M-1} \right) \sum_{j=2}^M |r_{i,t,j}| |r_{i,t,j-1}|, \text{ где } \mu_1 = \sqrt{2/\pi} \approx 0.7979 \quad (3)$$

Таким образом, вклад в полную вариацию может быть оценен показателем относительного скачка и вычислен по формуле 4.

$$RJ_{i,t} = \frac{RV_{i,t} - BV_{i,t}}{RV_{i,t}} \quad (4)$$

Выдвигая статистическую гипотезу о наличии хотя бы одного скачка и принимая во внимание нормальный закон распределения z-статистики, было оценено количество дней, в которых наблюдались значимые всплески цен активов. Тестовая статистика рассчитывалась по формулам 5, 6. [1]

$$z_{i,t} = \frac{RJ_{i,t}}{\sqrt{(v_{bb} - v_{qq}) \frac{1}{M} \max \left( 1, \frac{TP_{i,t}}{BV_{i,t}^2} \right)}}, \text{ где } v_{qq} = 2, v_{bb} = \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 + \pi - 3 \approx 2,6090 \quad (5)$$

$$TP_{i,t} = \mu_{4/3}^{-3} M \left( \frac{M}{M-2} \right) \sum_{j=3}^M |r_{i,t,j}|^{4/3} |r_{i,t,j-1}|^{4/3} |r_{i,t,j-2}|^{4/3}, \text{ где } \mu_{4/3} = 2^{2/3} \Gamma \left( \frac{7}{6} \right) / \Gamma \left( \frac{1}{2} \right) \approx 0,8309 \quad (6)$$

В таблице 1 приведено количество дней, когда наблюдались значимые всплески цен активов для каждого из периодов.

Таблица 1

*Количество дней со всплесками цен активов*

*(из 17 возможных и 75 для фьючерсов на валютные пары со сроком исполнения 15 марта)*

Актив	10 минут	30 минут	60 минут
USD/JPY	100	63	24
JPH6	7	5	2
JPM6	24	22	9
EUR/USD	33	25	13
EDH6	10	7	6
EDM6	30	14	11
JPY/EUR	86	33	23
RYH6	6	3	1
RYM6	18	17	11

Анализируя данные в табл. 1, можно сделать вывод, что с увеличением длины временного интервала уменьшается количество дней с арбитражной возможностью. В табл. 2 приведены величины скачков и их количество для валютной пары USD/JPY на рассматриваемых интервалах времени. Это наглядно видно на примере валютной пары USD/JPY, где для 10-ти минутного интервала мы имеем 100 дней, в которых наблюдается арбитражная возможность, для 30-ти минутного интервала 63 дня, а для 60-ти минутного интервала 24 дня. Данное явление объясняется тем, что чем больше временной интервал, тем больше скачков, тем самым возможность того, что данные скачки окажутся значимыми также выше, то есть увеличивается количество торгов внутри одного дня и как вывод: повышается арбитражная возможность актива.

Таблица 2

*Распределение величин скачков  
для различных временных интервалов для валютной пары USD/JPY*

	10 мин	30 мин	60 мин
Размер скачка	Количество скачков	Количество скачков	Количество скачков
Общее количество	17572	5868	2935
Без изменений	2572	482	143
Менее 0,01	4821	983	311
0,01 – 0,03	2235	547	183
0,03 – 0,05	1727	446	192
0,05 – 0,07	1301	389	152
Более 0,07	7488	3503	2097

Основываясь на данные в таблице 2 можно отследить среднюю величину скачка и среднюю доходность валютной пары Доллар/Йена. Значения приведены в Таблице 3.

Таблица 3

*Средние величины скачков и доходностей для валютной пары USD/JPY*

	10 мин	30 мин	60 мин
Средняя величина скачка, %	0,04	0,05	0,06
Общее количество скачков	8857	3072	1541
Средняя доходность за весь период, %	368	148	80

Анализ таблицы 3 показывает, что с увеличением длины временного интервала наблюдается увеличение средней величины скачка, однако средняя доходность снижается. Данная работа была проделана для всех остальных активов. Дальнейшим действием стало сравнение между активами для выявления наиболее выгодного вложения.

**Заключение.** Ожидаемая доходность инвестирования в валютные пары и фьючерсы на данные валютные пары за рассматриваемый период времени не превосходит 540% для валютной пары USD/JPY, 368% для фьючера на валютную пару USD/JPY со сроком исполнения 15 июня, 176% для фьючерса на валютную пару USD/JPY со сроком исполнения 15 марта, 280% для валютной пары EUR/USD, 135% для фьючерса на валютную пару EUR/USD со сроком исполнения 15 июня, 105% для фьючерса на валютную пару EUR/USD со сроком исполнения 15 марта, 255% для валютной пары JPY/EUR, 266% для фьючерса JPY/EUR со сроком исполнения 15 июня, 134% для фьючерса на валютную пару JPY/EUR со сроком исполнения 15 марта.

На основе вышеизложенного можно сделать вывод, что наиболее правильным решением является вложение в валютную пару USD/JPY.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tim Bollerslev, Tzuo Hann Law, George Tauchen. Risk, jumps, and diversification. — Journal of Econometrics 144 (2008) 234–256.

## СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ДОХОДНОСТЕЙ АКЦИЙ

А. Б. Жуман

Научный руководитель: доцент, к. ф.-м. н. М. Е. Семенов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [aigerima\\_z@list.ru](mailto:aigerima_z@list.ru)

## STATISTICAL ANALYSIS OF LOGARITHMIC ASSET RETURNS

A.B. Zhuman

Scientific Supervisor: Associate prof., PhD M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [aigerima\\_z@list.ru](mailto:aigerima_z@list.ru)

**Abstract.** *In the study, we conducted a statistical analysis of asset returns of 16 companies during the period from 2000 to 2015. We used the Shapiro–Wilk test and determined that time series are not from a normal distribution. We detect structural breaks in time series with the Chow test, and then the correlation coefficients between asset returns were calculated. We found the first four moments of correlation coefficients. Data collection and statistical computing have been done in the programming language R.*

Анализ временных рядов может быть проведен для различных целей, например, требуется выявить механизмы, лежащие в основе ценообразования, или сжато представить характерные особенности ряда. Цель данной работы – провести статистический анализ временных рядов составленных из логарифмических доходностей акций и выявить динамические особенности этих рядов.

В качестве исходных данных использованы ежедневные цены закрытия (close) акций 16 компаний (табл. 1), торгующих на Нью-Йоркской фондовой бирже, в период с 1 января 2000 по 31 декабря 2015 года ( $n=3780$  наблюдений). В качестве исходных данных были взяты логарифмические доходности цен акций, вычисленные по следующей формуле [1]:  $r_i(t) = \ln P_i(t) / P_i(t-1)$ ,  $i=1, 2, \dots, 16$ . Полученные временные ряды протестированы на нормальность и была определена точка структурного сдвига (дата) в выборке. Для проверки подчинения случайной величины нормальному закону распределения использован критерий Шапиро-Уилка, наличие структурного сдвига определено с использованием теста Чоу [2, 3]. Результаты вычисления статистик Шапиро-Уилка,  $W$ , Чоу,  $F$ , и соответствующие  $p$ -значения приведены в табл. 1.

Показано, что логарифмические доходности имеют распределение, отличное от нормального, а также во временных рядах присутствует структурный сдвиг (для 9 компаний – осень 2008), поэтому в дальнейшем исследовании мы разбили исходные данные по годам. Были вычислены коэффициенты корреляции доходностей компаний ( $i, j=1, 2, \dots, 16$ ) для каждого года. Зная, что коэффициенты корреляции удовлетворяют условию  $\rho_{ij}(t) \in [-1, 1]$  мы разбили отрезок  $[-1, 1]$  на пять полуинтервалов с шагом 0,2 и вычислили относительные частоты попадания коэффициентов корреляции в каждый полуинтервал. На основе полученных данных был построен график относительных частот в зависимости от года (рис. 1).

Таблица 1

Результаты вычисления критерий Шапиро-Уилка и теста Чоу, уровень значимости  $\alpha=0,05$

	Тикер	Название компании	критерий Шапиро-Уилка		тест Чоу		
			W	p	F	p	точка
1	MSFT	Microsoft Corporation	0,755	7,109e-61	0,043	0,958	24.10.2008
2	GE	General Electric Company	0,563	3,249e-72	0,013	0,987	13.11.2008
3	AMD	Advanced Micro Devices	0,889	5,158e-47	0,006	0,994	13.11.2009
4	BAC	Bank of America	0,699	8,186e-65	0,839	0,432	14.10.2009
5	INTC	Intel Corporation	0,818	1,688e-55	0,123	0,885	02.10.2008
6	MU	Micron Technology	0,898	1,037e-45	0,053	0,948	19.05.2008
7	NOK	Nokia Corporation	0,667	9,553e-67	0,163	0,85	02.03.2009
8	X	United States Steel Corporation	0,962	3,550e-31	0,417	0,659	09.10.2008
9	F	Ford Motor Company	0,848	2,384e-52	0,340	0,712	21.05.2008
10	FCX	Freeport-McMoRan	0,874	3,774e-49	0,982	0,375	30.09.2008
11	NVDA	NVIDIA Corporation	0,753	4,632e-61	0,155	0,857	04.12.2009
12	RF	Regions Financial Corporation	0,738	3,469e-62	1,221	0,295	04.11.2008
13	QQQ	PowerShares QQQ Trust	0,712	5,955e-64	1,005	0,366	17.10.2008
14	C	Citigroup	0,389	3,290e-79	0,500	0,606	26.09.2008
15	CHK	Chesapeake Energy Corporation	0,919	5,520e-42	0,034	0,967	23.09.2008
16	WFC	Wells Fargo & Company	0,674	2,423e-66	0,284	0,753	15.10.2009

На следующем шаге мы разбили наши данные по месяцам, учитывая, что в каждом месяце в среднем  $n=20$  торговых дней и были вычислены матрицы корреляций доходностей для каждого месяца. Для вычисленных коэффициентов корреляции найдены первые четыре момента [1]: математическое ожидание  $\bar{\rho} = \frac{1}{N(N-1)/2} \sum_{i,j} \rho_{ij}^t$ , где  $\rho_{ij}^t$  – недиагональные элементы верхней треугольной матрицы корреляции доходностей, стандартное отклонение, коэффициенты асимметрии и эксцесса:

$$\lambda_2(t) = \frac{1}{N(N-1)/2} \sum_{i,j} \left( \rho_{ij}^t - \bar{\rho}^t \right)^2,$$

$$\lambda_3(t) = \frac{1}{N(N-1)/2} \sum_{i,j} \left( \rho_{ij}^t - \bar{\rho}^t \right)^3 \left( \lambda_2^{3/2}(t) \right)^{-1}$$

$$\lambda_4(t) = \frac{1}{N(N-1)/2} \sum_{i,j} \left( \rho_{ij}^t - \bar{\rho}^t \right)^4 \left( \lambda_2^{-2}(t) \right).$$

Графики изменения вычисленных моментов приведены на рис. 2. Красная кривая на графиках – сглаживающая кривая, вычисленная по правилу

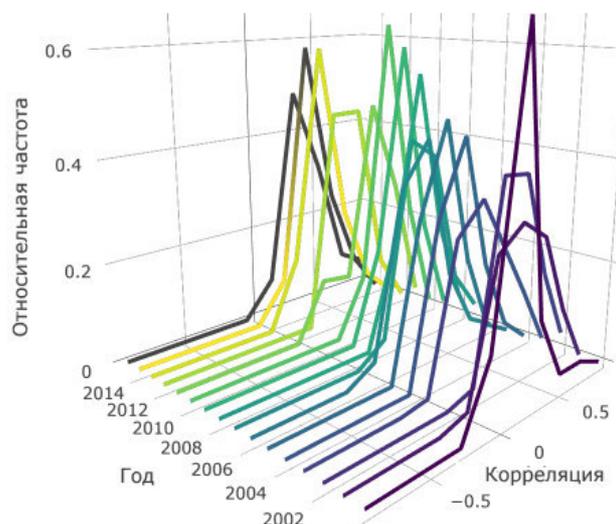


Рис 1. График относительных частот

$SMA_t = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} p_{t-i}$ , где  $n$  – интервал сглаживания,  $p_{t-i}$  – значение случайной величины на момент времени  $(t-i)$ ,  $n=20$  торговых дней.

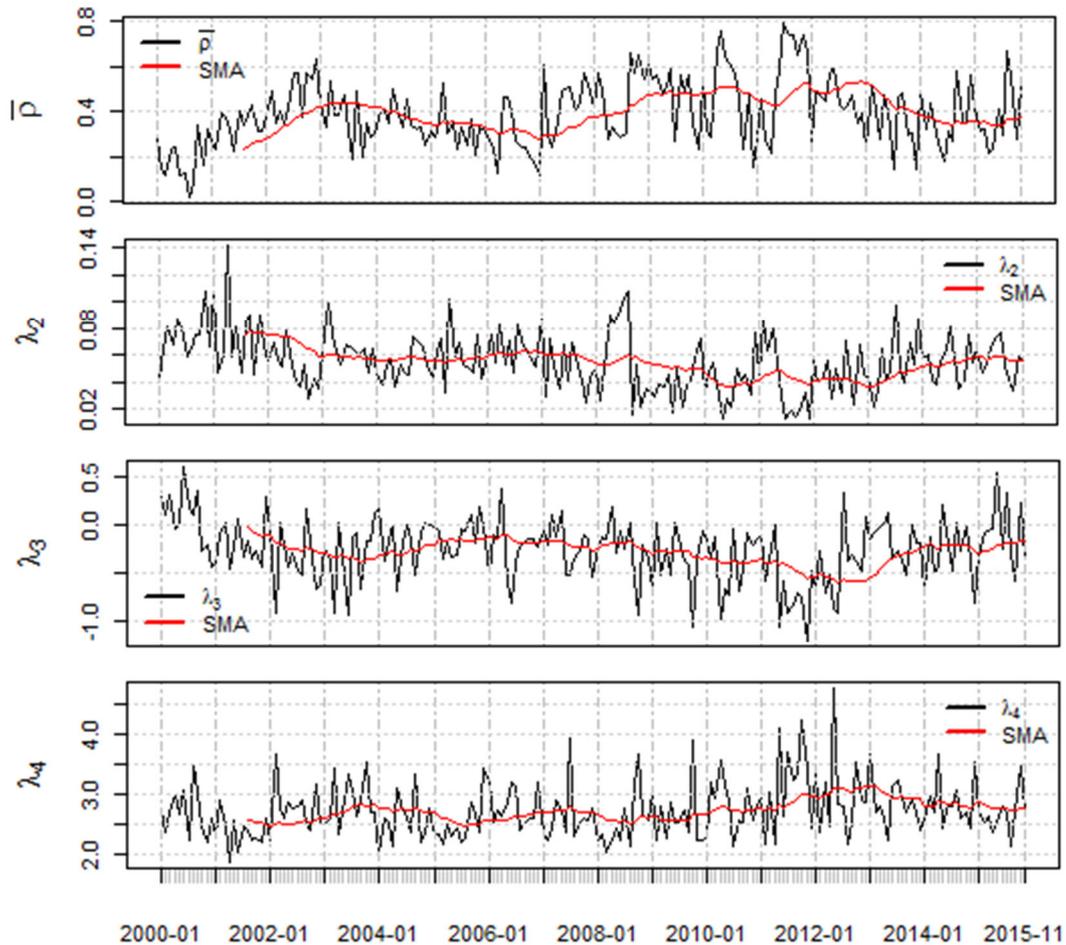


Рис 2. Графики первых четырех моментов

**Заключение.** В работе был проведен статистический анализ логарифмической доходности акций 16 компаний с 1 января 2000 по 31 декабря 2015 года. Осуществлена проверка на нормальность, определены точки структурного сдвига, вычислены динамические значения первых четырех моментов и коэффициенты корреляции доходностей акций. Процесс загрузки исходных данных, все вычисления реализованы на языке программирования R.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Onnela. J.-P., Chakraborti A. Kaski K. Kertesz, J. Kanto A. (2003) Dynamics of market correlations: Taxonomy and portfolio analysis. *Physical Review E*, vol 68, p. 056110. DOI: 10.1103/PhysRevE.68.056110
2. Подкорытова О. А., Соколов М. В.. Анализ временных рядов. – М. : Изд-во Юрайт, 2016. – 266 с.
3. Суслов В.И., Ибрагимов Н. М., Талышева Л. П., Цыплаков А. А. Эконометрия. Издательство: Новосибирского государственного университета. – 2005. – 742с.

**ОЦЕНКА VaR ВАЛЮТНОГО ПОРТФЕЛЯ  
НА ОСНОВЕ ФАКТОРНОЙ МОДЕЛИ ЕГО КОМПОНЕНТ**

И.В. Загуменнова

Научный руководитель: доцент, к. ф.-м. н. М.Л. Шинкеев

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [zagumenноваiv@mail.ru](mailto:zagumenноваiv@mail.ru)

**EVALUATION OF VaR MONETARY PORTFOLIO  
BASED ON THE FACTOR MODEL OF ITS COMPONENT**

I.V.Zagumenнова

Scientific Supervisor: Assoc. prof., Ph.D M.L. Shinkeev

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [zagumenноваiv@mail.ru](mailto:zagumenноваiv@mail.ru)

***Abstract.** On the basis of the factor model, the distribution of density and function of the portfolio return are found. One-day VaR portfolio is defined. VaR estimates for a 10-day time horizon are made.*

**Введение.** В ходе факторного анализа распределения совокупности валютных пар в статье [1] показано, что совокупность относительных приращений котировок валютных пар может быть представлена в виде двухфакторной модели, распределение компонент которой достаточно хорошо описывается распределением Лапласа [2]. На основе этой модели можно получить аналитическое представление как для плотностей распределений относительных приращений всех котировок, входящих в совокупность, так и оценить распределения величин, являющихся производными от исходных компонент. В данной работе на основе модели, описанной в статье [1], рассматривается оценка VaR портфеля, состоящего из валютных пар.

**Материалы и методы исследования.** Пусть  $r = \sum_{j=1}^m w_j r_j$  - доходность портфеля за период

времени  $t$ , состоящего из  $m$  активов (валютных пар) с доходностями  $r_j$  и долями  $w_j$ , причем для компонент портфеля справедлива следующая факторная модель:

$$r_j - \bar{r}_j = \alpha_{1j} \xi_1 + \alpha_{2j} \xi_2 + \varepsilon_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (1)$$

где:  $\bar{r}_j, \quad j = \overline{1, m}$  - средние значения доходностей валютных пар;

$\xi_1, \xi_2$  - обобщенные факторы,  $M(\xi_1) = M(\xi_2) = 0, D(\xi_1) = D(\xi_2) = 1$ ;

$\alpha_1, \alpha_2$  - векторы факторных нагрузок,  $\text{COV}(r_i, r_j) = \sum_{s=1}^2 \alpha_{si} \alpha_{sj}, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, m}, \quad i \neq j$ ;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m$  - характерные факторы,  $M(\varepsilon_i) = 0, D(\varepsilon_i) = D(r_i) - \sum_{s=1}^2 (\alpha_{si})^2, \quad i = \overline{1, m}$ .

Предполагается также, что обобщенные и характерные факторы независимы в совокупности. Тогда для доходности  $r$  портфеля будет справедливо:

$$\begin{aligned} r &= \sum_{j=1}^m w_j r_j = \sum_{j=1}^m w_j \bar{r}_j + \sum_{j=1}^m w_j (\alpha_{1j} \xi_{1j} + \alpha_{2j} \xi_{2j} + \varepsilon_j) = \\ &= \bar{r} + \sum_{j=1}^m w_j (\alpha_{1j} \xi_{1j} + \alpha_{2j} \xi_{2j} + \varepsilon_j) \end{aligned} \quad (2)$$

где:  $\bar{r}$  - средняя доходность портфеля.

Соответственно для величины  $\eta = r - \bar{r} = \sum_{j=1}^m w_j (\alpha_{1j} \xi_{1j} + \alpha_{2j} \xi_{2j} + \varepsilon_j)$  можем записать:

$$\eta = r - \bar{r} = \sum_{j=1}^m w_j (\alpha_{1j} \xi_{1j} + \alpha_{2j} \xi_{2j} + \varepsilon_j) = \sum_{i=1}^2 \gamma_i \xi_i + \sum_{j=1}^m w_j \varepsilon_j,$$

где:  $\gamma_i = \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} w_j$   $i = \overline{1, 2}$ .

Пусть как обобщенные, так и характерные факторы независимы и имеют распределение Лапласа с параметрами  $a_1, a_2$  и  $\theta_1 \div \theta_m$  соответственно. Характеристическая функция распределения Лапласа с параметром  $a$  имеет вид:  $g(t) = \frac{a^2}{a^2 + t^2}$ . Используя свойства характеристической функции [3],

получим следующую характеристическую функцию величины  $\eta$ :

$$g_{\eta}(t) = \prod_{i=1}^2 \frac{a_i^2}{a_i^2 + \gamma_i^2 t^2} \cdot \prod_{j=1}^m \frac{\theta_j^2}{\theta_j^2 + w_j^2 t^2} = \prod_{j=1}^{m+2} \frac{\delta_j^2}{\delta_j^2 + t^2}, \quad (3)$$

где:  $\delta_j = a_j / \gamma_j$  для  $j = \overline{1, 2}$ ;  $\delta_j = \theta_j / w_j$  для  $j = \overline{3, m+2}$ .

Выполнив обратное преобразование Фурье [4] найдем плотность распределения величины  $\eta$ :

$$f_{\eta}(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{m+2} \left[ \delta_j \prod_{i=1, i \neq j}^{m+2} \left[ \frac{\delta_i^2}{\delta_i^2 - \delta_j^2} \right] e^{-\delta_j |x|} \right]. \quad (4)$$

Соответственно искомые плотность и функция распределения доходности портфеля будут иметь вид:

$$f_r(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{m+2} \left[ \delta_j \prod_{i=1, i \neq j}^{m+2} \left[ \frac{\delta_i^2}{\delta_i^2 - \delta_j^2} \right] e^{-\delta_j |x - \bar{r}|} \right], \quad F_r(x) = \int_{-\infty}^x f_r(z) dz. \quad (5)$$

Для заданного уровня значимости  $\alpha$ , найдем значение  $\tau$ , для которого  $F_r(\tau) = \alpha$ . С вероятностью  $\beta = 1 - \alpha$  доходность портфеля на временном горизонте  $t$  не опустится ниже величины

$\tau$ . Соответственно, VaR портфеля на временном горизонте  $t$  будет равен:  $VaR_t = P(1 + \tau)$ , где  $P$  - начальная стоимость портфеля. Для того, чтобы получить VaR портфеля на временном горизонте  $T = k \cdot t$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , можно воспользоваться, например, методом Монте-Карло.

**Результаты.** В качестве примера был рассмотрен портфель из 5 валютных пар (BYR/RUB; CNY/RUB; EUR/RUB; GBP/RUB; USD/RUB) взятых с равными долями, построенный на основе данных за период с 12 января 2015 года по 13 октября 2015 года.

Параметры факторной модели приведены в таб. 1, 2. Уровень значимости модели  $p=0,314$ .

Таблица 1

Координаты векторов факторных нагрузок

$\alpha_1$	-0,0118	-0,0125	-0,0158	-0,0102	-0,0127
$\alpha_2$	-0,0155	-0,0040	0,0024	-0,0013	0,0018

Таблица 2

Оценки параметра  $a$  распределения Лапласа и уровень значимости  $p$  критерия хи-квадрат проверки гипотезы о распределении по закону Лапласа для обобщенных и характерных факторов

Фактор	$\xi_1$	$\xi_2$	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$	$\epsilon_3$	$\epsilon_4$	$\epsilon_5$
Оценка параметра $a$	1,30	1,39	580	134	478	89	156
Уровень значимости $p$	0,99	0,13	0,78	0,09	0,37	0,36	0,28

**Вывод.** На основе данной факторной модели по формулам (5) была найдены плотность и функция распределения доходности портфеля, а также определены однодневные VaR портфеля, соответствующие вероятностям 0,95 и 0,99. Моделируя доходности портфеля с законом (5) были получены и соответствующие оценки VaR для 10 дневного временного горизонта.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zagumennova I.V. Investigation of the distribution of currency pairs using methods of factor analysis // XIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых.. — Томск, 2016. — Т. — С. 54-56.
2. Лукасевич И. Я. Финансовый менеджмент. —М.:Бизнес-портал "Бизнес-Учебники.РФ", 2014 – 2015 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://bizbook.online/finance.html>.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. - 6-е изд. стер. - М.: Высш. шк., 1999.
4. Крицкий О.Л. Теория вероятностей и математическая статистика для технических университетов: учебное пособие // Национальный исследовательский Томский политехнический университет — Томск, 2014 г.

**ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ  
АВТОРЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ**

А.О. Иващенко

Научный руководитель: к. ф.-м. н. Т.В. Емельянова

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: [annaivashchenko06@gmail.com](mailto:annaivashchenko06@gmail.com)

**SEQUENTIAL METHOD  
OF AUTOREGRESSIVE CONTINUOUS TIME MODEL PARAMETERS ESTIMATION**

A.O. Ivashchenko

Scientific Supervisor: PhD T.V. Emelyanova

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin st., 36, 634050

E-mail: [annaivashchenko06@gmail.com](mailto:annaivashchenko06@gmail.com)

***Abstract.** This article revisits a sequential approach to the estimation of the parameter in a first-order autoregressive model (AR(1)) with continuous time. There is provided a numerical study to get a results of sequential estimations of the parameter in first-order autoregressive model with continuous time and is computed a stopping rule and the optimal time of observations. Also there is provided a comparing analysis of estimation results with using the sequential approach both the optimal time of observations.*

**Введение.** В настоящей работе предложена последовательная процедура оценивания параметров модели устойчивой авторегрессии первого порядка (AR(1)) с непрерывным временем. Проведено имитационное моделирование для получения последовательных оценок параметров модели авторегрессии первого порядка с непрерывным временем, а также вычисление момента остановки и оптимального времени наблюдения системы. Проведен сравнительный анализ результатов оценивания, полученных при использовании оптимального времени наблюдения и последовательного подхода к оцениванию.

В задачах обработки временных рядов, идентификации, прогнозирования и управления в динамических системах широко используются модели с непрерывным временем, описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями. Зачастую параметры таких уравнений неизвестны, поэтому перед использованием модели для решения основных задач фильтрации, прогнозирования, управления требуется идентифицировать параметры непосредственным оцениванием [1].

В практических задачах объем доступных данных всегда конечен и желательно знать качество оценок, вычисленных по наблюдениям на ограниченном временном интервале. Для решения задач в неасимптотической постановке требуются методы, позволяющие контролировать точность оценок при малых объемах данных. В связи с этим успешно применяется последовательный анализ, который характеризуется тем, что длительность наблюдений не фиксируется заранее и определяется специальными правилами [1].

В 1950-60х годах для точечного и интервального оценивания с неизвестным средним значением был предложен метод, использующий правила остановки. С помощью этих правил последовательно определялся необходимый объем выборки - случайный и не превышающий фиксированного объема [2].

В работе предлагается оценить параметры модели устойчивой авторегрессии первого порядка (AR(1)) с непрерывным временем, а также сравнить результаты оценивания, полученные при использовании оптимального времени наблюдения и последовательного подхода к оцениванию.

Рассматривается процесс диффузионного типа, заданный стохастическим дифференциальным уравнением

$$dX_t = \mu f(X, t)dt + \sigma_t dW_t, \quad (1)$$

где  $W = (W_t^1, \dots, W_t^n)_{t \geq 0}$  – винеровский процесс,  $f(X, t) = X_{t-1}$ ,  $X_0 = 0$ ,  $\mu$  – оцениваемый параметр, а  $\sigma_t$  – наблюдаемая функция. Для оценивания параметров процесса диффузионного типа предлагается использовать оценку по методу максимального правдоподобия [3]

$$\hat{\mu}_T = \frac{\int_0^T f(X, t) dX_t}{\int_0^T f^2(X, t) dX_t} \quad (2)$$

Такая оценка обладает свойствами асимптотической нормальности и асимптотической эффективности.

Для модели (1) предлагается использовать момент остановки  $\tau^* \geq 0$  вида [5]

$$\tau^* = \inf \left\{ t \geq 0 : \int_0^t |f(X, t)|^2 dt = t^*(c) \right\} \quad (3)$$

где  $t^*(c)$  – пороговое значение, вычисляемое по формуле  $t^*(c) = \arg \inf \left\{ t \geq 0 : ct + \frac{1}{\frac{1}{\sigma^2} + t} \right\}$ , а  $c$  –

цена наблюдений ( $c = 1/A$ ).

Таким образом, оценка параметра модели авторегрессии с непрерывным временем представляет собой оценку по методу максимального правдоподобия [5], вычисленная в момент остановки  $\tau^*$

$$\hat{\mu}_{\tau^*} = \frac{\int_0^{\tau^*} f(X, t) dX_t}{\int_0^{\tau^*} f^2(X, t) dX_t} \quad (4)$$

Также для модели (1) вычисляется оценка параметра  $\mu$  при использовании оптимального времени наблюдения  $t_0$ , которое, в отличие от момента остановки, не является случайной величиной и зависит от выбора количества затрат на проведение экспериментов

$$t_0 \approx A^{1/2} \sigma, \quad (5)$$

где  $A$  – обратная величина цены одного наблюдения [4].

Для авторегрессионной модели с непрерывным временем было проведено численное моделирование в среде Matlab, с помощью которого наглядно показано, что последовательная процедура оценивания дает надежные оценки в среднеквадратическом смысле, в сравнении с оптимальным временем наблюдения, даже для нормального распределения ошибок.

Для осуществления моделирования параметр  $\mu$  положили равным 0,4, шаг дискретизации  $\Delta t = 0,07$ ,  $X_0 = 0$ , объем выборки  $N = 500$ . Рассмотрим результаты численного моделирования для последовательной процедуры оценивания. На рис. 1 представлена иллюстрация отклонения оценок от истинного значения параметра, вычисленных при оптимальном времени наблюдения  $t_0$  и в случайный момент остановки  $\tau^*$ .

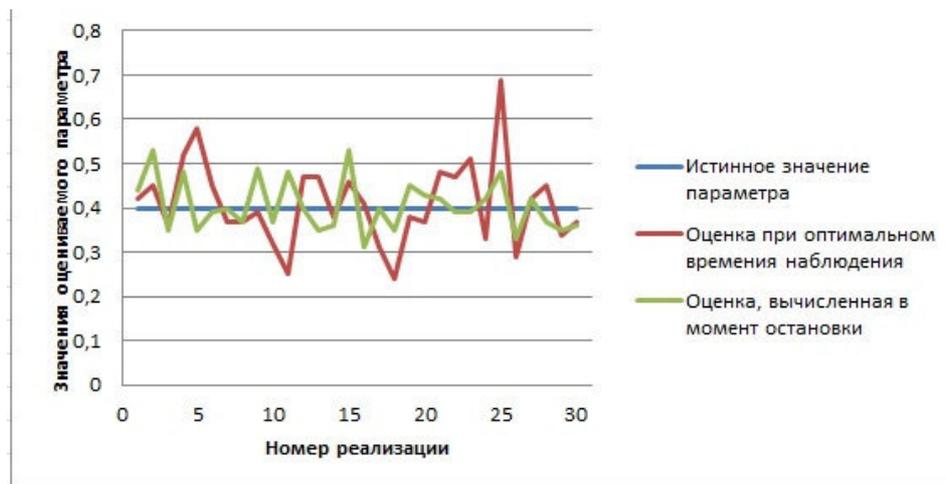


Рис. 1. Отклонение моделируемых оценок от истинного значения параметра  $\mu$

Для модели с непрерывным временем результаты численного моделирования показали, что последовательные оценки имеют меньшее отклонение от истинного значения параметра, чем оценки, вычисленные при оптимальном времени наблюдения. Аналогичные результаты получены при уменьшении истинного значения параметра авторегрессии  $\mu$  до 0,1.

