который позволил получить оценки параметров объекта с невязкой выходных сигналов на уровне менее 1 %.

2. Доказано, что работа предложенного алгоритма не зависит от выбора вектора начальных параметров модели. Это позволяет использовать его для идентификации *RL*-цепей с неизвестными параметрами.
3. Синхронизация начальных условий выходных величин позволила получить средние параметры модели, которые не отклоняются от истинных значений более чем на 2 %, следовательно, предложенный алгоритм может быть использован для параметрической идентификации *RL*-цепей в системах управления и функциональной диагностики электромеханического оборудования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Luenberger D.G. Introduction to dynamic systems. – N.Y: Wiley, 1979. – 446 p.
2. Власов К.П. Теория автоматического управления. – Харьков: Изд-во «Гуманитарный центр», 2007. – 526 с.
3. Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч. Пространство состояний в теории управления. – М.: Наука, 1970. – 136 с.
4. Дилигенская А.С. Идентификация объектов управления. – Самара: Самар. гос. Техн. ун-т, 2009. – 136 с.
5. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации и принятия решений. – СПб.: Лань, 2001. – 384 с.
6. Методы оптимизации в примерах и задачах / под ред. А.В. Пантелеева, Т.А. Летова. – М.: Высш. шк., 2005. – 544 с.
7. Glazyrin A.S., Bolovin E.V. Time delay adjustment for the method of parameter identification of dynamic object // Aktualne problemy nowjczesnych nauk–2012: Materialy VIII Miedzynarodowej naukowi-praktycznej konferencji. – Przemysl, 2012. – Przemysl: Nauka i studia, 2012. – T. 45. – C. 79–81.
8. Боловин Е.В., Глазырин А.С. Способы повышения обусловленности матриц при решении систем разностных уравнений в задачах идентификации параметров динамических объектов // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 322. – № 2. – С. 51–55.
9. Зевеке Г.В., Ионкин П.А. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.

Поступила 24.12.2012 г.

УДК 621.391

МОДИФИЦИРОВАННЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЖОНСОНА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

И.Г. Карпов, Ю.Т. Зырянов, А.Н. Грибков

Тамбовский государственный технический университет
E-mail: gribkovalexey@yandex.ru

Предложены модифицированные распределения Джонсона для аппроксимации законов распределения экспериментальных данных, принимающих только положительные значения. Разработана методика оценки параметров модифицированных распределений Джонсона по экспериментальным данным.

Ключевые слова:
Модифицированные распределения Джонсона, аппроксимация законов распределения, плотность распределения вероятностей.
Key words:
Johnson's modified distributions, approximation of distribution laws, density of probabilities distribution.

Как известно, форму большинства непрерывных плотностей распределения вероятностей (ПРВ) можно достаточно подробно описать, используя четыре первых момента. Во многих случаях если провести аппроксимацию результатов измерений распределением, имеющим те же четыре момента, что и гистограмма, построенная по экспериментальным данным, то погрешность аппроксимации будет сравнительно небольшой. В настоящее время для аппроксимации законов распределения экспериментальных данных, принимающих как положительные, так и отрицательные значения, часто применяются распределения Джонсона и Пирсона [1–4]. Основным достоинством распределений Джонсона по сравнению с другими ПРВ является то, что на их основе можно получать многомерные распределения [5, 6].

Распределения Н. Джонсона состоят из трех семейств распределений, получаемых путем различных нелинейных преобразований гауссовской нормированной плотности распределения вероятностей. При этом Джонсон использовал три типа функций $h(y,\mu,\lambda)$ [2–4]:

$$h_1(y;\mu,\lambda)=\ln[(y-\mu)/\lambda],\ y\ge\mu, \tag{1}$$

$$h_2(y;\mu,\lambda)=\ln[(y-\mu)(\lambda+\mu-y)],\ \ \mu\le y\le\mu+\lambda, \tag{2}$$

$$h_3(y;\mu,\lambda)=\mathrm{Arsh}[(y-\mu)/\lambda],\ -\infty<y<\infty. \tag{3}$$

Этим функциям соответствуют три семейства распределений Джонсона, параметры которых определяются с использованием положительных степенных моментов (математическое ожидание m_1 и центральные моменты M_2, M_3, M_4) по методикам, изложенным в целом ряде работ, например в [1–4]. При этом в работах [1–3] рассматривается оценка параметров распределений Джонсона с использованием методов моментов и квантилей, а в работе [4] рассматривается также метод максимального правдоподобия.

