

УДК 621.313.12

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕЛЬСОТРОНОВ. Ч. 1. РАСЧЕТ ПРИ ПОСТОЯННОЙ ПЛОТНОСТИ ТОКА

Г.В. Носов

Томский политехнический университет

E-mail: nosov@nosov.tpu.ru

Получены формулы для расчета параметров рельсотронов при постоянной усредненной плотности тока. Определены такие параметры, как средняя магнитная индукция в пространстве между шинами рельсотрона, индуктивность, силы и механическое напряжение в шинах, сопротивление с учетом адиабатного нагрева шин, максимальная скорость тела и длина рельсотрона. Факторами, определяющими возможности рельсотронов для ускорения тел, являются усредненная плотность тока, прочность и повышение температуры шин, поэтому необходимо применять для изготовления шин высокопрочные материалы с максимальной удельной проводимостью, например, бериллиевую бронзу. Достоверность полученных формул подтверждается удовлетворительным совпадением с результатами расчетов, проведенными по другим методикам.

### Ключевые слова:

Рельсотрон, шина, параметр, ток, постоянная плотность тока, индукция, индуктивность, механическая сила, механическое напряжение, адиабатный нагрев шин, сопротивление.

### Key words:

Railgun, tire, parameter, current, constant current density, induction, inductance, mechanical force, mechanical tension, adiabatic heating of tires, resistance.

В настоящее время для применения в космической и военной технике, а также для научных исследований рельсотроны рассматриваются как перспективные электромагнитные ускорители тел до скоростей, достигающих 10 км/с и более [1, 2]. Поэтому расчет параметров рельсотронов представляется актуальной задачей. Рельсотрон является электромеханической установкой, преобразующей электромагнитную энергию импульса тока в механическую энергию ускоряемого тела и состоящий из двух параллельных шин (рельсов), между которыми движется ускоряемое тело, рис. 1.

При импульсном токе  $i(t)$  в шинах будут наблюдаться поверхностный эффект и эффект близости [3], приводящие к неравномерной плотности тока. Неравномерность плотности тока зависит от формы и длительности импульса тока, удельной проводимости  $\gamma$  материала шин и размеров рельсотрона. В первом приближении будем полагать, что импульс тока  $i(t)$  прямоугольный, имеющий длительность  $\tau$  и постоянную амплитуду, равную действующему значению  $I$ . При этом поверхностный эффект и эффект близости примем незначитель-

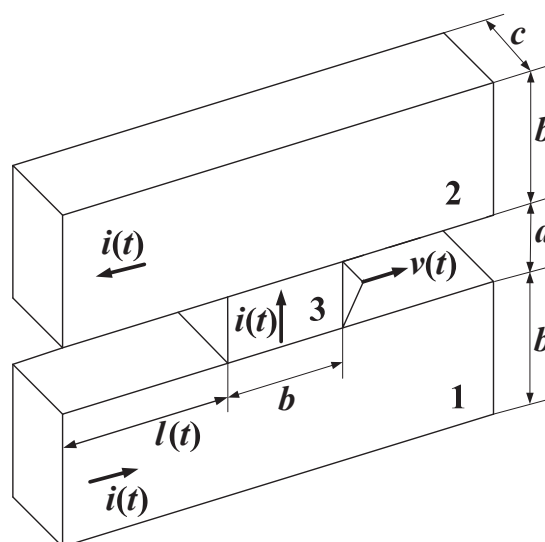


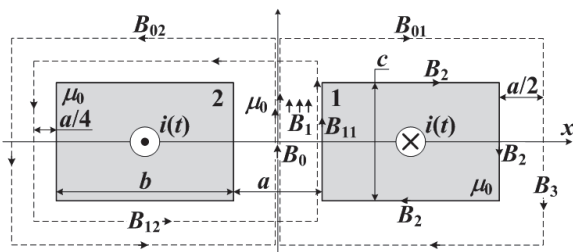
Рис. 1. Принципиальная схема рельсотрона: 1, 2 – одинаковые шины; 3 – ускоряемое тело;  $v(t)$  – скорость тела;  $l(t)$  – расстояние, пройденное телом в рельсотроне;  $i(t)$  – электрический ток;  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – размеры ускоряемого тела и шин рельсотрона