Таким образом, последовательная процедура оценивания с применением правила остановки является эффективной и позволяет получить оптимальные оценки в среднеквадратическом для модели устойчивой авторегрессии первого порядка (AR(1)) с непрерывным временем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Емельянова Т.В., Конев В.В. О последовательном оценивании параметров непрерывной авторегрессии. – Вестник Томского гос. у-та: Математика и механика. – 2013. - №5(25). - с. 12-25.
2. Вальд А. Последовательный анализ: пер. с англ. / А. Вальд; под ред. Б. А. Севастьянова – М.: Государственное изд. физико-математической литературы, 1960. – 329 с.
3. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. – М.: Наука, 1974.
4. Novikov A., Shiryaev A. N. Discussion on “Sequential Estimation for Time Series Models” by T. N. Sriram and Ross Iaci. – Sequential Analysis. – 2014. - №33. - P. 182-185.

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОПОРНЫХ ВЕКТОРОВ  
ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ ДАННЫХ С ТЕРАГЕРЦОВОГО СПЕКТРОМЕТРА**

Ю.К. Измestyева

Научные руководители: профессор, д.ф.м.н. А.В. Шаповалов; к.ф.м.н. А.В. Борисов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: riitutoriisa@gmail.com

**SUPPORT VECTOR MACHINE APPLICATION  
IN CLASSIFICATION OF TERAHERTZ SPECTROMETER'S DATA**

Yu.K. Izmestyeva

Scientific Supervisors: Prof., Dr. A.V. Shapovalov, PhD A.V. Borisov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: riitutoriisa@gmail.com

***Abstract.** Usually data analysis by classic methods is not possible due to the fact that the input data are incomplete or heterogeneous. The solution to this lies in the area of artificial intelligence – specifically, in machine learning discipline. In this article, we consider one of the solutions to the problem of classification by machine learning method – supporting vector machine, by the data taken from the terahertz spectrometer.*

**Введение.** Область исследования данной научно-исследовательской работы затрагивает такую большую тему, как машинное обучение, в частности – задачу классификации (обучение по прецедентам).

Проблема этой задачи следует прямо из её названия – необходимо определить, к какому классу относится некий элемент или элементы на основе определённых признаков, которыми они обладают. Метод решения, используемый мной в данной работе – это метод опорных векторов (SVM). Этот метод используется, так как имеет ряд преимуществ перед другими методами – он позволяет провести более уверенную классификацию, с его помощью задача решается квадратичным программированием, которое имеет только одно решение, его проще оптимизировать.

**Цель работы.** Классифицировать данные, полученные с терагерцового спектрометра методом опорных векторов.

**Задачи.**

- Изучение литературы по областям, затрагиваемым в данной научной работе;
- Приобретение навыков по работе со средой программирования MatLab;
- Интерпретация задачи в MatLab и её решение для имеющихся данных;
- Обсуждение результатов и формирование вывода по проделанной работе.

**Материалы и методы исследования.** Метод опорных векторов (SVM) – это задача обучения по прецедентам  $\langle X, Y, y^*, X' \rangle$  [1], где  $X$  – пространство объектов,  $Y$  – множество объектов,  $y^* : X \rightarrow Y$  – целевая зависимость,  $X' = (x_i, y_i)_{i=1}^l$ ,  $y_i = y^*(x_i)$ .

Целью метода является построение алгоритма  $a: X \rightarrow Y$ , аппроксимирующего целевую зависимость на всём пространстве  $X$ . Имеем два непересекающихся класса, объекты которых описываются  $n$ -мерными вещественными векторами:  $X = R^n, Y = -1, 1$ . Линейный пороговый классификатор имеет вид:  $a(x) = \text{sign}\left(\sum_{j=1}^n \omega_j x^j - \omega_0\right) = \text{sign}(\omega, x - \omega_0)$ , где  $\bar{x} = (x^1, \dots, x^n)$  - признаковое описание объекта;  $\bar{\omega}, \omega_0$  - параметры алгоритма;  $\omega, x - \omega_0$  - гиперплоскость, разделяющая классы [2].

Решение задачи можно разделить на два случая – когда выборка линейно разделима и не разделима. Особо применяемым при решении проблемы неразделимости является использование ядер и стягающих пространств, который позволяют осуществить переход от исходного пространства признаков описаний объектов  $X$  к стягающему пространству  $H$  с помощью некоторого преобразования  $\psi: X \rightarrow H$ , в котором выборка может оказаться линейно разделимой.

Некоторые ядра представлены ниже:

- однородный полином  $k(x_i, x_j) = (x_i * x_j)^d$ ,
- неоднородный полином  $k(x_i, x_j) = (x_i * x_j + 1)^d$ ,
- гауссовская функция радиального базиса  $k(x_i, x_j) = \exp(-\frac{1}{2\sigma^2}(x_i - x_j)^2)$ ,  $\sigma > 0$  или  $\sigma = \frac{1}{2\sigma^2}$ .

SVM имеет ряд преимуществ перед другими алгоритмами схожего назначения, такими как C4.5, метод  $k$ -средних, Argioi, EM-алгоритм. Например такие алгоритмы как C4.5, строящий классификатор в виде дерева решений, или метод  $k$ -средних, который создает  $k$ -групп из набора объектов таким образом, чтобы члены группы были наиболее однородными, являются более простыми в понимании и интерпретации, но при этом довольно чувствительны к шумам. Также существуют ещё 2 алгоритма – алгоритм Argioi и EM-алгоритм, у которых есть существенный недостаток, выраженный в производительности при большом объёме данных [3].

Используется SVM к данным, получаемым при спектроскопии терагерцовых (ТГц) частотных диапазонов. ТГц излучение применяется очень часто для научных исследований и в прикладных областях: астрофизика, экология, системы связи и др. Одними из самых развивающихся сейчас областей являются медицина и биология. Здесь ТГц спектроскопия позволяет заниматься идентификацией биомолекул, в том числе определение их мутаций; изучением биологических тканей (например, подповерхностных слоев, их диагностика на глубину поражения), обнаружением опухолей, некрозов и других патологических процессов. Спектроскопический анализ выдыхаемого воздуха в ТГц диапазоне может быть эффективным неинвазивным диагностическим средством. Существенный плюс ТГц излучения - оно не является ионизирующим и, следовательно, опасным для биологических объектов, в сравнении с часто используемым рентгеновским [4].

**Результаты.** Исследуемая выборка представляла собой два набора данных - спектров, снятых с больного и здорового человека терагерцовым спектрометром. Работа с данными осуществлялась в пакете Matlab. Перед проведением классификации методом опорных векторов было необходимо преобразовать входные данные, а именно – интерполировать все исследуемые значения относительно длин волн каждого из них. Для этого задавалась допустимая для всех интерполяционная сетка.

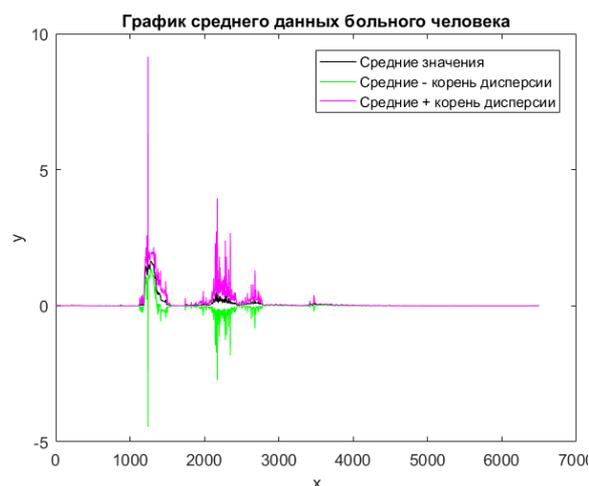
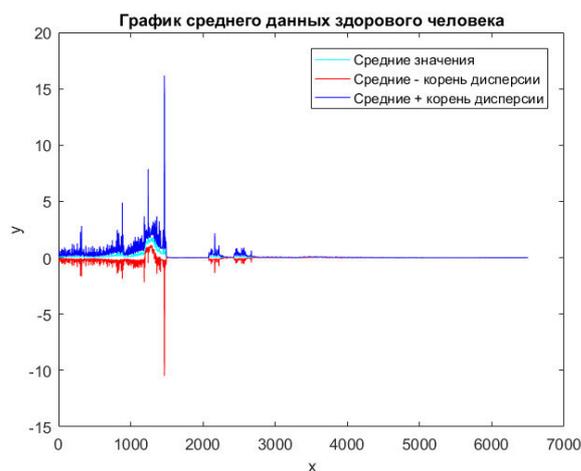


Рис.1. График среднего данных здорового человека

Рис.2. График среднего данных больного человека

На рис. 1, 2 заметны резкие скачки графиков. Они обуславливаются сбоем в самом аппарате, т.е. их можно причислить к приборной погрешности. После интерполяции данных каждый набор спектров разбивался на две части. Первые из них брались для тренировки классификатора, вторые – для непосредственной классификации. Для построения SVM использованы два ядра – радиальную базисную функцию Гаусса и сигмоиду, а затем ядра были исследованы на погрешность в классификации. Погрешность для функции Гаусса составила 9,8%, а погрешность для сигмоиды – 39,22%. Исходя из этих показателей было выбрано первое ядро для дальнейшей работы. Два класса – «больной», «здоровый» обозначены в задаче как «1» и «0» соответственно. Применяя обученный классификатор ко второй части выборок спектров получена итоговую классификацию:

Таблица 1

Значения классов исследуемых спектров

<b>№ спектра</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
<i>Класс</i>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>№ спектра</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>
<i>Класс</i>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
<b>№ спектра</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>	<b>51</b>
<i>Класс</i>	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0

**Вывод.** В ходе работы проведена классификация спектров, снятых при помощи терагерцового спектрометра, методом опорных векторов. Классификация выявила, что большая часть исследованных данных принадлежит группе «больной».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вьюгин В.В. Математические основы машинного обучения и прогнозирования. – МЦМНО, 2014. – 304 с.
2. Воронцов К.В. Лекции по методу опорных векторов. – 2007. – 18 с.
3. Wu X., Kumar V. Top 10 algorithms in data mining. – Springer-Verlag London Limited, 2007. – 37 с.
4. Vaks V. High-Precise Spectrometry of the Terahertz Frequency Range: The Methods, Approaches and Applications - Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves, 2012, V. 33, N. 1, P. 43-53.

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ  
ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ РОССИИ**

М.О. Кинева

Научный руководитель: доцент, к. ф-м. н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [mariakineva@mail.ru](mailto:mariakineva@mail.ru)

**STATISTICAL EVALUATION METHODS  
OF FINANCIAL STABILITY OF RUSSIAN ENERGY ENTITIES**

M.O. Kineva

Scientific Supervisor: Associate prof., PhD, O.L. Kritskii

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str. 30, 634050

E-mail: [mariakineva@mail.ru](mailto:mariakineva@mail.ru)

***Abstract.** Financial stability of the organization characterizes the stability of the organization's financial position. It largely depends on whether the company's own resources and profit. The larger share of profits is directed to the development of production, the more stable position of the organization, as well as the more money the organization can attract, the higher its financial capacity. The purpose of this paper is to analyze the financial stability of companies and selection of the most appropriate method applicable for this branch of industry. The study carried out economic and mathematical methods - coefficient analysis, discriminant analysis - Altman model, Fox, Springeyt, Chesser, Saifullin-Kadykov, Taffler. The study analyzed the financial stability of the 11 largest Russian energy sector companies, based on the use of balance sheet data from 2008 to 2016, and conducted a comprehensive assessment of the probability of bankruptcy with 6 models.*

**Введение.** Финансовая устойчивость организации характеризует стабильность финансового положения организации, которая обеспечивается высокой долей собственного капитала в общей сумме используемых ею финансовых средств и формируется в процессе всей производственно-хозяйственной деятельности организации. Она во многом зависит от наличия у организации собственных ресурсов и прежде всего, прибыли. Чем большая доля прибыли направляется на развитие производства, тем устойчивее положение организации, а так же чем больше денежных средств может привлечь организация, тем выше ее финансовые возможности.

Целью настоящей работы является проведение анализа финансовой устойчивости предприятий и выборка наиболее адекватного метода, применимого для данной отрасли производства. В процессе исследования проводились экономико-математические методы – коэффициентный анализ, дискриминантный анализ – модели Альтмана, Лиса, Спрингейта, Чессера, Сайфуллина-Кадыкова, Таффлера.

Актуальность данной работы состоит в потребности производственных предприятий анализа вероятности банкротства предприятия-заказчика и рассмотрения возможности заключения долгосрочных контрактов только с предприятиями, имеющими устойчивое финансовое состояние.

В результате исследования проведен анализ финансовой устойчивости 11 наиболее крупных российских компании энергетической отрасли, на основе использования данных бухгалтерских балансов с 2008 г. по 2016 г, а также проведена комплексная оценка вероятности банкротства с помощью 6 моделей. Дана интерпретация полученных результатов и сделаны соответствующие выводы.

**Методы оценки.** Анализ долгосрочной финансовой устойчивости ориентирован на оценку структуры капитала, поскольку именно соотношение собственных и заемных источников финансирования предопределяет платежеспособность организации в долгосрочной перспективе. Финансовую устойчивость организации с позиций долгосрочной перспективы принято оценивать достаточно большим количеством коэффициентов. Кроме коэффициентного анализа используется ряд классификационных моделей, отделяющих фирмы-банкроты от устойчивых заемщиков и прогнозирующих возможное банкротство фирмы-заемщика. Используемые модели для оценивания финансовой устойчивости предприятий представлены в таблице 1.

Таблица 1

Используемые модели для расчета

Модель	Порядок расчета	Банкротство маловероятно при
модель Альтмана	$Z = 1,2X_1 + 1,4X_2 + 3,3X_3 + 0,6X_4 + X_5$	$Z > 2,9$
модель Лиса	$Z = 0,063X_1 + 0,092X_2 + 0,057X_3 + 0,001X_4$	$Z \geq 0,037$
модель Таффлера	$Z = 0,53X_1 + 0,13X_2 + 0,18X_3 + 0,16X_4$	$Z > 0,3$
модель Кадыкова и Сайфулина	$P = 2K_1 + 0,1K_2 + 0,08K_3 + 0,45K_4 + K_5$	$P > 1$
модель Спрингейта	$Z = 1,03X_1 + 3,07X_2 + 0,66X_3 + 0,4X_4$	$Z < 0,862$
модель Чессера	$Y = -2,0434 - 5,24X_1 + 0,0053X_2 - 6,6507X_3 + 4,4009X_4 - 0,0791X_5 - 0,1220X_6,$ $P = \frac{1}{(1 + e^{-Y})}$	$P \leq 0,6$

Для анализа энергетической отрасли России в целом были выбраны крупнейшие предприятия, занимающие 80% исследуемой отрасли по капитализации. Были проанализированы показатели финансовой устойчивости данных предприятий и выявлено, что показатели 9 из 11 выбранных для анализа предприятий в среднем соответствуют нормам устойчивости. Исходя из того факта, что 9 из 11 рассмотренных предприятий финансово устойчивы за период с 2008 по 2016 год, а 2 предприятия несостоятельны, предлагается проверить эффективность известных моделей оценки финансовой устойчивости предприятий. Основываясь на результатах, полученных при использовании 6 различных методов, был выбран один наилучший метод, результат которого в большинстве случаев говорил о хорошем финансовом положении предприятий и предполагал низкую вероятность банкротства. Так же

для выбранного метода был найден коэффициент детерминации, значение которого оказалось близким к 1, это означает, что дисперсия мала и модель достаточно хорошо описывает данные. Кроме этого, была оценена значимость коэффициентов, входящих в модель и выявлено, что все коэффициенты значимы. Ниже представлена сравнительная таблица результатов по каждому методу с указанием точности оценки в процентном соотношении (Таблица 2).

Таблица 2

Сравнение полученных результатов

	Модель Альтмана	Модель Лиса	Модель Таффлера	Пятифакторная модель Кадыкова и Сайфулина	Модель прогнозирования банкротства предприятия Спрингейта	Модель <b>Чессера</b>
<b>2008-2010</b>	8%	80%	81%	59%	43%	<b>100%</b>
<b>2011-2013</b>	14%	69%	88%	44%	43%	
<b>2014-2016</b>	1%	80%	92%	36%	26%	
<b>Итого</b>	<b>9%</b>	<b>75%</b>	<b>87%</b>	<b>45%</b>	<b>38%</b>	

Наилучшей моделью из рассматриваемых была выбрана модель Чессера. Данная модель содержит дискриминантную функцию и барьер для вероятности банкротства, который можно использовать для оценки более мелких энергетических предприятий. Так же сравнительно высокую точность показывает модель Таффлера, в 87% случаев данная модель показывает степень вероятности банкротства предприятия в соответствии с заведомо известным финансовым положением данного предприятия. Самую низкую точность показывает модель Альтмана, что говорит о неприменимости данной модели к энергетическим предприятиям России.

**Заключение.** В данной работе были исследованы крупнейшие предприятия энергетической отрасли России на финансовую устойчивость различными методами, на основе использования данных бухгалтерских балансов с 2008 г. по 2016 г, а также проведена комплексная оценка вероятности банкротства с помощью 6 моделей. Дана интерпретация полученных результатов и сделаны соответствующие выводы. Был выбран наилучший метод – модель Чессера, дающий достоверную оценку деятельности предприятия и сделан вывод о его применимости к анализу энергетических предприятий России. Результаты исследования могут использоваться в сфере российского корпоративного кредитования для оценки вероятности наступления банкротства того или иного отечественного предприятия.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анализ финансовой отчетности: Учебник. – 2-е изд. / Под общ.ред. М.А.Вахрушиной. – М.:Вузовский учебник: ИНФРА—М, 2011. 431с.
2. Передеряев И.И. Учет и анализ банкротств: учебное пособие, 2-е изд., стереотип. – М.: МГИУ, 2008. – 208 с.
3. Балдин К.В. Математические методы и модели в экономике: учебник / К.В.Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукусев; под общей редакцией К.В. Балдина. – М.: ФЛИНТА: НОУ ВПО «МПСи», 2012. – 328 с.

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПАССИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
ПОРТФЕЛЕМ РИСКОВЫХ ЦЕННЫХ БУМАГ**

М.С. Кнutowa

Научный руководитель: доцент, к.ф-м.н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [msk2708@yandex.ru](mailto:msk2708@yandex.ru)

**STATISTICAL STUDY OF PASSIVE PORTFOLIO MANAGEMENT OF RISKY ASSETS**

M.S. Knutova

Scientific Supervisor: As. Prof., Ph.D. O.L. Kritski

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [msk2708@yandex.ru](mailto:msk2708@yandex.ru)

***Abstract.** In this paper we consider the problem of creating the optimal investment portfolio. We reveal the concept of the securities portfolio and highlight the most significant parameters of its management. We prove the need of diversification. We implement classical Markowitz portfolio theory. Also we consider the features of passive portfolio management.*

Основная задача портфельного инвестирования заключается в создании оптимальных условий инвестирования [1]. При формировании любого инвестиционного портфеля инвестор преследует такие цели:

1. Достижение определенного уровня доходности;
2. Прирост капитала;
3. Минимизация инвестиционных рисков;
4. Ликвидность инвестированных средств на приемлемом для инвестора уровне.

Портфель ценных бумаг представляет собой определенную совокупность ценных бумаг. Он характеризуется более высокой ликвидностью и легкой управляемостью. Для создания портфеля ценных бумаг достаточно выбрать в качестве объекта инвестирования какой-то один их вид (акции, облигации, фьючерсы или другие деривативы и т.п.). Однако наиболее распространенной формой является диверсифицированный портфель, состоящий из совокупности различных классов активов. Применение диверсификации позволяет снизить инвестиционные риски по портфелю, но усложняет его управление и стоимость реформирования.

Рассмотрим подход к диверсификации портфеля инвестиций и влияние на риск по портфелю на примере портфеля ценных бумаг. Данный подход был предложен Марковицем [2]. По его мнению, инвестор должен принимать решение по выбору составных частей портфеля, исходя исключительно из показателей ожидаемой доходности и стандартного отклонения доходности: инвестор выбирает оптимальный портфель, основываясь на соотношении этих двух параметров.

Инвесторы, формируя портфель, стремятся максимизировать ожидаемую доходность своих инвестиций при определенном приемлемом для них уровне риска (и наоборот, минимизировать риск при ожидаемом уровне доходности). Портфель, удовлетворяющий этим требованиям, называется

эффективным портфелем [1]. Наиболее предпочтительный по соотношению риск/доходность эффективный портфель называется оптимальным. Инвестор выбирает свой оптимальный портфель из множества портфелей, каждый из которых обеспечивает максимальную ожидаемую доходность для некоторого уровня риска или минимальный риск для некоторого значения ожидаемой доходности.

Для измерения риска, связанного с отдельной ценной бумагой, достаточно таких показателей, как вариация или стандартное отклонение. Но в случае портфеля необходимо принимать во внимание их взаимный риск, или ковариацию [3].

Общая доходность портфеля будет представлять собой сумму доходностей каждого отдельного финансового инструмента (актива):

$$X_{\pi} = \sum_{k=1}^n \alpha_k x_k \quad (1)$$

где  $\alpha_k$  – доля  $k$ -го финансового инструмента в портфеле,  $x_k$  – доходность  $k$ -го финансового инструмента.

Пусть  $x_k$  –случайная величина с математическим ожиданием  $E(x_k) = a_k$  и дисперсией  $D(x_k) = \sigma_k^2$ ,  $k=1,2,\dots,n$ . Пусть  $\text{cov}(x_k, x_j) = \sigma_{kj}$  – ковариация случайных величин  $x_k$  и  $x_j$ . Тогда общая дисперсия портфеля вычисляется следующим образом:

$$\sigma_{\pi}^2 = \text{var}\left(\sum_{k=1}^n \alpha_k x_k\right) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_k \alpha_j \rho_{kj} \sigma_k \sigma_j,$$

где  $\rho_{kj} = \text{corr}(x_k, x_j)$ .

Для построения оптимального портфеля ограничим сумму всех долей единицей:

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k = 1.$$

После этого необходимо минимизировать среднее ожидаемое значение случайной величины стоимости портфеля  $X_{\pi}$ :

$$E(X_{\pi}) = \sum_{k=1}^n \alpha_k E(x_k) = \sum_{k=1}^n \alpha_k a_k \rightarrow \min.$$

Для завершения модели ограничим уровень дисперсии  $\sigma_{\pi}^2$  значением некоторой заданной дисперсии  $\sigma^2$ :

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_k \alpha_j \rho_{kj} \sigma_k \sigma_j < \sigma^2.$$

Математически модель портфеля ценных бумаг Марковица может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} E(X_{\pi}) &\rightarrow \min, \\ \sum_{k=1}^n \alpha_k &= 1, \\ \sigma_{\pi}^2 &< \sigma^2. \end{aligned}$$

В исследовании для составления портфеля были рассмотрены следующие иностранные валюты: «Австралийский доллар» (АД), «Бразильский реал» (БР), «Датская крона» (ДК), «Доллар США» (ДС), «Евро» (Е), «Турецкая лира» (ТЛ), «Швейцарский франк» (ШФ), «Японская иена» (ЯИ), «Норвежская крона» (НК), «Сингапурский доллар» (СД).

Для расчетов выбраны курсы валют с 1 января 2016 по 31 января 2016. По полученным данным определены дневные доходности по формуле  $r(t) = \frac{P(t+1) - P(t)}{P(t)}$ , вычислены общие доходности каждой валюты по формуле  $m = E(r(t)) \cdot 256$ , матрица ковариации для полученных значений ежедневных доходностей, волатильность для каждой валюты по формуле  $\sigma = \sqrt{\text{COV}(x; x)} \cdot 100\%$ .

С помощью пакета поиска решения MS Excel вычислено распределение долей валют в портфеле при условиях: максимум доходности, сумма долей в портфеле равна единице, волатильность портфеля не больше 39,7% (табл. 1).

Таблица 1

Распределение долей валют в портфеле

Символ	АД	БР	ДК	ДС	Е	ТЛ	ШФ	ЯИ	НК	СД
Доходность, %	12,13	13,86	58,62	62,70	59,58	32,21	15,65	61,44	95,90	48,74
Волатильность, %	41,41	42,72	47,03	47,01	48,32	39,66	47,80	56,30	40,04	43,61
Доля в портфеле	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,11	0,00	0,00	0,87	0,00

При данном распределении долей ожидаемый уровень доходности всего портфеля по формуле (1) равен 87,16%, ожидаемая волатильность портфеля по формуле  $\sigma = \sqrt{A \cdot K \cdot A^T} \cdot 100\%$  равна 39,7%, где  $A$  - вектор долей в портфеле,  $K$  - матрица ковариации ежедневных доходностей валют.

В данной работе качество пассивной стратегии («купить и держать») проверяется статистически с помощью вычисления оценок коэффициентов альфа и бета, построения доверительных интервалов и проверки нормального закона распределения критической статистики [4, 5]. При этом предполагается, что рынок достаточно эффективен, безарбитражен и высоколиквиден, что обуславливает создание хорошо диверсифицированного портфеля с заданными показателями ожидаемого дохода и риска.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sharpe W. (1999) Investments. New Jersey: Prentice Hall.
2. Markowitz H., Blay K. (2014) Risk-Return Analysis: The Theory and Practice of Rational Investing vol.1. New York: McGraw Hill.
3. Moshenets M.K. and Kritski O.L. Automatic system of detecting informed trading activities in European-style options. Journal of Eng. and App. Sci. – 2016. – V.11 (9). – P.5727-5731.
4. Крицкий О.Л., Бельснер О.А. Оптимизация портфеля финансовых инструментов // Финансы и кредит. – 2013. – № 36 (564). – С. 35-40.
5. Трифонов А.Ю., Крицкий О.Л., Бельснер О.А. Модель динамических корреляций: общее приложение к исследованию финансовых рынков // Экономический анализ: теория и практика. – 2012. – № 39. – С. 58-62.

## ВЫЯВЛЕНИЕ ИНФОРМИРОВАННЫХ СДЕЛОК ПРИ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ТОРГОВЛЕ

О.С. КнUTOва

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [knolya77@yandex.ru](mailto:knolya77@yandex.ru)

## FINDING INFORMED TRADES IN HIGH-FREQUENCY TRADING

O.S. Knutova

Scientific Supervisor: Associate Professor, PhD O.L. Kritsky

National Research Tomsk Polytechnic University

Russia, Tomsk, str. Lenina, 30, 634050

Email: [knolya77@yandex.ru](mailto:knolya77@yandex.ru)

***Abstract.** We propose a mathematical procedure for finding informed trades in high-frequency trading on different financial markets. We formulate criteria for detecting insider trades. These criteria were applied in practice to detect insider trading of Aeroflot shares.*

Выявление сделок информированных трейдеров, под которыми в данном случае подразумеваются крупные институциональные инвесторы, является актуальной и сложной задачей. Они играют важную роль для поддержания рабочего состояния фондовой биржи: предоставляют высокую ликвидность на фондовые площадки, поддерживают уровни цен и объем продаваемых рискованных инструментов, сглаживают значительные ценовые колебания котировок.

В данной работе развивается методология построения ARMA (1,1) и оценки ее коэффициентов для случая высокочастотной торговли. Далее выводятся критерии, позволяющие обнаруживать активных валютных инсайдеров.

Предположим, что множество всех инвесторов, покупающих или продающих базовый актив, разделено на инсайдеров и обычных трейдеров. Пусть макроэкономическое событие, влияющее на цену, становится общеизвестным в будущий момент времени  $T$ , в то время как инсайдеру данные о нем доступны уже в момент  $t < T$ . Предположим, что информированный трейдер принимает решение о покупке (продаже) базового актива равными долями через одинаковые промежутки времени, т.е. в моменты  $t$ ,  $(t+1)$ , ...,  $T$ . Тогда объем заключенных сделок с активами одного вида равен

$$X_t = v_t + u_t,$$

где  $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$  – объем, предлагаемый обычными, ничего не подозревающими инвесторами,  $v_t$  – объем, которым оперирует инсайдер.

Пусть  $v_t$  подчиняется соотношению:

$$v_t = \beta \theta_t,$$

где  $\beta$  – коэффициент пропорциональности,  $\theta_t$  – размер пакета, шт.

Пусть  $\theta_t$  удовлетворяет модели AR(1), что объясняется желанием инсайдера скрыть свою деятельность и, например, уменьшить  $v_t$  при недостаточной активности на рынке, т.е.

$$\theta_t = \bar{\theta} + \rho\theta_{t-1} + z_t, \quad (1)$$

где  $\bar{\theta}$  – средний размер пакета, покупаемого (продаваемого) в единицу времени,  $z_t \sim N(0, \sigma_z^2)$  – шум.

Пусть  $S_t$  – котировка базового актива в момент  $t$ . Так как трейдер приобретает его крупными частями, предположим, что  $S_t$  будет изменяться пропорционально их размеру:

$$S_t = S_{t-1} + \lambda X_t, \quad (2)$$

где  $\lambda = \frac{\text{cov}((\theta_t, X_t)|v_{t-1})}{D(X_t|v_{t-1})}$  – условный коэффициент бета в портфельной теории Марковица [1], в

котором  $X_t$  играет роль эталонного портфеля.

Из равенства (2) следует, что коэффициент  $\lambda$  определяет соотношение доходности инсайдеров относительно всех участников торгов. Кроме того, в нашем случае легко получить, что

$$\lambda = \frac{\beta\sigma_z^2}{\beta\sigma_z^2 + \sigma_u^2},$$

если шумы  $z_t, u_t$  независимы друг относительно друга.

Используем аналитическое представление объема  $X_t$  и подставим в полученное равенство процесс  $\theta_t$ , определенный формулой (1), выражение (2) удастся записать в виде модели ARMA(1,1) [2]:

$$\Delta S_{t+1} = \gamma + \rho\Delta S_t + \delta\varepsilon_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \text{ – шум, } \sigma_\varepsilon^2 = (\lambda^2\beta^2\sigma_z^2 + (1-\rho^2)\lambda^2\sigma_u^2)(1+\delta^2+2\rho\delta)^{-1}, \\ \delta &= (1+\rho^2)(2\rho)^{-1} + \left[ \lambda^2\beta^2\sigma_z^2 - \sqrt{(\lambda^2\sigma_u^2(1-\rho)^2 + \lambda^2\beta^2\sigma_z^2)(\lambda^2\sigma_u^2(1+\rho)^2 + \lambda^2\beta^2\sigma_z^2)} \right] (2\rho\lambda^2\sigma_u^2)^{-1}, \\ \gamma &= \lambda\beta(1-\rho)\frac{S_T - S_0}{T}. \end{aligned}$$

Запись выражения (2) в форме (3) позволяет применить математический аппарат устойчивости ARMA(1,1) и получить следующие условия [2]: 1) если  $\rho < 0$ , то  $0 < \delta < -\rho$ ; 2) если  $\rho > 0$ , то  $-1 < \delta < -\rho$ .

