

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕФТЕЗАГРЯЗНЕНИЯ ПОЧВЫ

И.Е. Меркурьев

Научный руководитель профессор С.Н. Харламов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск, Россия

Использование нефти как одного из источников энергии приводит к загрязнению окружающей среды. Загрязнение почв происходит в местах добычи, транспортировки, хранения и переработки нефти. Перед началом дорогостоящих работ по экскавации грунта необходимо знать глубину проникновения загрязнителя. В этом нам может помочь математическое моделирование, которое позволяет оценить величину загрязненной зоны.

Понятие математической модели процесса

Основными уравнениями, которые описывают движение нефти в грунте, являются уравнение сохранения массы и уравнение сохранения импульса, которое сводится к закону фильтрации Дарси.

Закон сохранения массы и закона фильтрации Дарси для трехмерного течения имеют вид:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \bar{u}) = 0,$$

где m – пористость грунта;

s – насыщенность;

t – время;

ρ – плотность;

\bar{u} – скорость.

$$\bar{u} = -k \frac{k(s)}{\mu} (\nabla p - \rho \bar{g}),$$

где k – проницаемость пористой среды;

μ – вязкость;

p – фазовое давление;

\bar{g} – ускорение свободного падения.

Подставим в уравнение неразрывности закон Дарси, в результате чего с учетом соотношения для капиллярного давления получим [1]:

$$(k_1 + \mu_0 k_2) \frac{\partial p}{\partial z} = k_1 \rho_1 g - \mu_0 k_2 \frac{\partial p_c}{\partial z} + \mu_0 k_2 \rho_2 g,$$

где k_1, k_2 – фазовые проницаемости нефти и воздуха соответственно;

μ_0 – отношение вязкостей нефти и воздуха;

ρ_1, ρ_2 – плотность нефти и воздуха соответственно;

p_c – функция капиллярного давления.

Проведем соответствующие преобразования и получим систему уравнений:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = \left(\left(-\frac{k}{\mu_1} \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{k_1(s)k_2(s)}{k_1(s) + k_2(s)} \right) \frac{\partial p_c(s)}{\partial z} \right) - \frac{k}{\mu_1} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{k_2(s)}{k_1(s) + k_2(s)} \rho_1 g + \frac{k}{\mu_1} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{k_1(s)k_2(s)}{k_1(s) + k_2(s)} \rho_2 g.$$

Введем обозначения: $\psi = \frac{k_1 k_2}{\left(k_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} k_1 \right)}$ и $F = \frac{k_2}{\frac{\mu_2}{\mu_1} k_1 + k_2}$.

Уравнение перепишем в виде:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{k}{\mu_1} \psi \frac{\partial p_c(s)}{\partial z} \right) \frac{\partial s}{\partial z} + \frac{k}{\mu_1} \frac{\partial \psi}{\partial z} \rho_2 g - \frac{k}{\mu_1} \frac{\partial F}{\partial z} \rho_1 g.$$

Чтобы установить связь между капиллярным давлением D_h , пористостью и проницаемостью среды воспользуемся функцией Леверетта:

$$J(s) = \frac{\sqrt{k/m}}{\sigma \cos \theta} P_c(s), \quad P_c(s) = \frac{\sigma \cos \theta}{\sqrt{k/m}} J(s),$$

где σ – поверхностное натяжение;

θ – угол смачивания.

С учетом функции Леверетта соотношение (6) можно преобразовать к виду:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(a(s) \frac{\partial s}{\partial z} \right) - \frac{k \rho_1 g}{\mu_1} \frac{\partial F}{\partial z},$$

$$\text{где } a(s) = -\frac{k}{\mu_1} \psi \frac{\partial p_c}{\partial s} = a_0 \psi \frac{\partial J(s)}{\partial s}, \quad a_0 = -\frac{\sigma \cos \theta}{\mu_1} \sqrt{km}.$$

Введем начальные и граничные условия:

$$\text{– при } t = 0: s(z, 0) = 0,$$

– на верхней границе условие для насыщенности нефтью записывается следующим образом: $s(0, t) = s_0$,

$$\text{– на нижней границе при } \frac{\partial s}{\partial z} = 0: \frac{\partial s}{\partial z} = 0.$$

Универсальным методом приближенного решения дифференциальных уравнений является метод разностных сеток.

