

Заметим, что при обоих значениях  $k_1$  в системе гарантируется устойчивость и требуемая точность функционирования при реакции на линейно-растающее входное воздействие  $g(t)$ , рис. 4. Однако регулятор с коэффициентами, определенными из условия  $\eta_1^* = 2,29$  обеспечивает большее быстродействие, а также меньшее перерегулирование в системе по сравнению с регулятором, обеспечивающим  $\eta_2^* = 0,325$ , что видно из рис. 5.

#### Выводы

1. Представлена методика параметрического синтеза ПИ-регулятора, обеспечивающего квазикасиальную степень устойчивости и заданную добротность системы автоматического управления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров Б.Н., Соколов Н.И., Липатов А.В. и др. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженерные методы анализа и синтеза. – М.: Машиностроение, 1986. – 256 с.: ил.
2. Волков А.Н., Загашвили Ю.В. Метод синтеза систем автоматического управления с максимальной степенью устойчивости при наличии ограничений // Известия РАН. Сер. Теория и системы управления. – 1997. – № 3. – С. 12–19.
3. Шубладзе А.М. Способы синтеза систем управления максимальной степени устойчивости // Автоматика и телемеханика. – 1980. – № 1. – С. 28–37.
4. Шубладзе А.М. Методика расчета оптимальных по степени устойчивости ПИ-законов. I // Автоматика и телемеханика. – 1987. – № 4. – С. 16–25.

2. Устойчивость системы автоматического управления достигается путем расположения ее полюсов левее максимальной оценки снизу степени устойчивости системы, что обеспечивает максимальное быстродействие и снижает колебательность.
3. Алгоритм синтеза использует коэффициентные оценки показателей качества системы, на основе которых формируются упрощенные алгебраические соотношения между оценкой снизу степени устойчивости системы и коэффициентами характеристического полинома.
4. Полученные результаты рассмотрены и апробированы на численном примере.
5. Татаринов А.В., Цирлин А.М. Задачи математического программирования, содержащие комплексные переменные, и предельная степень устойчивости линейных динамических систем // Известия РАН. Сер. Теория и системы управления. – 1995. – № 1. – С. 28–33.
6. Воронина Н.О., Татаринов А.В., Цирлин А.М. Предельная степень аperiodической устойчивости и соответствующие ей настройки для типовых систем регулирования // Известия вузов. Сер. Приборостроение. – 1989. – № 3. – С. 26–32.

Поступила 28.03.2012 г.

УДК 681.5.015

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ В ФОРМЕ ДИСКРЕТНЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ НА ОСНОВЕ ВЕЩЕСТВЕННОГО ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО МЕТОДА

В.А. Рудницкий, А.С. Алексеев, В.В. Курганкин

Томский политехнический университет  
E-mail: aleksejev@tpu.ru

*Для решения задачи параметрической идентификации линеаризуемых объектов использован вещественный интерполяционный метод. На основе аппарата чисел обусловленности рассмотрена возможность повышения точности определения структуры модели в виде дискретной передаточной функции.*

#### Ключевые слова:

*Идентификация, объект управления, числа обусловленности, вещественный интерполяционный метод.*

#### Key words:

*Identification, controlled object, condition numbers, real interpolation method.*

#### Введение

В современной технике управления широко применяются различные цифровые устройства. Прогресс в развитии микроэлектроники привел к улучшению основных качественных и количественных показателей микроконтроллеров, что сделало возможным эффективно решать задачи адаптации,

оптимизации и диагностики систем управления. В то же время успешное их решение невозможно без получения и использования адекватного математического описания объектов и систем.

Методы идентификации цифровых объектов во многих случаях удобно классифицировать по области описания математической модели:

в области времени [1, 2] и в области изображений, в частности, в области  $z$ -изображений [4] и частотной области [3]. Методы временной группы обладают сравнительно невысокой помехоустойчивостью и в общем случае требуют значительных вычислительных затрат. В случае представления модели системы с помощью частотных характеристик число операций оказывается сравнительно высоким из-за необходимости вычисления амплитудных и фазовых частотных характеристик объектов по довольно сложному алгоритму. Наиболее широкое распространение получило использование аппарата  $z$ -преобразования для идентификации моделей цифровых объектов.

