

для переноса среднеквадратичных колебаний завихренности.  
Уравнения реальной  $k$ - $\varepsilon$  модели имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S_\varepsilon - \\ - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon. \end{cases}$$

В реальной модели нахождение турбулентной вязкости существенно отличается от других  $k$ - $\varepsilon$  моделей.

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}},$$

### Литература

1. Белов И.А. Исаев С.А. Моделирование турбулентных течений: учеб. пособие / Балт. гос. техн. ун-т. – СПб., 2001. – 108 с.
2. Durbin P.A., Reif B.A.P. Statical theory and modeling for turbulent flows. - John Wiley and Sons, West Sussex, United Kingdom, 2011. – 357 p.
3. Launder B.E., Spalding D.B. Lectures in Mathematical Models of Turbulence. – London: Academic Press, 1972. – 169 p.
4. Renormalization group modeling and turbulence simulations / S.A. Orszag, V. Yakhot, W.S. Flannery, F. Boysan, D. Choudhury, J. Maruzewski, B. Patel // International conference on near-wall turbulent flows, Tempe, Arizona, 1993.
5. A new  $k$ - $\varepsilon$  eddy-viscosity model for high Reynolds number turbulent flows - Model development and validation / T.-H. Shih, W.W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang, J. Zhu // Computers fluids. – 1995. – No. 24 (3). – P. 227-238.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ ГИДРАТООБРАЗОВАНИЯ НА ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТИ МАГИСТРАЛЬНЫХ ГАЗОПРОВОДОВ

С.П. Красуцкий, Н.А Букин

Научный руководитель - доктор ф.-м.н., С.Н. Харламов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск, Россия

### Моделирование образования гидратов на внутренней поверхности трубы

Для численного моделирования образования газовых гидратов, образующихся на поверхности трубы, будет использоваться итерационно-интерполяционный метод.

#### Постановка задачи об образовании гидратов на внутренней поверхности трубы

Будем рассматривать сечение круглой трубы, на внешней поверхности которой происходит теплообмен с окружающей средой, а внутренняя поверхность обтекается потоком газа, содержащем водяной пар. Процесс образования гидратов будем считать равновесным и моделировать как фазовый переход 1-го рода (происходит при постоянной температуре, определяемой по кривой фазового равновесия). Все теплофизические параметры задачи будем считать постоянными. Таким образом, образование гидратов идет только за счет охлаждения трубы. Процессы теплообмена в стенке трубы и слое гидрата будем описывать уравнением теплопроводности с постоянными коэффициентами, записанным в цилиндрической системе координат:

$$r \frac{\partial T}{\partial t} + r v_r \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r \lambda}{\rho c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (1)$$

где  $t$  - время,  $r$  - радиальная координата, отсчитываемая от оси трубы,  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности,  $\rho$  - плотность,  $c_p$  - удельная теплоемкость,  $T$  - температура,  $v_r$  - скорость движения среды.

В начальный момент времени температура стенки полагается постоянной и равной температуре газового потока.

$$T_{t=0} = T_0. \quad (2)$$

На внешней поверхности трубы выставляются граничные условия 1-3 рода, записанные в обобщенном виде:

$$\alpha_w \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \beta_w T \Big|_{r=r_w} = f_w. \quad (3)$$

В частности, если трубопровод находится в грунте, то выставляется граничное условие 1-го рода:

$$\alpha_w = 0, \quad \beta_w = 1, \quad f_w = T_w. \quad (4)$$

На границе контакта «труба – слой гидратов» выставляются условия сопряжения (равенство тепловых потоков и температур):

$$\lambda_i \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_i-0} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_i+0},$$

$$T \Big|_{x=x_i-0} = T \Big|_{x=x_i+0}, \quad i = 1, N-1. \quad (5)$$

На поверхности слоя гидратов задается условие 1-го рода, а скорость движения границы слоя гидратов определяется из соотношения Стефана:

$$T \Big|_{r=r_e} = T_e,$$

$$v_g = - \frac{\lambda_g}{\rho_g Q_g} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_e}, \quad (6)$$

где  $v_g, \lambda_g, \rho_g Q_g$  - линейная скорость гидратообразования, коэффициент теплопроводности гидратов, плотность гидратов, удельная теплота гидратообразования. Индексы « $W$ », « $E$ » отвечают внешней поверхности трубы и внутренней поверхности слоя гидратов.

