ЛИТЕРАТУРА

1. Алекс Форк . (2014) Bitcoin. Больше чем деньгию. 280 с. ОАО Тверская областная типография. (ISBN 978-5-87049-836-2, монография)

2. Натаниэль Поппер. (2016). Цифровое Золото. Невероятная история биткойна или о том, как идеалисты и бизнесмены изобретают деньги заново. Вильямс. (978-5-8459-2079-9, 978-0-062-36249-0, монография).

3. Буренин А.Н. «Управление портфелем ценных бумаг». Издательство**:** НТО имени академика С.И. Вавилова, 2008, учебник, стр. 440.

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ИНВАРИАНТЫ И ИХ ОБЕСПЕЧЕНИЕ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНОГО СИНТЕЗА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Колесникова С. И., Цветницкая С. А., Дубина Н. Д.
(Томск, Национальный исследовательский Томский госуниверситет университет)
skolesnikova@yandex.ru, svetasa@sibmail.com, dubina-nina@mail.ru

ECONOMIC INVARIANTS AND THEIR SUPPORT ON THE BASIS OF NONLINEAR SYNTHESIS OF THE CONTROL SYSTEM

Kolesnikova S.I., Tsvetnitskaya S.A., Dubina N.D.
(Tomsk, National Research Tomsk State University)

Abstract. Mathematical bases of application of the method of analytical synthesis of regulators to economic balance models of two forms of description: discrete and continuous are considered. Possible invariant sets of states characterizing the steady-state regimes of functioning of a nonlinear economic object are formulated and analytically described. Essential examples of the derivation of objects of the third and fourth orders in the vicinity of a given set of target states are given.

Keywords: Nonlinear multidimensional object, deterministic chaos, unstable states, economic invariants, nonlinear control, stochastic noise, method of analytical construction of aggregated regulators.

Введение в проблему. В докладе обсуждается вопрос выяснения условий корректного использования известного метода [1] аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР), реализующих принципы «физической теории управления» [2] к постановке задачи управления и ее решению применительно к экономическим моделям, описание которых основано на системах нелинейных разностных или дифференциальных уравнений [3-5].

В докладе, во-первых, приводятся варианты формулировок экономических инвариантов или аналитически сформулированных целевых законов изменения текущих переменных, характеризующих показатели во времени некоторых экономических объектов; во-вторых, рассматриваются примеры постановок задач управления для известных балансовых моделей с содержательной интерпретацией переменной управления. Для решения поставленных задач будут применяться алгоритмы синтеза управления на основе метода АКАР и его обобщений для объектов с неполным описанием [6, 7].

Частные постановки содержательных задач управления. Рассмотрим три примера экономической направленности и варианты соответствующих задач управления.

Пример 1. Известна связь модели роста капитала [3, 4, 8]: $K(n)=K_0\cdot e^{\beta\cdot p\cdot n}$, где K_0 - начальный объем капитала в момент времени n=0, β - коэффициент капитализации прибыли, или доля прибыли, которая идет на увеличение капитала, p - коэффициент рентабельности (отношение прибыли к затратам), с аналогом модели Фейгенбаума $x_{n+1}=(1+p)\cdot x_n-p\cdot x_n^2$ в условиях использования замены переменных $x_{n+1}=K(n+1)/K_{\max}$, $K(n+1)=(1+r)\cdot K(n)$, $K_{\max}$ - максимально возможное значение объема капитала.

Задача 1. Модель управления ростом капитала может принять вид (см. сравнение с [8]): $x_{n+1} = (1+p)\cdot x_n - p\cdot x_n^2 + u_n$, где политика изъятия избыточного капитала будет продиктована целью управления, например, $x_n = x_n^*, n \geq 1$, x_n^* - заданный закон целесообразного изменения (роста) капитала с целью обеспечения политики не разорения.

Пример 2. Рассмотрим экономические показатели изменения объемов продаж двух производителей [1, 9] однотипной продукции, обозначая X_{i+1}, Y_{i+1} – ожидаемые объемы очередных продаж однотипной продукции в $(i+1)$-й период, реализуемых частным и государственным производителями, соответственно; X_i, Y_i – объемы предыдущих продаж; C_0 – средний доход покупателя в регионе; β_X, β_Y – цены на товары у производителей , соответственно; A, α, μ – количественная характеристика государственных нужд в виде продукции и коэффициенты пропорциональности, соответственно. Содержательно под управляющим воздействием будем понимать переменные, предназначенные для реализации оптимальной стратегии ценового поведения на рынке двух конкурирующих производителей с целью достижения множества желаемых (заданных) состояний.