В связи с этим целью настоящего исследования является разработка эффективного алгоритма идентификации объектов управления, поведение которых можно достаточно адекватно описать с помощью линейных математических моделей, представленных в дискретном времени.

Задачу идентификации линеаризуемых объектов управления в форме дискретных передаточных функций (ПФ) можно решать двумя путями – на основе непрерывной и цифровой модели. В первом случае используется косвенный путь: по экспериментальным отсчетам входного  $X$  и выходного  $Y$  сигналов находится ПФ  $W_0(p)$ , которая в последующем переводится в класс дискретных. Во втором случае определяется непосредственно дискретная ПФ  $W_0(z)$  идентифицируемого объекта, структурная схема которого представлена на рис. 1.

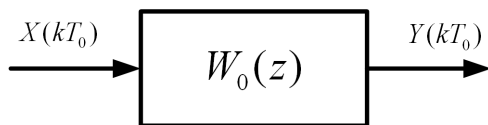


Рис. 1. Модель объекта управления

При использовании любого из этих подходов задача идентификации объекта формулируется следующим образом. Известны входной  $X(kT_0)$  и выходной  $Y(kT_0)$  сигналы, где  $T_0$  – период квантования;  $k$  – номер отсчета. Необходимо определить параметры ПФ вида

$$W_0(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + 1}, \quad n \geq m. \quad (1)$$

Обычно структурные показатели  $m, n$  известны или заданы, что соответствует параметрической постановке задачи.

Общей проблемой различных алгоритмов идентификации остается довольно сложная процедура получения математических моделей исследуемых объектов, требующая для своей реализации существенных вычислительных затрат. По этой причине разработка более эффективных численных способов решения задачи идентификации дискретных объектов и систем остается актуальной. Определенные перспективы в реализации этих возможностей дает применение вещественного интерполяционного метода (ВИМ).

### 1. Вещественный интерполяционный метод

В основе использования ВИМ для решения задачи идентификации цифровых объектов лежит вещественное дискретное преобразование

$$F^*(\delta) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT_0) e^{-kT_0 \delta}, \quad c \leq \delta \leq \infty, \quad c \geq 0, \quad (2)$$

в котором функции-оригиналу  $f(kT_0)$  соответствует изображение  $F^*(\delta)$  [5]. В частном случае, когда рассматриваются устойчивые объекты и используются их импульсные переходные характеристики, параметр  $c$  может быть принят равным нулю [5, 6].

Для использования ВИМ в реальных задачах рекомендуется переходить от преобразования (2) к более простому в вычислительном отношении  $v$ -преобразованию. С этой целью достаточно выполнить подстановку  $v = \exp(T_0 \delta)$  в выражении (2), что приводит к соотношению

$$F(v) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT_0) v^{-k}, \quad v \in [C, \infty], \quad C \geq 1. \quad (3)$$

В формуле (3) переменная  $v$  не может принимать значения меньше единицы, что соответствует области устойчивости на плоскости  $z$ . Основные свойства дискретного  $v$ -преобразования во многом близки свойствам  $z$ -преобразования [5].

Понятие вещественного изображения распространяется на описание линейных импульсных систем и протекающих в них процессов. Если на некоторую линейную импульсную систему действует входной сигнал  $X(kT_0)$  и известна реакция системы  $Y(kT_0)$ , то на основании (2) и (3) можно записать уравнение «вход-выход объекта» в вещественной области

$$Y(v) = W(v) \cdot X(v). \quad (4)$$

Для выполнения численных действий над вещественными изображениями необходимо перейти от непрерывных функций  $F(v)$  к их дискретным аналогам в виде численных характеристик. Под ними, как и в случае дискретного вещественного преобразования, понимают совокупность значений

$$\{F(v)\}_\eta = \{F(v_1), F(v_2), \dots, F(v_\eta)\}, \quad \eta = m + n + 1, \quad (5)$$

заданных на сетке  $1 \leq v_1 < v_2 < \dots < v_\eta$ . Значения узлов интерполирования  $v_i, i \in \overline{1, \eta}$ , могут назначаться по известным рекомендациям, изложенным в [5, 6].