ными, а плотность тока как усредненную величину будем считать приближенно постоянной:

$$\delta_0 \approx \frac{I}{bc}, \quad (1)$$

причем при постоянном во времени токе  $i(t)=I=\text{const}$  поверхностный эффект и эффект близости полностью отсутствуют и плотность тока постоянна [4].

Для расчета магнитной индукции воспользуемся законом полного тока и принципом наложения [4] применительно к расчетной схеме рельсотрона, рис. 2.



**Рис. 2.** Расчетная схема рельсотрона: 1, 2 – одинаковые шины с током  $i(t)$ , направленным «от нас» и «к нам» соответственно;  $B_{01}$  и  $B_{02}$  – магнитные индукции, создаваемые током 1-й шины;  $B_{01}$  и  $B_{02}$  – магнитные индукции, создаваемые током 2-й шины;  $B_0$  – результирующая магнитная индукция в центре пространства между шинами рельсотрона, создаваемая током 1-й и 2-й шин;  $B_1$  – средняя результирующая магнитная индукция в пространстве между шинами рельсотрона, создаваемая током 1-й и 2-й шин;  $B_2$  и  $B_3$  – результирующие магнитные индукции, создаваемые током 1-й и 2-й шин;  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость материала шин и пространства вокруг них

Если принять магнитные индукции постоянными на контурах интегрирования, тогда для амплитуды тока  $i(t)=I$  их значения составят:

$$B_{01} = B_{02} = \frac{\mu_0 I}{2b + 2c + 4a}; \quad B_{11} = \frac{\mu_0 I}{2b + 2c};$$

$$B_{12} = \frac{\mu_0 I}{2b + 2c + 3,5a}. \quad (2)$$

Далее на основе принципа наложения находим

$$B_0 = B_{01} + B_{02}; \quad B_1 = \frac{B_0 + (B_{11} + B_{12})}{2}, \quad (3)$$

а из уравнений

$$\mu_0 I = B_1 c + B_2 (2b + c);$$

$$\mu_0 I = B_0 (c + a) + B_3 (2b + c + 3a),$$

составленных по закону полного тока, определяем

$$B_2 = \frac{\mu_0 I - B_1 c}{2b + c}; \quad B_3 = \frac{\mu_0 I - B_0 (c + a)}{2b + c + 3a}. \quad (4)$$

С учетом рис. 2 на интервале  $-0,5c < y < 0,5c$  представим приближенно проекцию  $B_y(x)$  вектора магнитной индукции на ось  $y$  следующим образом (рис. 3):

а)  $-0,5a < x < 0,5a$

$$B_y(x) = B_{y1}(x) = B_1; \quad (5)$$

б)  $0,5a < x < 0,5a + b$  (верхний знак) и  $-0,5a - b < x < -0,5a$  (нижний знак)

$$B_y(x) = B_{y2}(x) = B_1 \left[ 1 \mp \frac{(1 + \beta)(x \mp 0,5a)}{b} \right]; \quad (6)$$

в)  $x < -0,5a + b$  (верхний знак) и  $x < -0,5a - b$  (нижний знак)

$$B_y(x) = B_{y3}(x) = -B_2 \cdot \exp[\mp \alpha(x \mp 0,5a \mp b)], \quad (7)$$