Наибольшая погрешность аппроксимации законов распределения экспериментальных данных распределениями Джонсона возникает на их хвостах [2, 6, 7]. Поэтому в [7] описаны три нелинейных преобразования логистического нормированного распределения, подобные функциям (1)–(3).

Цель данной работы – рассмотреть возможность аппроксимации законов распределения экспериментальных данных, принимающих только положительные значения, с использованием распределений, полученных на основе модификации распределений Джонсона [6].

1. Модифицированные распределения Джонсона и их топографическая классификация

При решении задачи аппроксимации закона распределения экспериментальных данных, принимающих только положительные значения, необходимо принимать во внимание два важных обстоятельства:

1) истинный закон распределения случайной величины очень часто имеет асимметричную форму;
2) у него могут отсутствовать положительные степенные моменты.

Поэтому при оценке параметров экспериментального закона распределения целесообразно вместо степенных моментов использовать логарифмические моменты (математическое ожидание l_1 и центральные моменты L_2, L_3, L_4), а вместо распределений Джонсона предлагается использовать распределения (назовем их модифицированными распределениями Джонсона), соответствующие пяти типам функций $H(y)$ [6]:

$$H_1(y;\chi)=\ln[\ln(\chi/y)]\,,\ 0<y<\chi; \tag{4}$$

$$H_2(y;\chi)=\ln[\ln(y/\chi)],\ \chi<y<\infty; \tag{5}$$

$$H_3(y;\chi)=\ln(y/\chi),\ 0<y<\infty; \tag{6}$$

$$H_4(y;c,\chi)=\ln\left[\frac{\ln(y/c\,\chi)}{\ln(\chi/y)}\right],\ c\,\chi<y<\chi; \tag{7}$$

$$H_5(y;c,\chi)=\mathrm{Arsh}\,[c\ln(y/\chi)],\ \ 0<y<\infty. \tag{8}$$

Параметр сдвига μ в функциях (4)–(8) полагался равным нулю, так как он косвенным образом учитывается областью существования соответствующего одностороннего закона распределения.

С учетом выражений (4)–(8) для функций $H(y)$ модифицированные распределения Джонсона будут определяться соотношениями:

$$p(y)=\frac{\gamma}{\sqrt{2\pi}\,\ln(\chi/y)\,z}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{\gamma^2}{2}\left[\ln\left(\ln\left(\frac{\chi}{y}\right)\right)-m\right]^2\right\},\ 0<y<\chi; \tag{9}$$

$$p(y)=\frac{\gamma}{\sqrt{2\pi}\,\ln(y/\chi)\,y}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{\gamma^2}{2}\left[\ln\left(\ln\left(\frac{y}{\chi}\right)\right)-m\right]^2\right\},\ \chi<y<\infty; \tag{10}$$

$$p(y)=\frac{\gamma}{\sqrt{2\pi}\,y}\exp\left\{-\frac{\gamma^2}{2}\left[\ln\left(\frac{y}{\chi}\right)\right]^2\right\},\ \ 0<y<\infty; \tag{11}$$

$$p(y)=\frac{\ln(1/c)\,\gamma}{\sqrt{2\pi}\,y\ln(y/c\,\chi)\ln(\chi/y)}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{\gamma^2}{2}\left[\ln\left(\frac{\ln(y/c\,\chi)}{\ln(\chi/y)}\right)-m\right]^2\right\},\ c\chi<z<\chi; \tag{12}$$

$$p(y)=\frac{c\,\gamma\exp\left\{-\dfrac{\gamma^2}{2}[\mathrm{Arsh}(c\ln(y/\chi))-m]^2\right\}}{\sqrt{2\pi\,(1+(c\ln(y/\chi))^2)}\ z}, \tag{13}$$
$$0<y<\infty,$$

где $\gamma>0$, $-\infty<m<\infty$, $c>0$ – параметры формы (для ПРВ (12) параметр $c<1$); $\chi>0$ – параметр масштаба.