Рассмотрим приложение аппарата вещественных функций-изображений и численных характеристик к решению задачи идентификации. Положим в (4):  $X(v)$  – единичный входной сигнал;  $Y(v)$  – реакция объекта на это входное воздействие. По формуле (3) для принятого входного сигнала можно найти изображение  $X(v) = v/(v-1)$ , где  $v \in [1, \infty)$ . Выходной сигнал реакции объекта  $Y(v)$  по определению будет представлять собой переходную функцию  $h(v)$ . В этом случае при нулевых начальных условиях ур. (4) примет вид

$$h(v) = W(v) \frac{v}{v-1}, \quad v \in [C, \infty]. \quad (6)$$

Положим далее, что рассматривается класс объектов управления с самовывравниванием, что

соответствует абсолютному большинству практических задач. Тогда в соотношении (6) можно принять  $C=1$  [7]. Приведенные сведения позволяют перейти непосредственно к решению задачи параметрической идентификации.

## 2. Алгоритм параметрической идентификации цифровых объектов

Задача заключается в определении коэффициентов вещественной ПФ вида

$$W(v) = \frac{b_m v^m + b_{m-1} v^{m-1} + \dots + b_0}{a_n v^n + a_{n-1} v^{n-1} + \dots + 1}, \quad (7)$$

по переходной характеристике, представленной своим вещественным изображением  $h(v)$ . Для решения задачи используются численная характеристика переходной функции  $\{h(v_i)\}_\eta$  и входного сигнала  $\left\{ \begin{matrix} v_i \\ v_i - 1 \end{matrix} \right\}_\eta$ . Размерность  $\eta$  характеристик (5)

принимается равной числу неизвестных коэффициентов ПФ (7). В этом случае равенство (6) можно развернуть в систему  $\eta$  линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая имеет решение и оно единственно [5].

Техника формирования СЛАУ включает в себя получение численной характеристики единичного ступенчатого сигнала и переходной функции

$\{h(v_i)\}_\eta$ . Элементы  $X(v_i) = \frac{v_i}{v_i - 1}$ ,  $v_i > 1$  находятся

расчетным путем, а получение значения  $\{h(v_i)\}_\eta$  можно осуществить по формуле (3), зная последовательность  $h(kT_0)$ , где  $k=0, 1, 2, \dots, N$ :

$$h(v_i) = \sum_{k=0}^N h(kT_0) \cdot v_i^{-k}, \quad v_i \in [1, \infty]. \quad (8)$$

Параметр  $N$  в (8) определяется временем наблюдения переходного процесса. Далее на основании (6) определяется численной характеристикой искомой ПФ:

$$W(v_i) = \frac{v_i - 1}{v_i} \cdot h(v_i), \quad i = \overline{1, \eta}, \quad \eta = m + n + 1.$$

Теперь имеются все необходимые данные для вычисления коэффициентов функции (7). Задача свелась к решению СЛАУ

$$W(v_i) = \frac{b_m v_i^m + b_{m-1} v_i^{m-1} + \dots + b_0}{a_n v_i^n + a_{n-1} v_i^{n-1} + \dots + 1} \cdot \frac{v_i - 1}{v_i}, \quad i = \overline{1, \eta}, \quad \eta = m + n + 1. \quad (9)$$

Систему уравнений (9) при решении практических задач целесообразно представлять в матричной форме

$$D \cdot K = W, \quad (10)$$

где

$$K = [b_m, b_{m-1}, \dots, b_0, a_n, a_{n-1}, \dots, a_1]^T, \\ W = [W(v_1)v_1, W(v_2)v_2, \dots, W(v_\eta)v_\eta]^T,$$

$$D = \begin{bmatrix} v_1^{m+1} - v_1^m & v_1^m - v_1^{m-1} & \dots & v_1 - 1 & -W(v_1)v_1^{m+1} & \dots & -W(v_1)v_1 \\ v_2^{m+1} - v_2^m & v_2^m - v_2^{m-1} & \dots & v_2 - 1 & -W(v_2)v_2^{m+1} & \dots & -W(v_2)v_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{\eta-1}^{m+1} - v_{\eta-1}^m & v_{\eta-1}^m - v_{\eta-1}^{m-1} & \dots & v_{\eta-1} - 1 & -W(v_{\eta-1})v_{\eta-1}^{m+1} & \dots & -W(v_{\eta-1})v_{\eta-1} \\ v_\eta^{m+1} - v_\eta^m & v_\eta^m - v_\eta^{m-1} & \dots & v_\eta - 1 & -W(v_\eta)v_\eta^{m+1} & \dots & -W(v_\eta)v_\eta \end{bmatrix}.$$