при расчетных коэффициентах

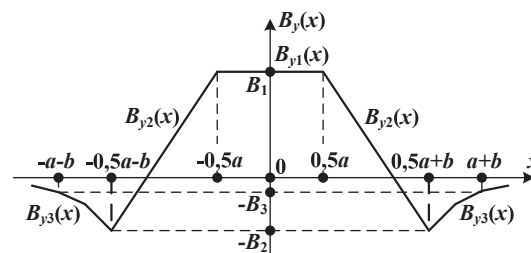
$$\alpha = \frac{2}{a} \ln \left( \frac{B_2}{B_3} \right);$$

$$\beta = \frac{B_2}{B_1} =$$

$$= \frac{0,5(1 + 2\lambda)(2 + 3,5\lambda)}{(1 + \xi\lambda)(0,875\lambda^2 + 2,3125\lambda + 1)} - \frac{1 - \xi\lambda}{1 + \xi\lambda} < 1 \quad (8)$$

и геометрических параметрах

$$\xi = \frac{b}{a}; \quad \lambda = \frac{a}{b + c} \leq 1. \quad (9)$$



**Рис. 3.** Распределение проекции вектора магнитной индукции на ось  $y$

С учетом (5, 6) найдем потокосцепление на единицу длины рельсотрона (Вб/м):

$$\psi = \psi_1 + 2\psi_2 =$$

$$= aB_1 + 2 \int_{0,5a}^{0,5a+b} \left\{ \frac{b - (x - 0,5a)}{b} \right\} B_{y2}(x) dx,$$

тогда

$$\psi = \left[ a + \frac{(2 - \beta)b}{3} \right] B_1. \quad (10)$$

В результате на основании (2, 3, 10) определяем индуктивность рельсотрона (Гн/м):

$$L_0 = \frac{\psi}{I} = \mu_0 \left[ 1 + \frac{(2 - \beta)\xi}{3} \right] \times$$

$$\times \frac{(0,875\lambda^2 + 2,3125\lambda + 1)\lambda}{(1 + 1,75\lambda)(1 + 2\lambda)}. \quad (11)$$

На рис. 4 и 5 приведены графики зависимостей параметра  $\beta$  и индуктивности (11), полученные с учетом (8, 9).

Ускоряющую тело механическую силу найдем с использованием (11) приближенно как при постоянном во времени токе [4]

$$F = \frac{d}{dl(t)} \left[ \frac{L_0 I(t) \cdot i(t)^2}{2} \right] \approx \frac{I^2}{2} \cdot L_0. \quad (12)$$

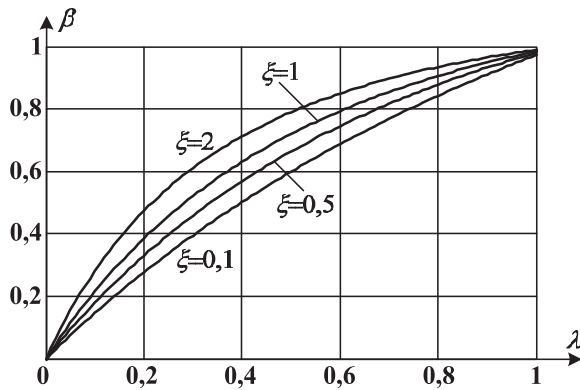


Рис. 4. Графики зависимости коэффициента  $\beta$  от геометрического параметра  $\lambda$  рельсотронов

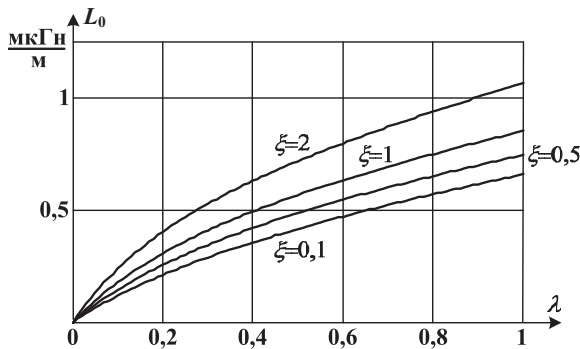


Рис. 5. Графики зависимости индуктивности  $L_0$  от геометрического параметра  $\lambda$  рельсотронов