Кривые, соответствующие указанным распределениям, имеют весьма разнообразную форму: унимодальную, J-образную, U-образную либо бимодальную. Их топографическую классификацию удобно производить с помощью диаграммы в плоскости переменных $\eta_а$ и η_{12}, приведенной на рисунке. Коэффициент асимметрии $\eta_а$, коэффициент эксцесса $\eta_э$, нормированный совместный коэффициент асимметрии и эксцесса η_{12} для этих ПРВ в общем случае определяются выражениями

$$\eta_а=\frac{L_3}{L_2^{1,5}},\quad \eta_э=\frac{L_4}{L_2^2}-3,\quad \eta_{12}=\frac{1,5\,\eta_а^2+6}{\eta_э+6}, \tag{14}$$

где $0\le\eta_{12}\le1{,}5$. Верхней границе области возможных значений коэффициента η_{12} соответствуют распределения в виде совокупности двух дельта-функций, а нижней границе – распределения, имеющие менее четырех моментов.

Кривые 2а и 2б характеризуют собой соответственно области существования распределений (9) и (10). Коэффициенты асимметрии $\eta_а$ для ПРВ (9) и (10) определяются соответственно выражениями

$$\eta_а=-[\exp(1/\gamma^2)+2]\sqrt{\exp(1/\gamma^2)-1};$$
$$\eta_а=[\exp(1/\gamma^2)+2]\sqrt{\exp(1/\gamma^2)-1}.$$

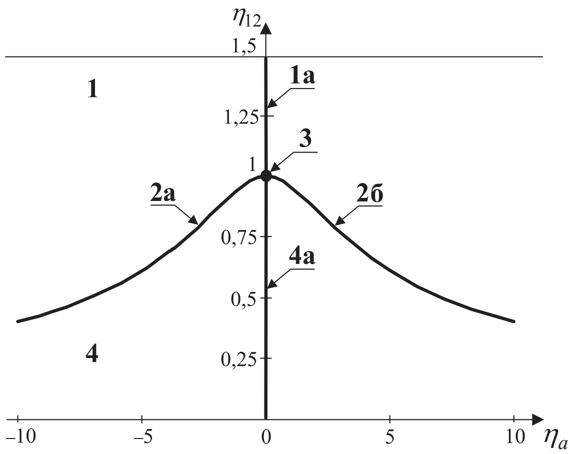

Рисунок. *Диаграмма модифицированных распределений Джонсона*

Нормированный совместный коэффициент асимметрии и эксцесса η_{12} для ПРВ (9), (10) определяется соотношением

$$\eta_{12} = \frac{1,5\exp(1/\gamma^2)+4,5}{\exp(2/\gamma^2)+2\exp(1/\gamma^2)+3}.$$

Введем вспомогательный коэффициент η_{22}:

$$\eta_{22} = \eta_{12}\frac{[f(\eta_a)+1]^2+2}{1,5 f(\eta_a)+4,5},$$

$$f(\eta_a) = \left(\sqrt{1+\frac{\eta_a^2}{4}}+\frac{\eta_a}{2}\right)^{2/3} + \left(\sqrt{1+\frac{\eta_a^2}{4}}-\frac{\eta_a}{2}\right)^{2/3} - 1. \quad (15)$$

Для ПРВ (9) и (10) вспомогательный коэффициент η_{22}=1.