Используем их для формулирования условий обнаружения инсайдерских сделок, которые нарушают условия устойчивости в модели (3).

**Критерий 1.** Коэффициенты, стоящие при составных частях AR(1) и MA(1) модели (3) ( $\rho$  и  $\delta$  соответственно) должны иметь противоположные знаки. Если  $\rho > 0$ , то из условий устойчивости следует, что  $\rho < |\delta|$ . Если  $\rho < 0$ , то  $|\rho| > \delta$ .

**Критерий 2.** Свободный член  $\gamma = \lambda\beta(1-\rho)\frac{S_T - S_0}{T}$  в модели (3), отвечающий за средний размер пакета  $\theta_t$ , должен быть пропорционален  $\rho$  и иметь противоположный с ним знак.

Рассмотрим процесс внутридневной торговли акциями авиакомпании «Аэрофлот» в период с 27 февраля по 9 марта 2017 г. и проверим наличие инсайда по получасовым котировкам (получены на сайте [http://www. finam. ru](http://www.finam.ru)).

Найдем оценки коэффициентов  $\rho$  и  $\delta$  модели (3), используя пакет Statistica, внутри каждого торгового дня. Их значения приведены в табл. 1.

Таблица 1

Оценки коэффициентов модели (3) по торговым дням

Дата	$\hat{\rho}$	$\hat{\delta}$
27.02.2017	0,33	0,31
28.02.2017	0,23	1,00
01.03.2017	-0,68	-0,37
02.03.2017	0,13	-0,02
03.03.2017	0,50	1,00
06.03.2017	0,09	0,29
07.03.2017	-0,10	0,13
09.03.2017	-0,19	-0,45

Для проверки гипотезы о наличии инсайда применим критерии обнаружения и используем условие устойчивости модели (3). Результаты сделанных вычислений приведены в табл. 2.

Таблица 2

Проверка гипотезы о наличии инсайда при совершении сделок с акциями авиакомпании «Аэрофлот»

Дата	Знак $\hat{\rho}$	Интервал нарушения устойчивости для $\hat{\delta}$	Гипотеза о наличии инсайда
27.02.2017	Положительный	(-1;-0,33)	Не подтверждается
28.02.2017	Положительный	(-1;-0,23)	Не подтверждается
01.03.2017	Отрицательный	(0;0,68)	Не подтверждается
02.03.2017	Положительный	(-1;-0,13)	Не подтверждается
03.03.2017	Положительный	(-1;-0,50)	Не подтверждается
06.03.2017	Положительный	(-1;-0,09)	Не подтверждается
07.03.2017	Отрицательный	(0;0,10)	Не подтверждается
09.03.2017	Отрицательный	(0;0,19)	Не подтверждается

Данные табл. 2 позволяют сделать вывод о том, что в течение выбранного интервала времени во всех случаях нет признаков влияния информированных трейдеров на торговлю акциями авиакомпании «Аэрофлот».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: Наука, 1998. – Т.2.
2. Крицкий О. Л., Глик Л. А. Выявление инсайдерских сделок при внутридневной торговле на российском фондовом рынке// Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2012. – № 44 (134). – С.33-38.

**ТЕРМОКАПИЛЛЯРНАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ  
В УСЛОВИЯХ ИСПАРЕНИЯ**

Д.А. Кожевников

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: den\_linad@mail.ru

**THERMOCAPILLARY CONVECTION  
WITHIN A CYLINDRICAL CAVITY UNDER THE EVAPORATION EFFECT**

D.A. Kozhevnikov

Scientific Supervisor: Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: den\_linad@mail.ru

***Abstract.** The study of natural convection in an open cylindrical cavity in view of evaporation from the free surface has been carried out. Governing equations formulated in dimensionless variables have been solved by finite difference method. Effects of key parameters on fluid flow and heat transfer patterns have been analyzed. It has been found that an increase in Marangoni number leads to a decrease in the circulation intensity within the cavity and heat transfer reduction along the free boundary.*

Испарение как один из процессов фазового перехода встречается во многих технологических и природных системах. Особенностью этого процесса является его реализация на свободной поверхности жидкости. Следует отметить, что поверхностные (капиллярные) силы, действующие тангенциально к свободной или межфазной поверхности жидкости, появляются при наличии неоднородности поверхностного натяжения и направлены в сторону его увеличения. Вовлекая в движение поверхность и прилегающие к ней слои жидкости, эти силы инициируют развитие объемного конвективного течения, получившего название конвекции Марангони.

Целью настоящей работы является численное моделирование конвективного теплопереноса в вертикальной цилиндрической полости в условиях слабоинтенсивного испарения со свободной поверхности в случае зависимости поверхностного натяжения от температуры. Жидкость находится в полукоткрытом вертикальном цилиндре с адиабатической нижней стенкой, на боковой поверхности задан постоянный тепловой поток, верхняя граница является открытой (рис. 1). Испарение осуществляется со свободной верхней поверхности.

Краевая задача формулируется в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность – температура» на основе приближения Буссинеска и в предположении линейной зависимости поверхностного натяжения от температуры. Определяющие уравнения имеют вид:

$$\nabla^2 \psi - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -r\omega, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(V_r \omega)}{\partial r} + \frac{\partial(V_z \omega)}{\partial z} = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \cdot \left( \nabla^2 \omega - \frac{\omega}{r^2} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial r}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(V_r \theta)}{\partial r} + \frac{\partial(V_z \theta)}{\partial z} + \frac{V_r \theta}{r} = \frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \nabla^2 \theta. \quad (3)$$

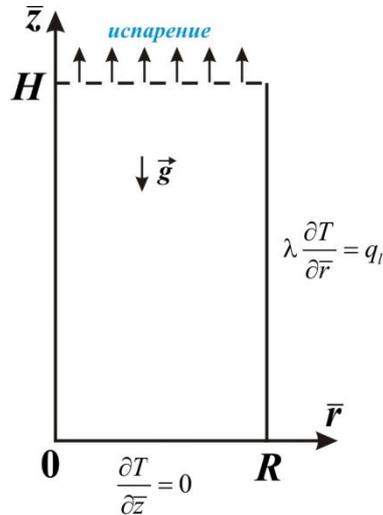


Рис. 1. Область решения задачи

Граничные условия в математической форме полностью описывают представленные особенности анализируемого физического процесса на границах области. Сформулированная краевая задача (1)–(3) была реализована численно методом конечных разностей [1, 2] на равномерной сетке. Разработанный численный алгоритм был протестирован на модельных задачах [3, 4], а также на множестве сеток.

Численное моделирование было проведено в широком диапазоне изменения определяющих параметров: число Рэлея ( $Ra = 10^4 - 10^5$ ), число Марангони ( $Ma = 0 - 1000$ ) и геометрический параметр ( $AR = 0.5 - 1.5$ ). На рис. 2 представлены распределения линий тока и изотерм при  $AR = 1.0$ ,  $Ma = 100$  и различных значениях числа Рэлея.

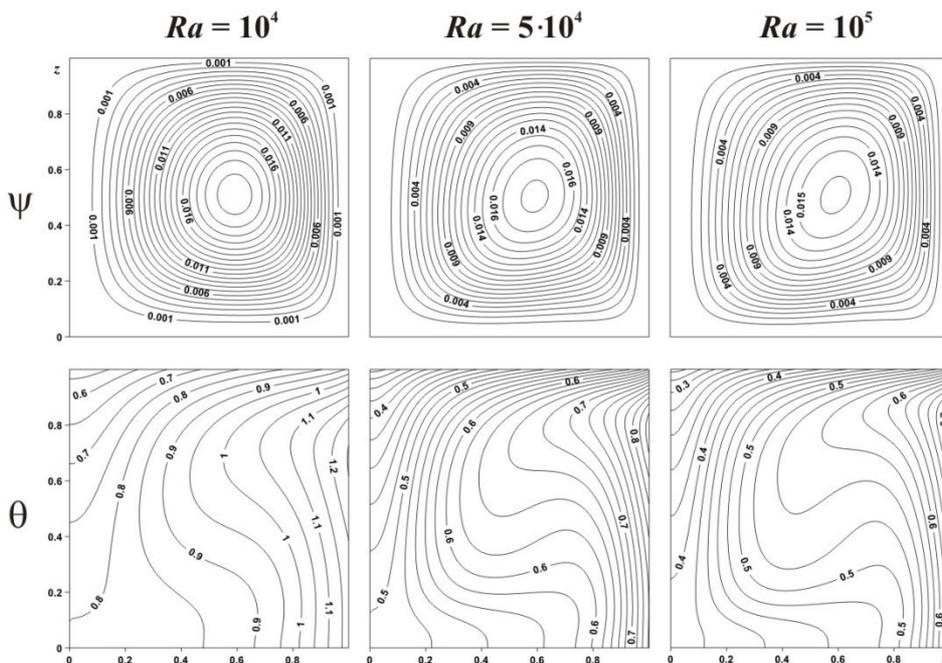


Рис. 2. Линии тока  $\psi$  и изотермы  $\theta$  при  $AR = 1.0$ ,  $Ma = 100$  и различных  $Ra$

Следует отметить, что увеличение числа Рэлея приводит к снижению интенсивности циркуляции среды внутри цилиндрической полости, а также проявляется в существенном охлаждении внутри цилиндра вследствие более интенсивного испарения со свободной поверхности.

Влияние числа Марангони на распределения изолиний функции тока и температуры внутри полости при  $AR = 1.0$ ,  $Ra = 10^5$  представлено на рисунке 3. Можно отметить, что увеличение  $Ma$  приводит к снижению интенсивности теплообмена на свободной границе, и как результат иллюстрирует менее интенсивное охлаждение полости.

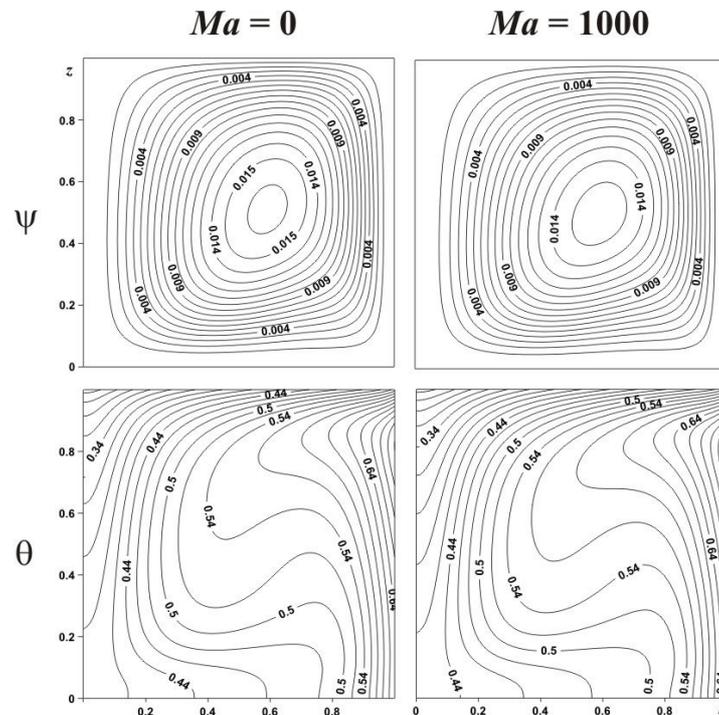


Рис. 3. Линии тока  $\psi$  и изотермы  $\theta$  при  $AR = 1.0$ ,  $Ra = 10^5$  и различных  $Ma$

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-2819.2017.8).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
2. Шеремет М.А. Сопряженные задачи естественной конвекции. Замкнутые области с локальными источниками тепловыделения. – Берлин: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 176 с.
3. Khelifi-Touhami M.S., Benbrik A., Lemonnier D., Blay D. Laminar natural convection flow in a cylindrical cavity application to the storage of LNG // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2010. – Vol. 71. – P. 126–132.
4. Rudraiah N., Venkatachalappa M., Subbaraya C.K. Combined surface tension and buoyancy-driven convection in a rectangular open cavity in the presence of a magnetic field // International Journal of Non-Linear Mechanics. – 1995. – Vol. 30. – P 759–770.

**НЕЛОКАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ГРОССА-ПИТАЕВСКОГО С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ  
СИММЕТРИЕЙ: КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЕ АСИМПТОТИКИ И НЕВЯЗКА**

А.Е. Кулагин

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.Ю. Трифонов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [ae8@tpu.ru](mailto:ae8@tpu.ru)

**NONLOCAL GROSS-PITAEVSKII EQUATION WITH CYLINDRICAL SYMMETRY:  
SEMICLASSICAL ASYMPTOTICS AND ERROR**

A.E. Kulagin

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.Yu. Trifonov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [ae8@tpu.ru](mailto:ae8@tpu.ru)

**Abstract.** *Nonlocal Gross-Pitaevskii equation (GPE) with cylindrical symmetry has been considered. The semiclassical solution, concentrated on a curve in the phase space, has been constructed. The error has been calculated for obtained the semiclassical solution. Both stability of semiclassical solution and limitedness of the error suggest that the exact solution is stable too.*

Нелокальное уравнение Гросса-Питаевского с цилиндрической симметрией имеет вид

$$\left\{ -i\hbar\partial_t + V(\hat{p}_\varphi, \hat{z}, t) + \kappa \int_{\mathbb{R}^2} W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) |\Psi(\varphi, \mathbf{y}, t)|^2 d\mathbf{y} \right\} \Psi(\varphi, \mathbf{x}, t) = 0, \quad (1)$$

где  $\hat{z} = (\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{x})^T$ ,  $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar(\partial_r, \partial_z)^T$ ,  $\hat{p}_\varphi = -i\hbar\partial_\varphi$ ,  $\mathbf{x} = (r, z)^T$ , а  $\kappa$  – параметр нелинейности. Это уравнение используется в физике, например, для описания бозе-эйнштейновского конденсата в поле магнитной ловушки, причем функция  $W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ , не зависящая от угла  $\varphi$ , описывает короткодействующий потенциал взаимодействия. Далее мы будем рассматривать только такие функции  $W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ , которые отвечают условию  $W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = W(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t) = \tilde{W}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t)$ , которое типично для физических задач.

Для уравнения (1) система Гамильтона-Эренфеста первого порядка имеет вид

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = V_p(P_\varphi, Z(t), t), \\ \dot{P}(t) = -V_x(P_\varphi, Z(t), t). \end{cases}$$

Здесь  $Z(t) = (P(t), X(t))^T = \lim_{\hbar \rightarrow 0} \frac{1}{\|\Phi\|^2} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \Phi^* \hat{z} \Phi r dz dr$ ,  $\|\Phi\|^2 = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty |\Phi|^2 r dz dr = \text{const} + O(\hbar)$ .

Будем искать решение уравнения (1) в виде

$$\Psi(\varphi, \mathbf{x}, t, \hbar) = \exp\left[\frac{i}{\hbar} P_\varphi \varphi\right] \cdot \Phi(\mathbf{x}, t, \hbar),$$

где  $P_\varphi = \text{const}$ , а функция  $\Phi(\mathbf{x}, t, \hbar)$  принадлежит классу траекторно-сосредоточенных функций

$$P_\hbar^t(Z(t)) \quad [1].$$

На функциях класса  $P_\hbar^t(Z(t))$  справедливы следующие асимптотические оценки:

$$\{\Delta\hat{z}\}^\alpha = \hat{O}(\hbar^{\alpha/2}), \quad \langle \{\Delta\hat{z}\}^\alpha \rangle = O(\hbar^{\alpha/2}), \quad \Delta\hat{z} = \hat{z} - Z(t), \quad \hbar \rightarrow 0.$$

Здесь обозначено  $\langle \hat{A}(t) \rangle = \frac{1}{\|\Phi\|^2} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \Phi^* \hat{A}(t) \Phi r dz dr$ ,  $\{\Delta\hat{z}\}^\alpha$  – оператор с вейлевским символом  $(\Delta z)^\alpha$ , где

$\alpha \in \mathbb{N}_+^2$  – мультииндекс [2].

Если функция  $\Psi(\varphi, \mathbf{x}, t)$  является решением уравнения (1), то функция  $\Phi(\mathbf{x}, t)$  удовлетворяет приведенному уравнению Гросса-Питаевского с точностью  $O(\hbar^{3/2})$ :

$$\left[ -i\hbar\partial_t + H(t) + \langle H_z(t), \Delta\hat{z} \rangle + \frac{1}{2} \langle \Delta\hat{z}, H_{zz}(t) \Delta\hat{z} \rangle \right] \Phi(\mathbf{x}, t) = O(\hbar^{3/2}), \quad (2)$$

$$H(t) = V(P_\varphi, Z(t), t) + \tilde{\kappa} \frac{1}{2} \text{Sp}[W_{zz}(\mathbf{X}(t), \mathbf{X}(t), t) \cdot \Delta_2(t)], \quad H_z(t) = V_z(P_\varphi, Z(t), t),$$

$$H_{zz}(t) = V_{zz}(P_\varphi, Z(t), t) + \tilde{\kappa} W_{zz}(\mathbf{X}(t), \mathbf{X}(t), t),$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -I_{2 \times 2} \\ I_{2 \times 2} & 0 \end{pmatrix}, \quad W_{zz} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & W_{xx} \end{pmatrix}.$$

Здесь  $I_{2 \times 2}$  – единичная матрица,  $\tilde{\kappa} = \kappa \|\Phi\|^2$ ,  $\Delta_{2ij}(t) = \frac{1}{2} \langle \langle \Delta\hat{z}_i \Delta\hat{z}_j + \Delta\hat{z}_j \Delta\hat{z}_i \rangle \rangle$ ,  $\text{Sp}[A]$  – след матрицы  $A$ .

Матрица  $\Delta_2(t)$  удовлетворяет системе уравнений:

$$\dot{\Delta}_2(t) = JH_{zz}(t)\Delta_2(t) - \Delta_2(t)H_{zz}(t)J + O(\hbar^{3/2}).$$

В качестве примера рассмотрим уравнение

$$\left\{ -i\hbar\partial_t + \frac{\hbar^2}{2m} \Delta + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 \hat{L}_z + \kappa \int_{\mathbb{R}^2} \exp\left[\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{y})^2}{\gamma^2}\right] \cdot |\Psi(\varphi, \mathbf{y}, t)|^2 d\mathbf{y} \right\} \Psi(\varphi, \mathbf{x}, t) = 0,$$

где  $k_1, k_2, k_3, m$  – параметры уравнения,  $\hat{L}_z = -i\hbar\partial_\varphi$  – оператор проекции момента импульса на ось  $z$ .

Гамильтониан такого вида рассматривался в работе [3] для моделирования бозе-эйнштейновского конденсата.

Пусть  $\Phi_0(\mathbf{x}, t)$  – решение уравнения (2) с нулевой правой частью, а  $\Psi_0(\varphi, \mathbf{x}, t) = \exp\left[\frac{i}{\hbar} P_\varphi \varphi\right] \cdot \Phi_0(\mathbf{x}, t)$ . Это решение описывает эволюцию начального состояния, графики которой приведены на рис. 1. Подставим асимптотическое решение  $\Psi_0(\varphi, \mathbf{x}, t)$  в уравнение (1). Функцию  $g(\varphi, \mathbf{x}, t)$ , представляющую собой ненулевую правую часть тождества, назовем невязкой уравнения (1):

$$\left\{ -i\hbar\partial_t + V(\hat{p}_\varphi, \hat{z}, t) + \kappa \int_{\mathbb{R}^2} W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) |\Psi_0(\varphi, \mathbf{y}, t, \hbar)|^2 d\mathbf{y} \right\} \Psi_0(\varphi, \mathbf{x}, t, \hbar) = g(\varphi, \mathbf{x}, t, \hbar).$$

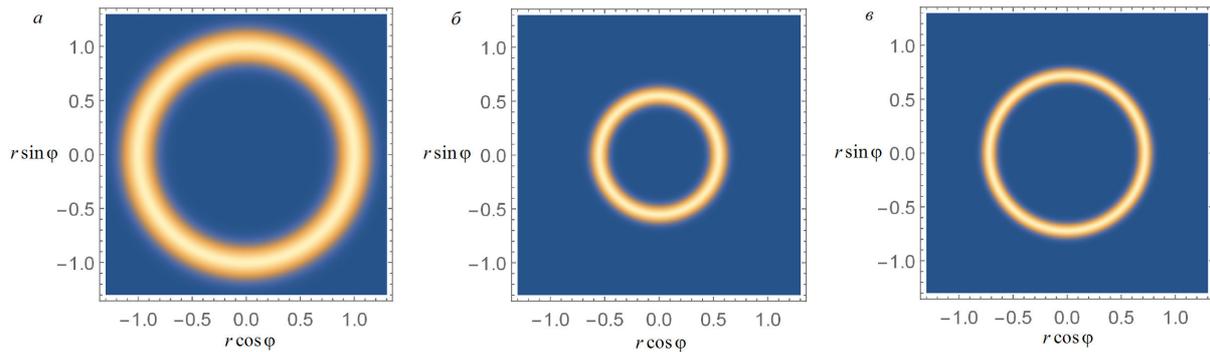


Рис. 1. Зависимость  $|\Psi_0(\varphi, \mathbf{x}, t)|^2$  от  $r, \varphi$  для  $t = 0$  (а);  $t = 0,8$  (б);  $t = 1,1$  (в)

Определим норму невязки  $G(t, \hbar)$  соотношением

$$G(t, \hbar) = \frac{1}{\|\Psi_0\|^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty |g(\varphi, \mathbf{x}, t, \hbar)|^2 r dz dr d\varphi.$$

На рис. 2 представлены графики зависимости нормы невязки от времени при разных значениях параметра  $\hbar$ . Как и ожидалось при уменьшении  $\hbar$  норма невязки убывает не медленней, чем  $\hbar^3$ . При этом видно, что с ростом  $t$  норма невязки не растет, т.е. функция  $G(t, \hbar)|_{\hbar=const}$  является ограниченной. Так как асимптотическое решение, график которого изображен на рис.1., устойчиво и норма невязки ограничена, можно сделать вывод, что и точные решения уравнения (1) устойчивы для рассматриваемого Гамильтониана.

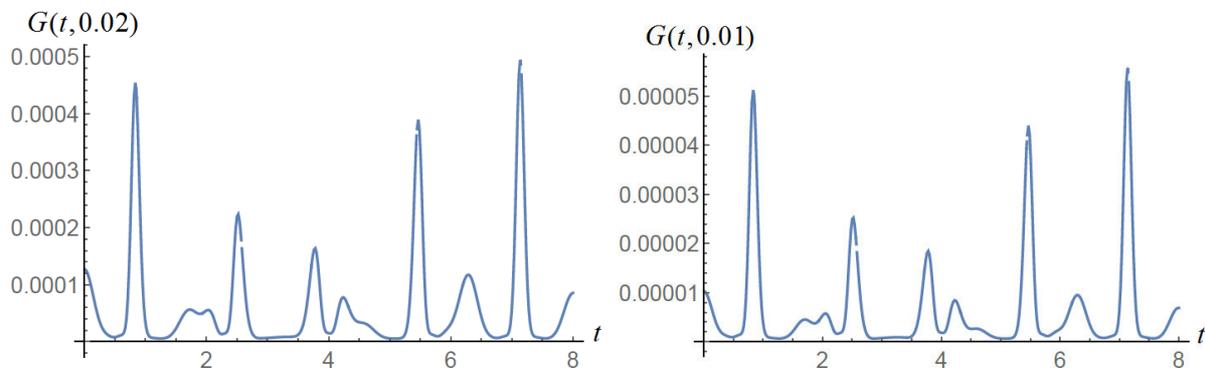


Рис.2. Зависимость  $G(t, \hbar)$  от  $t$  при разных  $\hbar$

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулагин А.Е., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Квазичастицы, описываемые уравнением Гросса-Питаевского в квазиклассическом приближении. // Известия вузов. Физика. – 2015. – Т. 58 – № 5. – С. 20–29.
2. Карасев М.В. О вейлевском и упорядоченном исчислении некоммутирующих операторов. // Матем. заметки. – 1979. – Т. 26. – № 6. – С. 885–907.
3. Kasamatsu K., Tsubota M., Ueda M. Giant hole and circular superflow in a fast rotating Bose-Einstein condensate. // Physical Review A. – 2002. – Т. 66. – № 5.

## ОЦЕНКА ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ БАНКОВ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Е. А. Малеева

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О. Л. Крицкий  
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050  
E-mail: [maleevakatie@gmail.com](mailto:maleevakatie@gmail.com)

## FINANCIAL STABILITY EVALUATION OF BANKS OF THE RUSSIAN FEDERATION

E.A.Maleeva

Scientific Supervisor: PhD, Associate prof.O.L.Kritski  
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin Ave, 30, 634050  
E-mail: [maleevakatie@gmail.com](mailto:maleevakatie@gmail.com)

***Abstract.** In this paper we propose the model for evaluating financial stability of the Russian Federation banks by using discriminatory analysis. The statistical significance of the model was established. Critical value of the resulting was measured. The result of this research can be used in the area of banking.*

**Введение.** Фактор доверия граждан к финансовым институтам является определяющим в развитии финансового сектора государства, от чего зависит успех функционирования данных институтов, а также уровень экономических знаний граждан, и как следствие проявление заинтересованности в их приумножении [1]. Снижение доверия к банковской системе ведет к сокращению частных сбережений и неэффективности распределения средств, что приводит к негативному состоянию экономики в целом. Применение моделей, выявляющих потенциальных банкротов, позволит менеджменту и регулятору своевременно принимать меры по оздоровлению банков, тем самым предотвращая их закрытие и развитие нового кризиса[2].

Цель работы: оценить финансовую устойчивость банков Российской Федерации, используя статистическую модель.

В России большая часть систем банковского мониторинга основывается на коэффициентном анализе, рейтинговой системе и построении статистических моделей. Но основным недостатком коэффициентного анализа и рейтинговых систем является короткий горизонт прогнозирования. Статистические же модели позволяют его устранить. Данные модели позволяют прогнозировать банкротство коммерческих банков от 3-4 месяцев до нескольких лет.

Актуальность работы: для ряда статистических моделей прогнозирования банкротства коммерческих банков является существенным преимуществом возможность их дистанционного применения, в отличие от коэффициентного анализа, рейтинговых систем, методики Basel Committee of Banking Supervision и других. В условиях российской экономики важно не только анализировать собственный банк, но и банки, с которыми он взаимодействует в процессе своей деятельности. Но тем не менее существенным недостатком многих статистических моделей является их невозможность применения в российских условиях, а также отсутствие качественных факторов развития коммерческих банков [3].

**Анализ данных.** Для анализа было отобрано 20 банков с наибольшей доходностью. В качестве исходных данных были выбраны данные отчетности РСБУ за первое полугодие 2016.

Были отобраны следующие статьи баланса: денежные средства, чистые вложения в ценные бумаги, всего активов, прочие обязательства, нераспределенная прибыль за отчетный период, прочие финансовые активы, средства клиентов, итого обязательств, резервный фонд, итого собственных средств, обязательные резервы, средства в кредитных организациях, отложенные налоговые активы, средства кредитных организаций, выпущенные долговые обязательства. Количество составило 15 штук. Они выступали в роли факторов модели. В качестве результирующего показателя был выбран показатель рентабельности активов.

Рентабельность активов – индикатор доходности и эффективности деятельности компании. Применяется для сравнения предприятий одной отрасли и вычисляется по формуле [4]:

$$\text{Рентабельность активов} = \text{Чистая прибыль за период} / \text{Активы}$$

Было проанализировано влияние выбранных статей отчетности на результирующий показатель, т.е. была построена регрессионная модель.

Все данные были разбиты на 3 группы (по 5 факторов в каждой) и попарно анализированы. Для расчетов был использован пакет STATISTICA. Результаты расчетов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнительный анализ моделей

Номер варианта	$R^2$	Количество значимых коэффициентов
1 (1-2 группы)	0,86	2 из 7
2 (2-3 группы)	0,52	1 из 8
3 (1-3 группы)	0,87	3 из 7

**Результаты.** Сравнив построенные варианты, делаем вывод, что вариант 3 является наилучшим, так как данная модель имеет наибольший коэффициент детерминации и наибольшее количество значимых коэффициентов.

Построенная модель, характеризующая финансовое состояние банка:

$$Y = -0.94X_1 + 2.22X_2 + 0.507X_3, \quad (1)$$

где  $Y$  - результирующий показатель, отражающий рентабельность активов;  $X_1$  – прочие обязательства;  $X_2$  – нераспределенная прибыль за отчетный период;  $X_3$  – средства кредитных организаций.

Полагая, что финансовую устойчивость банков России можно определить по модели (1), были проведены расчеты  $Y$  для каждого банка. Также  $Y$  был вычислен для банков, у которых была отозвана лицензия ЦБ за первое полугодие 2016 года.

На рис. 1 представлен результат расчета результирующего показателя  $Y$  по модели (1).

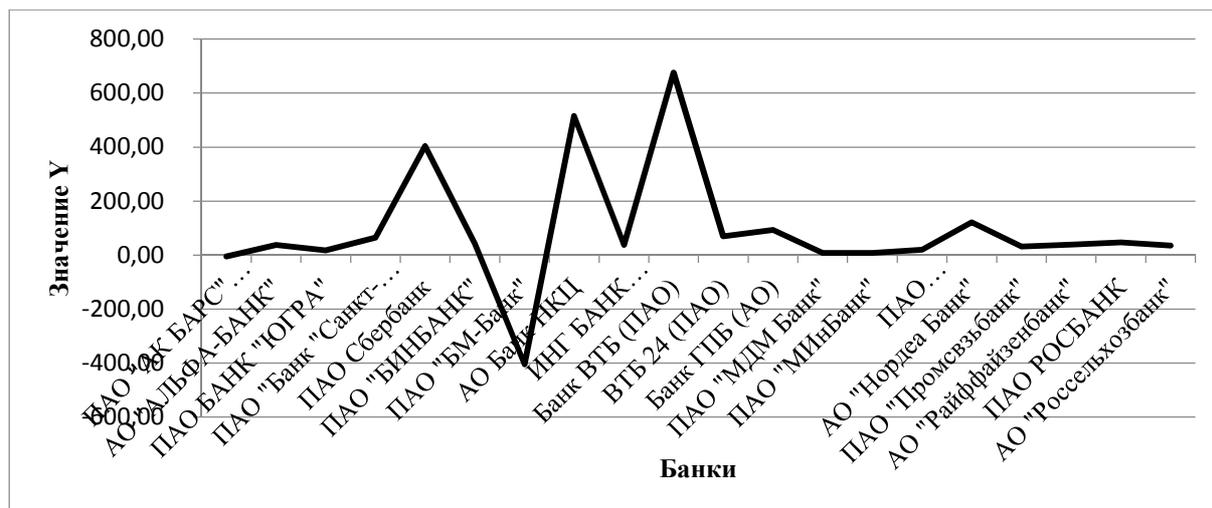


Рис.1. График значений результирующего показателя

Сравнивая полученные данные, можно установить пороговое (решающее) значение  $Y=0$ , которое является минимальным для безубыточных банков и максимальным для банков с отзыванной лицензией. Поэтому используем такое значение  $Y$  в качестве критического для дискриминантной модели (1): если  $Y < 0$ , то банк будем считать финансово неустойчивым; если  $Y > 0$ , то банк будем считать финансово устойчивым.

