ли рассчитать параметры технологического режима формования электрической изоляции для рассматриваемой геометрии кабельной головки. С использованием описанной модели определены оптимальные параметры технологического процесса, позволившие увеличить производительность линии по формованию трехслойной изоляции при обязательном соблюдении условий качества получаемой продукции. Предлагаемая модель дополни-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Терлыч А.Е., Труфанова Н.М., Щербинин А.Г. Адаптивная система управления процессом экструзии при производстве кабельной продукции // Информационные управляющие системы: Сб. науч. тр. / Перм. гос. техн. университет. Пермь: Пермский ЦНТИ, 2006. С. 280–284.
- Столбов В.Ю., Швейкин А.И. Построение системы адаптивного управления процессом восстановления насосных штанг // Механика и процессы управления: Труды XXXIII Уральского семинара. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2003. – С. 338–345.
- Казаков А.В., Труфанова Н.М. Численное моделирование процесса течения полимера в кабельной головке и анализ зависимости параметров процесса от некоторых теплофизических свойств материала // Вестник ПГТУ. Механика. – 2009. – № 1. – С. 130–136.

тельно позволила заранее рассчитать вероятные реакции процесса наложения на изменение различных параметров (например, внезапно меняющихся свойств перерабатываемых материалов). Это способствует повышению качества выпускаемой продукции и исключению так называемого «человеческого фактора», зачастую являющимся самым слабым звеном всей технологической цепочки производства кабельной продукции.

- Казаков А.В., Савченко В.Г., Труфанова Н.М. Расчет влияния геометрии каналов технологического инструмента кабельной головки на возникновение вихревых потоков при наложении изоляции // Кабели и провода. – 2010. – № 2 (321). – С. 11–13.
- Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. – М.: Химия, 1984. – 632 с.
- Казаков А.В., Савченко В.Г., Труфанова Н.М. Моделирование процессов тепломассопереноса полимера в головке экструдера с учетом и без учета зависимости вязкости от температуры // Интеллектуальные системы в производстве. – 2010. – № 1 (15). – С. 130–133.

Поступила 25.12.2011 г.

УДК 621.315

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕЧЕНИЯ ПОЛИМЕРОВ В УСЛОВИЯХ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА В ВИНТОВЫХ КАНАЛАХ ЭКСТРУДЕРОВ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ПЛАСТМАССОВОЙ ИЗОЛЯЦИИ

Е.В. Субботин, А.Г. Щербинин, Н.М. Труфанова

ФГБОУ ВПО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет» E-mail: ktei@pstu.ru

Проведено численное исследование работы экструдера с классической геометрией шнека. Представлены графики распределения давления, изменения минимальной, средней и максимальной температур по длине канала. Приведены картины: изменения формы пробки; распределения температурного поля и компонент скорости в поперечном сечении канала экструдера. Построены напорно-расходные характеристики.

Ключевые слова:

Математическая модель, экструдер, шнек, численное исследование.

Key words:

Mathematical model, extruder, screw, numerical investigation.

В современном кабельном производстве основным способом наложения пластмассовой изоляции является экструзия. Многочисленные исследования, проводимые в данной области, направлены, прежде всего, на модернизацию оборудования и совершенствование технологических режимов. Натурные испытания вследствие большой производительности шнековых аппаратов и высокой цены полимерных материалов превращаются в дорогостоящую и продолжительную работу. Кроме то-

го, с помощью эксперимента сложно выявить некоторые скрытые особенности изучаемого процесса. Например, определить области локальных перегревов, что является важным при рассмотрении процессов переработки современных полимерных материалов, обеспечение высоких эксплуатационных характеристик которых может быть достигнуто только при строгом соблюдении заданных температурных режимов. Это вызывает необходимость развития теоретических основ исследуемых процессов. Одним из основных инструментов, способствующих получению заданного результата, является математическое моделирование. Использование существующих ныне трехмерных математических моделей, зачастую ограничивается изучением течения уже расплавленного материала, а сам процесс плавления твердого полимера остается неохваченным [1–3].