Данная задача решалась численно итерационно-интерполяционным методом. Приведем разностную схему, применявшуюся в расчетах.

Запишем исходные уравнения и граничные условия в общем виде:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( a_1 \frac{\partial F}{\partial x} \right) = -a_2 \frac{\partial F}{\partial x} + a_4 + a_6 \frac{\partial F}{\partial t},$$

$$\alpha_w \left( a_1 \frac{\partial F}{\partial x} \right) + \beta_w F \Big|_{x=x_w} = f_w,$$

$$\alpha_0 \left( a_1 \frac{\partial F}{\partial x} \right) + \beta_0 F \Big|_{x=0} = f_0. \quad (7)$$

Разобьем область решения  $[0, x_w]$  неравномерной сеткой на  $N$  отрезков, так чтобы узлы сетки совпадали с местами контактов слоев. На  $i$ -ом интервале с шагом  $h_i = x_i - x_{i-1}$  искомым функцию  $F$  и коэффициенты  $a_i$  представим в виде многочлена 1-ой степени. Проинтегрировав в подобном узле уравнение (7) по  $x$  влево и вправо от узла и усредняя коэффициент при конвективном члене как сумму удвоенного значения в узле и соседней точке, поделенную на три, получим следующие выражения для потоков в  $i$ -ом узле сетки слева и справа:

$$a_1 \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x=x_i-0} = (F_i - F_{i-1}) \left[ \frac{a_{1,i} + a_{1,i-1}}{2h_i} - \frac{a_{2,i-1} + 2a_{2,i}}{6} \right] + \frac{h_i a_{4,i}}{2} + \frac{h_i a_{6,i}}{2} \frac{(F_i - F_{i,t})}{\tau}, \quad (8)$$

$$a_1 \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x=x_i+0} = (F_{i+1} - F_i) \left[ \frac{a_{1,i+1} + a_{1,i}}{2h_{i+1}} + \frac{a_{2,i+1} + 2a_{2,i}}{6} \right] - \frac{h_{i+1} \bar{a}_{4,i}}{2} - \frac{h_{i+1} \bar{a}_{6,i}}{2} \frac{(F_i - F_{i,t})}{\tau}$$

где  $\tau$  - шаг по времени, нижний индекс  $t$  - означает значение на предыдущем слое по времени, черта снизу соответствует значению слева от узла, черта сверху - справа.

Приравнявая потоки в узлах сетки, получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$A_i F_{i-1} - C_i F_i + B_i F_{i+1} = -D_i, \quad i = \overline{1, N-1},$$

$$A_i = \tau [h_{i+1} (a_{1,i} + a_{1,i-1}) - \beta_i (2a_{2,i} + a_{2,i-1})],$$

$$B_i = \tau [h_i (\bar{a}_{1,i} + a_{1,i+1}) - \beta_i (2\bar{a}_{2,i} + a_{2,i+1})],$$

$$C_i = A_i + B_i + \frac{(\bar{a}_{6,i} + a_{6,i})}{2} \gamma_i, \quad (9)$$

$$D_i = \gamma_i \left[ \frac{(\bar{a}_{6,i} + a_{6,i})}{2} F_{i,t} - \tau \frac{(\bar{a}_{4,i} + a_{4,i})}{2} \right],$$

$$S_6 = \frac{(\bar{a}_{6,i} + a_{6,i})}{2} \gamma_i, \quad S_4 = \frac{(\bar{a}_{4,i} + a_{4,i})}{2} \gamma_i,$$

$$C_i = A_i + B_i + S_6,$$

$$D_i = S_6 F_{i,t} - \tau S_4,$$

$$\beta_i = \frac{h_i h_{i+1}}{3}, \quad \gamma_i = h_i h_{i+1} (h_i + h_{i+1}).$$