Выбранный уровень  $Y=0$  позволяет сделать вывод о вероятности принятия основной гипотезы  $H_0$ : «российский банк имеет устойчивое финансовое состояние». Она составила 0,9. Ошибка первого рода или вероятность того, что действующий банк признан банкротом, равна 0,1. Ошибка второго рода (или вероятность войти в группу безубыточных банков, будучи банком с отзыванной лицензией) составила 0,1.

**Заключение.** По результатам проделанной работы можно сделать вывод, что модель (1) может применяться в российских условиях для прогнозирования банкротств банков и может быть использована работниками банковской сферы, аудиторами, клиентами банков.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аликперова Н.В. Фактор доверия населения к финансовым институтам // Антикризисные задачи развития общественных наук на современном этапе. Материалы международной научно-практической конференции, г. Волгоград, 25-26 февраля 2015 г. М: Волгоград: Региональный центр социально-экономических и политических исследований «Общественное содействие», 2015. С. 4-5.
2. Брюхова О. О. Оценка вероятности банкротства банков [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://perm.hse.ru/data/2013/08/26/12905\\_55864](http://perm.hse.ru/data/2013/08/26/12905_55864). – 31.05.2016.
3. Плещицер М. В. Методологические аспекты прогнозирования банкротства банков в период финансового кризиса // Аудит и финансовый анализ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://auditfin.com/fin/2010/2/03\\_07/03\\_07.pdf](http://auditfin.com/fin/2010/2/03_07/03_07.pdf). – 31.05.2016.
4. Рентабельность активов. Информационный портал «Audit-it.ru» [Электронный ресурс] – Режим доступа: [http://www.audit-it.ru/finanaliz/terms/performance/return\\_on\\_assets.html](http://www.audit-it.ru/finanaliz/terms/performance/return_on_assets.html).

**ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ С УЧЕТОМ ФИКСИРОВАННОГО УРОВНЯ  
НЕПРИЯТИЯ РИСКА И СЛУЧАЙНО ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ СТЕПЕНИ ДОВЕРИЯ К  
УПРАВЛЯЮЩЕЙ КОМПАНИИ**

Е.В. Мастерова

Научный руководитель: доцент, к. ф-м. н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [masterova\\_katya@mail.ru](mailto:masterova_katya@mail.ru)

**FORMATION OF PORTFOLIO SECURITIES IN VIEW OF FIXED LEVEL OF RISK AVERSION  
AND RANDOMLY VARYING DEGREE OF TRUST TO THE MANAGEMENT COMPANY**

E.V. Masterova

Scientific Supervisor: As. Prof., PhD O. L. Kritski

634050, 30, Lenin ave., Tomsk, Russia, Tomsk Polytechnic University

E-mail: [masterova\\_katya@mail.ru](mailto:masterova_katya@mail.ru)

**Abstract.** A formation and a management of a portfolio of assets are considered. The indicators of excellent operating based on using the statistical coefficients are computed.

Построение портфеля проходило при помощи модифицированной модели Гарри Марковица [1].

Согласно данной теории, показателем доходности является математическое ожидание, а мера риска рассчитывается через стандартное отклонение:

- доходность портфеля  $\equiv$  ожидаемая доходность

$$\mu_x = E[r_x(t)] = \sum_{i=1}^n E[r_i(t)]x_i = \sum_{i=1}^n \mu_i x_i,$$

- риск портфеля  $\equiv$  волатильность

$$\sigma_{\pi}^2 = (\text{var}(r_{\pi}(t))) = \text{var}\left(\sum_{i=1}^n r_i x_i\right) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{cov}(r_i(t), r_j(t)) x_i x_j,$$

Задача поиска оптимального портфеля рассматривалась со стороны получения максимальной доходности при заданном уровне риска ( $\sigma_z$ ):

$$\mu_{\pi} = \sum_{i=1}^n \mu_i x_i \rightarrow \max_x,$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ \sigma_{\pi}^2 \geq \sigma_z^2 \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \leq \sigma_z^2 \end{cases}$$

Таким образом, используя теорию Марковица и данные о стоимости ETF с 1 января 2015 по 1 августа 2016, на 01.08.2016 был сформирован портфель, в который с доходностью 4,63% и

волатильностью 33% вошли ETF E1CYC (Dow Jones потребительский сектор) , ETF.EWK (Бельгия), ETF.DEDOW (Германия), ETF.EWJ (Япония), ETF.FRDOU (Франция) в следующих соотношениях: 50%; 15%; 8%; 12%; 14%.

Далее при помощи коэффициента альфа была проверена статистическая оценка качества управления данным портфелем.

Коэффициент альфа – это разница между реальной доходностью портфеля за период, и доходностью, которую он должен был показать с учётом степени роста или падения рынка и коэффициента бета этого портфеля [2].

$$a_{\pi} = r_{\pi}^{-} - \beta_{\pi} r_I^{-}$$

где  $r_{\pi}^{-}$  - средняя доходность портфеля,  $r_I^{-}$  - средняя доходность индекса MSCI World,  $\beta_{\pi}$  - коэффициент бета для портфеля.

Коэффициент альфа для нашего портфеля был рассчитан в течение месяца после формирования портфеля при уровне неприятия риска к управляющей компании равной нулю, таким образом, на 01.08.2016 он составил 0,24 , а на 01.09.2016 – 0,52.

Кроме того, была сформулирована и проверена статистическая гипотеза о равенстве коэффициентов альфа нулю, согласно которой было выявлено, что исследуемый портфель достаточно эффективно управляются, поэтому было принято решение, что данный портфель на 01.09.2016 не нужно переформировывать.

Далее, для того, чтобы обосновать выбор инвестором той или иной брокерской или инвестиционной компании, необходимо изучить взаимосвязь между размером комиссионных сборов, получаемой доходностью, уровнем неприятия риска инвестора и степенью доверия к управляющей компании, как основополагающим показателям взаимодействия инвесторов и управляющей компании.

Справедливый размер комиссионных сборов, зависящий от степени доверия ( $\theta$ ) и доходности портфеля ( $R$ ) :

$$f_t = \left( \frac{\theta}{1 + \theta} \right) * \left( \frac{R}{2} \right),$$

где степенью доверия ( $\theta$ ) будет являться случайная величина, распределенная по нормальному закону в пределах от 0 до 1. Данная величина будет характеризовать неопределенность инвестора по отношению к управляющей компании. Было взято десять случайных значений степени доверия.

Для каждого из десяти полученных значений был рассчитан коэффициент пересчета:

$$x_{k,t}^{-} = \frac{(R - f_t)}{a_{k,t} \sigma},$$

где  $a_{k,t}$  - неприятие риска инвестора к управляющей компании,  $f_t$  - комиссионный сбор за управление,  $R$  - доходность портфеля,  $\sigma$  – волатильность [3].

Данный коэффициент позволяет оценить зависимость неприятия риска конкретного инвестора к конкретной управляющей компании с учетом размера комиссионного сбора и доходности портфеля ETF, приносимой под руководством менеджера управляющей компании ранее. Он будет найден для

инвесторов с фиксированным неприятием риска: 0; 0,5; 1, которые обозначают следующее: 1 - инвестирование передается полностью в руки управляющего, риск для него в этом случае приравнивается к нулю; 0,5 - управление капиталом также происходит под руководством менеджера той или иной управляющей компании, но только инвестор относится к этой компании с опаской, недоверчиво, тем самым подвергая себя и свой капитал риску примерно на 50%; если же инвестор не собирается отдавать свой капитал управляющей компании, по причине полного недоверия, либо желания и умения инвестировать его самим, тем самым беря весь риск на себя, то неприятие риска в данном случае будет равно нулю. Последний случай в дальнейшем исследование участвовать не будет, т.к. инвестор полностью отказывается от услуг управляющей компании [4].

Используя пересчитанные при помощи коэффициента доли, находим доходность и риск портфелей инвесторов, различающихся неприятием риска и степенью доверия к управляющей компании, в период с 01.08.16 по 01.09.16 гг., т.е. за август 2016 года.

Таблица 1

*Доходность и риск портфелей*

Уровень неприятия риска инвестором (а)					
0,5			1,0		
$\Theta$	$\mu_{\pi}$	$\sigma_{\pi}^2$	$\Theta$	$\mu_{\pi}$	$\sigma_{\pi}^2$
0,08	0,529	0,102	0,11	0,262	0,025
0,19	0,505	0,093	0,19	0,256	0,024
0,20	0,504	0,09	0,21	0,250	0,023
0,22	0,499	0,091	0,34	0,239	0,022
0,23	0,497	0,089	0,36	0,238	0,021
0,35	0,478	0,083	0,46	0,231	0,019
0,38	0,474	0,082	0,48	0,230	0,019
0,49	0,458	0,076	0,51	0,229	0,019
0,81	0,426	0,066	0,61	0,223	0,018
0,90	0,419	0,064	0,91	0,213	0,016

Наблюдается тенденция уменьшения доходности и риска с увеличением уровня неприятия риска и увеличением степени доверия инвестора к управляющей компании. Что объясняется тем, что с ростом доверия риск потерь уменьшается, а значит, доходность инвестиций падает. С ростом доверия растет и плата за управление, что тоже уменьшает доходность инвестора. Следовательно, такой способ инвестиций рекомендуется для консервативных инвесторов или инвесторов с высоким уровнем капитала.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Harry Markowits. Portfolio Selection // Journal of Finance. 1952. Vol. 7(1). 71-91.
2. William Sharpe. Investments.-M.: INFA-M, 2003. 1028 p.
3. L.J. Gitman., M.D. Junks. Investing basics. - M.: Business, 1999 - 992 p.
4. Nicola Gennaoli, Andrei Shleifer, and Robert Vishny. Money Doctors. // Journal of Finance. 2015. Vol. LXX(1). 91-114.

**ВЛИЯНИЕ ОСИ ДЕФОРМАЦИИ НА ДЛИНУ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА ВИНТОВЫХ  
ДИСЛОКАЦИЙ В ЧИСТЫХ ГЦК МАТЕРИАЛАХ**

М.В. Матвеев<sup>1</sup>, Р.И. Куринная<sup>2</sup>, М.В. Зголич<sup>2</sup>

Научный руководитель: доцент, к.ф-м.н. Р.И. Лазарева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

<sup>2</sup>Томский государственный архитектурно-строительный университет,

Россия, г. Томск, пл. Соляная, 2, 634003

E-mail: [riklaz@mail.ru](mailto:riklaz@mail.ru)

**INFLUENCE OF DEFORMATION AXIS ONTO THE LENGTH FREE PATH OF SCREW  
DISLOCATIONS IN PURE FCC MATERIALS**

M.V. Matveev<sup>1</sup>, R.I. Kurinnaya<sup>2</sup>, M.V. Zgolich<sup>2</sup>

Scientific Supervisor: Assoc. Prof, Cand. of . Ph. and Math. Sc. R.I. Lazareva<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

<sup>2</sup>Tomsk State University of Architecture and Building, Russia, Tomsk, 2 Solyanaya Square, 634003

E-mail: [riklaz@mail.ru](mailto:riklaz@mail.ru)

***Abstract.** In this paper the influence of crystal's deformation axis orientation on formation of long, strong dislocation junctions which can be barriers that limit the shear zone has been studied. The probability of strong junctions formation has been obtained on the basis of interdislocation contact interactions model. The length of free path of screw dislocations has been defined for different orientations of crystal's deformation axis.*

**Введение.** В процессе спонтанного расширения дислокационной петли от источника Франка-Рида до прочного непреодолимого барьера образуется зона сдвига – область незавершенного сдвига. В зоне сдвига происходит генерация точечных дефектов – вакансий, межузельных атомов, бивакансий. Для оценки числа точечных дефектов необходимо знать длину свободного пробега винтовых компонентов дислокационной петли. В работе [1] была получена формула для расчета длины свободного пробега дислокационного сегмента винтовой ориентации в зависимости от плотности дислокаций  $\rho$  :

$$L_S = 2(\beta_r^S \beta_D^S \xi \rho)^{-1/2}. \quad (1)$$

Здесь  $\xi = \rho_f / \rho \approx 0,5$  – доля дислокаций леса,  $\rho_f$  – плотность дислокаций леса – дислокаций вторичных систем скольжения;  $\beta_r^S$  – вероятность образования дислокационных соединений;  $\beta_D^S$  – вероятность образования длинного прочного соединения винтовыми дислокациями. Значения параметра  $\beta_r^S$  были получены в рамках простейшей модели [2, 3] междислокационных взаимодействий. Для определения значений  $\beta_D^S$  потребовалось создание более современной модели.

Целью данной работы является определение значений параметра  $\beta_D^S$  на основе современной модифицированной модели междислокационных контактных взаимодействий [1, 4].

**Моделирование изменения длины дислокационного соединения под напряжением.** В результате дислокационной реакции между скользящей дислокацией  $QP$  первичной системы скольжения и дислокацией леса  $NM$  вторичной системы скольжения образуется дислокационная конфигурация, представленная на рисунке 1, а. Дислокационное соединение  $EF$  расположено на линии пересечения плоскостей скольжения (рис. 1, а).

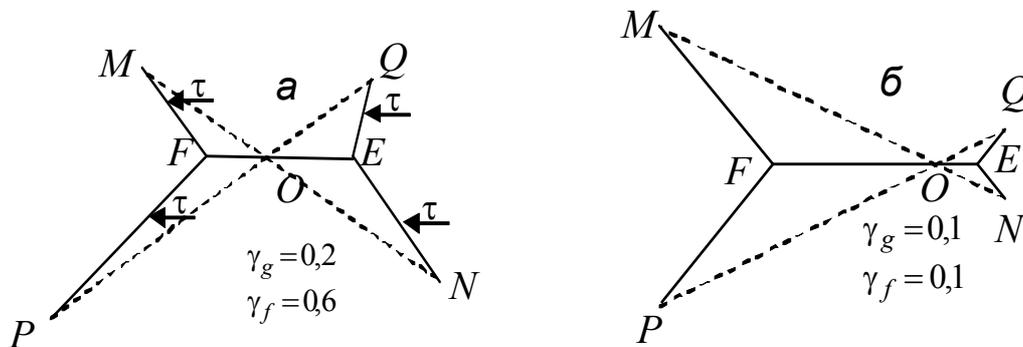


Рис. 1. Произвольные пересечения реагирующих дислокаций. Точка  $O$  – точка пересечения реагирующих дислокаций: а –  $\gamma_g = 0,2$ ,  $\gamma_f = 0,6$ ; б –  $\gamma_g = 0,1$ ,  $\gamma_f = 0,1$ .

Энергию дислокационной конфигурации (рис. 1, а) согласно [5] можно описать функцией двух переменных  $F(y_1, y_2)$ , где  $y_1$  и  $y_2$  координаты дислокационных узлов  $E$  и  $F$ . Равновесное состояние дислокационной системы при конкретной величине напряжения  $\tau$  и, следовательно, равновесное положение узлов соответствует минимуму энергии всей дислокационной конфигурации. Длины дислокационных соединений  $EF$  определялись при произвольном пересечении реагирующих дислокаций. Отношение длин сегментов скользящей дислокации определяет параметр  $\gamma_g = QO : QP$ , отношение длин сегментов дислокации леса – параметр  $\gamma_f = NO : NM$ . Значения параметров  $\gamma_g$  и  $\gamma_f$  изменяются от 0,1 до 0,9. При пересечениях  $\gamma_g = 0,1$ ,  $\gamma_f = 0,1$  (рис. 1, б) образуются наиболее длинные исходные соединения. В результате исследования изменения длины дислокационного соединения под напряжением обнаружено [4] образование длинных дислокационных соединений, длина которых превышает  $0,9QP$ , где  $QP$  – длина свободного дислокационного сегмента (рис. 1). Для выполнения расчетов в рамках представленной модели разработана программа в системе Mathematica.

**Результаты моделирования.** Подробные исследования процесса изменения длины дислокационного соединения под напряжением изложены в работах [4, 5]. В результате проведенных исследований выявлены и изучены следующие механизмы: 1) полное разрушение соединения под приложенным напряжением; 2) неполное разрушение соединения путем обхода скользящей дислокацией; 3) образование длинных прочных соединений. Для определения длины пробега  $L_S$  по формуле (1) при определении значений параметра  $\beta_D^S$ , как было показано в работе [1], возникла необходимость в модификации модели. Расчеты длины пробега винтовых дислокаций проведены для монокристалла  $Cu$  при плотности дислокаций  $\rho = 10^{13} \text{ м}^{-2}$  и различных ориентациях оси деформации кристалла (табл. 1).

Таблица 1

Длина свободного пробега винтовой дислокации,  
длина наиболее прочных и длинных барьеров составляет  $EF \geq 0,9QP$

Ориентация оси деформации	$\beta_r^S$	$\beta_D^S$	$L_S$
[1 0 0]	0,109	0,0026	$\approx 53 \cdot 10^{-6}$ м
[1 0 1]	0,104	0	–
$[\bar{1} 1 1]$	0,163	0,0025	$\approx 44 \cdot 10^{-6}$ м

Анализируя полученные результаты (табл. 1), можно отметить, что длинные прочные дислокационные соединения, длина которых  $\geq 0,9QP$ , не образуются для оси деформации [101]. Дальнейшие исследования показали, что при ориентации оси деформации [101] образуются длинные соединения порядка  $\approx 0,78QP - 0,88QP$  (табл. 2).

Таблица 2

Длина свободного пробега винтовой дислокации,  
длина наиболее прочных и длинных барьеров составляет  $EF \approx 0,78QP - 0,88QP$

Ориентация оси деформации	$\beta_r^S$	$\beta_D^S$	$L_S$
[1 0 1]	0,104	0,0082	$\approx 30 \cdot 10^{-6}$ м

**Выводы.** В результате проведенных исследований определена длина пробега винтовых компонентов петли для трех ориентаций оси деформации кристалла. Выявлено, что длинные прочные соединения способные быть барьерами, ограничивающими зону сдвига, не образуются при ориентации оси деформации [101]. Наибольший пробег винтовые сегменты петли имеют при ориентации оси деформации [100]. Модифицированная модель междислокационных взаимодействий позволяет определить искомый параметр  $\beta_D^S$  и тем самым найти зависимость длины свободного пробега сегментов винтовой ориентации от плотности дислокаций.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kurinnaya R., Zgolich M., Cherepanov D., Starenchenko V., Selivanikova O., Matveev M. Length of a free path of the screw dislocation segments in FCC – single crystals // AIP Conf. Proc. – 2017. – V. 1800 – P. 030006-1–030006-7.
2. Schoek J., Fridman R. The contribution of the dislocation forest to the flow stress // Phys. Stat. Sol. (b). – 1972. – V. 53. – P. 661–674.
3. Puschl W., Frydman R., Schoek J. The strength of the dislocation forest  $30^\circ$  u  $60^\circ$  dislocations // Phys. Stat. Sol. (a). – 1982. – V. 74. – N 1. – P. 211–216.
4. Kurinnaya R., Zgolich M., Starenchenko V., Sadritdinova G. The length change of a dislocation junction in FCC-single crystals under stress // AIP Conf. Proc. – 2016. – V. 1698. – P. 040001-1–040001-6.
5. Куринная Р.И., Зголич М.В., Старенченко В.А. Влияние ориентации реагирующей скользящей дислокации на прочность дислокационных соединений в ГЦК-кристаллах // Изв. Вузов Физика. – 2015 – Т. 58 – №4 – С.24–29.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ БИОКОМПОЗИТА  
НА ОСНОВЕ МНОГОУРОВНЕВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

В.А. Микушина

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. И.Ю. Смолин

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: [mikushina\\_93@mail.ru](mailto:mikushina_93@mail.ru)

**DETERMINATION OF EFFECTIVE MECHANICAL PROPERTIES OF BIOCOMPOSITE  
ON THE BASIS OF MULTILEVEL MODELING**

V.A. Mikushina

Scientific Supervisor: Associate. Prof., Dr. I.Yu. Smolin

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: [mikushina\\_93@mail.ru](mailto:mikushina_93@mail.ru)

***Abstract.** Numerical simulation of biocomposite "zirconia-based ceramics - cortical bone" was performed using multilevel approach. The effective mechanical properties of the ceramic biocomposite were determined.*

**Введение.** Использование новых материалов для производства более качественных изделий медицинской техники, а также создание новых биокomпозитных материалов для восстановления структуры поврежденных костных тканей являются основными задачами перед современной медициной. Так, хирургическая медицина использует изделия из керамических материалов для создания «заменителей» поврежденных или разрушенных тканей человеческого тела. Для создания костных протезов большой интерес проявляется к керамическим материалам на основе диоксида циркония, характеризующимся высокой прочностью, а также прекрасной биосовместимостью с живыми тканями организма человека [1, 2]. Методы компьютерного моделирования позволяют получить информацию о механических и биологических свойствах таких материалов. В настоящее время существует много различных подходов и численных методов для оценки механических свойств керамических материалов [3–5]. Одним из таких подходов является многоуровневый подход, который позволяет учесть особенности структуры разного масштаба и ее влияние на эффективные механические свойства композитов.

Целью данной работы является численное изучение особенностей изменения параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) в керамическом пористом биокomпозите «керамика на основе  $ZrO_2$  - кортикальная костная ткань» при механическом нагружении и определение его эффективных механических свойств. Для достижения поставленной цели было проведено численное моделирование механического поведения представительного объема биокomпозита на основе пористой керамики с учетом накопления повреждений.

**Описание объекта исследования и использованного численного метода моделирования.** Модель представительного объема биокomпозита представлена на рис. 1. Биокomпозит представляет собой пористую керамику на основе диоксида циркония, заполненную кортикальной костной тканью.

При построении двумерной геометрической модели поры были представлены круговыми включениями, которые хаотично размещены в пределах моделируемого объема с полидисперсным распределением по размерам. В качестве представительного объема рассматривался объем, размеры которого в 15 раз превышали размеры наибольшей поры. Такой размер соответствует обычным требованиям, предъявляемым к методикам исследования параметров структуры материала.

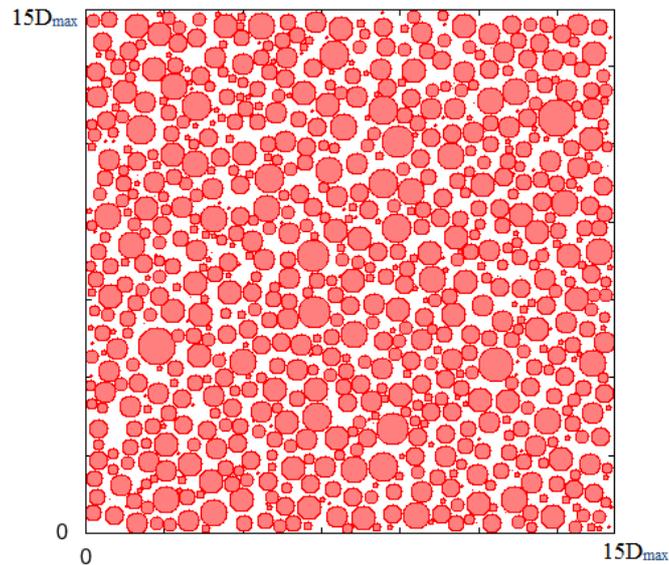


Рис. 1. Модель представительного объема биокompозита

В пределах представительного объема выбирались случайно 300 точек в которых исследовались локальные упругие и прочностные свойства. Для определения этих свойств каждая точка на мезоскопическом уровне представлена объемом с характерной ему структурой. Учитывая нелинейный характер задачи определения параметров НДС на мезоуровне, она решалась при помощи метода пошагового нагружения. На каждом шаге по нагрузке в каждом объеме вычислялись поля мезоуровневых значений напряжений и деформаций, а также значения параметров повреждаемости керамики и кости. Расчет параметров напряженно-деформированного состояния объема биокompозита на мезоскопическом уровне производился с помощью метода конечных элементов в двумерной постановке. Рассматривался случай квазистатического одноосного нагружения и упруго-хрупкая модель материала.

**Результаты.** В результате проведенных расчетов были получены средние значения параметров НДС биокompозита, по которым была построена диаграмма деформирования биокompозита (рис. 2).

Начиная с деформации равной 0,6%, наблюдается нарушение линейной зависимости между значениями эффективных напряжений и значениями эффективных деформаций. Это объясняется тем, что при данном значении деформации в отдельных объемах мезоскопического уровня начинают выполняться условия локального повреждения. С ростом деформации эффект накопления повреждений усиливается, в связи с этим наблюдается уменьшение угла наклона кривой деформирования, что означает снижение эффективного модуля упругости. Точка А на кривой деформирования соответствует значениям эффективных напряжений и деформаций, при которых отмечено выполнение перколяционного критерия макропрочности [6].

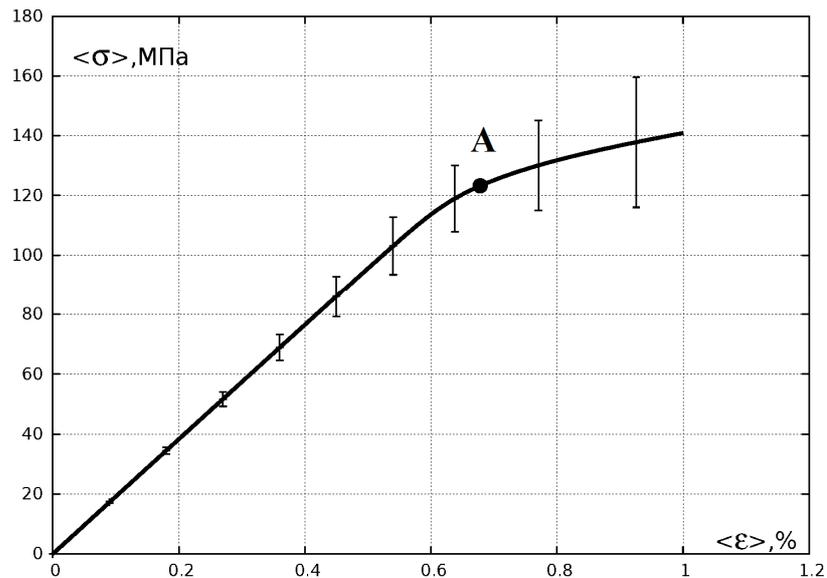


Рис. 2. Диаграмма деформирования биокompозита

**Выводы.** Применение многоуровневого подхода для моделирования механического поведения композитов с учетом повреждаемости [6] позволило предельные значения эффективных напряжений и деформаций, соответствующие перколяционному критерию прочности:  $\sigma_{\text{eff}} = 124$  МПа,  $\epsilon_{\text{eff}} = 0,68$  % для биокompозита «керамика на основе  $\text{ZrO}_2$  - кортикальная костная ткань».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Канюков В.Н., Стрекаловская А.Д., Килькинов В.И. Материалы для современной медицины: Учебное пособие. – Оренбург: ГОУОГУ, 2004. – 113с.
2. Михайлина Н.А., Подзорова Л.И., Румянцева М.Н. и др. Керамика на основе тетрагонального диоксида циркония для реставрационной стоматологии // Перспективные материалы. –2010. –№3. – С.44–48.
3. Smolin A.Yu., Roman N.V., Konovalenko Ig.S., Eremina G.M., Buyakova S.P., Psakhie S.G. 3D simulation of dependence of mechanical properties of porous ceramics on porosity // Eng. Fract. Mech. – 2014. – Vol. 130. – P. 53–64.
4. Smolin A.Yu., Shilko E.V., Astafurov S.V., Konovalenko I.S., Buyakova S.P., Psakhie S.G. Modeling mechanical behaviors of composites with various ratios of matrix–inclusion properties using movable cellular automaton method // Def. Technol. – 2015. Vol. 11. – P. 18–34.
5. Каракулов В.В., Смолин И.Ю., Скрипняк В.А. Численная методика прогнозирования эффективных механических свойств стохастических композитов при ударно-волновом нагружении с учётом эволюции структуры // Вестн. Том. гос. ун-та. Матем. и мех. – 2013. – № 4(24). – С. 70–77.
6. Советова Ю.В., Сидоренко Ю.Н., Скрипняк В.А. Многоуровневый подход к определению эффективных свойств композита с учетом повреждаемости // Физ. мезомех. – 2013. – Т. 16. – № 5. – С. 59-65.

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ РЕЖИМОВ КОНВЕКТИВНО-  
РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА  
В НАКЛОННОЙ ПОЛОСТИ С ЛОКАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ**

И.В. Мирошниченко

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: [miroshnichenko@mail.tsu.ru](mailto:miroshnichenko@mail.tsu.ru)

**NUMERICAL STUDY OF TURBULENT CONVECTIVE-RADIATIVE HEAT TRANSFER  
IN AN INCLINED CAVITY WITH A LOCAL HEAT SOURCE**

I.V. Miroshnichenko

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: [miroshnichenko@mail.tsu.ru](mailto:miroshnichenko@mail.tsu.ru)

**Abstract.** *A numerical study of turbulent natural convection with thermal surface radiation inside an inclined square enclosure with a local heat source has been performed. Two-dimensional equations of conservation of mass, momentum and energy have been solved using finite difference method. Localized heating is simulated by a centrally located heat source on the bottom wall. The angle of inclination is used as a control parameter for heat transfer. It was changed from 0 till  $\pi$ . The main attention has been paid to the effect of the inclination angle on the fluid flow and heat transfer patterns.*

Исследования естественной конвекции, как одного из механизмов переноса энергии, активно развиваются в последнее время [1, 2]. Это связано, в первую очередь, с ростом технологических приложений, требующих передачи больших потоков тепла в ограниченном объеме, например, в системах охлаждения процессоров. В то же время в большинстве технических приложений исследуемые области расположены под некоторым углом к вектору силы тяжести. Поэтому возникает необходимость изучить влияние угла наклона полости на тепло- и массоперенос в рассматриваемой области.

Целью настоящей работы является численный анализ турбулентных режимов естественной конвекции и теплового поверхностного излучения в наклонной полости при наличии локального источника энергии. Физическая область решения представлена на рис. 1. Внутри полости находится газ, который считается ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Внутренние поверхности твердых стенок являются диффузно-серыми. На вертикальных стенках поддерживается постоянная температура  $T_c$ . На оставшихся горизонтальных стенках задано условие теплоизоляции. На поверхности нижней стенки располагается локальный источник энергии постоянной температуры  $T_h$ . Теплообмен излучением от источника тепловыделения и между стенками моделируется на основе приближения поверхностного излучения. В качестве модели турбулентности использовалась стандартная  $k-\epsilon$  модель.