Данная статья посвящена численным исследованиям работы пластицирующего экструдера. В основу, разработанного для решения этой задачи программного продукта, заложена трехмерная математическая модель, охватывающая все функциональные зоны, начиная от зоны загрузки и заканчивая зоной дозирования, и учитывающая: нелинейность свойств материала; вынужденную конвекцию расплава полимера в условиях фазового перехода; влияние потока утечек расплава полимера через зазор между гребнем нарезки червяка и внутренней поверхностью цилиндра.

Математическое представление процессов движения и теплообмена полимеров в винтовом канале пластицирующего экструдера основывается на законах сохранения массы, количества движения и энергии [4, 5]:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0; \tag{1}$$

$$\rho(\mathbf{V}\cdot\nabla)\mathbf{V} = -\nabla P + (\nabla\cdot\tilde{\tau}); \tag{2}$$

$$pC(T)(\mathbf{V}\cdot\nabla)T = \nabla\cdot\lambda\nabla T + (\tilde{\tau}:\nabla\mathbf{V}), \qquad (3)$$

где ρ и C – плотность и удельная теплоемкость полимера; λ – коэффициент теплопроводности; V – вектор скорости; T – температура; P – гидростатическое давление; $\tilde{\tau}$ – тензор девиатора напряжений; ($\tilde{\tau}$: ∇ V) – необратимый прирост внутренней энергии на единицу объема вследствие диссипации энергии при вязком течении.

Связь между тензором девиатора напряжений и тензором скоростей деформации определяется соотношением:

$$\tilde{\tau} = \mu_{\rm s} \tilde{\gamma}, \qquad (4)$$

где $\tilde{\gamma}$ – тензор скоростей деформации; μ_3 – эффективная вязкость, являющаяся функцией скорости сдвига и температуры [6, 7].

При построении математической модели вводятся следующие упрощающие предположения: процесс стационарный; массовый расход постоянный; винтовой канал разворачивается на плоскость и используется обращенное движение (рис. 1); перенос тепла вдоль канала происходит в основном за счет конвективной составляющей, поэтому диффузия тепла по координате Z не учитывается; пробка гранул деформируема, а скорость и плотность ее постоянны; упругие процессы в расплаве полимера не учитываются; градиентами составляющих скоростей в направлении оси Z пренебрегаем, поскольку длина канала на два-три порядка больше высоты и ширины, а его геометрия по длине постоянна или изменяется очень плавно; инерционные и массовые силы малы по сравнению с силами вязкого трения.



Рис. 1. Схема развернутого винтового канала

Кроме того, применяются следующие условия однозначности:

 В качестве граничного условия по температуре на входе в канал используется температура гранул полимера из загрузочного бункера, равная температуре окружающей среды:

$$T_{|Z=0} = T_{S}$$

где T_s – температура гранул полимера.

- Граница раздела фаз определяется изотермой, соответствующей некоторой средней (в интервале фазовых превращений) температуре плавления или средней температуре из диапазона размягчения аморфных полимеров.
- Граничные условия для составляющих скоростей задаются из условия прилипания жидкости к твердым непроницаемым поверхностям (стенкам канала и поверхности раздела фаз):

$$\begin{aligned} v_{z|x=\{0...W+s\},y=0} &= V_{z0} = V_0 \cos\Theta; \ v_{z|x=x_{\Gamma},y=y_{\Gamma}} = U; \\ v_{z|x=x_{\Pi},y=y_{\Pi}} &= 0; \ v_{x|x=\{0...W+s\},y=0} = V_{x0} = V_0 \sin\Theta; \\ v_{x|x=x_{\Gamma},y=y_{\Gamma}} &= 0; \ v_{x|x=x_{\Pi},y=y_{\Pi}} = 0; \ v_{y|x=\{0...W+s\},y=0} = 0; \\ v_{y|x=x_{\Gamma},y=y_{\Gamma}} &= 0; \ v_{y|x=x_{\Pi},y=y_{\Pi}} = 0. \end{aligned}$$

Здесь x_{Γ} , y_{Γ} – координаты границы раздела фаз, которые изменяются по мере продвижения и плавления пробки гранул и определяются на каждом шаге по длине; x_{III} , y_{III} – координаты поверхности шнека; U – скорость пробки гранул; W – ширина канала; S – ширина гребня винтовой нарезки.