Выше линий 2а и 2б находится область существования распределения (12), при этом вспомогательный коэффициент η_{22}>0. Для ПРВ (12) при m>0 выполняется неравенство η_a<0, при m<0 – неравенство η_a>0, а при m=0 – неравенство η_a=0. Отрезок прямой 1а характеризует собой область существования частного случая ПРВ (12) при m=0.

Точка 3 характеризует собой область существования логнормального распределения (11). Для него η_a=0, η_{12}=1 и η_{22}=1. Ниже линий 2а и 2б находится область существования распределения (13). При этом вспомогательный коэффициент η_{22}<0. Распределение (13) при m>0 имеет коэффициент η_a>0, при m<0 – η_a<0, а при m=0 – η_a=0. Отрезку прямой 4а соответствует область существования частного случая ПРВ (13) при m=0.

2. Анализ возможностей модифицированных распределений Джонсона по аппроксимации теоретических законов распределения

Рассмотрим возможности распределений (9) и (10) по аппроксимации известных теоретических законов распределения, в первую очередь обобщенного гамма-распределения [6]:

$$p(x) = \frac{c\ x^{\alpha c-1}}{\Gamma(\alpha)\,\beta^{\alpha c}}\exp\left(-\frac{x^c}{\beta^c}\right),\ 0<x<\infty, \quad (16)$$

где α>0, c>0 – параметры формы; β>0 – параметр масштаба.

Частными случаями ПРВ (16) являются: распределение Релея при α=0, $\beta=\sqrt{2\sigma}$ и c=2; гамма-распределение при c=1; распределение хи-квадрат при α=0,5n, c=1 и β=2; распределение Накагами при α=m, $\beta=\sqrt{\Omega/m}$ и c=2; распределение Вейбулла при α=1 и $\beta^{-c}=\lambda$.

Аппроксимация ПРВ (16) выражением (9) осуществлялась с помощью логарифмических моментов, которые для ПРВ (9) равны:

$$l_1 = \ln(\chi) - \exp(m+1/2\gamma^2),$$
$$L_2 = \exp(2m+\gamma^{-2})[\exp(\gamma^{-2})-1],$$
$$L_3 = -\exp(3m+3/2\gamma^2)\times$$
$$\times[\exp(\gamma^{-2})-1]^2[\exp(\gamma^{-2})+2].$$

Для ПРВ (16) эти моменты определяются соотношениями [6]:

$$l_1 = \ln(\beta)+\frac{\psi(\alpha)}{c},\ L_2 = \frac{1}{c^2}\frac{\partial\psi(\alpha)}{\partial\alpha},\ L_3 = \frac{1}{c^3}\frac{\partial^2\psi(\alpha)}{\partial\alpha^2},$$

где $\psi(\alpha)$ – пси-функция [8].

Было установлено, что параметры ПРВ (9) связаны с параметрами ПРВ (16) соотношениями [6]:

$$\gamma^{-2} = \ln\left[\left(\sqrt{1+\frac{\eta_a^2}{4}}+\frac{\eta_a}{2}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\sqrt{1+\frac{\eta_a^2}{4}}-\frac{\eta_a}{2}\right)^{\frac{2}{3}}-1\right], \quad (17)$$

$$m = \ln(\delta) - 1/2\gamma^2 = m_0 - \ln(c),$$
$$\chi = \exp(l_1+\delta) = \beta\exp(\chi_0/c), \quad (18)$$

где

$$\delta = \sqrt{L_2/(\exp(\gamma^{-2})-1)}.$$

При этом с помощью вспомогательных параметров m_0 и χ_0, зависящих (как и параметр γ) только от параметра α, целесообразно ПРВ (9) преобразовать к виду

$$p_a(x) = $$
$$= \frac{c\gamma\exp\left\{-\frac{\gamma^2}{2}\left[\ln\left(\chi_0 - c\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)\right)-m_0\right]^2\right\}}{\sqrt{2\pi}\,x\left(\chi_0 - c\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)\right)},$$
$$0<x<\chi. \quad (19)$$