Поиск решения может осуществляться известными методами, т. к. СЛАУ не содержит каких-либо особенностей. Трудности могут возникнуть на этапе формирования СЛАУ, в частности, с получением первого уравнения – для  $v=v_1$ . Рассмотрим особенности этого уравнения. Ранее принято ограничение  $v_1 \geq 1$ , как условие существования  $v$ -преобразования и сходимости ряда (8), что однако не указывает на конкретное значение  $v_1$ . Так, в случае неудачного выбора значения  $v_1$  матрица  $D$  может оказаться плохо обусловленной. Для устранения этого недостатка существует подход, который снимает трудности выбора первого узла интерполирования [5].

С этой целью рассмотрим взаимную связь конечных значений оригиналов с их изображениями. Для них справедливо равенство

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(kT_0) = \lim_{v \rightarrow 1} \frac{v-1}{v} f(v),$$

если эти пределы существуют. Узел интерполирования  $v_1$  и значение  $f(v_1)$  обеспечивают сохранение информации о поведении функции  $f(kT_0)$  преимущественно на бесконечности. Эту информацию можно задать также и в области изображений по ПФ  $W(v)$  (7). Поэтому можно записать

$$\lim_{k \rightarrow \infty} h(kT_0) = \lim_{v \rightarrow 1} \frac{v-1}{v} h(v) = \\ = \lim_{v \rightarrow 1} \frac{v-1}{v} W(v) \frac{v}{v-1} = W(1).$$

В большинстве случаев значение  $h(nT_0)$  в установившемся режиме известно из исходных данных, поэтому преобразуем предыдущее выражение к виду

$$h(kT_0)_{k \rightarrow \infty} = \frac{b_m + b_{m-1} + \dots + b_0}{a_n + a_{n-1} + \dots + 1}, \quad (12)$$

обеспечивающему совпадение установившихся значений выходов идентифицируемого объекта и его модели. Включение последнего уравнения в состав СЛАУ (9) снимает проблему выбора первого узла интерполирования  $v_1$ . Узел  $v_2$  не оказывает критического влияния на обусловленность матрицы СЛАУ даже при равномерном распределении узлов интерполирования [5].

Для моделей объектов с самовыравниванием в форме (7), полученных при начальных нулевых условиях, возможно осуществить переход к  $z$ -форме  $W_0(z)$  (1) путем формальной замены  $v \rightarrow z$ , что является важной практической чертой ВИМ и вещественного дискретного преобразования.

Последним этапом в решении задачи идентификации цифрового объекта или системы является

оценивание погрешности полученного решения и, если это необходимо, его коррекция, обычно сводящаяся к минимизации погрешности. В этой связи необходимо сформировать критерий близости в виде

$$\begin{aligned} \Delta h &= \max_k |\Delta h(kT_0)| = \\ &= \max_k \left| 100 \cdot \frac{h_0(kT_0) - h_m(kT_0)}{h_0(kT_0)} \right| \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $h_m(kT_0)$  – переходная функция идентифицированной модели, а также описать процедуру минимизации  $\Delta h$ .

При решении задачи идентификации цифровых объектов на основе ВИМ может возникнуть ситуация, когда отсутствует достаточная априорная информация о порядке ПФ исследуемого объекта. С целью формализации выбора порядка модели возможно привлечение аппарата обусловленности матрицы  $D$ . В виду важности и практической значимости проблемы поиска подходящей структуры модели рассмотрим этот подход подробнее.

### 3. Применение чисел обусловленности для повышения точности решения задачи идентификации

Изменение значений степеней полиномов числителя  $m$  и знаменателя  $n$  ПФ модели объекта означает изменение размерности соответствующих матриц, описывающих модели сигналов и их взаимосвязи. Высокая размерность матриц может привести к результатам, которые могут не соответствовать физическому содержанию задачи. Свойства идентифицированной модели могут весьма значительно отличаться от свойств самого объекта. Для минимизации негативного влияния этого обстоятельства и получения результатов, имеющих практическое значение, применяются различные методы регуляризации. Эти методы нуждаются в наличии определенного объема априорных данных о свойствах объекта, в целом ряде практических задач такие сведения отсутствуют [8]. В связи с этим возникает вопрос о необходимости введения в алгоритм решения задачи идентификации некоторого механизма, который позволил бы контролировать корректность задачи.