4. На внутренней поверхности корпуса задается распределение температуры:

$$T = T_{\rm II}(z),$$

а на поверхности шнека:

٦.

$$T = T_{\rm III}(z),$$

где $T_{\rm II}(z)$ – зависимость изменения температуры корпуса, определяемая технологическими условиями переработки полимерного материала; $T_{\rm III}(z)$ – распределение температуры шнека, определяемое из совместного решения данной задачи и задачи по определению температуры шнека.

Рабочие характеристики экструдера с учетом определяемой температуры шнека находятся путем совместной итерационной процедуры решения задачи тепломассопереноса полимера в канале экструдера и задачи по определению температуры шнека [8]. На первом шаге вычисляется распределение температуры шнека при условии, что внутренний источник тепла отсутствует. Это распределение используется в качестве граничного условия в выше представленной математической модели процессов тепломассопереноса пластицирующего экструдера, после решения, которой определяется изменение мощности внутреннего источника тепла Q вдоль оси шнека. Далее с учетом полученного распределения диссипативного источника тепла *Q* пересчитывается температура шнека и повторно решается задача тепломассопереноса полимера в канале экструдера. Процедура совместного решения задач тепломассопереноса полимера в канале экструдера и определения температуры шнека продолжается до тех пор, пока не выполнится заданное условие по точности.

Для решения задачи по определению температуры шнека используется следующая методика: полимер совершает стержневое движение в кольцевом зазоре между шнеком и внутренней поверхностью цилиндра при условии, что гребни отсутствуют, при этом тепловой поток от корпуса к шнеку через зазор между гребнями учитывается итерационно. На каждом шаге итерации по разности температур между корпусом и шнеком определяется плотность теплового потока от корпуса к гребню нарезки червяка через радиальный зазор. Вычисленный таким образом тепловой поток прикладывается к шнеку. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока максимальная разность по температуре шнека между текущей и предыдущей итерацией в узлах расчетной области по абсолютному значению не будет меньше некоторой наперед заданной малой величины.

Таким образом, система дифференциальных уравнений (1)—(4), записанная в декартовой системе координат с учетом упрощающих предположений, замкнутая краевыми условиями и условием постоянства массового расхода описывает процесс тепломассопереноса и плавления полимера в винтовом канале пластицирующего экструдера [9].

Верификация данной модели приведена в работе [10].

При численном решении уравнений математической модели использовался достаточно эффективный для подобных задач метод конечных разностей. В данном случае был выбран экономичный метод переменных направлений [11, 12].

Численные исследования проведены для экструдера с классической геометрией шнека, геометрические размеры которого представлены в табл. 1.

В качестве полимера выбран полиэтилен (ПЭ), теплофизические и реологические свойства которого приведены в табл. 2 и на рис. 2 [13]. Индекс *s* в табл. 2 соответствует твердому состоянию полимера, а m — расплавленному.

Таблица 1. Базовая геометрия экструдера

Внутренний диаметр цилиндра (корпуса), мм	160,0
Наружный диаметр шнека, мм	159,4
Шаг винтовой нарезки, мм	160,0
Ширина канала <i>W</i> , мм	137,3
Ширина гребня винтовой нарезки S, мм	15,3
Длины геометрических зон загрузки, сжатия и дозирования, витки	10/10/7
Суммарная длина шнека, витки	27
Глубина канала в зоне загрузки, <i>Н</i> 1, мм	16
Глубина канала в зоне дозирования <i>Н</i> 2, мм	4
Угол подъема винтовой линии Θ , град	17°39′
Радиальный зазор между гребнем шнека и корпусом <i>δ</i> , мм	0,3
Диаметр отверстия в шнеке, мм	48

Таблица 2. Реологические и теплофизические свойства полиэтилена

Полимер	n	μ_0	T ₀	β	T_{Π}	$ ho_{ m s}$	$ ho_{m}$	λ_s	λ_m
	-	Па∙с″	°C	1/°C	°C	KΓ/M ³		Вт/(м·°С)	
Полиэтилен	0,44	10825	160	0,018	110	919,0	779,0	0,335	0,182



Рис. 2. Зависимость удельной теплоемкости ПЭ от температуры

Начальная температура гранулята T_{z0} равна 20 °С. Число оборотов шнека N_{m} =60 об./мин. Температура цилиндра экструдера T_{u} на первых семи витках линейно растет с 92 до 200 °С, далее до конца не изменяется. Массовая производительность экструдера G_{0} =0,06 кг/с.