Задача 2. Достижение заданного баланса между объемами продаж (целевого множества состояний) двух производителей посредством *векторного* управления ценами этого вида продукции со стороны обоих участников рынка:

$$\begin{aligned}
&X_{i+1} = X_i\left(\alpha C_0 - \mu\beta_{X,i} X_i Y_i\right),\\
&Y_{i+1} = A\left(\alpha C_0 - \mu\beta_{X,i} X_i Y_i\right),\\
&\beta_{X,i+1} = f_{X,i} + u_{1i},\\
&\beta_{Y,i+1} = f_{Y,i} + u_{2i}, i \geq 1,
\end{aligned}$$

где функции $f_{X,i}.f_{Y,i}$ могут быть точно не определены, а только известны их оценки, что вполне соответствует характеру неопределенности рыночных цен на практике.

Пример 3. Рассмотрим грубую модель деятельности предприятия с описанием Лоренца [4], среди предельных состояний которой имеют место режимы детерминированного хаоса (странный аттрактор), означающий нежелательное (неустойчивое) состояние объекта. Пусть переменные X_1, X_2, X_3 интерпретированы как количественные характеристики финансовых вложений/изыманий в такие показатели деятельности предприятия как число сотрудников, величину капитала, объем кредитования, соответственно; величины δ, α, β, γ, λ, μ - коэффициенты пропорциональности. Как и выше, возможная частная задача векторного управления может иметь следующее содержание.

Задача 3. Объект управления имеет вид:

$$\begin{aligned}
&\dot{X}_1 = \alpha X_2 X_3 - \gamma X_1 + z_1 + u_1,\\
&\dot{X}_2 = \mu\left(X_2 + X_3\right) - \beta X_1 X_3,\\
&\dot{X}_3 = \delta X_2 - \lambda X_3 + z_2 + u_2,
\end{aligned}$$

где $u = (u_1, u_2)$ - искомая векторная переменная; $z = (z_1, z_2)$ - векторная функция времени, интерпретируемая как неизвестная, но ограниченная функция. Требуется осуществить управление в пространстве состояний объекта, переводящее объект из заданного начального состояния $\boldsymbol{X}_0=(X_{01}, X_{02}, X_{03})$ в окрестность двумерного целевого многообразия $\psi(\boldsymbol{X}) = 0$, $\psi=(\psi_1, \psi_2)$ (например):

$$\psi_1 = X_1 + \rho_1 X_2 = 0, \quad \psi_2 = X_3 + \rho_2 X_2 = 0,$$

содержательная интерпретация которого следующая: одновременное выполнение требований на соблюдение баланса между величиной капитала и величиной кредита, и баланса между величиной капитала и затратами на сотрудников, соответственно; $\rho_1, \rho_2 \in \mathbb{R}$ - коэффициенты пропорциональности.

Основные положения подхода к решению задач управления 1-3. Базовые положения алгоритма синтеза управления основаны на совместном применении методики АКАР [1] и функций Ляпунова. Следует отметить два существенных условия для применения ниже приведенного алгоритма:

1) целевое многообразие $\psi\,(\boldsymbol{X}) = 0$, $\psi=(\psi_1,\ldots, \psi_m)$ имеет размерность, совпадающую с размерностью переменной управления $u=(u_1,\ldots, u_m)$;

2) неопределенность в описании может иметь вид неизвестного возмущения как функции времени, или частично неизвестного описания правых частей уравнений, содержащих переменные управления.

АКАР-управлением будем называть переменную $u^{\grave{A}} \in R^m$, доставляющую решение вариационной задаче (Φ_C, ψ) или (Φ_D, ψ) (см. таблица).

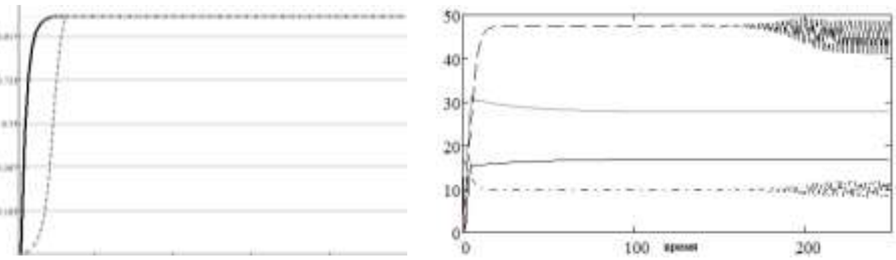
Таблица

Сравнительное описание объектов, постановок задач и алгоритмов синтеза управления для дискретного и непрерывного детерминированного описаний