Механическую силу давления магнитного поля на одну из шин, например, шину 1 (рис. 2), направленную вдоль оси  $x$ , рассчитаем следующим образом [4]

$$F_x(x) = c \int_{0,5a}^x [\delta_0 B_{y,2}(x)] dx,$$

тогда с учетом (1, 6) при  $0,5a < x < 0,5a + b$  имеем силу на единицу длины (Н/м)

$$F_x(x) = \frac{B_1 I}{b} (x - 0,5a) \left[ 1 - \frac{(1 + \beta)}{2b} (x - 0,5a) \right]. \quad (13)$$

Сила (13) имеет максимальное значение

$$F_{xm} = \frac{B_1 I}{2(1 + \beta)} \quad (14)$$

при координате

$$x = x_m = 0,5a + \frac{b}{1 + \beta}, \quad (15)$$

причем результирующая сила на основании (13) при  $x = 0,5a + b$  равна

$$F_x = \frac{B_1 I (1 - \beta)}{2}. \quad (16)$$

Для оценки механической прочности шины от действия силы (13) найдем внутреннее механическое напряжение в шине (Н/м<sup>2</sup>)

$$\sigma_x(x) = \frac{F_x(x)}{c} = \frac{2(1 + \beta)\sigma_{xm}}{b} (x - 0,5a) \left[ 1 - \frac{(1 + \beta)}{2b} (x - 0,5a) \right], \quad (17)$$

которое будет иметь максимальное значение

$$\sigma_{xm} = \frac{F_{xm}}{c} = \frac{B_1 I}{2(1 + \beta)c} < \sigma_{\text{доп}} \quad (18)$$

при координате (15), причем значение (18) не должно превышать допустимого напряжения  $\sigma_{\text{доп}}$  материала шины. На рис. 6 приведена характерная относительная зависимость внутреннего механического напряжения в шине, полученная по формуле (17).

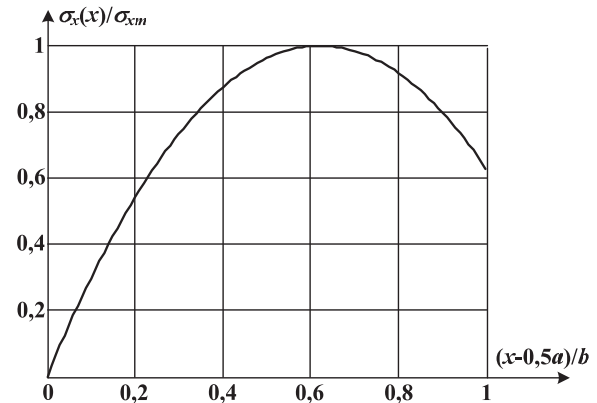


Рис. 6. Характерная относительная зависимость внутреннего механического напряжения в шине

Далее при удельной проводимости материала шин [3]

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha_R \vartheta}, \quad (19)$$

исходя из уравнения адиабатного процесса их нагрева

$$\frac{\delta_0^2 dt}{\gamma_0 C_0 \rho_0} = \frac{d\vartheta}{1 + \alpha_R \vartheta},$$

находим повышение температуры шин за один импульс тока длительностью  $\tau$  (°C):

$$\vartheta = \frac{\exp\left(\frac{\alpha_R \delta_0^2 \tau}{\gamma_0 C_0 \rho_0}\right) - 1}{\alpha_R}, \quad (20)$$

где  $\gamma_0$ ,  $\alpha_R$ ,  $C_0$ ,  $\rho_0$  – соответственно удельная проводимость (1/Ом·м), температурный коэффициент сопротивления (1/°C), удельная теплоемкость (Дж/°C·кг) и объемная плотность (кг/м<sup>3</sup>) материала шин при начальной температуре  $\theta_0$ .