Плавление полимера в классических пластицирующих экструдерах сначала происходит по пленочному механизму с деформацией пробки, а после того как ее ширина станет меньше половины ширины канала механизм плавления переходит в пробковый (бездеформационный), оставаясь таковым до полного расплавления твердого полимера. При пленочном механизме плавления деформация пробки, форма которой близка к прямоугольной, обусловлена перепадом давления в поперечном сечении канала. Интенсивность плавления твердого полимера на этом этапе зависит от ширины пробки. При переходе к пробковому механизму скорость плавления снижается. На рис. 3 представлена характерная картина изменения формы твердой пробки и изменение относительной площади твердого полимера по длине канала переменной высоты.



Рис. 3. Изменение формы (а) и площади (б) пробки по длине канала

Численное исследование позволяет осуществлять последовательное, пошаговое продвижение по длине канала экструдера, при котором на каждом шаге в поперечном сечении определяются: поля температуры и компоненты вектора скорости в узлах расчетной сетки; средняя, минимальная и максимальная температуры материала; градиент давления и давление в канале; а также другие необходимые характеристики. Это дает возможность получить представление о скрытых особенностях изучаемого процесса.

Например, на рис. 4 представлены картины распределения температурного поля в поперечном сечении канала экструдера на длинах 9, 13 и 27 витков соответственно. Выводимые поля отображаются в виде трехмерных поверхностей, при этом узлы расчетной сетки, в зависимости от определенного в них значения функции, располагаются на разной высоте и отличаются по цвету. Это позволяет определить наиболее нагретые области материала и контур твердой пробки. Причем, хорошо видно, что на девятом витке плавление полимера происходит по пленочному механизму (рис. 4, *a*), на тринадцатом реализуется пробковый механизм (рис. 4, δ), и к выходу из экструдера (рис. 4, *в*) материал уже полностью расплавлен.

Аналогичным образом, построив поля составляющих компонент скорости, можно оценить характер течения расплава полимера в канале экструдера.

На рис. 5 представлены температурные поля в виде изотерм в пяти поперечных сечениях в канале и изменение температуры минимальной T_{\min} , средней $T_{\rm Cp}$, максимальной T_{\max} , корпуса $T_{\rm II}$ и шне-

ка *T*_ш по длине канала. Из рис. 5, *a*, видно, что наибольший градиент температур наблюдается на границе перехода твердый полимер — расплав. В бассейне расплава в зоне плавления температура распределена достаточно равномерно, что обусловлено интенсивной циркуляцией материала в поперечном сечении канала.

Из рис. 5, б, видно, что максимальная температура T_{max} при переходе от зоны загрузки Z_{33} к зоне задержки плавления $Z_{33\Pi}$ резко возрастает, что объяснятся появлением диссипативного источника тепла в тонком слое над пробкой полимера, и это значительно ускоряет процесс плавления пробки полимера со стороны корпуса. Превышение максимальной температуры полимера T_{max} над температурой цилиндра $T_{\text{ц}}$ к концу зоны задержки плавления $Z_{33\Pi}$ достигает 50 °C.

Минимальная температура T_{min}, практически до конца зоны плавления, растет достаточно медленно, поскольку в пробке полимера изменение температуры обусловлено только процессами теплопроводности при невысоком значении коэффициента теплопроводности λ. К 14-му витку минимальная температура возрастает с 20 до 70 °С. В конце зоны плавления, где высота пробки значительно снижается, минимальная температура растет быстрее и при переходе к зоне дозирования за счет конвективного теплообмена на длине, примерно, полувитка минимальная температура возрастает с 110 (T_{Π}) до 200 °С $(T_{\rm II})$. Это свидетельствует о том, что конвективный теплообмен в расплаве полимера значительно преобладает над теплообменом за счет теплопроводности.