Таким образом, исходная задача (7) сводится к системе алгебраических уравнений (9). Данная система имеет трехдиагональную матрицу и может быть решена методом скалярной прогонки. На первом этапе вычисляются прогоночные коэффициенты:

$$\begin{aligned} M_N &= A_N / C_N, \\ P_N &= D_N / C_N, \\ M_i &= A_i / (C_i - B_i M_{i+1}), \\ P_i &= (B_i P_{i+1} + D_i) / (C_i - B_i M_{i+1}), \quad i = \overline{N-1, 1}, \end{aligned} \quad (10)$$

на втором этапе вычисляются значение функции в узлах сетки:

$$\begin{aligned} F_0 &= (B_0 P_1 + D_0) / (C_0 - B_0 M_1), \\ F_i &= M_i F_{i-1} + P_i, \quad i = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (11)$$

Так как скорость движения границы слоя гидратов заранее не известна, то использовались итерации на каждом временном слое. Условие сходимости имело вид:

$$\left| \frac{T^k - T^{k-1}}{T^k} \right| < \varepsilon, \quad (12)$$

где  $k$  - номер итерации,  $\varepsilon$  - относительная точность.

#### Литература

1. Гришин А.М., Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Суботин А.Н., Якимов А.С. Итерационно-интерполяционный метод и его приложения. – Томск: Изд-во Том. Ун-та., 2004. – 318 с.
2. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. – М.: Энергия, 1977. – 344 с.
3. Шагапов В.П., Урзанов Р.Р., Мускаев Н.Г. Математическое моделирование течения углеводородного газа в трубопроводе с учетом гидратообразования на стенках трубы. – Вестник УГАТУ, 2011 Т. 15, № 4 (44). 164–168 с.
4. Юдаев Б.Н. Теплопередача. М.: «Высшая школа», 1973. – 360 с.

### ПОДГОТОВКА ГАЗА НА ПРОМЫСЛЕ. СХЕМА ОЧИСТКИ ОТ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА

А.Г. Кугданов, Н.Е. Федоров

*Научный руководитель профессор кафедры ТХНГ ИПР, доктор ф.-м. наук С.Н. Харламов,  
Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г.Томск, Россия*

При выборе методик очистки газов нужно тщательнее подходить к оценке химического состава сырья, включая примеси, которые не регламентируются в товарном газе и продуктах его переработки или не оказывают влияния на их качество из-за незначительного содержания в исходном газе. Это обосновано в частности тем, что при взаимодействии примесей с некоторыми растворителями могут образоваться такие химические соединения, которые при нагревании их в процессе регенерации не распадаются на составные части, в результате чего концентрация активной части растворителя постепенно уменьшается, растворитель дезактивируется и приходит в негодность.

В данной статье рассматриваются массообменные процессы и технологические установки очистки газов от сероводорода и диоксида углерода

Ставится задача рассмотреть математическое моделирование процесса ректификации.

#### Массообменные процессы.

Массопередача - процесс переноса одного или нескольких веществ из одной фазы в другую в направлении достижения равновесия, используется для разделения гомогенных и гетерогенных систем.

Классификация процессов массопередачи.

I. По назначению:

1. Абсорбция – процесс поглощения компонента из паровой или газовой фазы жидким поглотителем (абсорбентом);
2. Перегонка – процесс разделения гомогенных жидких смесей на компоненты путем однократного или многократного (ректификация) взаимодействия между паровой и жидкой фазами, движущимися противотоком;
3. Экстракция (жидкостная) – процесс извлечения вещества из растворов с помощью избирательных растворителей (экстрагентов);
4. Адсорбция – процесс поглощения компонента из паровой, газовой либо жидкой фаз твердым пористым поглотителем (адсорбентом);