ПРВ (19) отражает зависимость от параметров c и β аналогично ПРВ (16). Изменение в (16) параметра α в ПРВ (19) приводит к изменению параметров m_0, χ_0 и γ. Как следует из (18), параметр масштаба χ зависит от всех трех параметров ПРВ (16). Если в ПРВ (16) параметр α=1 (распределение Вейбулла), то m_0=1,2, χ_0=2,95, γ^2=8,13. При этом ПРВ (19) принимает вид

$$p_a(x)=\sqrt{\frac{4,065}{\pi}}\times$$

$$\times\frac{c\exp\left\{-4,065\left[\ln\left(2,95-c\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)\right)-1,2\right]^2\right\}}{x\left(2,95-c\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)\right)},$$

$$0<x<\chi,$$

где $\chi=\beta\exp(2,95/c)$. Если к тому же параметр $c=2$ (закон Рэлея), то

$$p_a(x)=\sqrt{\frac{16,26}{\pi}}\times$$

$$\times\frac{\exp\left\{-4,065\left[\ln\left(2,95-2\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)\right)-1,2\right]^2\right\}}{x\left(2,95-2\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)\right)},$$

$$0<x<\chi,$$

где $\chi=\beta\exp(1,475)$.

В качестве критерия оценки точности аппроксимации использовался модуль разности расстояний между истинной и аппроксимирующей ПРВ, измеряемый в процентах и определяемый с помощью выражения [6]:

$$\Delta=50\int_0^\infty|\,p(x)-p_a(x)\,|\,d\,x,\ \%. \qquad (20)$$

Достоинством критерия (20) является то, что он при значениях $\Delta<5,0$ % гарантирует приемлемую точность аппроксимации истинной ПРВ во всей области ее протяженности.

Оценка погрешности аппроксимации обобщенного гамма-распределения (16) с помощью ПРВ (9) по критерию (20) показала, что она зависит только от значений параметра α. Ошибка аппроксимации Δ возрастает при $\alpha\to0$. Например, если $\alpha=10$, то $\Delta<0,13$ %; если $\alpha=1$, то $\Delta<0,64$ %; если $\alpha=0,25$, то $\Delta<5,0$ %.

Рассмотрим теперь возможности ПРВ (9) по аппроксимации K-распределения [6]:

$$p(x)=\frac{4\,x^{\nu}}{\Gamma(\nu)\,\beta^{\nu+1}}K_{\nu-1}\left(\frac{2\,x}{\beta}\right),\quad 0<x<\infty, \qquad (21)$$

где $\nu>0$ – параметр формы; $\beta>0$ – параметр масштаба; $K_\nu(z)$ – функция Макдональда (модифицированная функция Бесселя второго рода).

Логарифмические моменты для ПРВ (21) имеют следующий вид:

$$l_1=\frac{1}{2}(\psi(\nu)-0,577)+\ln(\beta),$$

$$L_2=\frac{1}{4}\left(\frac{d}{d\,\nu}\,\psi(\nu)+1,645\right),$$

$$L_3=\frac{1}{8}\left(\frac{d^2}{d\,\nu^2}\,\psi(\nu)-2,404\right).$$

Было установлено, что параметры ПРВ (9) связаны с параметрами ПРВ (21) по-прежнему соотношениями (17) и (18), где

$$m_0=\ln(c\delta)-1/2\gamma^2;\ \chi_0=c\delta+\psi(\nu)-0,577;\ c=2;$$

$$\delta=\sqrt{L_2/(\exp(\gamma^{-2})-1)}.$$

Оценка погрешности аппроксимации ПРВ (21) по критерию (20) показала, что она имеет максимальное значение 1,29 % при $\nu=5$, а при других значениях параметра ν уменьшается. Так, если $\nu=20$, то $\Delta<1,0$ %; если $\nu=1$, то $\Delta<0,35$ %.