Построим разностную схему с помощью равномерной сетки с шагом h_z по переменной z и шагом τ по времени t . Получим следующую сеточную область [2]:

$$w_{h,\tau} = \{z = ih_z (0 \leq i \leq n_z), t_j = j\tau (0 \leq j \leq n_t)\}, \quad \Delta z = h_z, n_z = \frac{L}{h_z}, n_t = \frac{T}{\tau}.$$

Заменяем производные во внутренних узлах сеточной области конечно-разностными отношениями. В результате получим неявную абсолютно устойчивую разностную схему:

$$\frac{s_i^{j+1} - s_i^j}{\tau} = \frac{1}{h^2} \left[a_{i+1/2}^{j+1} (s_{i+1}^{j+1} - s_i^{j+1}) - a_{i-1/2}^{j+1} (s_i^{j+1} - s_{i-1}^{j+1}) \right] + f(s_i^{j+1}),$$

где \dots , $a_{i-1/2}(s) = k \left(\frac{s_{i-1}^{j+1} + s_i^{j+1}}{2} \right)$, $a_{i+1/2}(s) = k \left(\frac{s_i^{j+1} + s_{i+1}^{j+1}}{2} \right)$.

С аппроксимацией начально-граничных условий

$$s_i^0, j = 0, i = 0, \dots, n_z; \quad s_0^{j+1} = 1, i = 0, j = 0, \dots, n_t - 1.$$

Разностная схема (12) аппроксимирует исходное уравнение с заданной погрешностью $O(\tau + h^2)$.

Предпочтительно искать решение разностной схемы (12) методом прогонки. Преобразуем неявную разностную схему

$$A_i s_{i-1}^{j+1} - C_i s_i^{j+1} + B_i s_{i+1}^{j+1} = -F_i, \quad 0 < i < n,$$

$$\text{где } A_i = \frac{\tau}{h^2} a_{i-1/2}^{j+1},$$

$$B_i = \frac{\tau}{h^2} a_{i+1/2}^{j+1},$$

$$C_i = 1 + A_i + B_i,$$

$$F_i = s_i^j + \tau f_i^j,$$

с краевыми условиями:

$$s_0 = \chi_1 s_1 + \nu_1, \quad s_n = \chi_2 s_{n-1} + \nu_2$$

Численное решение задачи получим по следующему алгоритму, используя формулы метода прогонки:

$$\alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{A_i B_i + F_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$s_i = \alpha_{i+1} s_{i+1} + \beta_{i+1}.$$

Прогночные коэффициенты α_1, β_1 определяем из краевого условия на левом конце, s_n определяем из краевого условия на правом конце и последнего из уравнений (14) при $i = n-1$

$$s_0[0] = 1, \alpha_1 = 0, \beta_1 = s_0[0], \quad s_n = \frac{\nu_2 + \chi_2 \beta_n}{1 - \chi_2 \alpha_n}.$$

При окончании итерации (12) используем условие точности сходимости итераций $\max_i |s_i^{j+1} - s_i^j| \leq \varepsilon$.

Вычислительный алгоритм реализуется при помощи компьютерной модели.

Построенная модель позволяет определить скорости фильтрации в грунте в любой момент времени, распределение давления s_p и насыщенности s_f .

Литература

1. Молокова, Н.В. Математическое моделирование процессов нефтезагрязнения пористой среды // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета. Вып. 5. – Красноярск, 2010. – С. 142 – 148.
2. Тихонов А.Н. Разностные методы решения многомерных задач / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1989. – 320 с.

РЕОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ

Д.С.Мигачёва, Д.В. Педаш

Научный руководитель доктор физико-математических наук, профессор С.Н. Харламов
Научный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск, Россия

В процессе бурения в скважине происходит циркуляция потока жидкости, которая является не только средством для удаления продуктов разрушения (шлама), но и главным фактором, обеспечивающим эффективность процесса бурения. При бурении жидкость циркулирующую принято называть буровым раствором или промывочной жидкостью.

