

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТРОЛЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОСТИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗЛИЧНЫХ БАЗ

А. С. Яковишин, О. В. Захаров

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,  
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева  
zov20@mail.ru

### Введение

Измерение и анализ прямолинейности представляют собой актуальную задачу, так значительное число деталей имеют в сечении прямую линию. В зависимости от требуемой точности, производительности и уровня автоматизации измерений используют различные приборы и соответственно алгоритмы обработки результатов [1-4]. Известно, что нормирование геометрических характеристик изделий должно осуществляться, исходя из их функционального назначения в машине или механизме [5]. Поэтому существует проблема анализа прямолинейности, связанная с выбором базового элемента, от которого собственно будет отсчитываться величина прямолинейности. Данному вопросу посвящена настоящая статья, где на основе моделирования проводится численный анализ и сравнение различных методов оценки прямолинейности.

### Математическая модель

Прямолинейность представляет собой максимальное расстояние от точек реального профиля до базового элемента. Таким базовым элементом, согласно стандарту [4], будут две параллельные прямые, внутри которых или на их границах расположены все точки реального профиля, таким образом, что расстояние между ними минимально. Эти две прямые образуют зону минимальной ширины. Помимо этого разрешается использование в качестве базы производных элементов в виде средней прямой, полученной методом наименьших квадратов (МНК), и прилегающей наружной или внутренней прямой.

Расчет положения базовой прямой и прямолинейности реализуются на основе минимизации целевой функции с помощью численных алгоритмов. Для зоны минимальной ширины целевая функция имеет вид:

$$F_1 = \max \{d_i\} - \min \{d_i\}, \quad (1)$$

где  $d$  – расстояние от  $i$ -х точек профиля детали до прямой.

Для средней прямой целевая функция записывается в виде:

$$F_2 = \sum_i d_i. \quad (2)$$

Для прилегающей прямой целевая функция принимает вид:

$$F_3 = \max \{d_i\}. \quad (3)$$

Физический смысл указанных базовых элементов можно интерпретировать следующим образом. В прессовых соединениях важно знать распределение материала, так как от этого зависит прочность посадки. Поэтому традиционно для этих целей рекомендуют среднюю прямую. Основными достоинствами являются простота и однозначность математического описания, а также возможность последующей аппроксимации профиля с помощью полиномов.

Физический смысл прилегающей прямой трактуется как сопрягаемый в подвижном соединении элемент идеальной поверхности. Данный элемент долгое время предлагался в качестве основного в отечественных стандартах. Однако в общем случае решение такой задачи математически неоднозначно.

Достоинством зоны минимальной ширины является тот факт, что целевая функция представляет собой собственно прямолинейности. Поэтому ее минимизация должна давать наилучший результат. Геометрически прямолинейную зону можно представить, например, как траекторию движения или след пересечения двух плоских поверхностей.

Вид целевой функции  $F_3$  отличается от общепринятой записи. Предложенная формулировка (3) представляется более удачной, так как отражает тот факт, что минимизируется максимальное расстояние от прилегающей прямой до точек реального профиля.

### Моделирование и анализ результатов

Для выполнения расчетов прямолинейности и моделирования обработки партий деталей разработана программа в среде Matlab. Интерфейс программы показан на рис. 1, где синим цветом обозначен реальный профиль, красным – прямые зоны минимальной ширины, голубым – прилегающая прямая, зеленым – средняя прямая. Расчет проводится по алгоритмам минимизации целевых функций (1)-(3). В качестве исходных данных могут использоваться реальные данные измерения или моделированные данные с заданными законами распределения погрешностей.

На основе измерений на координатно-измерительной машине проведено моделирование прямолинейности для партий из 50 деталей типа валика помпы автомобиля диаметром 16 мм и длиной 120 мм. Результаты в виде среднего арифметического и стандартного значений

представлены на рис. 2, где показаны: вариант 1 – средняя прямая, вариант 2 – прямая минимального допуска, вариант 3 – прилегающая прямая.

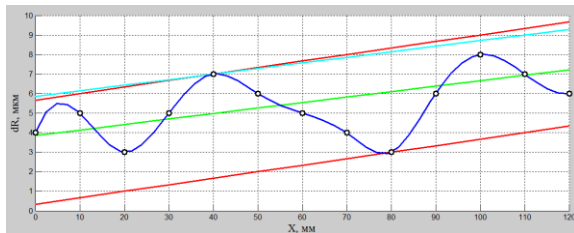


Рис. 1. Анализ прямолинейности

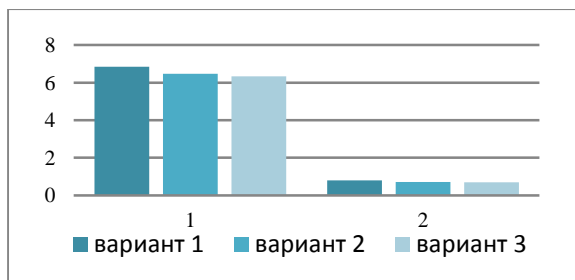


Рис. 2. Прямолинейность: 1 – среднее арифметическое, 2 – стандартное отклонение

При минимизации целевой функции (1) обнаружилась проблема многоэкстремальности в некоторых случаях, которая решалась за счет уточненного выбора начального приближения параметров прямой. Для целевых функций (2), (3) такой проблемы не возникало.

Анализ показал, что наилучший результат во всех случаях обеспечивает использование в качестве базового элемента прилегающей прямой, а наихудший – средней прямой. Зона минимальной ширины дает результат несколько хуже, чем прилегающая прямая. Так, расхождение между средним арифметическим значениям прямолинейности составляют 5,4 % для прямой минимальной зоны и 7,6 % для прилегающей по сравнению с средней прямой. Стандартные отклонения для тех же вариантов различаются на 11,9 и 13,9 % соответственно.

Полученные результаты позволяют пересмотреть традиционный подход, который утверждает, что прямая минимальной зоны является предпочтительной. Наилучший результат, полученный для прилегающей прямой, объясняется использованием нового вида целевой функции при оптимизации. При этом минимизируется максимальное отклонение прямой от профиля, что и гарантирует наилучший результат по сравнению с прямой минимальной зоны.

#### Заключение

Проведенные исследования убедительно доказывают преимущество использования прилегающей прямой в качестве базы при оценке прямолинейности. Необходимый расчет выполняется на основе минимизации целевой

функции по приведенной зависимости. При этом обеспечивается минимальное значение прямолинейности и однозначность получаемого результата при различных исходных данных.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №16-19-10204).*

#### Список использованных источников

1. Базькин С.Н. Информационно-измерительные системы для измерения отклонений от прямолинейности перемещений // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 7-1. С. 21-25.
2. Кашуба Л.А., Жук Д.М., Маничев В.Б. Геометрия реальных поверхностей деталей изделий машиностроения. Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № 2. С. 72-79.
3. Печенкин В.А., Болотов М.А., Рузанов Н.В., Янюкина М.В. Оптимизация измерений геометрии деталей со сложными поверхностями // Измерительная техника. 2015. № 3. С. 18-23.
4. Суслин В.П., Макаров А.И., Джунковский А.В., Шутер М.И. Программы измерений и контроля геометрии деталей автомобильной техники // Автомобильная промышленность. 2005. № 3. С. 39-40.
5. ISO 12780-2:2011. Geometrical product specifications (GPS). Straightness. Part 2: Specification operators.