Дискретное описание	Непрерывное описание
$x_j(t+1) = f_j\left(x_1(t),\ldots,x_n(t)\right) + u_j(t),\ j=\overline{1,m},$ $x_j(t+1) = f_j\left(x_1(t),\ldots,x_n(t)\right),\ j=\overline{m+1,n},$	$\dot{x}_j(t) = f_j\left(x_1,\ldots,x_n\right) + u_j,\ j=\overline{1,m},$ $\dot{x}_j(t) = f_j\left(x_1,\ldots,x_n\right),\ j=\overline{m+1,n},$
$x \in R^n$ - вектор состояний, $u \in R^m$, $m<n$, - вектор управления, $f \in R^n$ – нелинейная ограниченная вектор-функция, часть компонентов может быть неопределенной.	
Функционалы качества управления	
$\Phi_D = \sum\limits_{t=0}^{\infty}\sum\limits_{j=1}^{m}\left(\omega_j^2\psi_j^2(t) + \left(\Delta\psi_j(t)\right)^2\right)$	$\Phi_C = \int\limits_0^{\infty}\sum\limits_{j=1}^{m}\left(\psi_j^2(t) + \omega_j^2\dot{\psi}_j^2(t)\right)dt$
Цель управления: $\psi\left(x(t)\right) = 0,\ \psi(x) = \left(\psi_1(x),\ldots,\psi_m(x)\right)$.	
Вариационные задачи, решение которых обеспечивается искомыми законами управления:	
$(\Phi_D, \psi) \to \min, \psi\left(x(t)\right) = 0, x \in R^n, \psi \in R^m$	$(\Phi_C, \psi) \to \min, \psi\left(x(t)\right) = 0, x \in R^n, \psi \in R^m$
Функциональные уравнения, решения которых доставляют глобальный экстремум Φ_D, Φ_C.	
$\psi(t+1) + \lambda\psi(t) = 0,\ \lvert\lambda\rvert < 1,\ t \geq 1, \psi, \lambda \in R^m$	$\omega\dot{\psi}(t) + \psi(t) = 0,\ \omega > 0,\ t \geq 0, \psi, \omega \in R^m$

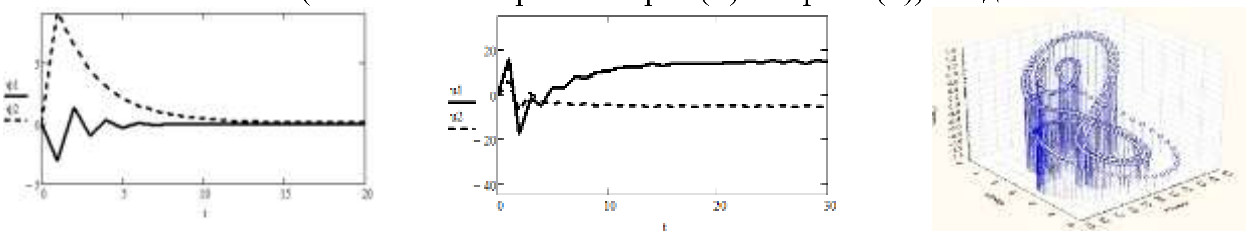
Синтез системы управления для объектов с неопределенностью в описании двухэтапный: сначала применяется классический АКАР-метод для формирования структуры системы управления, затем применяется аппарат для организации адаптивного управления, компенсирующего возникающие в системе возмущения от применения оценок для неопределенностей в исходном описании.

В докладе приводятся алгоритмы полного решения выше сформулированных задач с учетом неполноты описания правых частей моделей и осуществляется сравнение с ранее использованными техниками. На рисунках 1, 2 приводятся результаты моделирования синтезированных систем управления для трех выше сформулированных задач.



а) *б*)

Рис. 1. *а*) Динамика управляемого роста капитала в задаче 1 согласно заданному целевыму уровню (пунктир для сравнения с пороговым управлением из [8]); *б*) поведение роста продаж без управления (пунктир длинный и короткий для двух производителей *X* и *Y*) и с управлением (сплошное начертание серое (*X*) и черное (*Y*)) в задаче 2



а) *б*) *в*)

Рис. 2. Поведение *а*) целевых макропеременных и переменных управления в задаче 3; *в*) фазовый портрет балансовой системы 3-го порядка без управления

Заключение и выводы. Рассмотрены теоретически обоснованные варианты применения метода аналитического синтеза регуляторов к экономическим объектам как с дискретным так и с непрерывным описанием. Характерной особенностью является нелинейность рассмотренных объектов, многомерность, многосвязность и наличие хаотических состояний среди предельных.