На основании (19, 20) определим усредненное сопротивление шин на единицу длины (Ом/м):

$$R_0 = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{2(1 + \alpha_R \vartheta)}{\gamma_0 b c} d\tau = \frac{2C_0 \rho_0}{\alpha_R \delta_0^2 \tau b c} \left[ \exp\left(\frac{\alpha_R \delta_0^2 \tau}{\gamma_0 C_0 \rho_0}\right) - 1 \right]. \quad (21)$$

**Таблица 1.** Индуктивность и индукция рельсотронов при  $\delta_0=10^3 \text{ А/мм}^2$  и  $a=30 \text{ мм}$

Дано		по [5]		по [6]		Расчет		Погрешности		
c	b	l	L <sub>0к</sub>	L <sub>0Е</sub>	B <sub>l</sub>	L <sub>0</sub>	B <sub>l</sub>	δ <sub>лк</sub>	δ <sub>лЕ</sub>	δ <sub>B</sub>
мм	мм	МА	мкГн/м	Тл	мкГн/м	Тл		%		
10	20	0,2	0,800	0,771	4,055	0,7821	4,252	2,19	1,44	4,86
	30	0,3	0,754	0,734	5,119	0,7222	5,260	4,21	1,61	2,76
	60	0,6	0,684	0,670	7,185	0,6570	7,131	4,00	1,95	0,74
	90	0,9	0,652	0,636	8,527	0,6380	8,216	2,15	0,25	3,65
	120	1,2	0,632	0,612	9,499	0,6298	8,934	0,40	2,91	5,95
20	10	0,2	0,720	0,700	4,094	0,7103	4,252	1,32	1,47	3,87
	20	0,4	0,688	0,641	6,954	0,6591	7,013	4,22	2,83	0,85
	30	0,6	0,667	0,634	9,038	0,6336	9,036	5,04	0,07	0,02
	60	1,2	0,632	0,610	13,167	0,6063	12,943	4,08	0,60	1,70
	90	1,8	0,614	0,593	15,782	0,6006	15,273	2,20	1,29	3,22
120	2,4	0,603	0,579	17,707	0,6002	16,842	0,48	3,66	4,88	
30	10	0,3	0,614	0,573	5,421	0,5942	5,260	3,23	3,70	2,97
	20	0,6	0,605	0,554	9,343	0,5760	9,036	4,84	3,96	3,28
	30	0,9	0,599	0,553	12,158	0,5678	11,938	5,20	2,68	1,81
	60	1,8	0,587	0,560	18,246	0,5639	17,791	3,98	0,69	2,49
	90	2,7	0,582	0,555	22,173	0,5682	21,411	2,16	2,37	3,44
120	3,6	0,576	0,548	24,999	0,5735	23,896	0,50	4,65	4,41	
40	10	0,4	0,537	0,503	6,481	0,5159	6,024	3,85	2,56	7,05
	20	0,8	0,541	0,495	11,183	0,5143	10,612	4,89	3,90	5,11
	30	1,2	0,544	0,507	14,927	0,5162	14,263	5,04	1,81	4,45
	60	2,4	0,548	0,525	22,912	0,5276	21,909	3,78	0,49	4,38
	90	3,6	0,551	0,526	28,153	0,5393	26,802	2,06	2,53	4,80
120	4,8	0,552	0,526	31,996	0,5492	30,230	0,49	4,42	5,52	
60	10	0,6	0,430	0,404	7,814	0,4132	7,131	3,81	2,27	8,74
	20	1,2	0,446	0,415	14,111	0,4268	12,943	4,39	2,83	8,28
	30	1,8	0,459	0,431	19,162	0,4389	17,791	4,42	1,83	7,15
	60	3,6	0,484	0,463	30,430	0,4683	28,548	3,30	1,15	6,19
	90	5,4	0,499	0,473	38,097	0,4901	35,844	1,79	3,62	5,91
120	7,2	0,509	0,480	43,733	0,5068	41,145	0,37	5,58	5,92	
90	10	0,9	0,331	0,314	9,033	0,3215	8,216	2,99	2,40	9,05
	20	1,8	0,354	0,327	16,700	0,3424	15,273	3,34	4,71	8,54
	30	2,7	0,373	0,347	23,300	0,3603	21,411	3,36	3,83	8,11
	60	5,4	0,412	0,389	38,797	0,4019	35,844	2,51	3,31	7,61
	90	8,1	0,438	0,415	49,672	0,4318	46,288	1,32	4,06	6,81
120	10,8	0,455	0,429	58,005	0,4546	54,215	0,15	5,98	6,53	
120	10	1,2	0,270	0,256	9,711	0,2643	8,934	2,11	3,26	8,00
	20	2,4	0,294	0,274	18,364	0,2868	16,842	2,39	4,68	8,29
	30	3,6	0,314	0,295	26,025	0,3063	23,896	2,43	3,84	8,18
	60	7,2	0,359	0,343	44,811	0,3524	41,145	1,83	2,75	8,18
	90	10,8	0,390	0,369	58,597	0,3864	54,215	0,86	4,71	7,48
120	14,4	0,412	0,392	69,329	0,4126	64,475	0,12	5,25	7,00	