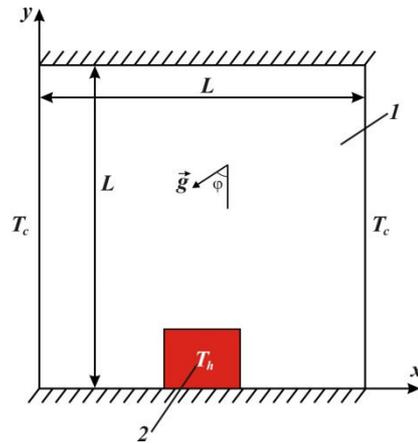


Рис.1. Область решения задачи:

1 – воздушная полость, 2 – локальный изотермический источник энергии

Процесс переноса массы, импульса и энергии в рассматриваемой области (рис. 1) описывается системой уравнений в переменных «функция тока–завихренность» с использованием алгебраического преобразования координат (1), позволяющего сгустить расчетную сетку к стенкам и источнику энергии.

$$\xi = a + \frac{b-a}{2} \left\{ 1 + \operatorname{tg} \left[ \frac{\pi \kappa}{b-a} \left( x - \frac{a+b}{2} \right) \right] \right\} / \operatorname{tg} \left[ \frac{\pi}{2} \kappa \right], \quad (1)$$

$$\eta = a + \frac{b-a}{2} \left\{ 1 + \operatorname{tg} \left[ \frac{\pi \kappa}{b-a} \left( y - \frac{a+b}{2} \right) \right] \right\} / \operatorname{tg} \left[ \frac{\pi}{2} \kappa \right].$$

Система уравнений в безразмерном виде с учетом представленного выше преобразования координат может быть записана следующим образом [3]:

$$\frac{d^2 \xi}{dX^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \left( \frac{d\xi}{dX} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + \frac{d^2 \eta}{dY^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} + \left( \frac{d\eta}{dY} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} = -\Omega, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \left( U - \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \left( V - \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial v_t}{\partial \eta} \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} = \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \left( \sqrt{\operatorname{Pr}} + v_t \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right] + \\ & + \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \sqrt{\operatorname{Pr}} + v_t \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right] + \left( \frac{d^2 \xi}{dX^2} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} + \left( \frac{d\xi}{dX} \right)^2 \frac{\partial^2 v_t}{\partial \xi^2} - \frac{d^2 \eta}{dY^2} \frac{\partial v_t}{\partial \eta} - \left( \frac{d\eta}{dY} \right)^2 \frac{\partial^2 v_t}{\partial \eta^2} \right) \times \\ & \times \left( \Omega + 2 \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + 4 \frac{d\xi}{dX} \left( \frac{d\eta}{dY} \right)^2 \frac{\partial^2 v_t}{\partial \xi \partial Y} \frac{\partial \eta}{\partial \eta} + \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \cos \varphi - \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \sin \varphi, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + V \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{\operatorname{Ra} \operatorname{Pr}}} + \frac{v_t}{\operatorname{Pr}_t} \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right] + \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{\operatorname{Ra} \operatorname{Pr}}} + \frac{v_t}{\operatorname{Pr}_t} \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right], \quad (4)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \tau} + U \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial K}{\partial \xi} + V \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial K}{\partial \eta} = \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \left( \frac{\sqrt{\operatorname{Pr}}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial K}{\partial \xi} \right] + \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \frac{\sqrt{\operatorname{Pr}}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial K}{\partial \eta} \right] + \bar{P}_k + \bar{G}_k - E, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E}{\partial \tau} + U \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial E}{\partial \xi} + V \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial E}{\partial \eta} = \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \left( \frac{\sqrt{\operatorname{Pr}}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right] + \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \frac{\sqrt{\operatorname{Pr}}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial E}{\partial \eta} \right] + \\ & + \left[ c_{1\varepsilon} (\bar{P}_k + c_{3\varepsilon} \bar{G}_k) - c_{2\varepsilon} E \right] \frac{E}{K}. \end{aligned} \quad (6)$$

Значения  $P_k, G_k$ , а также параметры стандартной  $k-\epsilon$  модели турбулентности для данной задачи подробно описаны в [3,4].

Начальные и граничные условия для сформулированной системы уравнений (2)–(6) имеют следующий вид:

- При  $\tau = 0$ :  $\Psi(\xi, \eta, 0) = \Omega(\xi, \eta, 0) = \Theta(\xi, \eta, 0) = K(\xi, \eta, 0) = E(\xi, \eta, 0) = 0$
- На границе  $\eta = 0$ :  $\Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} = 0, \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = N_{\text{rad}} \cdot Q_{\text{rad}}, K = 0, \frac{\partial E}{\partial \eta} = 0;$
- На границе  $\eta = 1$ :  $\Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} = 0, \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = -N_{\text{rad}} \cdot Q_{\text{rad}}, K = 0, \frac{\partial E}{\partial \eta} = 0;$
- На границе  $\xi = 0$ :  $\Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = 0, \Theta_c = -0.5, K = 0, \frac{\partial E}{\partial \xi} = 0;$
- На границе  $\xi = 1$ :  $\Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = 0, \Theta_c = -0.5, K = 0, \frac{\partial E}{\partial \xi} = 0;$
- На поверхности источника энергии:  $\Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial n} = 0, \Theta = 0.5.$

Дифференциальные уравнения (2)–(6) с соответствующими начальными и граничными условиями решены методом конечных разностей [3, 4] на равномерной сетке  $(\xi, \eta)$  размерностью  $150 \times 150$ . Для определения безразмерной плотности радиационного потока  $Q_{\text{rad}}$  применялся метод сальдо [3, 4].

В результате проведенных исследований получены распределения изолиний функции тока, температуры, турбулентных параметров. Показано, что наличие поверхностного излучения сильно модифицирует структуру течения в полости. Определены средние конвективное и радиационное числа Нуссельта, характеризующие теплообмен на поверхности источника энергии, в зависимости от угла наклона полости. Установлено, что увеличение угла наклона  $\varphi$  от  $60^\circ$  до  $150^\circ$  приводит к увеличению среднего конвективного числа Нуссельта на 51%.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-2819.2017.8).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лыков А. В., Алексащенко А. А., Алексащенко В. А. Сопряженные задачи конвективного теплообмена. Минск: Изд-во БГУ, 1971. – 346 с.
2. Xaman J., Arce J., Alvarez G., Chavez Y. Laminar and turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity with a glass wall // International Journal of Thermal Sciences. – 2008. – Vol. 47. – Pp. 1630–1638.
3. Miroshnichenko I.V., Sheremet M.A. Numerical simulation of turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity // International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow. – 2015. – Vol. 25. – Pp. 1600-1618.
4. Miroshnichenko I.V., Sheremet M.A., Mohamad A.A. Numerical simulation of a conjugate turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in an enclosure with a heat source // International Journal of Thermal Sciences. –2016. – Vol. 109, Pp. 172-181.

**МИКРОСЕРВИС ДЛЯ ЗАГРУЗКИ ДАННЫХ  
ИЗ СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ TWITTER ДЛЯ АНАЛИЗА ЭМОЦИЙ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ**

М.В. Мытницкая, Е.О. Шубкин.

Научный руководитель: доцент, к.т.н. Е.Е. Лунева

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [mashka7737@gmail.com](mailto:mashka7737@gmail.com)

**MICROSERVICE FOR DOWNLOADING DATA  
FROM SOCIAL NETWORK TWITTER FOR ANALYSIS OF USERS EMOTIONS**

M.V. Mytnitskaya, E.O. Shubkin

Scientific Supervisor: Associate Prof., Ph.D. E.E. Luneva

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [mashka7737@gmail.com](mailto:mashka7737@gmail.com)

***Abstract.** Micro blogs on the Twitter platform have become an important tool for exchanging views and different points of view. The analysis of these opinions is a powerful tool that is applicable in many areas of activity. In particular, automated analysis of messages can provide hidden information about the state of the stock market. Studies of economists from the Munich Technical University showed that the moods that are present in messages from Twitter similarly develop in the stock market and moreover they sometimes outpace them for one day.*

**Введение.** Микро блоги на платформе Twitter стали важным инструментом для обмена мнениями и различными точками зрения. Анализ этих мнений является мощным инструментом, применимым во многих сферах деятельности. В частности, автоматизированный анализ сообщений может дать скрытую информацию о состоянии рынка акций. Исследования экономистов из Мюнхенского Технического Университета показали, что настроения, присутствующие в сообщениях из Twitter аналогично развиваются и на фондовом рынке и более того порой они опережают их на один день.

**Цель работы.** Разработка микросервиса для загрузки данных из социальной сети для последующего анализа предложений на основе разработанной методики.

**Задачи.**

1. Изучить API Twitter для загрузки массива данных, поиск сообщений пользователей по ключевым словам.
2. Реализация тестового сбора данных из социальной сети.
3. Изучить методики работы с использованием технологии MVC
4. Реализация микросервиса с собственным API для выгрузки данных по заданным пользователем параметрам.
5. Проанализировать способы автоматизированного анализа текста, рассмотреть грамматику составляющих, зависимости, дерева разбора.
6. Тестирование и развертывание микросервиса.

**Материалы и методы исследования.** REST API - архитектурный стиль взаимодействия компонентов распределённого приложения в сети.

В сети Интернет, вызов удалённой процедуры может представлять собой обычный HTTP-запрос (обычно «GET» или «POST»; такой запрос называют «REST-запрос»), а необходимые данные передаются в качестве параметров запроса. Отсюда следует главное правило REST архитектуры - в период между запросами клиента никакая информация о состоянии клиента на сервере не хранится. Все запросы от клиента должны быть составлены так чтобы сервер получил всю необходимую информацию для выполнения запроса [1].

Основные преимущества микросервисной архитектуры:

- Разработка и поддержка микросервисов небольшого размера во многом проще чем разработка и поддержка микросервисов больших размеров. Чем короче код, тем легче восстановить его в памяти.
- При использовании REST API становятся доступны все присущие ему преимущества такие как простота интерфейса, надёжность и легкость внесения изменений [2].
- Поскольку каждый микросервис представляет собой отдельный проект, это позволяет строить иерархии из сервисов. То есть, некие сервисы будут использованы только парой сервисов, предоставляющих внешний API для других сервисов. Масштабированный подход позволяет одновременно работать над одной системой сразу нескольким программистам. За счет этого исчезают проблемы, связанные с разрешением конфликтов или поиском сложных логических ошибок.

**Результаты.** Создана программа, которая выполняет запрос, с использованием Twitter API в социальную сеть.

```
This XML file does not appear to have any style information associated with it. The document tree is shown below.
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" standalone="yes" ?>
<ArrayOfTweets xmlns:i="http://www.w3.org/2001/XMLSchema-instance" xmlns="http://schemas.datacontract.org/2004/07/
  <Tweets>
    <CreatedBy>dcs</CreatedBy>
    <CreatedByID>1323</CreatedByID>
    <CreationDate>2016-12-23T23:52:03.2</CreationDate>
    <FullText>Hello</FullText>
    <Id>1</Id>
    <IsRetweet>false</IsRetweet>
    <RetweetCount>4</RetweetCount>
  </Tweets>
  <Tweets>
    <CreatedBy>Jondalf Thrasher</CreatedBy>
    <CreatedByID>800380580042944512</CreatedByID>
    <CreationDate>2016-12-23T23:52:00.397</CreationDate>
    <FullText>
      RT @SupermanTweets: Preparing for President Trump... https://t.co/eHGBeZNI7L
    </FullText>
    <Id>2</Id>
    <IsRetweet>true</IsRetweet>
    <RetweetCount>20</RetweetCount>
  </Tweets>
  <Tweets>
    <CreatedBy>Eugenio Bertolaccini</CreatedBy>
    <CreatedByID>276544322</CreatedByID>
```

Рис. 1. Ответ микросервиса в виде сериализованных данных XML

Для обеспечения авторизации приложения для взаимодействия с API Twitter создан класс авторизации пользователя с использованием pin-кода. Из полученных данных исключаются ненужные атрибуты (т.е. все кроме текста твита, ID сообщения, имени автора, ID автора, оригинального поста и количественных характеристик - количество лайков, репостов). Используется собственный экземпляр класса, который агрегирует полученную выборку. При запросе пользователя к микросервису,

упорядоченные данные возвращаются в формате json или xml. При тестировании приложения возвращаемый формат зависит от браузера, из которого поступает запрос (рис. 1).

При разработке использовалась такая архитектура программы, которая позволила подключить разрабатываемые классы к новому микросервису без значительного изменения кода.

Микросервис предоставляет собственный API пользователю, выполняющий набор функций. Пользователь на вход микросервису отправляет ключевое слово или хэштег (или несколько ключевых слов).

Для тестирования микросервиса разработана простой графический интерфейс для обеспечения запросов к сервису (рис. 2).

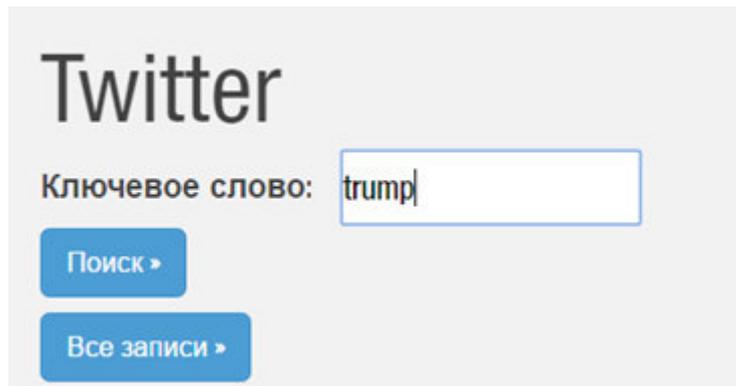


Рис. 2. Графический интерфейс для тестирования микросервиса

Итоговая база данных содержит в себе информацию о отправителе, тексте сообщения и других дополнительных параметрах.

Созданный микросервис позволяет совершить 15 запросов в течении 15 минут не авторизованному пользователю и 180 запросов за 15 минут авторизованному пользователю.

Один запрос может содержать не более 100 записей (стоит отметить что Twitter предоставляет данные о пользователях и твитах только за последние 6-9 дней).

**Планы.** Произвести изменение типа авторизации пользователя на URL redirect authentication. Осуществить переход на систему управления базами данных MongoDB. Далее в планах создание нейросети для анализа эмоций пользователей.

**Выводы.** Исследовательская часть работы по анализу данных связана с изучением теории и разработкой методики анализа текста. Основной результат – готовый микросервис для загрузки данных для последующего анализа предложений на основе разработанной методики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лунёва Е.Е. Способ оценки эмоций пользователей с использованием нечеткой логики на примере социальной сети Twitter [Электронный ресурс]. - режим доступа: <http://elibrary.ru/item.asp?id=23598969>. – 21.10.16
2. Hradil J., Sklenak V. (2017) Practical Implementation of 10 Rules for Writing REST APIs//Journal of Systems Integration (1804-2724), 8(1), 45-54.

**КОНВЕКТИВНО-РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС  
В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ С ТЕПЛОПРОВОДНЫМИ СТЕНКАМИ  
ПРИ НАЛИЧИИ ИСТОЧНИКА ЭНЕРГИИ**

И.И. Носонов

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: nosonov\_94@mail.ru

**CONVECTIVE-RADIATIVE HEAT TRANSFER IN A RECTANGULAR CAVITY WITH HEAT-  
CONDUCTING SOLID WALLS AND LOCAL HEATER**

I.I. Nosonov

Scientific Supervisor: Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: nosonov\_94@mail.ru

***Abstract.** Conjugate mixed convective flow and heat transfer in a rectangular cavity with inlet and outlet sections under the effect of thermal surface radiation is studied numerically. The considered region includes heat conducting solid walls and a local heater. Mathematical model has been formulated in terms of dimensionless stream function, vorticity and temperature. Partial differential equations with corresponding initial and boundary conditions have been solved by finite difference method. The effects of key parameters on fluid flow patterns and temperature fields have been analyzed.*

Интерес к конвективно-радиационному теплообмену обусловлен тем, что эти механизмы переноса энергии встречаются во многих областях науки и техники, особенно ярко эти транспортные процессы проявляются в технических системах, содержащих тепловыделяющие элементы [1–4]. Для моделирования поведения систем охлаждения необходимо детальное исследование нестационарных режимов тепломассопереноса внутри анализируемого объекта с учетом всего спектра определяющих транспортных механизмов теплообмена [1, 2].

В настоящей работе исследуется теплоперенос в прямоугольной полости с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии входного и выходного отверстий, а также изотермического участка (рисунок 1). Анализируются нестационарные режимы теплопереноса за счет механизмов смешанной конвекции и теплового поверхностного излучения в заполняемой несжимаемой жидкостью области с учетом теплопроводности внутри твердых стенок. Предполагается, что во входном сечении задается расход охлаждающей ньютоновской жидкости, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Температура изотермического участка во все время процесса постоянна. Теплофизические характеристики рабочей среды и материала твердых стенок являются постоянными, режим течения – ламинарный. Поверхности стенок считаются диффузно-серыми. Относительно отраженного излучения используются два предположения [2–4]: 1) отраженное излучение является диффузным, т.е. интенсивность отраженного излучения в любой точке границы поверхности равномерно распределена по

всем направлениям, и 2) отраженное излучение равномерно распределено по каждой поверхности замкнутой области решения.

Для математического описания моделируемого процесса используются двумерные нестационарные уравнения Обербека–Буссинеска, сформулированные в безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура», с соответствующими начальными и граничными условиями [3, 4]. Краевая задача решается численно методом конечных разностей [3–5]. Для определения безразмерной плотности радиационного потока применялся метод решения с использованием плотности потока эффективного излучения [2–4], который основан на реализации двух разностных уравнений с использованием метода последовательной верхней релаксации. Для вычисления угловых коэффициентов применялся метод Хоттеля [2–4].

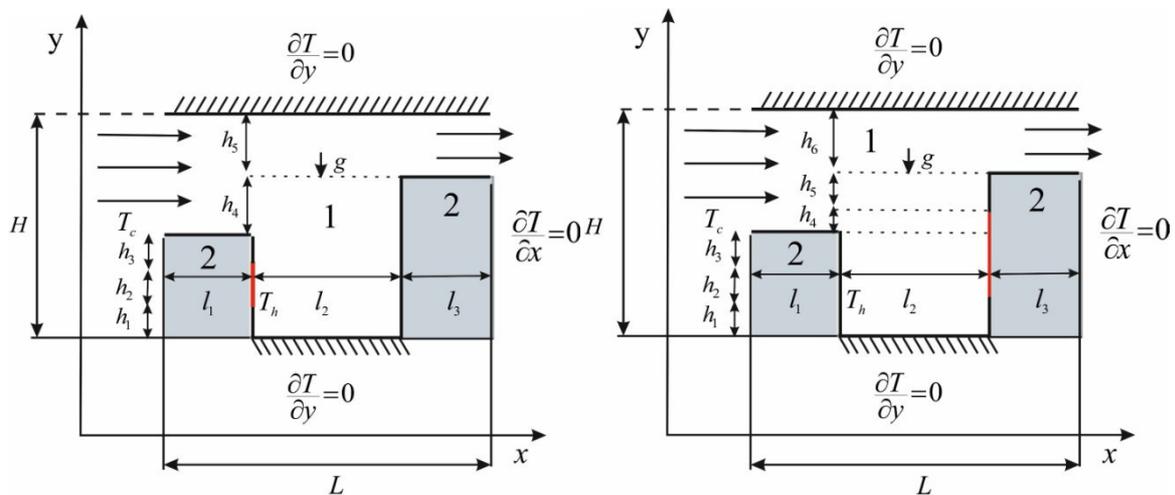


Рис. 1. Область решения задачи

На рис. 2 представлены результаты влияния размерности разностной сетки на профили температуры, отражающие несущественное изменение анализируемого параметра. Для дальнейших расчетов была использована сетка размерностью  $100 \times 100$  элементов.

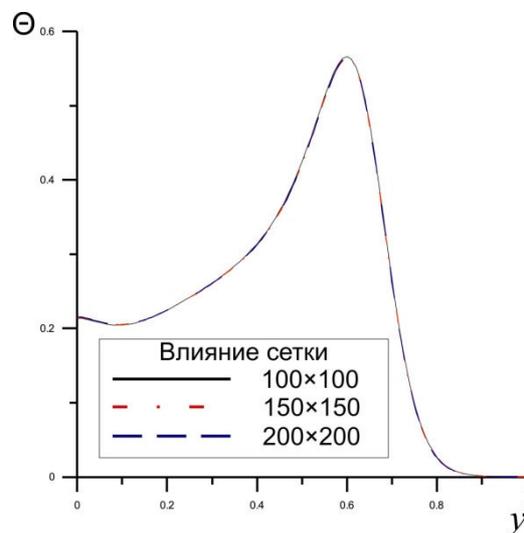


Рис. 2. Профили температуры в зависимости от сеточных параметров

Численное моделирование было проведено в широком диапазоне изменения определяющих параметров. Варьирование теплофизических характеристик ограждающих стенок незначительно влияет на распределения скорости и температуры внутри полости при высоких значениях числа Ричардсона.

На рис. 3 изображены линии тока, изотермы и среднее число Нуссельта при различном размещении источника энергии. В зависимости от расположения тепловыделяющего элемента внутри каверны формируется конвективная ячейка, препятствующая проникновению внешнего вынужденного потока и не позволяющая интенсифицировать теплоотвод от источника, или же внешний поток проникает в каверну и интенсифицирует теплоотвод от нагревательного элемента. Профили среднего числа Нуссельта отражают рост интенсивности теплоотвода при расположении тепловыделяющего элемента на правой стенке каверны.

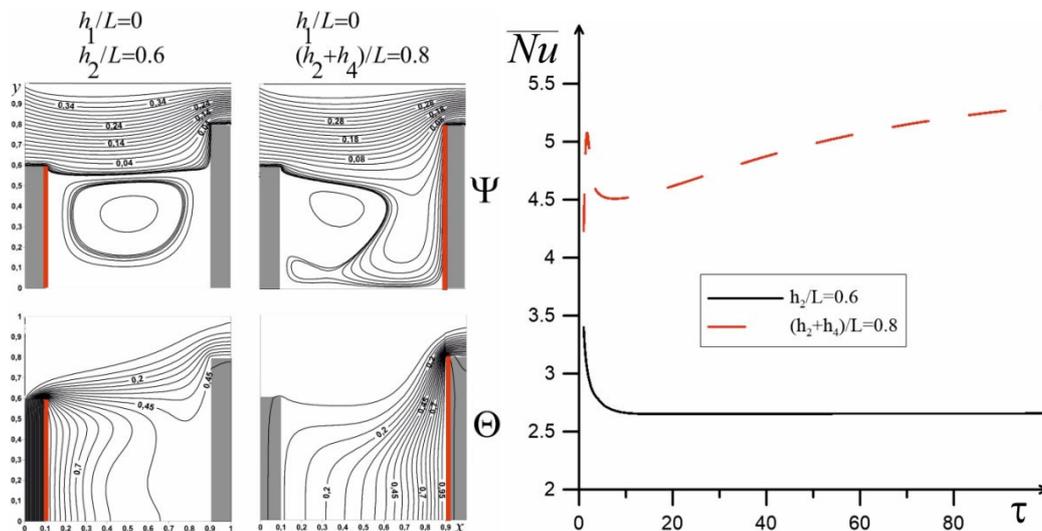


Рис.3. Влияние расположения источника энергии на линии тока  $\Psi$ , изотермы  $\Theta$  и среднее число Нуссельта

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-2819.2017.8).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jaluria Y. Design and Optimization of Thermal Systems. – New York: McGraw-Hill, 1998. – 626 p.
2. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. – М.: Мир, 1975. – 935 с.
3. Мартюшев С.Г., Шермет М.А. Влияние поверхностного излучения на режимы сопряженной естественной конвекции в замкнутой полости с локальным источником энергии // Теплофизика и аэромеханика. – 2013. – Т. 20, № 4. – С. 427–438.
4. Мартюшев С.Г., Мирошниченко И.В., Шермет М.А. Численный анализ пространственных нестационарных режимов сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутом объеме с источником энергии // Инженерно-физический журнал. – 2014. – Т. 87, № 1. – С. 119–128.
5. Носонов И.И. Сопряженные режимы смешанной конвекции в прямоугольной полости с теплопроводными стенками при наличии изотермического участка // Перспективы развития фундаментальных наук: Труды XIII международной конференции. – Томск, 2016. – Т. 3. – С. 84–86.

## ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ

В.О. Ночёвкина<sup>1</sup>

Научный руководитель: профессор, д.т.н А.А. Мицель<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,  
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 40, 634050

<sup>2</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [voyazynina@mail.ru](mailto:voyazynina@mail.ru)

## TWO-CRITICAL MODEL OF PRODUCTION PROGRAM

V.O. Nochyovkina<sup>1</sup>

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.A. Mizel<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634050

<sup>2</sup>Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [voyazynina@mail.ru](mailto:voyazynina@mail.ru)

***Abstract.** This article describes the two-criteria task of production planning. Namely, the task consists of the task of maximizing profits and the task of loading equipment.*

**Введение.** Планирование производства продукции является важнейшим условием экономического роста, а так же успешной реализации продукции.

При планировании производства определяются:

- количество комплектующих изделий, необходимых для производства;
- промежуток времени, в течение которого производится продукция;
- количество сырья и оборудования, необходимых для производства требуемого объёма продукции в рамках запланированного периода времени [1].

Цель работы: формулировка двухкритериальной модели планирования производства продукции на предприятии, с целью минимизации затрат и получения максимальной прибыли.

Исходя из поставленной цели решаются следующие задачи:

- 1) моделирование схем процесса производства видов продукции;
- 2) получение информации о ресурсном обеспечении производства продукции;
- 3) объединение задачи максимизации прибыли и задачи загрузки оборудования.

**Принципы производства исследуемого предприятия.** В качестве объекта исследования выступает предприятие, занимающееся производством игрушек, где действует многоэтапный процесс производства. Для каждого вида продукции используется свой «набор» оборудования в определённой последовательности. Схема процесса производства видов продукции представлена на рис. 1:

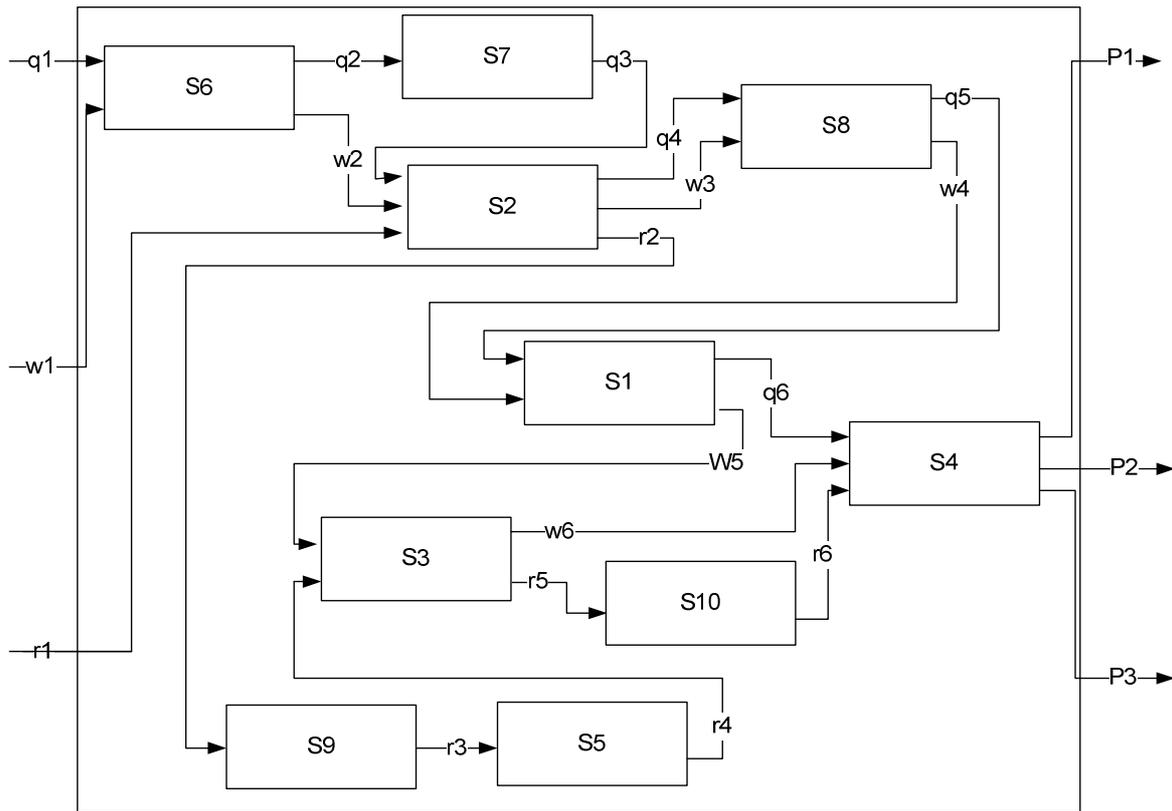


Рис. 1. Схема процесса производства продукции видов P1, P2, P3

**Двухкритериальная задача.** Для формулировки двухкритериальной задачи используются задачи максимизации прибыли и загрузки оборудования.

Результатом решения задачи планирования производства (максимизации прибыли) является такой план по выпуску продукции, при котором прибыль от ее реализации будет максимальной при заданных ограничениях на сырье и номенклатуру продукции. Задача о загрузке оборудования состоит в том, чтобы определить план работы станков (т.е. так распределить выпуск продукции между станками), чтобы затраты на производство всей продукции были минимальными. [2]

Введем обозначения:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  – количества изделий  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  соответственно;  $e_{ij}$  – элементы технологической матрицы затрат  $i$ -го вида сырья на единицу  $j$ -го вида продукции ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ );  $\gamma_i$  – запасы  $i$ -го вида сырья,  $i = 1, \dots, m$ ;  $\beta_j^L, \beta_j^U$  – ограничения по выпуску продукции,  $j = 1, \dots, n$ ;  $c_j$  – прибыль, приносимая при реализации одного изделия  $j$ -го вида,  $j = 1, \dots, n$ ;  $a_{sj}$  – элементы матрицы производительности  $s$ -го станка, занятого изготовлением одного изделия  $j$ -го вида,  $s = 1, \dots, k; j = 1, \dots, n$ ;  $t_{sj}$  – время, в течение которого  $s$ -ый станок занят изготовлением изделия  $j$ -го вида,  $s = 1, \dots, k; j = 1, \dots, n$ ;  $b_{sj}$  – удельные затраты, связанные с изготовлением изделия  $j$ -го вида на  $s$ -ом станке;  $T$  – длительность работы станков.

Требуется так спланировать производство, чтобы план по выпуску продукции был выполнен, при этом суммарная прибыль обращалась в максимум, а затраты были минимальны.