Необходимо отметить, что ПРВ (9) можно применять для аппроксимации теоретических законов распределения, когда коэффициент асимметрии $\eta_a<0$, а вспомогательный коэффициент $\eta_{22}=1$. Если $\eta_a=0$, $\eta_{12}=1$, то для аппроксимации используется логнормальное распределение (11); а если $\eta_a>0$, $\eta_{22}=1$ – распределение (10).

Рассмотрим возможности распределения (10) по аппроксимации законов распределения, подобных ПРВ [6]:

$$p(x)=\frac{c\ \beta^{\alpha c}}{\Gamma(\alpha)\ x^{\alpha c+1}}\exp\left(-\frac{\beta^c}{x^c}\right),\ \ 0<x<\infty. \qquad (22)$$

Логарифмические моменты для ПРВ (10) и (22) соответственно определяются выражениями:

$$l_1=\ln(\chi)+\exp(m+1/2\,\gamma^2),$$

$$L_2=\exp(2\,m+\gamma^{-2})[\exp(\gamma^{-2})-1]\ ,$$

$$L_3=\exp(3\,m+3/2\,\gamma^2)[\exp(\gamma^{-2})-1]\ ^2[\exp(\gamma^{-2})+2]$$

и

$$l_1=\ln(\beta)-\frac{\psi(\alpha)}{c},\ L_2=\frac{1}{c^2}\frac{\partial\psi(\alpha)}{\partial\alpha},\ L_3=-\frac{1}{c^3}\frac{\partial^2\psi(\alpha)}{\partial\alpha^2}.$$

При этом параметры ПРВ (10) определяются формулой (17), а также соотношениями

$$m=\ln(\delta)-1/2\,\gamma^2=m_0-\ln(c),$$

$$\chi=\exp(l_1-\delta)=\beta\exp(\chi_0/c),$$

где

$$m=\ln(\delta)-1/2\,\gamma^2=m_0-\ln(c),$$

$$\chi=\exp(l_1-\delta)=\beta\exp(\chi_0/c).$$

С помощью вспомогательных параметров m_0 и χ_0, зависящих (как и параметр γ) только от параметра α, целесообразно преобразовать ПРВ (10)

$$p_a(x)=$$

$$=\frac{c\,\gamma\exp\left\{-\frac{\gamma^2}{2}\left[\ln\left(c\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)-\chi_0\right)-m_0\right]^2\right\}}{\sqrt{2\pi}\,x\left(c\ln\left(\frac{x}{\beta}\right)-\chi_0\right)},$$

$$\chi<x<\infty. \qquad (23)$$

ПРВ (23) отражает зависимость от параметров c и β аналогично ПРВ (22). Изменение в (22) параметра α в ПРВ (23) приводит к изменению параметров m_0, χ_0 и γ. Оценка погрешности аппроксимации с помощью ПРВ (23) распределения (22) по критерию (20) показала, что она зависит только от значений параметра α. Ошибка Δ возрастает при $\alpha \to 0$. Например, если α=10, то Δ=0,13 %; если α=1, то Δ=0,64 %; если α=0,25, Δ=3,0 %.

Производилась также оценка возможностей распределения (10) по аппроксимации обратного гауссовского распределения [2]:

$$p(x) = \frac{c}{2\sqrt{\pi\lambda}\, x^{1,5}} \exp\left(c - \lambda x - \frac{c^2}{4\lambda x} \right),$$
$$0 < x < \infty, \qquad (24)$$

где c>0 – параметр формы; λ>0 – параметр масштаба.

Оценка погрешности аппроксимации с помощью ПРВ (10) распределения (24) по критерию (20) показала, что она зависит только от параметра формы c. Ошибка аппроксимации Δ возрастает при $c \to 0$. Например, если c=20, то Δ=0,28 %; если c=2, то Δ=1,9 %; если c=0,1, то Δ=4,7 %.

Таким образом, модифицированные распределения Джонсона (9) и (10) позволяют с приемлемой точностью аппроксимировать известные теоретические законы распределения, такие как K-распределение, обратное гауссовское распределение, обобщенное гамма-распределение и т. д.