В практических задачах целесообразно использовать математический аппарат чисел обусловленности, применяемый для апостериорной оценки ошибок при решении СЛАУ (10) [9, 10]. Этот подход рассматривает числа обусловленности как количественную оценку меры обусловленности задачи, т. е. оценку того, насколько она чувствительна к ошибкам исходных данных.

Выделяют три типа чисел обусловленности [9]. Естественное число обусловленности  $K_1(D)$  определено выражением

$$K_1(D) = \frac{\|D^{-1}\| \|W\|}{\|K\|}.$$

Оно может быть легко получено, если применить общую теорию обусловленности к частному случаю СЛАУ.

Число обусловленности Эйрда–Линча определено зависимостью

$$K_2(D) = \frac{\|D^{-1}W\|}{\|K\|}.$$

Важное свойство числа  $K_2(D)$  состоит в том, что позволяет получать верхнюю и нижнюю границы ошибки при обращении матрицы  $D$ .

Числа обусловленности  $K_1(D)$ ,  $K_2(D)$  непосредственно зависят от нормы  $\|K\|$ , а само точное решение в задаче идентификации не известно. Поэтому перспективы применения чисел  $K_1(D)$  и  $K_2(D)$  в рассматриваемой задаче весьма ограничены. С этой точки зрения более перспективно использование стандартного числа обусловленности  $K_3(D) = \|D^{-1}\| \cdot \|D\|$ , которое может быть найдено на основе вычисления векторных норм для матриц  $D^{-1}$  и  $D$  [9]:

$$\|D\| = \max_j \sum_{i=1}^n |\lambda_{ij}|,$$

$$\|D^{-1}\| = \max_j \sum_{i=1}^n |\lambda_{ij}^{-1}|,$$

где  $\lambda_{ij}$ ,  $\lambda_{ij}^{-1}$  – элементы матриц  $D$  и  $D^{-1}$  соответственно.

Формулы для  $\|D\|$  и  $\|D^{-1}\|$  свободны от отмеченных недостатков первых двух стандартных чисел обусловленности и потому использование числа  $K_3(D)$  более перспективно.

Однако общим недостатком каждой из вышеприведенных оценок остается необходимость нахождения нормы  $\|D^{-1}\|$ , поскольку найти норму матрицы без вычисления самой обратной матрицы  $D^{-1}$  удается чрезвычайно редко. Вычисление элементов обратной матрицы  $D^{-1}$  с заранее гарантированной достаточной точностью в некорректных задачах, к которым относится задача идентификации, практически невозможно. В этой связи большие преимущества для применения идентификации в рамках ВИМ может дать использование подхода, предложенного в [8].

Известно, что любая норма матрицы не меньше ее наибольшего собственного значения, т. е.  $\|D\| \geq \max |\lambda_D|$ . Кроме того, собственные значения матриц  $D$  и  $D^{-1}$  взаимно обратны и поэтому справедливо соотношение:

$$\|D^{-1}\| \geq \max \frac{1}{|\lambda_D|} = \frac{1}{\min |\lambda_D|}.$$

Отсюда выражение для нахождения стандартного числа обусловленности  $K_3(D)$  принимает вид:

$$K_3(D) = \frac{\max |\lambda_D|}{\min |\lambda_D|}.$$

Отслеживая изменения величины стандартного числа обусловленности в каждом конкретном слу-

чае можно найти наилучшее соотношение параметров структуры модели. Значение  $K_3(D)=1$  свидетельствует о наиболее благоприятном случае, когда оценка относительной погрешности решения задачи идентификации совпадает с оценкой относительной погрешности исходных данных. К сожалению такая ситуация редко возникает в практических задачах [9, 10]. Зачастую  $K_3(D) \gg 1$  и имеет порядок сотен, тысяч и более.