Обязательность выполнения планового задания запишется в виде трёх ограничений-неравенств:  $x_j \geq \beta_j^L, j=1, \dots, n$ . Отсутствие излишней продукции (затоваривания) даст ещё три ограничения-неравенства:  $x_j \leq \beta_j^U, j=1, \dots, n$ . Запишем ограничения по плану выпуска продукции через переменные

$t_{sj}$ , тогда  $x_j = \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj}$  и мы имеем

$$B_j^L \leq \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj} \leq \beta_j^U, j=1, \dots, n. \quad (1)$$

Кроме того, нам должно хватить сырья. Соответственно будем иметь четыре ограничения-неравенства:

$$\sum_{j=1}^n e_{ij} \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj} \leq \gamma_i, i=1, \dots, m. \quad (2)$$

Запишем ограничения по времени:

$$\sum_{j=1}^n t_{sj} \leq T, s=1, \dots, k. \quad (3)$$

Кроме того, необходимо наложить ограничение на переменные

$$t_{sj} \geq 0, s=1, \dots, k; j=1, \dots, n \quad (4)$$

Таким образом, нужно найти значения переменных  $t_{sj}$  ( $s=1, \dots, k; j=1, \dots, n$ ), чтобы они удовлетворяли неравенствам-ограничениям (1)-(4) и при этом прибыль принимала максимальное значение

$$L = \sum_{j=1}^n c_j \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj} \rightarrow \max_t, \quad (5)$$

а затраты на производство продукции были минимальны

$$f = \sum_{s=1}^k \sum_{j=1}^n b_{sj} t_{sj} \rightarrow \min_t. \quad (6)$$

**Заключение.** Итак, мы имеем двухкритериальную задачу линейного программирования. В ней объединены две задачи: 1) задача максимизации прибыли при заданных ограничениях на сырье и номенклатуру продукции; 2) задача загрузки оборудования, обеспечивающая минимизацию затрат на производство. Во время доклада будет представлено решение сформулированной двухкритериальной задачи, при заданных значениях параметров. Дальнейшая работа заключается в решении вопроса устойчивости решения двухкритериальной задачи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хазанова Л. Э. Математические методы в экономике: учеб. пособие / Л. Э. Хазанова. - М.: Изд-во БЕК, 2002. - 144 с.
2. Исследование операций и методы оптимизации. Часть 1. Лекционный курс. Составитель А.А. Мицель. – Томск: Изд. Томский государственный университет, 2014. – 137 с.

**АНАЛИЗ РЕЖИМОВ РАБОТЫ  
ЛИНЕЙНОГО КРИСТАЛЛИЗАТОРА НЕПРЕРЫВНОГО ДЕЙСТВИЯ**

Е.А.Посеницкий<sup>1</sup>

Научный руководитель: директор отделения, к.ф.-м.н. В.А. Кашеев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

<sup>2</sup>Высокотехнологический научно-исследовательский институт неорганических материалов имени

академика А.А. Бочвара, Россия, г. Москва, ул. Рогова, 5а, 123098

E-mail: [posenickiy@gmail.com](mailto:posenickiy@gmail.com)

**ANALYSIS OF LINEAR CONTINUOUS CRYSTALLIZER OPERATING MODES**

E.A. Posenitskiy<sup>1</sup>

Scientific Supervisor: Dir. of Department, Ph.D. V.A. Kasheev<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

<sup>2</sup>Research Institute for Inorganic Materials, Russia, Moscow, Rogov St., 5a, 123098

E-mail: [posenickiy@gmail.com](mailto:posenickiy@gmail.com)

***Abstract.** The object of research is linear continuous crystallizer (LCC) operating modes. LCC is device, which can provide effective crystallization refining of uranyl nitrate (UN) from nitric acid solution during spent nuclear fuel (SNF) reprocessing. The purpose of the work is mathematical description of operating mode parameters – LCC operational efficiency and time required for accumulation tank filling with uranyl nitrate hexahydrate (UNH) crystals. Presented estimates have been compared with experimental data and numerical simulation results.*

**Введение.** Основной задачей процесса переработки облученного ядерного топлива (ОЯТ) является извлечение присутствующих в ОЯТ делящихся материалов (урана и плутония) с целью их повторного использования для фабрикации ядерного топлива [1], причем при переработке необходимо обеспечить высокую степень очистки делящихся материалов от накопленных в ОЯТ продуктов деления. Промышленно используемая в Российской Федерации [2] и других странах технология переработки ОЯТ основана на растворении ОЯТ в азотной кислоте и использовании различных экстрагентов для селективного извлечения делящихся материалов из азотнокислого раствора. Отработавший экстрагент является радиоактивным продуктом, его утилизация представляет серьезную проблему и сопровождается возникновением органических радиоактивных отходов. В связи с этим, особый интерес представляет разработка технологических операций, основанных на использовании безреагентных способов извлечения целевых продуктов из ОЯТ.

Одним из таких способов является метод кристаллизационного выделения урана и плутония из ОЯТ [3,4]. Метод основан на создании условий, при которых целевые продукты, находящиеся в растворенном виде в азотнокислом растворе, выделяются в кристаллическую фазу. Указанный метод в последние годы достаточно интенсивно разрабатывается и имеет аппаратное воплощение в виде экспериментальных аппаратов – кристаллизаторов, наиболее совершенный из которых – линейный

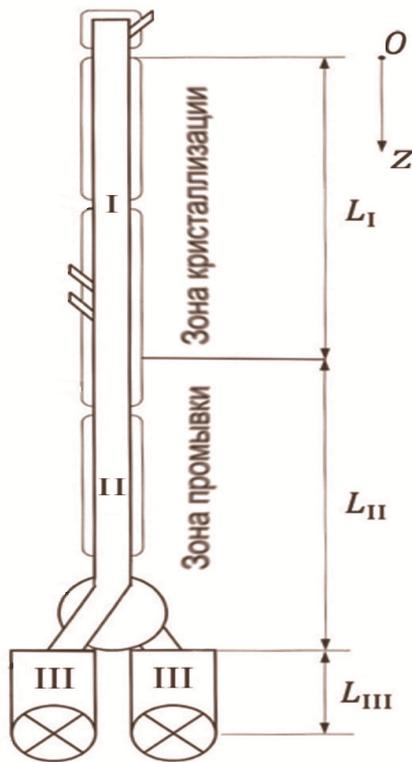


Рис. 1. Схема линейного кристаллизатора. I – зона кристаллизации, II – зона промывки, III – накопительная емкость

кристаллизатор непрерывного действия, разработанный в АО «ВНИИНМ» [5], схематически изображен на рис. 1.

**Оценка эффективности кристаллизационного процесса и времени заполнения накопительной емкости в заданном режиме.** Анализ работы линейного кристаллизатора [6] при различных значениях геометрических и температурных (распределение температуры на стенках аппарата) параметров, а также при различном составе подаваемого на вход аппарата исходного раствора НУ, показал, что существуют режимы, при которых на границе зон в объеме аппарата устанавливается равновесие между жидкой и твердой фазами, то есть прекращается массообмен между фазами. Подобные режимы соответствуют максимальной доле выхода целевого продукта в кристаллическую фазу и естественно представляют наибольший интерес при промышленном использовании линейного кристаллизатора. Проанализированы указанные режимы работы и получены приближенные выражения для оценки важных с практической точки зрения характеристик работы аппарата – эффективности  $\Omega$  выделения урана в кристаллическую

фазу и времени заполнения  $\tau$  накопительной емкости кристаллической фазой.

$$\Omega = \frac{C_{\text{ТВ}} - \sigma C_{\text{Ж}}^{22}}{C_0} \frac{C_0 - C_{\text{Ж}}^{11}}{C_{\text{ТВ}} - C_{\text{Ж}}^{11}} - \frac{C_{\text{Ж}}^{12}}{C_{\text{ТВ}} - C_{\text{Ж}}^{12}} \frac{Q_{\text{пр}}}{\rho_0 v_0 S}; \quad \tau = \frac{V \rho_{\text{ТВ}}}{\rho_0 v_0 S} \frac{\left( \omega + \frac{C_{\text{Ж}}^{22} \sigma}{2} \left[ \frac{1}{C_{\text{ТВ}} - C_{\text{Ж}}^{22} \sigma} + \frac{1 - \omega}{C_{\text{ТВ}}} \right] \right) \left( 1 + \sigma \frac{C_{\text{Ж}}^{12} - C_{\text{Ж}}^{22}}{C_{\text{ТВ}} - C_{\text{Ж}}^{12}} \right)}{\frac{C_0 - C_{\text{Ж}}^{11}}{C_{\text{ТВ}} - C_{\text{Ж}}^{11}} - \frac{C_{\text{Ж}}^{12}}{C_{\text{ТВ}} - C_{\text{Ж}}^{12}} \frac{Q_{\text{пр}}}{\rho_0 v_0 S}}$$

где  $\sigma = \rho_{\text{Ж}}^{22} / \rho_{\text{ТВ}}$ ;  $C_{\text{Ж}}^{ij} = C_{\text{Ж}}(T_i, \psi_j)$  ( $i, j = 1, 2$ ) – массовая доля НУ в жидкой фазе на границе раздела зон аппарата;  $T_1$  и  $T_2$  – температура жидкой фазы на границе зон I-II и II-III соответственно;  $C_{\text{ТВ}}$  – массовая доля кристаллов ГНУ в растворе;  $\rho_0, v_0, C_0, Q_{\text{пр}}$  – параметры растворов (маточного и промывного), поступающих в аппарат;  $V$  – объем накопительной емкости;  $\omega = 55\%$  – объемное содержание кристаллической фазы в накопительной емкости [7].

**Валидация результатов.** Для валидации полученных выражений была проведена серия численных расчетов по разработанной ранее математической модели нестационарных режимов работы линейного кристаллизатора непрерывного типа [8]. В таблице 1 приведены значения параметров кристаллизации ГНУ для различных режимов работы аппарата. Использованные обозначения:  $\tau_{\text{м}}$  – время заполнения накопительной емкости, полученное в результате расчетов по математической модели,  $C_{\text{НУ}}$  и  $C_{\text{HNO}_3}$  – массовая доля НУ и азотной кислоты в жидкой фазе соответственно.

Таблица 1

Параметры работы аппарата в различных режимах работы (температура подаваемого маточного раствора  $T_0 = 60^\circ\text{C}$ ; температура стенок аппарата  $T_1 = 11^\circ\text{C}$ ;  $T_2 = 6^\circ\text{C}$ )

$Q_{\text{пр}}$ , кг/ч	Концентрационный режим		Эффективность кристаллизации и время заполнения емкости (мин)	
	Состав входящего плава	Исходный состав жидкой фазы в емкости	Оценка по формулам	Расчет по уравнениям мат. модели [6,8]
0,24	$C_{\text{H}_2\text{U}} = 70\%$ $C_{\text{HNO}_3} = 5\%$	$C_{\text{H}_2\text{U}} = 0\%$ $C_{\text{HNO}_3} = 45\%$	$\Omega = 83\%$	$\Omega = 85\%$
			$\tau = 98$	$\tau_{\text{м}} = 96$
0,23	$C_{\text{H}_2\text{U}} = 65\%$ $C_{\text{HNO}_3} = 6\%$	$C_{\text{H}_2\text{U}} = 0\%$ $C_{\text{HNO}_3} = 40\%$	$\Omega = 76\%$	$\Omega = 79\%$
			$\tau = 126$	$\tau_{\text{м}} = 124$
0,00	$C_{\text{H}_2\text{U}} = 70\%$ $C_{\text{HNO}_3} = 5\%$	$C_{\text{H}_2\text{U}} = 0\%$ $C_{\text{HNO}_3} = 45\%$	$\Omega = 87\%$	$\Omega = 87\%$
			$\tau = 96$	$\tau_{\text{м}} = 95$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Taylor R. Reprocessing and Recycling of Spent Nuclear Fuel. – Woodhead Publishing, 2015.
2. Балакин И.М., Роцин А.Н., Никулин С.Л. и др. Разработка и совершенствование фильтрационного и экстракционного оборудования завода РТ-1 // Вопросы радиационной безопасности. – 1997. – № 2. – С. 13–26.
3. Пат. 2268510 РФ. G21C19/46. Способ очистки нитрата уранила от продуктов деления и устройство для его осуществления / Волк В.И., Арсеенков Л.В., Данилин Е.М. и др. Заявлено 24.02.2004; Опубл. 20.01.2006.
4. Волк В.И., Арсеенков Л.В., Веселов С.Н., Жеребцов А.А., Мельникова С.Н. Физико-химические основы процесса кристаллизационного выделения и очистки урана в виде плава гексагидрата нитрата уранила // Радиохимия–2009: Сб. тезисов докладов конференции. Москва, 2009. – С. 221.
5. Пат. 2528399 РФ. G21C19/00. Способ кристаллизационного выделения и очистки гексагидрата нитрата уранила и устройство для его осуществления / Волк В.И., Арсеенков Л.В., Веселов С.Н. и др. Заявлено 23.01.2013; Опубл. 20.09.2014.
6. Веселов С.Н., Волк В.И., Кашеев В.А., Подымова Т.В., Посеницкий Е.А. Кристаллизационный аффинаж целевых продуктов при переработке облученного ядерного топлива (математическая модель линейного кристаллизатора) // Атомная энергия. – 2015. – Т. 119. – № 5. – С. 279–284.
7. Воронцовская Е.В., Розен А.М. Плотность, вязкость, поверхностное натяжение и коэффициенты диффузии веществ в системе  $\text{UO}_2(\text{NO}_3)\text{--HNO}_3\text{--H}_2\text{O--ТБФ}$ . Сборник «Экстракция. Теория, применение, аппаратура». – М.: Госатомиздат, 1962. – 380 с.
8. Веселов С.Н., Волк В.И., Кашеев В.А., Подымова Т.В., Посеницкий Е.А. Математическое моделирование процесса кристаллизации в линейном кристаллизаторе непрерывного типа // Инженерно-физический журнал. – 2017. – Т. 90. – № 1. – С. 148–158.

**УПРАВЛЕНИЕ С ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛЬЮ НЕЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ  
С МАРКОВСКИМИ СКАЧКАМИ**

М.В. Самородова, Т.Ю. Пашинская

Научный руководитель: профессор, д.т.н. В.В. Домбровский

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: [samorodova21@gmail.com](mailto:samorodova21@gmail.com)

**MODEL PREDICTIVE CONTROL OF MARKOVIAN JUMP NONLINEAR STOCHASTIC SYSTEMS**

M.V. Samorodova, T.Y. Pashinskaya

Scientific Supervisor: Prof., Dr. V.V. Dombrovskii

National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: [samorodova21@gmail.com](mailto:samorodova21@gmail.com)

**Abstract.** *In this paper we consider model predictive control for a class of constrained discrete-time Markovian switching systems consisting of a family of nonlinear stochastic subsystems whose nonlinear stochastic term for a particular mode is described by its statistical properties. The additive nonlinearity of the subsystems is allowed to contain state, input, and independent noise vectors. It is allowed also that hard constraints are imposed on the input manipulated variables.*

**Введение.** Моделями с марковскими скачкообразными параметрами описывается широкий класс реальных систем [1]. Эффективным подходом к синтезу систем управления с ограничениями, получившим широкое признание и применение в практике управления сложными технологическими процессами, является метод управления с прогнозирующей моделью [2, 3]. Применению данного метода к управлению дискретными системами с марковскими скачками посвящены работы [4-6]. В работе [5] рассматривается задача управления по квадратичному критерию дискретными нелинейными системами при условии, что от состояния марковской цепи зависит только матрица управления системы. В работе [6] ставится задача управления линейной системой, при этом от состояния цепи зависит не только матрица управления, но и матрица динамики системы.

Настоящая работа является обобщением результатов, полученных в [6], на случай нелинейных дискретных систем. Найдены уравнения синтеза оптимальных стратегий управления с учетом «жестких» ограничений на управляющие переменные.

**Постановка задачи.** Пусть объект управления описывается уравнением

$$x(k+1) = A[\theta(k+1), k+1]x(k) + B[\theta(k+1), k+1]u(k) + f(x(k), u(k), w(k+1), \theta(k+1)), \quad (1)$$

$$A[\theta(k+1), k+1] = \sum_{i=1}^{\nu} \theta_i(k+1)A^i(k+1), \quad B[\theta(k+1), k+1] = \sum_{i=1}^{\nu} \theta_i(k+1)B^i(k+1),$$

$$f(x(k), u(k), w(k+1), \theta(k+1)) = \sum_{i=1}^{\nu} \theta_i(k+1)f^i(x(k), u(k), w(k+1)),$$

$A^i(k) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $B^i(k) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$ ,  $x(k)$  –  $n_x$ -мерный вектор состояния,  $u(k)$  –  $n_u$ -мерный вектор управления,  $w(k)$  – вектор белых шумов размерности  $n_w$  с нулевым средним и единичной матрицей ковариации,  $\theta_i(k)$

$(i=1,2,\dots,\nu)$  – компоненты вектора  $\theta(k)$ ,  $\theta(k)=[\delta(\alpha(k),1),\dots,\delta(\alpha(k),\nu)]^T$ ,  $\delta(\alpha(k),j)$  – функция Кронекера ( $j=\overline{1,\nu}$ ),  $\{\alpha(k); k=0,1,2,\dots\}$  – однородная дискретная марковская цепь с конечным множеством состояний  $\{1,2,\dots,\nu\}$  и известной матрицей переходных вероятностей  $P=[P_{i,j}]$ .

Вектор  $\theta(k)$  допускает следующее представление в пространстве состояний [7]:  $\theta(k+1)=P\theta(k)+\upsilon(k+1)$ , где  $\{\upsilon(k)\}$  – последовательность мартингал-разностей.

Нелинейные функции  $f^i$  обладают следующими характеристиками:

$$E\{f^i(x(k),u(k),w(k+1))/x(k)\}=0,$$

$$E\{f^i(x(k),u(k),w(k+1))f^i(x(k),u(k),w(k+1))^T/x(k)\}=T_0^i+\sum_{j=1}^r T_j^i\left(x^T(k)W_j^i x(k)+u^T(k)M_j^i u(k)\right),$$

где  $r=n_x(n_x+1)/2$ ,  $T_0^i$ ,  $T_j^i$ ,  $W_j^i$  и  $M_j^i$  ( $j=\overline{1,r}$ ,  $i=\overline{1,\nu}$ ) – неотрицательно определенные симметричные матрицы. Предполагается, что состояние марковской цепи в момент времени  $k$  доступно наблюдению. Последовательности  $w(k)$  и  $\theta(k)$  независимы.

На управляющие воздействия наложены ограничения вида:

$$u_{\min}(k)\leq S(k)u(k)\leq u_{\max}(k), \quad (2)$$

где  $S(k)\in\mathbb{R}^{q\times n_u}$ ,  $u_{\min}(k), u_{\max}(k)\in\mathbb{R}^q$ . Необходимо определить закон управления системой (1) при ограничениях (2) из условия минимума критерия со скользящим горизонтом управления

$$J(k+m/k)=E\left\{\sum_{i=1}^m x^T(k+i)R_1(k+i)x(k+i)+u^T(k+i-1/k)R(k+i)u(k+i-1/k)/x(k),\theta(k)\right\} \quad (3)$$

где  $E\{\dots\}$  – оператор условного математического ожидания;  $m$  – горизонт прогноза,  $k$  – текущий момент времени;  $R_1(k+i)\geq 0$ ,  $R(k+i)> 0$  – весовые матрицы соответствующих размерностей.

**Синтез стратегий прогнозирующего управления.** Для решения сформулированной задачи используем методологию управления с прогнозирующей моделью.

**Теорема.** Стратегия прогнозирующего управления с горизонтом прогноза  $m$ , минимизирующая критерий (3) при ограничениях (2) на каждом шаге  $k$  равна  $u(k)=[I_{n_u} \ 0_{n_u} \ \dots \ 0_{n_u}]U(k)$ , где  $I_{n_u}$  – единичная матрица размерности  $n_u$ ,  $0_{n_u}$  – квадратная нулевая матрица размерности  $n_u$ ,  $U(k)=[u^T(k/k),\dots,u^T(k+m-1/k)]^T$  – вектор прогнозирующих управлений, который определяется из решения задачи квадратичного программирования с критерием вида:

$$Y(k+m/k)=2x^T(k)G(k)U(k)+U^T(k)H(k)U(k), \text{ при ограничениях } U_{\min}(k)\leq \bar{S}(k)U(k)\leq U_{\max}(k), \text{ где}$$

$$\bar{S}(k)=diag(S(k),\dots,S(k+m-1))$$

$$U_{\min}(k)=[u_{\min}^T(k),\dots,u_{\min}^T(k+m-1)]^T, U_{\max}(k)=[u_{\max}^T(k),\dots,u_{\max}^T(k+m-1)]^T,$$

$H(k)$  и  $G(k)$  – блочные матрицы, блоки которых равны:

$$H_{t,t}(k)=\sum_{i=1}^{\nu}\left(B^i(k+t)\right)^T Q^{(i)}(k)B^i(k+t)+\sum_{j=1}^r tr\{Q^{(i)}(k)T_j^i\}M_j^i+R(k+t-1), t=\overline{1,m-1}$$

$$H_{t,s}(k)=\sum_{i_s=1}^{\nu}\dots\sum_{i_{t+1}=1}^{\nu}\sum_{i_t=1}^{\nu}\left(B^{i_t}(k+t)\right)^T\left(A^{i_{t+1}}(k+t+1)\right)^T\dots\left(A^{i_s}(k+s)\right)^T Q^{(i_t,\dots,i_s)}(k)B^{i_s}(k+s), s>t,$$

$$G_t(k) = \sum_{i_1=1}^v \dots \sum_{i_t=1}^v \left( A^{i_1}(k+1) \right)^T \dots \left( A^{i_t}(k+t) \right)^T Q^{(i_1, \dots, i_t)}(k) B^{i_t}(k+t), t = \overline{1, m},$$

матрицы  $Q^{(i_1, \dots, i_s)}(k)$  ( $s, t = \overline{1, m}$ ) определяются следующими выражениями:

$$Q^{(i_1, \dots, i_s)}(k) = \Theta_{i_1, \dots, i_s}(k) R_1(k+s) + \sum_{i_{s+1}=1}^v (A^{i_{s+1}}(k+s+1))^T Q^{(i_1, \dots, i_{s+1})}(k) \times \\ \times A^{i_{s+1}}(k+s+1) + \sum_{i_{s+1}=1}^v \sum_{j=1}^r \text{tr} \{ Q^{(i_1, \dots, i_{s+1})}(k) T_j^{i_{s+1}} W_j^{i_{s+1}}, t = \overline{1, m-2}, t < s < m, \\ Q^{(i_t)}(k) = L_{i_t} P^t \theta(k) R_1(k+t) + \sum_{i_{t+1}=1}^v (A^{i_{t+1}}(k+t+1))^T Q^{(i_t, i_{t+1})}(k) A^{i_{t+1}}(k+t+1) + \\ + \sum_{i_{t+1}=1}^v \sum_{j=1}^r \text{tr} \{ Q^{(i_t, i_{t+1})}(k) T_j^{i_{t+1}} W_j^{i_{t+1}}, t = \overline{1, m-1}, Q^{(i_m)}(k) = L_{i_m} P^m \theta(k) R_1(k+m),$$

с начальными условиями  $Q^{(i_1, \dots, i_m)}(k) = \Theta_{i_1, \dots, i_m}(k) R_1(k+m), t = \overline{1, m-1}$ , где

$$\Theta_{i_1, \dots, i_s}(k) = P_{i_s, i_{s-1}} P_{i_{s-1}, i_{s-2}} \dots P_{i_{t+1}, i_t} \theta_i(k+t/k), t = \overline{1, m-1}, s > t, \quad \theta_i(k+t/k) - \text{компоненты вектора} \\ \theta(k+t/k) = E \{ \theta(k+t) / \theta(k) \} = P^t \theta(k), L_{i_t} = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]_{1 \times v}, i_t = \overline{1, v}, t = \overline{1, m}.$$

**Заключение.** В данной работе предложен метод синтеза стратегий прогнозирующего управления по квадратичному критерию для нелинейных дискретных систем с марковскими скачками. Данный подход позволяет в явном виде учесть ограничения на управления. Алгоритм синтеза прогнозирующей стратегии управления включает решение последовательности задач квадратичного программирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пакшин П.В. Дискретные системы со случайными параметрами и структурой. – М: Физматлит, 1994.
2. Dombrovskii, V., Obyedko, T. Model predictive control for constrained systems with serially correlated stochastic parameters and portfolio optimization // Automatica.– 2015. –No. 54.– P. 325-331.
3. Rawlings J. Tutorial: Model Predictive Control Technology // Proc. Amer. Control Conf. San Diego. – California, June 1999. – P. 662–676.
4. Costa O.L.V., Oliveira A. Optimal mean-variance control for discrete-time linear systems with Markovian jumps and multiplicative noises // Automatica.– 2012.– Vol. 48.– No. 2.– P. 304–315
5. Домбровский В.В., Обьедко Т.Ю., Самородова М.В. Управление с прогнозированием нелинейными стохастическими системами с марковскими скачками при ограничениях // Вестник Томского государственного университета: управление, вычислительная техника и информатика. 2015. № 3. С. 14–22.
6. Домбровский В.В., Самородова М.В. Управление с прогнозированием по квадратичному критерию линейными дискретными системами с марковскими скачками при ограничениях // Вестник Томского государственного университета: управление, вычислительная техника и информатика. 2016. № 1. С. 4–10.
7. Elliott R.J., Aggoun L., Moore J.B. Hidden Markov Models: Estimation and Control. Berlin: Springer-Verlag, 1995.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРРИТОРИАЛЬНОГО ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ

А.Л. Сивушина, А.О. Комбу

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. В.И. Рюмкин

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: ansivushina@gmail.com

## MATHEMATICAL MODELING OF TERRITORIAL PRICING

A.L. Sivushina, A.O. Komby

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Cand. Sci. (Phys.–Math.) V.I. Ryumkin

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: ansivushina@gmail.com

***Abstract.** In the present study, we construct and analyzed the mathematical game model of territorial pricing for a specific set of products, producers of which are spaced, and the sale of goods is made by the intermediaries who buy goods from manufacturers and independently, with defined costs, delivering goods to points of implementation.*

**Введение.** Рыночное ценообразование на различные виды товаров существенным образом зависит от территориального распределения пунктов производства и сбыта товаров, а также от развития транспортной инфраструктуры, обеспечивающей доставку этих товаров в пункты реализации. В связи с этим создание и анализ адекватных математических моделей территориального ценообразования является одной из насущных задач, решение которых призвано обеспечить развитие экономики страны. В данной работе предлагается игровая математическая модель ценообразования, описывающая действия конкурирующих агентов, в результате которых возникают равновесные ситуации, определяющие соответствующие рыночные цены на товары.

**Построение модели.** Рассмотрим рыночную систему, состоящую из четырех взаимосвязанных подсистем:

- Подсистемы из  $L$  пространственно разнесенных (расположенных достаточно далеко друг от друга) пунктов производства  $A_1, A_2, \dots, A_L$  определенного набора товаров  $T_1, T_2, \dots, T_K$ ;
- Подсистемы из  $M$  пространственно разнесенных пунктов реализации  $B_1, B_2, \dots, B_M$  этих товаров;
- Подсистемы из  $N$  агентов-посредников  $G_1, G_2, \dots, G_N$ , покупающих товары у производителей в пунктах производства и реализующих эти товары в пунктах реализации  $B_1, B_2, \dots, B_M$ ;
- Подсистемы из большого числа покупателей (конечных потребителей) этих товаров.

Считаем, что все предлагаемые к продаже товары обладают свойством бесконечной делимости и в конечном итоге всегда продаются (по соответствующим ценам – чем больше товара, тем ниже цена).

Обозначим через  $p_{ik}$  цену товара  $T_k$  в пункте производства  $P_i$ , а через  $\xi_{ikj}$  – стоимость перевозки единицы товара  $T_k$  из  $P_i$  в  $B_j$ . Обозначим через  $X_{ikj}^n$  количество товара  $T_k$ , которое агент  $G_n$  поставляет из  $A_i$  в  $B_j$ . Тогда общее количество  $X_{kj}$  товара  $T_k$  в пункте  $B_j$  будет равно

$$X_{kj} = \sum_{n=1}^N X_{kj}^n, \text{ где } X_{kj}^n = \sum_{i=1}^L X_{ikj}^n.$$

Предположим, что рыночная цена товара  $T_k$  в пункте реализации  $B_j$  является функцией общего предложения этого товара. Пусть эта функциональная зависимость описывается следующей линейной функцией:

$$P_{kj}(X_{kj}) = (1 - X_{kj} / \alpha_{kj})\beta_{kj}, \quad X_{kj} \in [0, \alpha_{kj}],$$

где  $\alpha_{kj}, \beta_{kj} > 0$  – некоторые положительные постоянные.

Тогда общий доход  $H_n$  для  $n$ -го игрока  $G_n$  будет вычисляться по формуле

$$H_n = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^K H_n(kj), \quad (1)$$

где  $H_n(kj)$  – его доход на  $k$ -м товаре, получаемом в пункте реализации  $B_j$ :

$$H_n(kj) = X_{kj}^n (1 - X_{kj} / \alpha_{kj})\beta_{kj} - \sum_{i=1}^L X_{ikj}^n (\xi_{ikj} + p_{ik}), \quad X_{kj} \in [0, \alpha_{kj}]. \quad (2)$$

Таким образом, формулой (2) определяется стратегическая игра  $\Gamma^N$  для  $N$  лиц, в которой стратегиями каждого  $n$ -го игрока  $G_n$  являются числовые массивы  $(X_{ikj}^n)$  с неотрицательными элементами, ограниченными значениями параметров  $\alpha_{kj}$ .

**Исследование модели.** Представляет интерес вопрос о существовании классических игровых равновесий и профили соответствующих стратегий игроков для предложенной модели. В качестве равновесий, наиболее подходящих под доминирующую в настоящее время либеральную рыночную модель свободной конкуренции, в данной работе рассматриваются равновесия Нэша, Штакельберга [1], а также равновесие, возникающее в модифицированной модели Штакельберга [2] с несколькими лидерами и несколькими последователями.

**Равновесие Нэша в игре  $N$  лиц.** Равновесие Нэша в игре  $\Gamma^N$  выражает собой совокупность стратегий игроков, действующих в условиях жесткой конкуренции без права на коалиции («каждый за себя»). В равновесной по Нэшу ситуации ни один из игроков в одиночку не заинтересован в отклонении от своей равновесной по Нэшу стратегии, но при условии, что все другие игроки при этом также не изменяют своим равновесным по Нэшу стратегиям.

*Утверждение 1. Пусть справедливы следующие условия:*

1) для каждой пары  $(k, j)$  существует единственное  $i = q(k, j)$  такое, что для него достигается минимум суммы  $\xi_{ikj} + p_{ik}$ .

2) товары взаимно независимы между собой в том смысле, что наличие или отсутствие товара одного вида не влияет на спрос товара другого вида.

Тогда равновесие Нэша существует, причем равновесные по Нэшу стратегии игроков и соответствующие цены определяются формулами

$$\tilde{X}_{kj}^n = \frac{1}{N+1} \delta_{q(k,j)}^l \alpha_{kj} \left( 1 - \frac{\xi_{lkj} + p_{lk}}{\beta_{kj}} \right), \quad n = \overline{1, N},$$

$$\tilde{P}_{kj}(X_{kj}) = \left( \beta_{kj} - \frac{N}{N+1} \delta_{q(k,j)}^l (\beta_{kj} - \xi_{lkj} - p_{lk}) \right),$$

где  $\delta_m^l$  обозначает символ Дирака:  $\delta_m^l = \begin{cases} 1, & l = m, \\ 0, & l \neq m. \end{cases}$

**Равновесие в модифицированной модели Штакельберга.** Рассмотрим игру  $N$  лиц, в которой имеется  $\Theta$  лидеров и  $N - \Theta$  последователей. Игра представляется следующей двухшаговой схемой.