Согласно [2] запишем соотношения для расчета массы ускоряемого тела

$$m_t \approx 1,15 a^2 b \rho_t, \quad (22)$$

его максимальной скорости без учета трения и сопротивления воздуха

**Таблица 2.** Параметры рельсотронов из бериллиевой бронзы

Исходные данные						Расчетные параметры						
a	c	b	δ <sub>0</sub>	l	τ	L <sub>0</sub>	σ <sub>хт</sub>	g	R <sub>0</sub>	m <sub>t</sub>	V <sub>m</sub>	l <sub>p</sub>
мм			А/мм <sup>2</sup>	МА	мс	мкГн/м	МПа	°С	мкОм/м	кг	км/с	м
10	30	20	4000	2,4	0,3	0,402	1298	151	332	0,046	7,55	1,13
20	40	40	2300	3,68	0,9	0,468	1302	149	124	0,368	7,76	3,49
30	50	60	1640	4,92	1,8	0,496	1302	152	67	1,242	8,70	7,83
40	60	80	1280	6,14	3	0,511	1302	155	42	2,944	9,83	14,75
50	70	100	1050	7,35	4,4	0,521	1298	153	29	5,750	10,77	23,69
60	80	120	890	8,54	6,1	0,528	1293	152	21	9,936	11,82	36,06
70	90	140	775	9,76	8	0,532	1297	151	16	15,78	12,87	51,48
80	100	160	684	10,9	10	0,536	1291	146	12	23,55	13,63	68,16
90	110	180	610	12,1	13	0,539	1276	152	10	33,53	15,24	99,08

$$V_m = V_0 + \frac{I^2 L_0 \tau}{2 m_t} \quad (23)$$

и длины рельсотрона

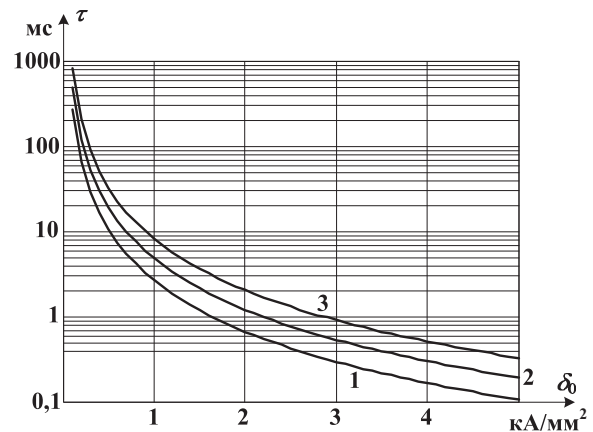
$$l_p = l(\tau) = V_0 \tau + \frac{I^2 L_0 \tau^2}{4 m_t}, \quad (24)$$

где ρ<sub>t</sub>, V<sub>0</sub> – объемная плотность (кг/м<sup>3</sup>) материала тела и его начальная скорость (м/с).