Числа обусловленности  $K_3(D)$  позволяют делать некоторые выводы относительно структуры модели объекта идентификации. При первоначальных малых значениях параметров модели  $m$  и  $n$  значение  $K_3(D)$  будет наиболее близким к наилучшему случаю  $K_3(D)=1$ , хотя величины относительной ошибки  $\Delta h(kT_0)$  временных динамических характеристик объекта идентификации и его модели могут быть значительными. С целью уменьшения ошибки  $\Delta h(kT_0)$  следует увеличивать  $m$  и  $n$ . При этом будет происходить рост величины  $K_3(D)$ . На некотором этапе может сложиться ситуация, когда дальнейшее уменьшение относительной ошибки  $\Delta h(kT_0)$  за счет усложнения структуры модели окажется не в состоянии компенсировать погрешность, вносимую погрешностями вычислений и некорректностью задачи. Это проявляется в виде резкого, иногда лавинообразного нарастания величины  $K_3(D)$ , что показывает возрастание ошибки при решении СЛАУ. Полученная информация позволяет обоснованно выбрать значения  $m$  и  $n$ , при которых модель объекта или системы будет иметь наименьшую погрешность в соответствии с критерием (11). Для подтверждения сказанного рассмотрим численный пример.

#### 4. Численный пример

Пусть известна переходная функция объекта управления, аналитическое выражение которой имеет вид

$$h_0(t) = 1 - 2,3 \cdot 0,368^t + 1,5 \cdot 0,135^t - 0,2 \cdot (1,832 \cdot 10^{-2})^t.$$

Известно время квантования  $T_0=0,5$  с и время наблюдения  $t_n=12$  с. Найдем модель объекта в форме дискретной ПФ

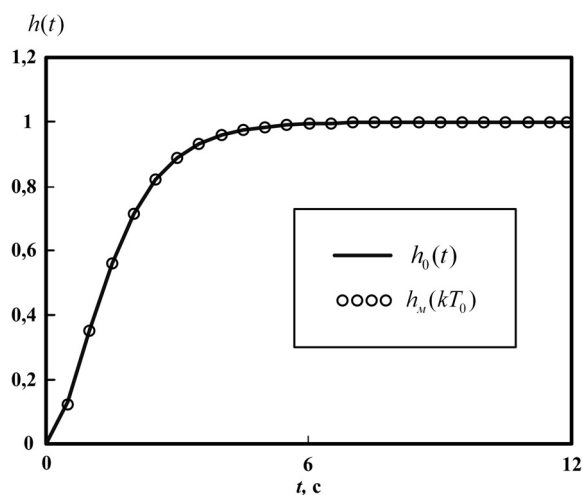
$$W(z) = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + 1}, \quad n \geq m$$

для различных значений  $m$  и  $n$ . Для каждой из полученных моделей найдем огибающие их переходных характеристик, оценим близость полученных решений к  $h_0(nT_0)$  по критерию (11). Значения числа  $K_3(D)$  для различных  $m$  и  $n$  используем для выбора модели, имеющей наибольшую точность по (11). Расчеты по приведенному ранее алгоритму идентификации дискретных объектов выполнялись в среде программного пакета MathCAD. Результаты расчетов сведены в таблицу.

На рис. 2 построены графики переходных функций объекта  $h_0(t)$  и модели  $h_n(kT_0)$ , для которой получено наименьшее значение критерия (11).

**Таблица.** Результаты идентификации объекта управления

$m$	$n$	$K_3(D)$	ПФ идентифицированных моделей	$\Delta h, \%$
0	1	1,67	$W(z) = \frac{-0,75}{-1,75z + 1}$	21
1	1	44,41	$W(z) = \frac{9,81 \cdot 10^{-3} z - 0,69}{-1,69z + 1}$	14
1	2	294,29	$W(z) = \frac{-0,15z - 0,53}{-1,39z^2 - 0,28z + 1}$	7
2	2	$8,32 \cdot 10^3$	$W(z) = \frac{-2,19 \cdot 10^{-3} z^2 - 0,16z - 0,59}{-1,61z^2 - 0,14z + 1}$	5
2	3	$6,78 \cdot 10^8$	$W(z) = \frac{-12,11z^2 - 0,88z + 2,41}{-34,28z^3 + 32,73z^2 - 10,04z + 1}$	1



**Рис. 2.** Графики переходных характеристик

Из таблицы видно, что при возрастании параметров  $m$  и  $n$  точность идентификации увеличивается. При этом число  $K_3(D)$  имеет минимальное значение 1,67 при  $m=0, n=1$ . Последующее увеличение  $m$  и  $n$  приводит к снижению относительной ошибки  $\Delta h$  и росту числа  $K_3(D)$ , например, при  $m=2, n=3$  значение  $K_3(D)$  возрастает до  $6,78 \cdot 10^8$ , а относительная ошибка  $\Delta h$  не превышает 1%. Дальнейшее увеличение значений  $m$  и  $n$  модели даже на единицу приводит к тому, что получить модель объекта в классе устойчивых систем уже не удастся. Наиболее вероятная причина – резкий рост вычислительной погрешности, обусловленной некорректностью задачи. На основании полученных результатов можно определить структуру модели с параметрами  $m=2$  и  $n=3$ . Дальнейшее снижение погрешности идентификации возможно на основе применения методов регуляризации, но эти вопросы в данной статье не рассматриваются.