Показано, что основная проблема («цена вопроса») в использовании указанного метода управления заключается в экспертно поддержанной формулировке экономических инвариантов, или множества предельных целевых состояний, которыми должен обладать экономический объект в установившемся режиме. Тогда используемый выше метод управления не только обеспечит достижение требуемого извне целевого множества предельных состояний, но и дальнейшее асимптотически устойчивое удержание объекта управления в окрестности этого множества.

Рассмотрены три содержательных задачи управления экономическими объектами, исходной информацией для которых служили реальные данные конкретных предприятий, находящиеся в свободном доступе.

Работа поддержана РФФИ №17-08-00920.

ЛИТЕРАТУРА

1. Синергетика и проблемы теории управления: сборник научных трудов / Под ред. А.А. Колесникова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 504 с.

2. Красовский А.А. Математическая и прикладная теория. Избранные труды. - М.: Наука, 2002. – 362 с.

3. Dr. Wei-Bin Zhang. Synergetic Economics. - Berlin: Springer, 1991. - 246 p.

4. Lorenz H.W. Nonlinear dynamical economics and chaotic motion. - Berlin: Springer-Verlag, 1989. - 248 p.

5. Прохоров Артем. Нелинейная динамика и теория хаоса в экономической науке: историческая ретроспектива // Квантиль. - 2008. - №4. - С. 79–92.

6. Колесникова С.И. Алгоритм синтеза системы управления многомерным плохо формализуемым объектом // Известия ЮФУ. Технические науки. - 2015. - №5. - С. 211–220.
7. Колесникова С.И. Использование апостериорной информации для управления плохо формализуемым динамическим объектом // Автометрия. - 2010. - Т.46. - № 6. - С. 78-89.
8. Емцева Е.Д., Солодухин К.С. Модель роста капитала в условиях неопределенности. - http://www.science-education.ru/pdf/2013/6/699.pdf.
9. Шаповалов В.И. Моделирование синергетических систем: Метод пропорций и другие математические методы. - Проспект, 2015. - 136 с.
10. Галиуллин А.С. Методы решения обратных задач динамики. - М.: Наука, 1986. - 224 с.
11. Колесникова С.И., Дубина Н.Д. Управление нелинейным экономическим объектом третьего порядка // Международный технико-экономический журнал. 2016. №4. С. 48–54.

АВТОМАТИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

А.С. Крюков
(г. Томск, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники)
e-mail: nod.fuse@mail.ru

AUTOMATION OF THE SOLUTION OF THE REVERSE PROBLEMS OF ECONOMIC ANALYSIS

A.S. Kryukov
(Tomsk, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics)

Abstract. In this article, we consider the solution of inverse problems of economic analysis by the method of coefficients of relative importance and automation of the solution. The result of the research is the development and implementation of automation of solving the inverse problems of economic analysis, for making decisions in economic problems.

Keywords: automation, inverse problem, economic analysis, tree model.

Для анализа деятельности экономических объектов используются разнообразные показатели, формирующие их факторы могут быть соединены между собой аддитивной, кратной, мультипликативной, смешанной зависимостью. В зависимости от направления причинно-следственной связи величин задачи делятся на прямые и обратные [1].

Данная работа посвящена исследованию обратных задач. Одинцовым Б.Е. [2-3] был предложен аппарат обратных вычислений для решения задач в следующей постановке: определить приращения аргументов исходя из их начальных величин, желаемого значения функции, коэффициентов относительной важности и направления изменения показателей. Задачи такого рода возникают в разных областях, например, в экономике при формировании управленческих решений.

Решение задачи с двумя аргументами может быть получено путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} r \pm \Delta r = f(p \pm \Delta p(\alpha), c \pm \Delta c(\beta)); \\ \dfrac{\Delta p}{\Delta c} = \dfrac{\alpha}{\beta}; \\ \alpha + \beta = 1; \end{cases}$$

где $\Delta p, \Delta c$ - приращения аргументов;

α, β – коэффициенты относительной важности приращений аргументов p и c соответственно;