Энергетика



Рис. 4. Температурное поле в канале экструдера: плавление полимера по пленочному механизму (a); реализация пробкового механизма (б); на выходе из экструдера (в)



Рис. 5. Температурное поле в канале пластицирующего экструдера (а) (цифрами обозначена температура изотерм, °C). Изменение температуры минимальной T_{min}, средней T_{Cp}, максимальной T_{max}, корпуса T_ц и шнека T_ш по длине канала (б)



Рис. б. Поля компоненты скорости *v*_z в канале пластицирующего экструдера (а) (м/с) и изменения градиента давления dP/dz и давления P по длине канала (б)



Рис. 7. Напорно-расходные характеристики экструдера *P*_K-G₀ при различных числах оборотов шнека N_ш (---- N_ш=40 об/мин; — -60; ---- 80)

На рис. 6 приведены поля компоненты скорости υ_z в пяти поперечных сечениях (*a*), изменение градиента давления dP/dz и давления *P* (*б*) по длине канала.

Из рис. 6, *a*, видно, что профили скоростей υ_z существенно изменяются как в поперечном сечении канала, так и по его длине, и эпюры скорости υ_z имеют вогнутый характер по всей длине канала,

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Syrjälä S. On the analysis of fluid flow and heat transfer in the melt conveying section of a single-screw extruder // Numer. Heat Transfer, Part A. – 1999. – V. 35. – № 1. – P. 25–47.
- Manab Kumar Das, Ghoshdastidar P.S. Experimental validation of a quasi three-dimensional conjugate heat transfer model for the metering section of a single-screw plasticating extruder // Journal of Materials Processing Technology. – 2002. – V. 120. – Iss. 1–3 (Jan.). – P. 397–411.
- Раувендаль К. Экструзия полимеров СПб.: Профессия, 2008. – 786 с.
- Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. – М.: Химия, 1984. – 632 с.
- Торнер Р.В. Теоретические основы переработки полимеров. М.: Химия, 1977. – 460 с.
- Янков В.И., Труфанова Н.М., Щербинин А.Г. Неизотермическое течение полимерных жидкостей в винтовых уплотнениях с продольной циркуляцией // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2006. – № 3. – С. 12–15.
- Янков В.И., Труфанова Н.М., Щербинин А.Г. Изотермическое течение аномально-вязких жидкостей в винтовых уплотнениях с продольной циркуляцией // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2006. – № 6. – С. 3–5.
- Щербинин А.Г., Труфанова Н.М., Янков В.И. Пространственная математическая модель одночервячного пластицирующего

что свидетельствует о положительном градиенте давления dP/dz (см. рис. 6, δ). Зависимость давления P по длине канала построена путем интегрирования кривой dP/dz по продольной координате z.

Большой практический интерес представляют напорно-расходные характеристики экструдера $P_{\rm K}-G_0$. Зависимость перепада давления $P_{\rm K}$ от про-изводительности экструдера G_0 и числа оборотов шнека приведена на рис. 7.

Таким образом, численные исследования с помощью представленной математической модели позволяют: находить оптимальные технические решения при разработке новых конструкций шнеков экструдеров, сводя к минимуму дорогостоящие натурные испытания; подбирать рациональные технологические режимы переработки при переходе на новые полимерные материалы; выявлять скрытые особенности изучаемого процесса; определять дифференциальные и интегральные характеристики работы экструдера с учетом геометрических, технологических параметров и свойств перерабатываемого пластиката.

экструдера. Сообщ. 2. Математическая модель по определению температуры шнека // Пластические массы. – 2004. – № 8. – С. 38–40.

- Щербинин А.Г., Труфанова Н.М., Янков В.И. Пространственная математическая модель одночервячного пластицирующего экструдера. Сообщ. 1. Математическая модель процесса тепломассопереноса полимера в канале экструдера // Пластические массы. – 2004. – № 6. – С. 38–41.
- Щербинин А.Г., Труфанова Н.М., Янков В.И. Пространственная математическая модель одночервячного пластицирующего экструдера. Сообщ. 3. Проверка адекватности модели // Пластические массы. – 2005. – № 5. – С. 43–45.
- Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2 т. – М.: Мир, 1990. – Т. 1. – 384 с.
- Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2 т. – М.: Мир, 1990. – Т. 2. – 392 с.
- Agur A., Vlachopoulos J. Numerical simulation a single screw plasication extruder // Polymer Eng. Sci. – 1982. – V. 22. – № 17. – P. 1084–1094.

Поступила 25.12.2011 г.