#### Выводы

Применение вещественного интерполяционно-го метода для идентификации дискретных объектов и систем управления позволяет получить эффективный в вычислительном плане алгоритм идентификации. Для получения моделей, в наибольшей степени удовлетворяющих условиям кон-

кретной задачи по точности, сложности математического описания и т. д., целесообразно использовать математический аппарат стандартных чисел обусловленности, который достаточно просто вписывается в структуру алгоритма идентификации. Эти обстоятельства позволяют рассматривать ве-

щественный интерполяционный метод как эффективный инструмент для решения практических задач адекватного математического описания цифровых объектов и систем.

*Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакирев В.С., Дудников Е.Г., Цирлин А.М. Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления. – М.: Энергия, 1967. – 232 с.
2. Ордынцев В.М. Математическое описание объектов автоматизации. – М.: Машиностроение, 1965. – 360 с.
3. Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
4. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
5. Гончаров В.И. Синтез электромеханических исполнительных систем промышленных роботов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2002. – 100 с.
6. Алексеев А.С., Антропов А.А., Гончаров В.И., Замятин С.В., Рудницкий В.А. Вещественный интерполяционный метод

7. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z-преобразования. – М.: Наука, 1971. – 288 с.
8. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Бином. Лаборатория Знаний, 2003. – 630 с.
9. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение. – М.: Мир, 1984. – 265 с.
10. Трофимов А.И., Егупов Н.Д., Дмитриев А.Н. Методы теории автоматического управления, ориентированные на применение ЭВМ. Линейные стационарные и нестационарные модели. – М.: Энергоатомиздат, 1997. – 651 с.

*Поступила 06.04.2012 г.*

УДК 62–533.65

## СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОДСИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОГРЕВОМ ВАКУУМНОЙ КАМЕРЫ КАЗАХСТАНСКОГО МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКОГО ТОКАМАКА КТМ

А.Г. Коровиков, В.М. Павлов\*, Д.А. Ольховик

Институт атомной энергии НЯЦ Республики Казахстан, г. Курчатов

\*Томский политехнический университет

E-mail: Korovikov@nnc.kz

*Исследован процесс прогрева вакуумной камеры токамака КТМ как объект управления, разработана математическая модель процесса как объекта управления. Сделан вывод о том, что для управления технологическим процессом прогрева необходимо и достаточно использовать систему управления, построенную на основе ПИ-регуляторов. Определены коэффициенты параметров настройки регулятора для каждой зоны прогрева.*

#### Ключевые слова:

*Система управления, математическая модель, вакуумная камера, нагрев.*

#### Key words:

*Control system, mathematical model, vacuum chamber, heat.*

В настоящее время в г. Курчатов, Республика Казахстан, ведутся работы по реализации проекта строительства термоядерной установки Казахстанский материаловедческий токамак КТМ.

На этапе подготовки установки к эксперименту вакуумная камера токамака КТМ и патрубки должны прогреваться до температуры 200 °С с целью обезгаживания и уплотнения вакуумных конструкций. Процесс должен проходить с обеспечением контроля равномерности прогрева. Техническая структура системы управления подробно рассмотрена в статье [1].

Синтез систем автоматического регулирования (САР) является главной задачей теории управле-

ния, в результате определяются состав, структура САР и параметры всех ее устройств из условия соответствия заданному комплексу технических требований [2, 3]. Основной задачей, которая должна быть решена на данном этапе, является получение модели объекта управления, его математического описания, которое представляет собой, систему обычных линейных/нелинейных дифференциальных или алгебраических уравнений.

При построении математической модели подсистемы омического и индукционного нагрева воспользуемся структурным методом. На первом этапе исходная принципиальная схема заменяется упрощенной функциональной схемой. Для