Промывочные жидкости относятся к классу неньютоновских жидкостей. Это значит, что у таких жидкостей вязкость - величина не постоянная. Она в любой момент времени будет зависеть от напряжения сдвига и скорости деформации (скорости сдвига). Понятия скорости сдвига и напряжения сдвига применимы к движению любых жидкостей. В пределах циркуляционной системы скорость сдвига зависит от средней скорости движения жидкости в той форме циркуляционного пространства, в которой оно происходит. Таким образом, скорость сдвига выше в геометрических формах небольшого размера (внутри буровой колонны) и ниже в формах большого размера (таких, как затрубное пространство). Изменения в подаче насоса влияют на скорость сдвига бурового раствора, во всей циркуляционной системе, хотя форма циркуляционного пространства может меняться. Более высокие скорости сдвига обычно вызывают возникновение силы сопротивления напряжению сдвига большей величины. Поэтому, напряжения сдвига в буровой колонне превышают напряжения сдвига в затрубном пространстве. Сумма потерь давления во всей циркуляционной системе (давление на выходе насоса) часто ассоциируется с напряжением сдвига, в то время, как подача насоса связывается со скоростью сдвига. Это взаимоотношение между скоростью сдвига и напряжением сдвига жидкости и определяет характер её движения.

Буровой раствор должен совершать важные функции, которые направлены на эффективное, экономичное и безопасное выполнение и завершение процесса бурения. В настоящее время состав и свойства бурового раствора стали объектом научных исследований и анализа.

Одной из важнейших функций бурового раствора является предупреждение попадания пластового флюида будь то газ, нефть или вода, в ствол скважины. В том случае, когда в скважину попадает один из названных пластовых флюидов, говорят, что произошло флюидопроявление. Основным параметром, который отвечает за регулирование давления бурового раствора на забое является плотность промывочной жидкости. Необходимое давление промывочной жидкости определяется геологическими параметрами месторождения. Чем выше давление горных пород на забое скважины, тем больше должна быть плотность бурового раствора. Плотность регулируется специальными химически инертными добавками, такими как мел и барит. На промысле определение плотности раствора определяется специальными рычажными весами.

Условная вязкость определяется как сопротивление течению и обычно на промыслах её определяют с площадью вискозиметра (воронки) Марша. Вязкость по вискозиметру Марша это скорость течения раствора, которая измеряется в метрических единицах - секундах на 1000 мл. Ни одно из значений вязкости, полученных с помощью вискозиметра Марша, нельзя считать правильным для всех буровых растворов. То, что верно для одной площади, может не соответствовать действительности на другой площади, однако в общих случаях применимо эмпирическое правило.

Пластическая вязкость обычно определяется как та часть сопротивления течению жидкости, которая вызывается механическим трением. Пластическая вязкость определяется главным образом:

- Концентрацией твердой фазы;
- размером и формой частиц твердой фазы;
- вязкостью жидкой фазы.

Любое увеличение общей площади поверхности частиц приведёт к повышению пластической вязкости. Например, при разделении частицы твердой фазы пополам общая площадь поверхности двух половинок будет больше площади поверхности одной частицы. Площадь поверхности плоской частицы больше площади поверхности сферической частицы при одинаковых объёмах частиц. Чаще всего, однако, повышение пластической вязкости является результатом увеличения содержания твердой фазы в буровом растворе. Часть твердой фазы намеренно вводится в буровой раствор. Например, бентонит обеспечивает необходимую вязкость и регулирует водоотдачу, в то время как барит добавляется для утяжеления бурового раствора. Существует хорошее правило, согласно которому вязкость бурового раствора не должна быть выше той, которая обеспечивает вынос шлама и поддерживает барит во взвешенном состоянии. Когда буровой раствор не выполняет эти функции, необходимо повысить предельное динамическое напряжение сдвига, а не пластическую вязкость. Т.к. буровой шлам отрицательно влияет на свойства бурового раствора, то его присутствие в растворе нежелательно. В процессе бурения происходит постоянное поступление шлама в буровой раствор, что приводит к увеличению содержания твердой фазы бурового раствора. Если буровой шлам своевременно не удалять из бурового раствора, то в процессе его циркуляции и рециркуляции будет происходить непрерывное его измельчение. В результате