*Шаг 1.* Лидеры  $G_1, G_2, \dots, G_\Theta$  одновременно и независимо друг от друга выбирают свои стратегии  $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_\Theta$ .

*Шаг 2.* Последователи  $G_{\Theta+1}, G_{\Theta+2}, \dots, G_N$  анализируют  $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_\Theta$  и выбирают свои стратегии  $\tilde{s}_{\Theta+1}, \tilde{s}_{\Theta+2}, \dots, \tilde{s}_N$ , разыгрывая между собой равновесие Нэша.

Особенность данной модели состоит в том, что лидеры находятся в привилегированном положении, поскольку могут просчитать наилучшие ответы последователей на каждый профиль лидерских стратегий и реализовать такой совместный лидерский профиль, который максимизирует их прибыль.

*Утверждение 2.* Пусть справедливы условия утверждения 1. Тогда равновесная ситуация для модифицированной модели Штакельберга существует, причем равновесные стратегии лидеров, последователей и соответствующие цены определяются формулами:

$$\bar{X}_{kj}^n = \frac{1}{\Theta+1} \delta_{q(k,j)}^l \frac{\alpha_{kj}}{\beta_{kj}} (\beta_{kj} - \xi_{lkj} - p_{lk}), \quad n = \overline{1, \Theta}.$$

$$\tilde{X}_{kj}^n = \frac{1}{(N - \Theta + 1)(\Theta + 1)} \delta_{q(k,j)}^l \frac{\alpha_{kj}}{\beta_{kj}} (\beta_{kj} - \xi_{lkj} - p_{lk}), \quad n = \overline{\Theta + 1, N},$$

$$P_{kj}(X_{kj}) = \left( \beta_{kj} - \delta_{q(k,j)}^l (\beta_{kj} - \xi_{lkj} - p_{lk}) \frac{N\Theta + N - \Theta^2}{(N + \Theta + 1)(\Theta + 1)} \right).$$

**Заключение.** Построена стратегическая игровая математическая модель рыночного ценообразования. На ее основе рассмотрена модифицированная модель Штакельберга. В рамках предложенных моделей решен вопрос о существовании игровых равновесий, получены формулы, определяющие соответствующие равновесные стратегии и цены. Намечены перспективные направления развития построенной модели (возможность кооперации игроков, взаимная зависимость товаров).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колокольцев В.Н. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации. – СПб.: Издательство «Лань», 2012. – 622 с.
2. Шагин В.Л. Теория игр. – М.: Издательство Юрайт, 2014. – 223 с.

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВВОДА  
ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ В МЕТАТЕЛЬНЫЙ ЗАРЯД**

А.Д. Сидоров

Научный руководитель: д. ф.-м. н. А.Н. Ищенко

Томский государственный университет, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: alex\_sid92@mail.ru

**EXPERIMENTAL ANALYSIS OF ENTRY ADDITIONAL ENERGY IN THE POWDER**

A.D. Sidorov

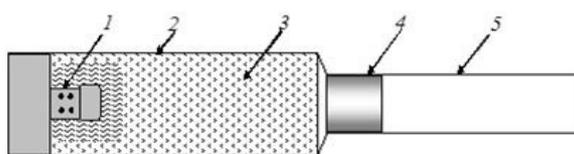
Scientific Supervisor: Dr. A.N. Ishchenko

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: alex\_sid92@mail.ru

**Abstract.** *The analysis of the results of ballistic experiments electro thermal chemical control ballistic firing parameters is presented. Expand the boundaries of applicability of the method taking into account the introduction of energy into the powder during model analysis of experiments.*

Существует схема высокоскоростного метания с электротермохимическим управлением баллистическими параметрами выстрела (ЭТХ схема) (рис. 1, а). В процессе выстрела дополнительная энергия вводится в метательный заряд (МЗ) при помощи электроразрядной плазмы, образующейся при испарении тонкого проводника и изолятора на разрядном промежутке внутри плазмотрона типа «флейта», установленного на винтовом затворе. Затвор состоит из пробки, играющей роль отрицательного электрода, тонкого проводника, запаянного с одной стороны на положительный электрод, а с другой стороны на корпус плазмотрона (рис. 1, б).



1 – затвор с плазмотроном; 2 – камера сгорания;  
3 – МЗ; 4 – снаряд; 5 – ствол;

а



б

Рис. 1. Схема ЭТХ выстрела и винтовой затвор с плазмотроном типа «флейта»

В математической модели газодинамического расчета внутрибаллистических процессов в ствольных системах [1] ввод дополнительной энергии  $Q$  можно учесть введением одного из компонентов многокомпонентного МЗ – условного быстрогорящего топлива (УБТ) массой  $\omega$ . Параметры УБТ аналогичны параметрам реальных порохов, используемым в модели [1]. Геометрические параметры УБТ:  $e_1$  – половина толщины горящего свода,  $S_1$  – начальная площадь поверхности,  $\Lambda_1$  – начальный объем.. Скорость горения УБТ  $u_r$  не зависит от давления и определяется временем разряда  $t_{\text{раз}}$  (1):

$$u_r = \frac{e_1}{t_{\text{раз}}} \quad (1)$$

Сила УБТ  $f$  определяется уровнем введенной энергии (2), где  $k = 0,5$  – коэффициент, учитывающий долю энергии, которая пошла на разогрев топлива,  $Q$  – вся энергия, введенная за время разряда  $t_{\text{раз}}$  (3):

$$f = \frac{kQ}{\omega} \quad (2)$$

$$Q = \int_0^{t_{\text{раз}}} U(t)I(t)dt \quad (3)$$

Доля сгоревшего УБТ  $\psi$  равна доле введенной энергии (4), где  $q_t$  – энергия, введенная к моменту времени  $t$  (5):

$$\psi = \frac{\omega_{\text{сг}}}{\omega} = \frac{q_t}{Q} \quad (4)$$

$$q_t(t) = \int_0^t U(t)I(t)dt \quad (5)$$

Скорость газообразования (6), где  $\sigma_{\text{УБТ}}$  – относительная поверхность горения:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S_1}{\Lambda_1} u_r \sigma \quad (6)$$

Из (6) с учетом (1), (4) и (5) получаем относительную поверхность горения  $\sigma_{\text{УБТ}}(\psi)$ , определяющую характер ввода энергии:

$$\sigma = \frac{t_{\text{раз}}}{Q} \frac{\Lambda_1}{S_1 e_1} U(t)I(t) = kU(t)I(t) \quad (7)$$

Для определения  $\sigma_{\text{УБТ}}(\psi)$  проведен анализ данных баллистических экспериментов, выполненных в НИИ ПММ ТГУ на лабораторной установке, по ЭТХ схеме выстрела при уровне  $Q$ : 4; 12 и 28 кДж. В каждом эксперименте зарегистрированы напряжение  $U(t)$  (рис. 2,а) и сила тока  $I(t)$  (рис. 2,б) и вычислена энергия  $q_t(t)$  (рис. 2,в). Рассмотрена серия экспериментов 1 с использованием короткого плазматрона и изолятора из фторопласта и серия 2 с использованием длинного плазматрона и изолятора из полиэтилена. В обеих сериях проведены эксперименты с разным уровнем введенной энергии, разными ёмкостями конденсаторов с получением различного времени разряда.

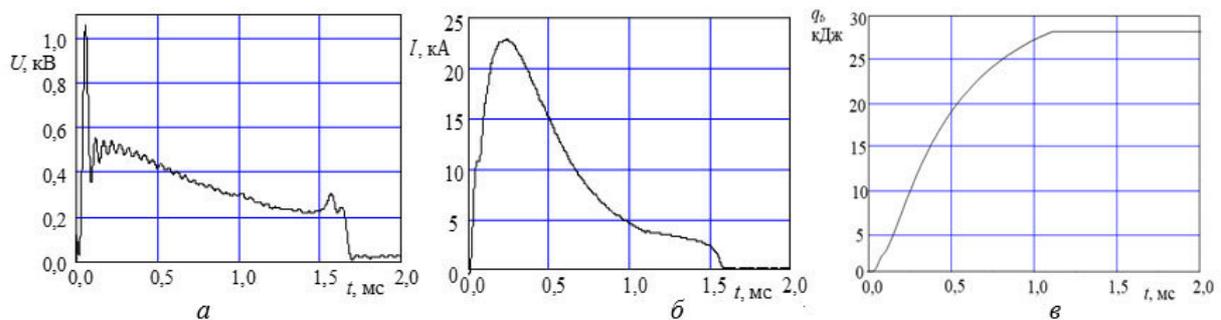


Рис. 2. Изменение напряжения, тока и энергии на разрядном промежутке во времени

Для каждого эксперимента серии 1 при  $Q = 12$  кДж была построена  $\sigma_{УБТ}(\psi)$  и проведена жирным средняя (рис 3, а). Аналогично в серии 1 были рассмотрены эксперименты при  $Q = 4$  кДж; 28 кДж. Средние кривые каждого уровня  $Q$  построены ниже (рис. 3,б).

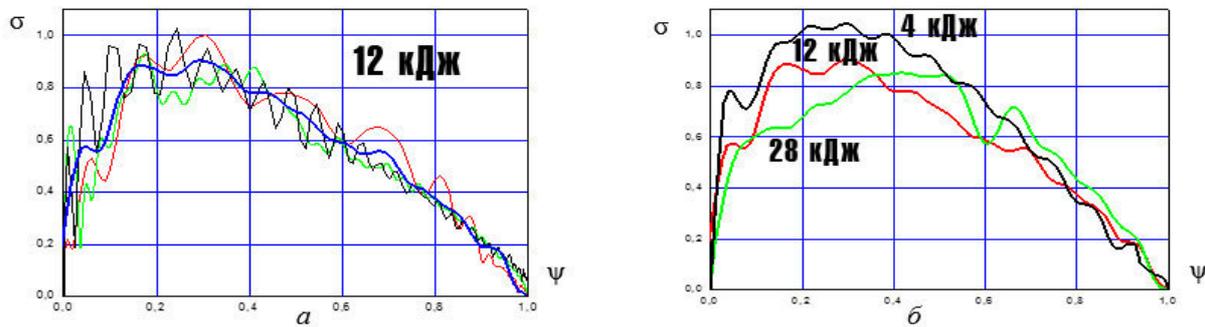


Рис. 3. Зависимость относительной поверхности горения от доли сгоревшего УБТ

Таким же образом была рассмотрена серия 2. Ниже представлены средние кривые при  $Q = 12$  кДж (рис. 4). Уровень  $\sigma_{УБТ}(\psi)$  серии 2 больше, чем в серии 1. Вероятно, это связано с разными размерами плазматронов.

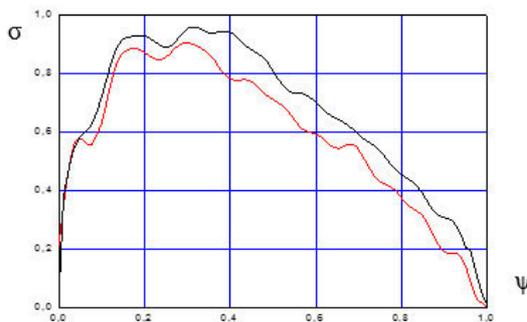


Рис. 4. Зависимость относительной поверхности горения от доли сгоревшего УБТ

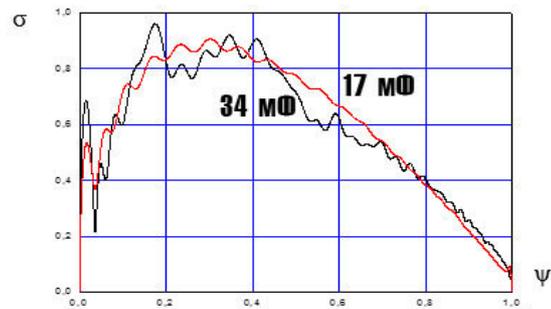


Рис. 5. Зависимость относительной поверхности горения от доли сгоревшего УБТ

Отдельно были рассмотрены эксперименты с одинаковым уровнем  $Q$ , но разной ёмкостью конденсаторной батареи (рис. 5).

Таким образом, в работе был предложен методический подход, позволяющий учесть ввод электроразрядной плазмы в МЗ в ЭТХ схеме выстрела. На основе анализа данных экспериментов были сравнены результаты серии 1 и 2. Отмечено, что  $\sigma_{УБТ}(\psi)$  не зависит от ёмкости конденсаторной батареи и времени ее разряда в исследуемом диапазоне параметров. Предположено, что в рамках данной модели УБТ уровень  $\sigma_{УБТ}(\psi)$  уменьшается с ростом уровня введенной энергии  $Q$ .

В работе использованы результаты, полученные в рамках Программы повышения конкурентоспособности ТГУ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ищенко А.Н., Касимов В.З. Математическая модель и программный комплекс для теоретического исследования внутрибаллистических процессов в ствольных системах. – Томск: Издательский дом Томского государственного университета, 2015. – 72 с.

**ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ РЕЖИМОВ  
ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДЕ**

А.Ю. Травков<sup>1</sup>

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.Е. Янковская<sup>1,2,3,4</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, Томск, 634050

<sup>2</sup>Томский государственный архитектурно-строительный университет  
634003, Томск, пл. Соляная, 2

<sup>3</sup>Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,  
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 40, 634034

<sup>4</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: [djmluffy@yandex.ru](mailto:djmluffy@yandex.ru)

**BASES OF INTELLIGENT SYSTEM CONSTRUCTION  
OF THE LIQUID CURRENT MODES DIAGNOSTICS IN THE PIPELINE**

A.Y. Travkov<sup>1</sup>

Scientific Supervisor: Prof., Dr. of Science A.E. Yankovskaya<sup>1,2,3,4</sup>

<sup>1</sup>National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

<sup>2</sup>Tomsk State University of Architecture and Building, Solyanaya Square, Russia, Tomsk, 2, 634003

<sup>3</sup>Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634034

<sup>4</sup>National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: [djmluffy@yandex.ru](mailto:djmluffy@yandex.ru)

**Abstract.** *The urgency of intelligent systems development for revealing of various types of regularities and decision making in the field of hydraulics is considered. The expediency of constructing an intelligent system for diagnosing fluid flow regimes in a pipeline (IS DRTZhT) is shown. IS DRTZhT is based on an intelligent instrumental tool (IIS) IMSLOG-2002, designed for revealing of various patterns in data and knowledge, for decision-making and its justification using cognitive tools. The matrix model of data and knowledge representation in the problem area under consideration and the main stages of IS DRTZhT design are presented. The use of IS DRTZhT will allow revealing the regularities based on the characteristic features, describing the hydrodynamic parameters affecting the fluid flow regimes in the pipeline. Furthermore, the IS represents a versatile decision-making tool taking into account the fluid flow regimes depending on various hydrodynamic parameters. IS DRTZhT will be very useful in practical activities for engineers in the field of hydrodynamics for decisions-making and their justification using cognitive tools, as well as for students training in the problem area under consideration.*

**Введение.** Разработка интеллектуальных систем диагностики режимов течения жидкости в трубопроводе (ИС ДРТЖТ), используемых при эксплуатации трубопроводов, безусловно актуальна, поскольку неверное определение режима движения может привести к нарушению и остановке производственного процесса, авариям на производстве и другим нежелательным последствиям, что в

дальнейшем потребует большие финансовые затраты. Используемые на практике методы не в полной мере учитывают все возможные параметры (признаки), влияющие на движение жидкости в трубопроводе [1].

Анализ современного состояния исследований в области определения режима движения жидкости в трубопроводе показал, что для принятия и обоснования решения по диагностике режима течения жидкости целесообразно использовать тестовые методы распознавания образов и создать на их основе ИС ДРТЖТ, предназначенную кроме того и для выявления различного рода закономерностей между параметрами гидродинамики, влияющими на режимы движения жидкости. Для конструирования ИС ДРТЖТ целесообразно использование интеллектуального инструментального средства (ИИС) ИМСЛОГ [2].

**Матричное представление данных и знаний в ИС ДРТЖТ.** Конструируемая на основе ИИС ИМСЛОГ [3] ИС ДРТЖТ основана на матричной модели представления данных и знаний, включающей целочисленную матрицу описаний  $Q$ , строки которой сопоставляются обучающим объектам (различным режимам течения жидкости), столбцы — характеристическим признакам (ХП), а строки матрицы  $Q$  сопоставлены режимам течения жидкости и представляют собой только часть различных комбинаций значений ХП, и матрицу различений  $R$ , строки которой сопоставлены строкам матрицы  $Q$ , столбцы — классификационным признакам (КП), разбивающим обучающие объекты на классы эквивалентности [4]. Элемент  $q_{ij}$  матрицы  $Q$  задает значение  $j$ -го признака для  $i$ -го объекта. Если значение признака несущественно для объекта, то данный факт отмечается прочерком ("—") в соответствующем элементе матрицы  $Q$ . Для каждого признака  $z_j$  ( $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) задается либо интервалы изменения его значений, либо целочисленное значение. Множество всех неповторяющихся строк матрицы различений сопоставлено множеству выделенных образов, представленных одностолбцовой матрицей  $R'$ , элементами которой являются номера образов.

Отметим, что данная модель позволяет представлять не только данные, но и знания экспертов, поскольку одной строкой матрицы  $Q$  можно задавать в интервальной форме (с использованием значения прочерк "--") подмножество объектов, для которых характерно одно и то же итоговое решение, задаваемое соответствующей строкой матрицы  $R$ . Рамки доклада не позволяют привести иллюстрирующий пример [4].

Согласно вышеприведенной матричной модели осуществлена структуризация данных и знаний в области гидравлики. Строки матрицы  $Q$  сопоставлены режимам течения жидкости и представляют собой только часть различных комбинаций значений ХП. Для формирования характеристического и классификационного признакового пространства использовался ряд источников, в том числе и монография [5]. Вещественные ХП представлены интервалами изменения их значений. В число ХП входят такие ХП, как  $z_1$  — линейная скорость движения жидкости,  $z_2$  — вязкость,  $z_3$  — плотность,  $z_4$  — площадь сечения,  $z_5$  — элемент гидропривода,  $z_6$  — температура,  $z_7$  — тип жидкости,  $z_8$  — шероховатость,  $z_9$  — давление (общее количество 30).

Для матрицы  $R$  сформированы 2 КП и их значения:  $k_1$  — режим течения жидкости (1 — идеальный; 2 — ламинарный; 3 — переходный; 4 — турбулентный);  $k_2$  — зоны турбулентного режима течения жидкости (1 — зона гидравлически гладких труб; 2 — зона смешанного трения; 3 — зона квадратичного сопротивления).

**Краткое описание математических основ ИС ДРТЖТ.** ИС ДРТЖТ основана на выявлении различного рода закономерностей, логико-комбинаторных тестовых методах распознавания образов, принятия и обоснования решений с применением когнитивных средств [4]. Под закономерностями в знаниях [4] будем понимать следующие подмножества признаков [4]: константные (принимающие одно и то же значение для всех образов), устойчивые (константные внутри образа, но не являющиеся

константными), неинформативные (не различающие ни одной пары объектов), альтернативные (в смысле включения в диагностические тесты (ДТ)), зависимые (в смысле включения подмножеств различных пар объектов), несущественные (не входящие ни в один безызбыточный ДТ), обязательные (входящие во все ББДТ), псевдообязательные (входящие в множество используемых при распознавании ББДТ и не являющиеся обязательными), отказоустойчивые (признаки устойчивые к ошибкам измерения), а также все минимальные и все (либо часть – при большом признаковом пространстве) безызбыточные различающие подмножества признаков, являющиеся, по сути, соответственно минимальными и ББДТ.

#### **Конструирование ИС ДРТЖТ на основе инструментального средства ИМСЛОГ-2002.**

Конструирование прикладных интеллектуальных систем на основе ИИС ИМСЛОГ [3] осуществляется в 4 этапа: 1) систематизация и структуризация данных и знаний в области гидродинамики, определяются функциональный состав ИС ДРТЖТ, её архитектура и методы, наиболее подходящие для выявления закономерностей в данных и знаниях и принятия решений относительно режимов течения жидкости; 2) компоновке требуемой конфигурации ИС ДРТЖТ путем подключения к ядру (с автоматической регистрацией) соответствующих программных модулей; 3) создается модуль базы знаний, средствами модуля анализа и оптимизации базы знаний проводится обработка модуля знаний на предмет выявления закономерностей, по которым формируется набор решающих правил, используемый в дальнейшем модулем принятия и обоснования решений с применением когнитивных средств для анализа распознаваемых режимов течения жидкости; 4) настройка ИС ДРТЖТ для передачи заказчику.

**Заключение.** На основе проведённого анализа современного состояния исследований в области определения режима движения жидкости в трубопроводе, впервые предложено использование матричной модели представления данных и знаний в области гидравлики, сформирована характеристическое и классификационное признаковое пространство и рекомендовано создание ИС ДРТЖТ, предназначенной для выявления различного рода закономерностей между параметрами гидродинамики, влияющими на режимы движения жидкости, а также для принятия и обоснования решения по диагностике режима течения жидкости в трубопроводе. Для конструирования ИС ДРТЖТ обоснована целесообразность использования ИИС ИМСЛОГ [2], основанного на матричном представлении данных и знаний и предназначенного для выявления закономерностей и принятия решений.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект № 16-07-00859а).

#### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Кудинов В. И. Основы нефтегазопромыслового дела / В.И. Кудинов. – М.: ИКИ, 2005.– 720 с
2. Yankovskaya A.E., Gedike A.I., Ametov R.V., Bleikher A.M. IMSLOG-2002 Software Tool for Supporting Information Technologies of Test Pattern Recognition// Pattern Recognition and Image Analysis. – 2003. – Vol. 13. – No. 2. – pp. 243-246.
3. Янковская А.Е., Гедике А.И., Аметов Р.В. Конструирование прикладных интеллектуальных систем на базе инструментального средства ИМСЛОГ-2002// Вестник ТГУ. Приложение. – 2002. – № 1(II). – С. 185-190.
4. Янковская А.Е. Логические тесты и средства когнитивной графики. – Saarbrücken, Germany: LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2011. – 92 с.
5. Роуч П. Вычислительная гидродинамика/ П. Роуч. – М.:Мир, 1980. – 616 с.

**GEODEICS ON THE COSET SPACES  
AS A DYNAMICAL REALIZATION OF  $l$ -CONFORMAL GALILEI ALGEBRA**

D.V. Chernyavsky

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.V. Galajinsky

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [chernyavsky@tpu.ru](mailto:chernyavsky@tpu.ru)

**ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ НА ФАКТОРПРОСТРАНСТВАХ  
КАК ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕАЛИЗАЦИИ  $l$ -КОНФОРМНОЙ АЛГЕБРЫ ГАЛИЛЕЯ**

Д.В. Чернявский

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.В. Галажинский

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [chernyavsky@tpu.ru](mailto:chernyavsky@tpu.ru)

**Abstract.** Construction of dynamical realizations of  $l$ -conformal Galilei algebra without higher derivative terms is discussed.

**Introduction.** In recent years nonrelativistic conformal Galilei algebras attracted considerable interest [2-7]. The conformal extension of the Galilei algebra is parameterized by a (half)integer parameter  $l$  [1]. A peculiar feature of this algebra is that it involves acceleration generators along with the standard set of generators of Galilei algebra. Most of the examples of dynamical realizations of this algebra encounters with a problem of the presence of higher derivative terms or functional dependence of the acceleration generators. The main goal of this note is to construct metric on the coset space of  $l$ -conformal Galilei group and analyze corresponding geodesics equations. Considering geodesics equations as a dynamical realization, we show that it is free of the problems mentioned above.

**$l$ -conformal Galilei algebra.** The  $l$ -conformal Galilei algebra involves the generators of time translation  $H$ , dilatation  $D$ , special conformal transformation  $K$ , spatial rotations  $M_{ij}$  (with  $i=1, \dots, d$ ), spatial translations  $C_i^{(0)}$ , Galilei boosts  $C_i^{(1)}$  and accelerations  $C_i^{(\alpha)}$  with  $\alpha=2, \dots, 2l$ . The structure relations of the algebra read

$$\begin{aligned} [H, D] &= iH, & [H, K] &= 2iD, & [D, K] &= iK, & [H, C_i^{(n)}] &= inC_i^{(n-1)}, & [D, C_i^{(n)}] &= i(n-l)C_i^{(n)}, \\ [K, C_i^{(n)}] &= i(n-2l)C_i^{(n+1)}, & [M_{ij}, C_k^{(n)}] &= -i\delta_{ik}C_j^{(n)} + i\delta_{jk}C_i^{(n)}, \\ [M_{ij}, M_{kl}] &= -i\delta_{ik}M_{jl} - i\delta_{jl}M_{ik} + i\delta_{il}M_{jk} + i\delta_{jk}M_{il}. \end{aligned} \quad (1)$$

We construct a metric on the coset space of  $l$ -conformal Galilei group  $G/H$ . Let us choose  $H$  generated by dilations  $D$  and rotations  $M_{ij}$  operators. For an element  $\tilde{G}$  of the coset space  $G/H$ , we define corresponding Maurer-Cartan one-forms by the standard way

$$\tilde{G}^{-1}d\tilde{G} = i(\omega_H H + \omega_K K + \omega_D D + \omega_i^{(n)} C_i^{(n)}). \quad (2)$$

In what follows we will also need the form of the algebra (1) written in terms of Maurer-Cartan one forms

$$d\omega_H - \omega_H \wedge \omega_D = 0, \quad d\omega_K - \omega_D \wedge \omega_K = 0, \quad d\omega_i^n - n\omega_H \wedge \omega_i^{n-1} - (n-1)\omega_D \wedge \omega_i^n - (n-2l)\omega_K \wedge \omega_i^{n+1} = 0. \quad (3)$$

**Geodesics on the coset space as dynamical realization.** Maurer-Cartan one-forms on the coset space transform homogeneously under the action of l-conformal Galilei group. Using these one-forms we are able to construct a metric in  $G/H$

$$ds^2 = \omega_H \omega_K + S_{n,m} \omega_i^{(n)} \omega_i^{(m)}. \quad (4)$$

The metric written above is invariant under the action of  $l$ -conformal Galilei group, provided by the following restriction on the matrix  $S_{mn}$  coefficients

$$S_{m,n}(m+n-2l) = 0, \quad \forall m, n. \quad (5)$$

Having fixed the form of the metric, let us write down the action, defining geodesics equations

$$S = \int d\lambda \left( \omega_H \omega_K + S_{n,m} \omega_i^{(n)} \omega_i^{(m)} \right), \quad (6)$$

where it is supposed that all the differentials in Cartan one-forms are replaced by velocities. Varying this action and using structure relations (3), one may obtain geodesics equations written in terms of Cartan one-forms

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \dot{\omega}_H &= -\frac{1}{2} \omega_H \omega_D + (q-2l) S_{p,q+1} \omega^{(p)} \omega^{(q)}, \quad \frac{1}{2} \dot{\omega}_K = \frac{1}{2} \omega_K \omega_D + q S_{p,q-1} \omega^{(p)} \omega^{(q)}, \\ \dot{\omega}^{(p)} S_{p,n} &= -(n-1) S_{p,n} \omega^{(p)} \omega_D - n S_{p,n-1} \omega^{(p)} \omega_H - (n-2l) S_{p,n+1} \omega^{(p)} \omega_K, \end{aligned} \quad (7)$$

where dot over the symbol denotes derivative with respect to parameter  $\lambda$ .

To proceed, we fix the form of the coset representative

$$\tilde{G} = e^{itH} e^{irK} e^{ix_i^{(n)} C_i^{(n)}}, \quad (8)$$

with coordinates  $t$ ,  $r$  and  $x_i^{(n)}$  on the coset space. Corresponding Maurer-Cartan 1-forms (2) read

$$\begin{aligned} \omega_H &= dt, \quad \omega_K = r^2 dt + dr, \quad \omega_D = -2r dt, \quad \omega_i^{(n)} = dx_i^{(n)} + a_i^{(n)} dt + b_i^{(n)} dr, \\ a_i^{(n)} &= 2r(n-1)x_i^{(n)} - (n+1)x_i^{(n+1)} - r^2(n-2l-1)x_i^{(n-1)}, \quad b_i^{(n)} = -(n-2l-1)x_i^{(n-1)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Left multiplication by the group element determines transformations generated by the l-conformal group

$$\begin{aligned} H &= \frac{\partial}{\partial t}, \quad K = t^2 \frac{\partial}{\partial t} + (1-2tr) \frac{\partial}{\partial r} - 2t(n-1)x_i^{(n)} \frac{\partial}{\partial x_i^{(n)}}, \quad D = t \frac{\partial}{\partial t} - r \frac{\partial}{\partial r} - (n-1)x_i^{(n)} \frac{\partial}{\partial x_i^{(n)}}, \\ M_{ij} &= x_i^{(n)} \frac{\partial}{\partial x_j^{(n)}} - x_j^{(n)} \frac{\partial}{\partial x_i^{(n)}}, \quad C_i^{(m)} = B^{nm} \frac{\partial}{\partial x_i^{(n)}}, \quad B^{mn} = \sum_{s=0}^m \frac{(-1)^{n-s} m!(2l-s)!}{s!(m-s)!(n-s)!(2l-n)!} t^{m-s} r^{n-s}, \end{aligned} \quad (10)$$

where it is assumed that in the last formula the terms with  $s > m$  and  $s > n$  vanish. Geodesics equations (7) are invariant under the action of l-conformal group, generated by the vectors written above. In order to construct the corresponding integrals of motion in the explicit form, we redefine the coordinates  $x_i^{(n)}$

$$x_i^{(n)} = (B^{-1})^{np} x_i^{(p)}, \quad (11)$$

with the use of the matrix  $(B^{-1})^{np}$  inverse to  $B^{np}$

$$(B^{-1})^{np} = \sum_{q=n}^{2l} \frac{(-1)^{q-n} q! (2l-p)!}{n! (q-p)! (q-n)! (2l-q)!} t^{q-n} r^{q-p}, \quad (12)$$

where it is assumed that the terms with  $p > q$  and  $n > q$  vanish. The generators of the symmetry transformations in the new coordinate system read

$$\begin{aligned} H &= \frac{\partial}{\partial t} - (n+1)x_i'^{(n+1)} \frac{\partial}{\partial x_i'^{(n)}}, & D &= t \frac{\partial}{\partial t} - r \frac{\partial}{\partial r} - (n-l)x_i'^{(n)} \frac{\partial}{\partial x_i'^{(n)}}, \\ K &= t^2 \frac{\partial}{\partial t} + (1-2tr) \frac{\partial}{\partial r} - (n-2l-1)x_i'^{(n-1)} \frac{\partial}{\partial x_i'^{(n)}}, & C_i^{(n)} &= \frac{\partial}{\partial x_i'^{(n)}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Now, we can write the integrals of motion in the explicit form

$$\begin{aligned} H &= 2r^2 \dot{t} + \dot{r} - (n+1)x_i'^{(n+1)} C_i^{(n)}, & D &= t(2r^2 \dot{t} + \dot{r}) - r\dot{t} - (n-l)x_i'^{(n)} C_i^{(n)}, \\ K &= t^2(2r^2 \dot{t} + \dot{r}) + (1-2tr)\dot{t} - (n-2l-1)x_i'^{(n-1)} C_i^{(n)}, & C_i^{(n)} &= B^{pn} S_{p,m} \omega_i^{(m)}. \end{aligned} \quad (14)$$

It is straightforward to verify that (14) are the functionally independent integrals of motion for (7).