Достоверность формул (2–11) при параметре  $\lambda = a/(b+c) \leq 1$  подтверждается удовлетворительным совпадением с результатами расчета по [5] и программе компьютерного моделирования ELCUT [6]: относительные погрешности вычисления индуктивности δ<sub>лк</sub> и δ<sub>лЕ</sub> не превышают 6 %, а индукции δ<sub>B</sub> – 9,1 % (табл. 1).

В табл. 2 приведены рассчитанные по формулам (3, 11, 18, 20–24) параметры рельсотронов с шинами из бериллиевой бронзы БрБ2 [7]: γ<sub>0</sub> ≈ 12,5 1/Ом·м; α<sub>R</sub> ≈ 0,0035 1/°С; C<sub>0</sub> ≈ 385,5 Дж/°С·кг; ρ<sub>0</sub> ≈ 8230 кг/м<sup>3</sup>; σ<sub>дог</sub> ≈ 1350 МПа; ρ<sub>r</sub> ≈ 20000 кг/м<sup>3</sup>; V<sub>0</sub> = 0.

На рис. 7 приведены графики зависимости длительности импульса τ от плотности тока δ<sub>0</sub> для различных повышений температуры шин из бериллиевой бронзы БрБ2.



**Рис. 7.** Графики зависимости длительности импульса τ от плотности тока δ<sub>0</sub> для различных повышений температуры шин из бериллиевой бронзы: 1) 75; 2) 150; 3) 300 °С

Увеличение размеров рельсотрона (a, b, c) при сохранении допустимого механического напряже-

ния  $\sigma_{xm}$  в бериллиевых шинах и их приемлемого нагрева  $\vartheta$  на  $150^\circ\text{C}$  за импульс дает увеличение амплитуды тока  $I$ , длительности импульса  $\tau$ , индуктивности  $L_0$ , массы ускоряемого тела  $m$ , максимальной скорости  $V_m$  и длины рельсотрона  $l_p$  при уменьшении усредненной плотности тока  $\delta_0$  и сопротивления  $R_0$ .

Таким образом, по полученным формулам (1–24) можно рассчитывать параметры рельсотронов при постоянной усредненной плотности тока в их шинах.

#### Выводы

1. Предложена методика расчета параметров рельсотронов при постоянной усредненной плотности

сти тока в их шинах, позволяющая оценивать возможности рельсотронов для ускорения тел и проектировать для них электромагнитные источники питания.

2. Факторами, определяющими возможности рельсотронов для ускорения тел, являются усредненная плотность тока, прочность и повышение температуры шин, поэтому необходимо применять для изготовления шин высокопрочные материалы с максимальной удельной проводимостью, например, бериллиевую бронзу.
3. Достоверность полученных формул подтверждается удовлетворительным совпадением с результатами расчета индукции и индуктивности, проведенными по другим методикам.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Witt W., Loffler M. The electromagnetic Gun-CCloser to Weapon System Status // Military Technology. – 1998. – № 5. – P. 80–86.
2. Носов Г.В. К расчету параметров и эффективности преобразования энергии рельсотроном // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 310. – № 2. – С. 70–73.
3. Теория электрических аппаратов / под ред. проф. Г.Н. Александрова. – М.: Высшая школа, 1985. – 312 с.
4. Татур Т.А. Основы теории электромагнитного поля. – М.: Высшая школа, 1989. – 271 с.
5. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.

6. Методы и средства автоматизации профессиональной деятельности. Ч. 1 / под общей ред. канд. техн. наук А.С. Глазырина. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007. – 199 с.
7. Электротехнический справочник: в 3 т. Т. 1. Общие вопросы. Электротехнические материалы / под общ. ред. проф. МЭИ В.Г. Герасимова и др. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 488 с.

*Поступила 11.01.2013 г.*