3. Применение модифицированных распределений Джонсона для аппроксимации законов распределения экспериментальных данных

Аппроксимация экспериментальных распределений с помощью модифицированных распределений Джонсона (9)–(13) может осуществляться по следующему алгоритму:

1. Вначале определяются выборочные логарифмические моменты:

$$\widehat{l}_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln x_i, \quad \widehat{L}_s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (\ln(x_i) - \widehat{l}_1)^s, \quad s = 2, 3, 4, \qquad (32)$$

   затем коэффициенты $\eta_а$, $\eta_э$ и η_{12} по соотношениям (14), а также вспомогательный коэффициент η_{22} по формуле (15).
2. Если для вспомогательного коэффициента η_{22} выполняется условие η_{22}>1,02, то для аппроксимации экспериментального распределения используется ПРВ (12).
3. Если для вспомогательного коэффициента η_{22} выполняется условие η_{22}<0,98, то для аппроксимации экспериментального распределения используется ПРВ (13).
4. Если для коэффициентов $\eta_а$ и η_{22} выполняются условия –0,1≤$\eta_а$≤0,1; 0,98≤η_{22}≤1,02, то для аппроксимации экспериментального распределения используется логнормальный закон (11), параметры которого определяются первым начальным и вторым центральным логарифмическими моментами χ=exp(l_1), $\gamma=1/\sqrt{L_2}$.
5. Если коэффициент асимметрии $\eta_а$<–0,1, а для коэффициента η_{22} выполняется условие 0,98≤η_{22}≤1,02, то для аппроксимации экспериментального распределения используется ПРВ (9).
6. Если коэффициент асимметрии $\eta_а$>0,1, а для коэффициента η_{22} выполняется условие 0,98≤η_{22}≤1,02, то для аппроксимации экспериментального распределения используется ПРВ (10).

Оценка параметров модифицированных распределений Джонсона (9), (10), (12) и (13) производится по известным методикам оценки параметров распределений Джонсона, изложенным в целом ряде работ, например в [1–4]. При этом степенные моменты заменяются на логарифмические.

Выводы

На основе модификации распределений Джонсона получены модифицированные распределения Джонсона (9)–(13), а также произведена их топографическая классификация с использованием коэффициента асимметрии и совместного коэффициента асимметрии и эксцесса. Показано, что модифицированные распределения Джонсона (9) и (10) позволяют с приемлемой точностью аппроксимировать известные теоретические законы распределения, такие как K-распределение, обратное гауссовское распределение, обобщенное гамма-распределение и т. д. Разработана методика аппроксимации законов распределения экспериментальных данных, принимающих только положительные значения, с использованием модифицированных распределений Джонсона (9)–(13) на основе методики оценки параметров распределений Джонсона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – М.: Физматлит, 2006. – 813 с.
2. Джонсон Н.Л., Коц С., Балакришнан Н. Одномерные непрерывные распределения. Ч. 1. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 703 с.
3. Johnson N.L. Systems of frequency curves generated by method of translation // Biometrika. – 1949. – V. 36. – № 1. – P. 149–176.
4. Бостанджиян В.А. Распределение Пирсона, Джонсона, Вейбулла и обратное нормальное. Оценивание их параметров.– Черноголовка: Редакционно-издательский отдел ИПХФ РАН, 2009. – 240 с.
5. Буркатовская Ю.Б., Марков Н.Г., Морозов А.С., Серых А.П. Применение распределений Джонсона к задаче классификации аэрокосмических изображений // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 311. – № 5. – С. 76–80.
6. Карпов И.Г., Карпов М.Г., Проскурин Д.К. Методы обобщенного вероятностного описания и идентификации негауссовских случайных величин и процессов. – Воронеж: ВГУ, 2010. – 172 с.
7. Tadikamalla P.R., Johnson N.L. Systems of frequency curves generated by transformations of logistic variables // Biometrika. – 1982. – V. 69. – № 10. – P. 461–465.
8. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. – М.: Наука, 1984. – 800 с.

Поступила 01.10.2012 г.