**Conclusion.** Let us summarize our results. We constructed a metric on the coset space of  $l$ -conformal Galilei group. Considering geodesics equations for this space as a dynamical realization, we have shown that the corresponding acceleration generators are independent. Geodesics equations represent second order dynamical system, i.e they do not involve higher derivative terms typical for the most of the examples of dynamical realizations of  $l$ -conformal algebra. In this regard, it is interesting to investigate for a possible link between dynamical realization discussed in this note and other known realizations possessing  $l$ -conformal symmetry.

The work was supported by the RF Presidential grant MK-2101.2017.2.

## REFERENCES

1. Negro J., Olmo A., Rodriguez-Marco A. (1997). Nonrelativistic conformal groups. *Journal of Mathematical Physics* 38 3786.
2. Galajinsky A., Masterov I. (2013). Dynamical realization of  $l$ -conformal Galilei algebra and oscillators. *Nuclear Physics B* 866 212.
3. Galajinsky A., Masterov I. (2013). Dynamical realizations of  $l$ -conformal Newton-Hooke group *Physics Letters B* 723 190.
4. Andrzejewski K., Gonera J. (2013). Dynamical interpretation of nonrelativistic conformal groups. *Physics Letters B* 721 319-322.
5. Andrzejewski K., Gonera J., Kosinski P., Maslanka P. (2013). On dynamical realizations of  $l$ -conformal Galilei groups. *Nuclear Physics B* 876 309.
6. Bagchi A., Kundu A. (2011). Metrics with Galilean conformal isometry. *Physical Review D* 83 066018.
7. A. Galajinsky, I. Masterov. (2011). Remarks on  $l$ -conformal extension of the Newton-Hooke algebra. *Physics Letters B* 702, 265.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЕ МОЛЬНОГО СООТНОШЕНИЯ ВОДОРОД/СЫРЬЕ В РЕАКТОРЕ  
ДЕГИДРИРОВАНИЯ НА ПОКАЗАТЕЛИ РАБОТЫ РЕАКТОРА СУЛЬФИРОВАНИЯ  
ЛИНЕЙНЫХ АЛКИЛБЕНЗОЛОВ**

**С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

А.В.Шандыбина, И.О.Долганова, Е.Н. Ивашкина

Научный руководитель: профессор, д.т.н. Э.Д.Иванчина

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [avs66@tpu.ru](mailto:avs66@tpu.ru)

**RESEARCH OF HYDROGEN/RAW MOLAR RATIO INFLUENCE IN THE  
DEHYDROGENATION REACTOR ON PERFORMANCE INDICATORS OF LINEAR ALKYL  
BENZENE SULFONATION REACTOR BY THE COMPUTER SIMULATION SYSTEM**

A.V. Shandybina, I.O. Dolganova, E.N. Ivashkina

Scientific Supervisor: Prof., Dr. E.D.Ivanchina

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [avs66@tpu.ru](mailto:avs66@tpu.ru)

***Abstract.** In the present study, we examined the effect of the hydrogen/raw molar ratio in the dehydrogenation reactor on the LAB sulfonation process. We studied the dependence of the ABSK end product quality indicators on the molar ratio by the computer simulation system.*

**Введение.** На сегодняшний день в мире ежегодно растет потребление синтетических моющих средств (СМС) на основе ПАВ. В связи с этим, необходимо уделять пристальное внимание технологии получения компонентов СМС, с целью достижения более высокого экономического эффекта и качества.

Линейные алкилбензосульфаты (ЛАБС) является основным компонентом, используемым для производства СМС. Эти вещества представляют собой химические соединения алкилароматического ряда с насыщенной неразветвленной углеводородной цепью из 10-13 атомов углерода с одной или несколькими сульфогруппами. Сырьем для производства ЛАБС является алкилбензосульфокислота (АБСК). Крупнейшими производителями алкилбензосульфокислоты в России являются «Салаватнефтеоргсинтез» и ООО «КИНЕФ».

Технология получения АБСК включает несколько стадий: 1) дегидрирование парафинов с получением олефинов на Pt-катализаторе; 2) алкилирование бензола олефинами с получением линейных алкилбензолов (ЛАБ). Процесс проводится с использованием HF-катализатора, который подвергают регенерации в аппарате колонного типа; 3) сульфирование ЛАБ с получением АБСК [1].

Процесс сульфирования является процессом, эффективность протекания которого определяется долей АБСК в продуктивном потоке (допустимое значение не ниже 96 % мас), вязкостью АБСК (не выше 175 сСт) и цветностью АБСК (до 30 ед. Клетта, согласно обработанным экспериментальным данным). Наилучшее качество АБСК достигается при максимальной равномерности процесса сульфирования,

которая, в свою очередь, определяется вязкостью реакционной смеси и зависит от количества высоковязкого компонента.

**Материалы и методы исследований.** С целью улучшения производства АБСК широко используются методы математического и компьютерного моделирования процесса. Главная задача таких систем – изучение различных свойств стадии сульфирования, с помощью определения оптимальных условий протекания процесса, управление им на основе математической модели. Для того, чтобы повысить точность расчетов и эффективность прогнозирования процесса, в программу последовательно включены два процесса – алкилирование с получением ЛАБ и сульфирование ЛАБ с получением ЛАБСК [2].

Для моделирования и оптимизации промышленного производства АБСК была разработана специализированная компьютерная программа, в основе которой лежит математическая модель пленочного реактора сульфирования. Входными данными для расчета являются технологические параметры работы аппаратов, состав и физико-химические свойства сырья (температура, расход сырья, бромный индекс и т. д.). Программа позволяет рассчитывать состав и выход конечного продукта. Погрешность расчетов по модели сравнению с реальными значениями составила не более 5 %. Прогнозирование процесса позволяет заранее определить наиболее оптимальный технологический режим процесса, а также позволяет в реальном времени реагировать на возможные изменения технологии. К таким изменениям относятся перепады давления в реакторе, колебания состава сырья, изменение расходов того или иного потока: ВСГ, сырья, деминерализованной воды.

**Результаты.** Особое внимание уделяется мольному соотношению водород/сырье в реакторе дегидрирования, и то как это повлияет на показатели качества готового продукта АБСК.

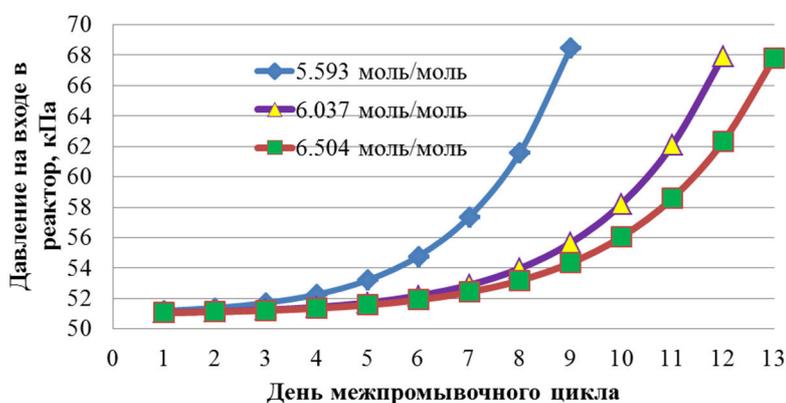


Рис.1 Зависимость длительности межпромывочного цикла и давления на входе в реактор сульфирования от мольного соотношения водород/сырье на стадии дегидрирования

При более высоком мольном соотношении водород/сырье на стадии дегидрирования происходит более полное гидрирование побочных продуктов-диолефинов, соответственно, образуется меньше ароматики, которая на стадии сульфирования приводит к формированию высоковязкого компонента. Также увеличение мольного соотношения водород/сырье поможет снизить темпы закоксовывания катализатора [3]. Образование высоковязкого компонента (ВК) приводит к необходимости промывки реактора.

Опыт промышленной эксплуатации установки получения олефинов показал, что при соотношении водород/сырье, равном 8/1 наблюдается низкая степень превращения исходного сырья. При мольном соотношении водород/сырье, равном 6/1 отмечается высокая скорость коксообразования, а как следствие, быстрая дезактивация Pt-катализатора.

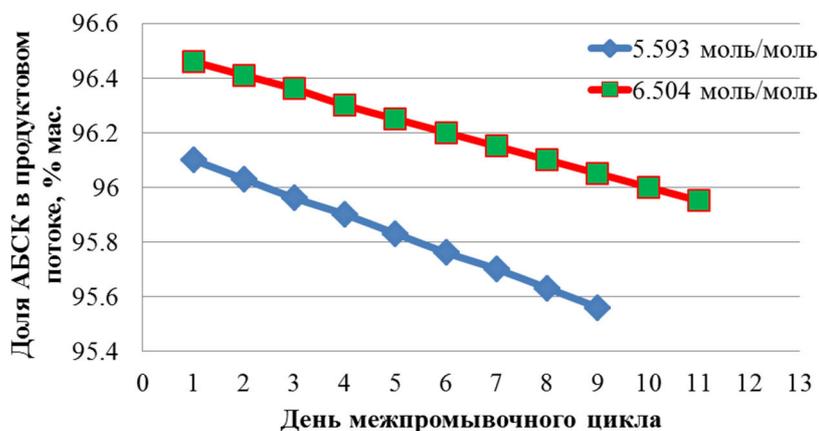


Рис.2 Зависимость доли АБСК в продуктивном потоке реактора сульфирования от мольного соотношения водород/сырье на стадии дегидрирования

Понижение мольного соотношения водород/сырье на стадии дегидрирования негативно отражается на стадии сульфирования вследствие снижения доли АБСК в продуктивном потоке. Самые низкие показатели качества по этому параметру наблюдаются при мольном соотношении водород/сырье равном 5.593 моль/моль и находятся на грани с минимально допустимым значением (96 % мас.).

**Выводы.** Влияние мольного соотношения водород/сырья в процессе дегидрирования на начальной стадии получения АБСК очень значительно. При высоком мольном соотношении водород/сырье образуется больше побочных продуктов, но при этом меньше ароматики. При большом содержании ароматики в сырье реактора сульфирования образуется больше ВК, растёт содержание тетралинов в ЛАБ, содержание тетралинов и сульфонов в АБСК.

Низкое мольное соотношение снижает долю АБСК в продуктивном потоке и приводит к быстрой дезактивации катализатора. Поэтому очень важно поддерживать оптимальные условия мольного соотношения водород/сырье на стадии дегидрирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баннов П.Г. Процессы переработки нефти. – М.: ЦНИИТЭнефтехим, 2001. – 625 с.
2. Кравцов А.В. Компьютерное моделирование процесса дегидрирования высших n- парафинов на Pt-катализаторах/ А.В.Кравцов, Х А.Ч.адарцев, А.А.Шатовкин и др. // Нефтепереработка и нефтехимия. Научно-технические достижения и передовой опыт.– 2007. — № 5. — С. 35–40.
3. Пат. 2486168 РФ. МПК С07С 5/333, С07С 11/02. Способ управления активностью катализатора процесса дегидрирования высших n-парафинов / Козлов И.А., Андреев А.Б., и др. Заявлено 10.04.2012; Оpubл. 27.06.2013, Бюл. № 41. – 10 с.

**ПРОНИЦАЕМОСТЬ УПОРЯДОЧЕННОЙ СТРУКТУРЫ  
СОСТАВЛЕННОЙ ИЗ СФЕРИЧЕСКИХ НАНОЧАСТИЦ**

А.А. Шерстобитов

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.М. Бубенчиков

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: [sherstobitovalexandr@gmail.com](mailto:sherstobitovalexandr@gmail.com)

**PERMEABILITY ORDERED STRUCTURE COMPOSED OF SPHERICAL NANOPARTICLES**

A.A. Sherstobitov

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.M. Bubenchikov

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: [sherstobitovalexandr@gmail.com](mailto:sherstobitovalexandr@gmail.com)

**Abstract.** *In the present study, we performed theoretical studies on permeability of a ordered structure composed of twenty spherical nanoparticles of the same size. The numerical solution is constructed using turn-based schemes of higher-order accuracy. The interaction between structure elements and moving molecules is determined by the V.Y. Rudyak and S.L. Krasnolutsky potential. It was found, that the tested model structure has four times greater permeability to helium in comparison with the case of the penetration through it of methane.*

**Введение.** Компактированные материалы уже нашли применение для таких задач, как разделение газов и очистка воды, а также они используются в качестве катализаторов в химических процессах и имеют большие перспективы использования в современных высокотехнологических процессах. Многообразие форм частиц и способов их соединения делают задачу исследования проницаемости таких материалов чрезвычайно сложной. Многие аспекты работы мембран из компактированных наночастиц схожи с работой биологических мембран [1]. В отличие от работ по физике поверхностных явлений [2-4], где результат получается методом аналогии с уже изученными явлениями, развитие мембранных технологий требует систематических расчетов.

В настоящей работе теоретическими методами изучается способность прохождения молекул через регулярную структуру из идеальных сферических наночастиц. Целью исследования является изучение дифференциальной проницаемости слоя сферических наночастиц в отношении атомов гелия и молекул метана.

**Математическая модель.** Рассматриваемая структура состоит из сферических наночастиц одинакового размера центры которых лежат в одной плоскости. Для используемых частиц существует потенциал взаимодействия между наночастицей и молекулой:

$${}^3U(\rho_j) = {}_9U(\rho_j) - {}_3U(\rho_j), \quad (1)$$

здесь  $\rho_j$  – расстояние от центра  $j$ -ой частицы пористой структуры до пробной молекулы или атома.

$${}_9U(\rho) = C_9 \left\{ \left[ \frac{1}{(\rho - \rho_p)^9} - \frac{1}{(\rho + \rho_p)^9} \right] + \frac{9}{8\rho} \left[ \frac{1}{(\rho - \rho_p)^8} - \frac{1}{(\rho + \rho_p)^8} \right] \right\}; \quad (2)$$

$${}_3U(\rho) = C_3 \left\{ \left[ \frac{1}{(\rho - \rho_p)^3} - \frac{1}{(\rho + \rho_p)^3} \right] - \frac{3}{2\rho} \left[ \frac{1}{(\rho - \rho_p)^2} - \frac{1}{(\rho + \rho_p)^2} \right] \right\}, \quad (3)$$

где  $\rho_p$  – радиус наночастицы,  $C_3 = \frac{2\pi\epsilon_{12}\sigma_{12}^6}{3V}$ ,  $C_9 = \frac{4\pi\epsilon_{12}\sigma_{12}^{12}}{45V}$ ,  $V$  – объем, приходящийся на один атом углерода в алмазной структуре.

В качестве пористого элемента рассмотрим систему из 20 алмазных наночастиц радиуса  $r = 4$  нм, в каждой из которых находится  $6.4 \cdot 10^4$  атомов углерода, образующих 4 туннеля для двигающейся частицы. Частицы принимаются стационарными, а перемещающаяся молекула (атом) двигаются в совокупном вандерваальсовском поле двадцати наночастиц, следуя основному уравнению динамики Ньютона. Силовое воздействие от каждой наночастицы определяется градиентом потенциала (1) – (3). Уравнение динамики перемещающейся частицы интегрируется с применением технологии Рунге-Кутты.

**Результаты расчетов.** При конструировании слоя мы использовали туннельную укладку частиц, при которой перемещающиеся молекулы не могут преодолевать барьер в зазорах в каждом из столбцов наночастиц.

Характер расположения частиц в слое показан на рис. 1.

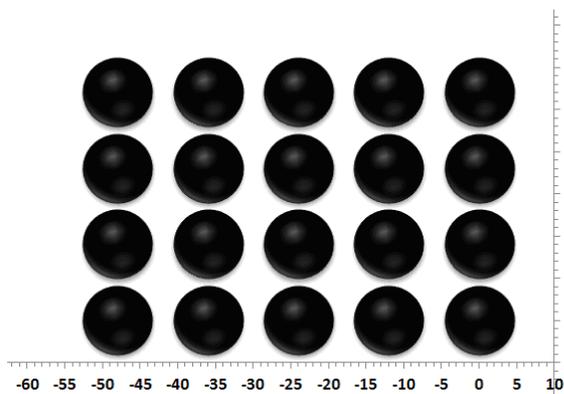


Рис. 1. Структура пористого элемента

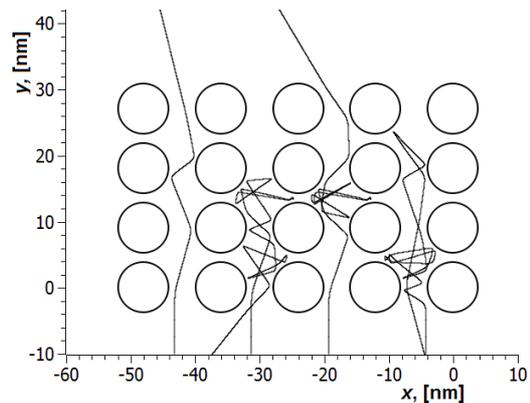


Рис. 2. Траектории атомов гелия

Начало координат помещаем в центре нижней частицы правого столбца. Пробные молекулы будут двигаться со скоростью 1300 м/с в положительном направлении оси OY с расстояния 10 нм и будут иметь начальные координаты по оси OX соответственно: -4.2; -19.3; -31.3; -43.2 нм. Получившиеся траектории движения атомов гелия показаны на рис. 2.

На рис. 3. приведены скорости движения атомов гелия, пущенных с позиций -4.2 и -19.3 нм по оси OX и с той же позиции по оси OY. Как видно, из представленных ниже рисунков, гелий активно использует пористое пространство, подходя достаточно близко к поверхности наночастиц. Прежде всего это обусловлено относительно более низкой энергией взаимодействия в системе: гелий-наночастица в сравнении со случаем метан-наночастица. Расчеты показали, что проницаемость рассматриваемого фильтрующего элемента по гелию составляет порядка 68%.

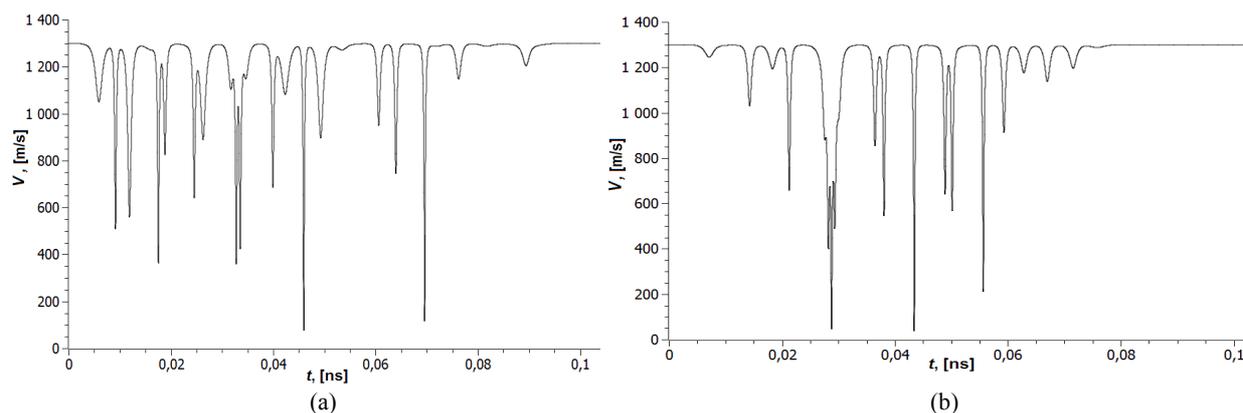


Рис. 3. (а) – график скорости He  $x_0 = -4.2$  нм; (б) – график скорости He  $x_0 = -19.3$  нм

Пробные молекулы метана, были пущены с позиций: -4.9; -17.8; -30.8; -41.8 нм оси  $Ox$  со скоростью 650 m/s (средняя тепловая скорость движения молекул метана при нормальных условиях). Более высокая энергия взаимодействия молекулы метана с наночастицей, реализующаяся в виде сил отталкивания, позволяет ей перемещаться лишь в приосевой зоне туннеля, составленного сферическими наночастицами. Выполненные расчеты показали, что проницаемость рассматриваемого фрагмента слоя по метану составляет величину порядка 16%.

**Заключение.** Использование идеальных сферических частиц в качестве элементов компактирования слоя, а также применение идеального способа укладки этих элементов позволяет построить строгую математическую модель процесса проникновения молекул через слой нанопористой структуры. Взаимодействие наночастиц с молекулярными компонентами газового окружения – есть результат воздействия каждого атома структурного элемента с перемещающейся молекулой, поэтому это взаимодействие имеет ван-дер-ваальсову природу. В отличие от гравитационных взаимодействий, где сила имеет определенное направление, силы Ван-дер-Ваальса являются и притягивающими, и отталкивающими. Обычно силы притяжения являются дальнедействующими, а силы отталкивания имеют большую величину и проявляются на коротких расстояниях. Как показали проведенные вычисления, силы отталкивания в случае движения молекул метана являются более мощными в сравнении со случаем движения гелия. Поэтому, более подвижные атомы гелия ближе подходят к частицам алмазной структуры. При этом они имеют большую скорость движения и лучше проникают через компактированный слой наночастиц. В результате чего мы имеем коэффициент проницаемости по гелию - 68% против 16% по метану.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Panin, V. E., Egorushkin, V. E., & Panin, L. E. (2010). The physical mesomechanics of mass transfer in biological membranes and nanostructural materials. *International Journal of Terraspace Science and Engineering*, 3(1), 39-61.
2. G.E. Remnev, V.V. Uglov, V.I. Shymanski, S.K. Pavlov, A.K. Kuleshov (2014). Formation of nanoscale carbon structures in the surface layer of metals under the impact of high intensity ion beam. *Applied Surface Science*, vol. 310, pp. 204-209.
3. V.Ya. Rudyak, S.L. Krasnolutskii and D.A. Ivanov (2012) The Interaction Potential of Nanoparticles. *Doklady Physics*, 2012, 57(1), 33-35.

**ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМОВ ПОИСКА В ГЛУБИНУ И ПОИСКА В  
ШИРИНУ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ h-КРАТНЫХ ПОКРЫТИЙ МАТРИЦЫ**

А.В. Ямшанов<sup>1</sup>

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.Е. Янковская<sup>1,2,3,4</sup>

<sup>1</sup>Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 40, 634034

<sup>2</sup>Томский государственный архитектурно-строительный университет,

Россия, г. Томск, ул. Соляная, 2, 634003

<sup>3</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

<sup>4</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [yav@keva.tusur.ru](mailto:yav@keva.tusur.ru)

**EFFICIENCY OF DEPTH-FIRST AND BREADTH-FIRST APPROACHES  
FOR SOLVING OF MATRIX COVERAGE PROBLEM**

A.V. Yamshanov<sup>1</sup>

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.E. Yankovskaya<sup>1,2,3,4</sup>

<sup>1</sup>Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634034

<sup>2</sup>Tomsk State University of Architecture and Building, Russia, Tomsk, Solyanaya sq., 2, 634003

<sup>3</sup>National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

<sup>4</sup>National Research Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [yav@keva.tusur.ru](mailto:yav@keva.tusur.ru)

***Abstract.** Depth-first and breadth-first approaches for solving of matrix coverage problem are briefly presented. Test environment and test approach are described. The comparison of both algorithms performance are given and discussed. Plans for future investigations are proposed.*

Одной из возникающих при применении тестовых методов распознавания, предложенных А.Е. Янковской [1], является задача поиска столбцовых покрытий матрицы. При этом если задача поиска однократных покрытий является достаточно хорошо изученной проблемой [2-4], то количество работ, связанных с построением h-кратных (многократных [5]) покрытий, крайне ограничено [6].

Поиск в глубину является основным подходом к нахождению матричных покрытий, описанным в большинстве публикаций. Подход заключается в обходе дерева поиска с одновременным его построением и поиском всех кратчайших неповторяющихся путей, ведущих от корня дерева поиска к листьям. Большинство описанных алгоритмов являются "жадными", то есть для каждой вершины дерева поиска в первую очередь выбирается столбец, имеющий наибольший потенциальный вклад на данном этапе построения. Чаще всего для его оценки используется количество ненулевых значений в рассматриваемом столбце. Поиск в глубину хорошо изучен, но область его применения в основном ограничена поиском однократных покрытий и неизвестны критерии его применимости для поиска h-

кратных покрытий. Преимуществом поиска в глубину является быстрое получение первого решения (возможно не являющегося минимальным покрытием); а также множество разработанных эвристик, позволяющих отсечь большое количество ветвей дерева поиска и тем самым существенно сократить временные затраты. Недостатком является неочевидное распараллеливание, например, первоначально выбранный нами подход к распараллеливанию алгоритма оказался крайне неэффективным из-за частой обработки путей, которые могли быть отсечены; а также частое попадание алгоритма в локальные минимумы при поиске  $h$ -кратных покрытий, что негативно сказывается на его эффективности.

Поиск в ширину является менее изученным. В нашей реализации используется специальный генератор потенциальных покрытий, последовательно возвращающего все возможные комбинации битовых последовательностей для возрастающего количества признаков. Затем выполняется проверка полученных масок на покрытие ими всех строк БМИ для заданного  $h$ . Преимуществом является простота распараллеливания с крайне эффективной программной реализацией, в том числе с применением технологии GPGPU. Количество перераспределений памяти минимально, что существенно повышает производительность программной реализации, особенно при использовании параллельных вычислений. Основным недостатком является его недостаточная исследованность, поскольку при поиске однократных покрытий алгоритм является менее эффективным. Кроме того, первое покрытие может быть получено в самом конце работы программы.

Для исследования эффективности применения обоих подходов был собран следующий стенд: четырехядерный процессор Intel(R) Core(TM) i7-3770@3.40GHz с Hyper-Threading, 16GiB оперативной памяти DDR3, операционная система Ubuntu Linux 4.8.0, компилятор GCC 4.8.5 с флагами компиляции "-std=c++11 -pthread -O2". Исследуемой характеристикой является время выполнения программы, необходимое для нахождения заданного количества покрытий. Для исключения влияния тестовой среды (шума) тестирование производится сразу после загрузки операционной системы в текстовом режиме с минимально возможным набором запущенных фоновых приложений. Тестовые запуски программы, выполняющиеся менее минуты, запускаются несколько раз, а в качестве результата берется среднее время выполнения программы. Для валидации результатов тестовые данные включают в себя исходные данные и эталонные параметры (распределение покрытий по количеству признаков) заданного количества безызбыточных покрытий, существующих для исходной матрицы. Для всех наборов исходных данных проверяется, что каждая строка из набора строк на выходе программы является покрытием для исходной матрицы и параметры найденных покрытий соответствуют эталонным параметрам. В качестве исходных данных используются тестовые данные, соответствующие реальным данным из области кардиологии. При этом сохранено количество признаков и выявленные закономерности [1], увеличено количество объектов в обучающей выборке и добавлен небольшой шум (менее 1%). Результаты тестирования представлены в табл. 1 и проиллюстрированы на рис. 1.

Полученные в ходе тестирования результаты являются достаточно контр интуитивными, поскольку применение поиска в ширину показывает на 2-3 порядка лучшие результаты. Во-первых, это обусловлено различиями в задачах поиска однократных и  $h$ -кратных покрытий: примененные при поиске в глубину эвристики наследованы от поиска однократных покрытий и не адекватны для  $h$ -кратных покрытий; специальные эвристики для поиска  $h$ -кратных покрытий еще не разработаны. Во-вторых,

поиск в ширину позволяет выполнить более эффективную программную реализацию, что также отражается на результате.

Таблица 1

Время выполнения программы в зависимости от количества объектов

Количество объектов в обучающей выборке	128	256	384	512
Алгоритм	Время выполнения программы, секунды			
Поиск в глубину	17,188	57,177	-	156,077
Параллельный поиск в глубину	3,504	10,401	36,504	21,149
Поиск в ширину	0,036	0,063	0,224	0,215
Параллельный поиск в ширину	0,014	0,026	0,065	0,058

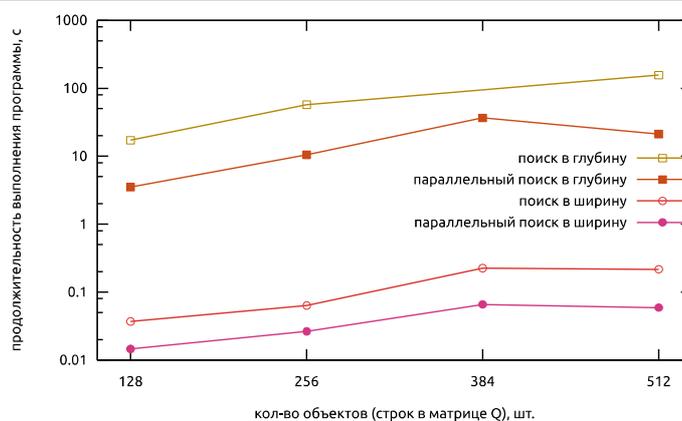


Рис. 1. Время выполнения программы в зависимости от количества объектов

Дальнейшие исследования направлены на программную реализацию поиска в ширину с применением технологии GPGPU и исследование её производительности. Кроме того, целесообразным видится применение генетических алгоритмов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект № 16-07-00859а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Янковская А.Е. Логические тесты и средства когнитивной графики. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011, – с.92
2. Янковская А.Е., Китлер С.В. Принятие решений на основе параллельных алгоритмов тестового распознавания образов // Искусственный интеллект. Украина, Донецк: ИПШ "Наука і освіта". — 2010. — № 3. — С. 151-159.
3. Кудрявцев В.Б., Андреев А.Е. Тестовое распознавание // Фундаментальная и прикладная математика 15.4 (2009): 67-99.
4. Дюкова Е.В., Прокофьев П.А. Об асимптотически оптимальном перечислении неприводимых покрытий булевой матрицы // ПДМ. – 2014. – № 1. –С. 96–105.
5. Агибалов Г.П. Нахождение оптимальных многократных покрытий множеств // Труды / Сиб. физ. - техн. ин-т при Том. ун-те. Томск. – 1966. – Вып. 48. – С. 79–86.
6. Янковская А.Е. Принятие решений, устойчивых к ошибкам измерения значений признаков в интеллектуальных системах // Искусственный интеллект. Интеллектуальные системы (ИИ-2009). Материалы X Международной научно-технической конференции. — Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. — С. 127-130.

Научное издание

**ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК**

Сборник научных трудов  
XIV Международной конференции студентов, аспирантов  
и молодых ученых

**Издано в авторской редакции**

Компьютерная верстка С.А. Поробова  
Редактор Г.А. Воронова, И.А. Курзина

Тираж 100 экз.



---

Национальный исследовательский  
Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества  
Издательства Томского политехнического  
университета сертифицирована в соответствии с  
требованиями ISO 9001:2008  
. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30  
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, [www.tpu.ru](http://www.tpu.ru)

---

