УДК 519.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОПТИМАЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛА

С.В. Рожкова

Томский политехнический университет
E-mail: rozhkova@tpu.ru

Рассматривается задача исследования эффективности оптимальной передачи стохастических процессов по непрерывно-дискретным каналам с памятью и запаздыванием.

Ключевые слова:
Сигнал, стохастические системы, канал передачи, память, запаздывание.
Key words:
Signal, stochastic systems, transmission channel, memory, lag.

1. Постановка задачи

Данная работа является развитием результатов [1–4]. Система обозначений та же, что и в [1–5].

Сигнал x_t, сообщение на выходе канала передачи z_t и сообщение на выходе дискретного канала передачи $\eta(t_m)$ задаются на реализациях процессов, определяемых стохастическими дифференциальными уравнениями

$$dx_t = F(t)x_t dt + \Phi_1(t)dw_t,\ \ p_0(x) = \mathbf{N}\{x; \mu_0, \gamma_0\},$$
$$dz_t = h(t, x_t, x_\tau, z)dt + \Phi_2(t)dv_t,$$
$$\eta(t_m) = g(t_m, x_\tau, z) + \Phi_3(t_m)\xi(t_m),$$

Задача: в классе кодирующих функционалов $K=\{H;\mathbf{G}\}=\{h^0(\cdot),g^0(\cdot)\}$, удовлетворяющих энергетическим ограничениям

$$\mathbf{M}\{h^2(t, x_t, x_\tau, z)\} \le \tilde{h}(t) \le \tilde{h},$$
$$\mathbf{M}\{g^2(t_m, x_{t_m}, x_\tau, z)\} \le \tilde{g}(t_m) \le \tilde{g},$$

найти функционалы $h^0(\cdot)$ и $g^0(\cdot)$, обеспечивающие относительно задачи фильтрации минимальную ошибку декодирования $\Delta^0(t)=\inf\Delta(t)$, где $\Delta(t)=\mathbf{M}\{[x_t-\hat{x}(t,z,\eta)]^2\}$ является ошибкой оценки фильтрации $\hat{x}(t,z,\eta)$ процесса x_t, которая соответствует принятому сообщению $\{z_0^t;\eta_0^m\}$ при заданных $h^0(\cdot)$, $g^0(\cdot)$. Так как при заданных $h^0(\cdot)$ и $g^0(\cdot)$ оптимальной в среднеквадратическом смысле оценкой фильтрации является апостериорное среднее $\mu(t)=\mathbf{M}\{x_t|z_0^t,\eta_0^m\}$, то $\Delta(t)\ge\mathbf{M}\{\gamma(t)\}$, где $\gamma(t)\ge\mathbf{M}\{[x_t-\mu(t)]^2|z_0^t,\eta_0^m\}$. Таким образом $\Delta^0(t)=\inf\mathbf{M}\{\gamma(t)\}$.

Данная задача была решена в [1] на классе кодирующих функционалов $\mathbf{K}_l=\{\mathbf{H}_l;\mathbf{G}_l\}$, где

$$\mathbf{H}_l = \left\{ \begin{array}{l} h(\cdot): h(t, x_t, x_\tau, z) = \\ = h(t,z) + H_0(t,z)x_t + H_1(t,z)x_\tau \end{array} \right\},$$

$$\mathbf{G}_l = \left\{ \begin{array}{l} g(\cdot): g(t_m, x_\tau, z) = \\ = g(t_m,z) + G_0(t_m,z)x_{t_m} + G_1(t_m,z)x_\tau \end{array} \right\},$$

в [2] на классе кодирующих функционалов $\mathbf{K}_l^1=\{\mathbf{H}_l^1;\mathbf{G}_l^1\}$, где

$$\mathbf{H}_l^1 = \{h(\cdot): h(t, x_\tau, z) = h(t,z) + H_1(t,z)x_\tau\},$$
$$\mathbf{G}_l^1 = \{g(\cdot): g(t_m, x_\tau, z) = g(t_m,z) + G_1(t_m,z)x_\tau\},$$

в [3] на классе кодирующих функционалов $\mathbf{K}_l^{0,1}=\{\mathbf{H}_l;\mathbf{G}_l^1\}$, где

$$\mathbf{H}_l = \left\{ \begin{array}{l} h(\cdot): h(t, x_t, x_\tau, z) = \\ = h(t,z) + H_0(t,z)x_t + H_1(t,z)x_\tau \end{array} \right\},$$

$$\mathbf{G}_l^1 = \{g(\cdot): g(t_m, x_\tau, z) = g(t_m,z) + G_1(t_m,z)x_\tau\}.$$

Рассмотрим эффективность оптимальной непрерывной передачи с памятью относительно оптимальной непрерывной передачи с запаздыванием в случае, когда оптимальная передача в дискретном канале является передачей с памятью.

Замечание. Так как при оптимальном способе передачи при энергетических ограничениях $\mathrm{M}\{h^2(t,x_t,x_\tau,z)\}\le\tilde{h}(t)\le\tilde{h}$, $\mathrm{M}\{g^2(t_m,x_{t_m},x_\tau,z)\}\le\tilde{g}(t_m)\le\tilde{g}$ в каналах с памятью передаются только текущие значения процесса x_t, тогда согласно Замечанию 2 из [1] каналы с памятью и без памяти эквивалентны.

Согласно данному Замечанию поставленная задача эквивалента задаче исследования эффективности непрерывной передачи без памяти относительно непрерывной передачи с запаздыванием, когда дискретный канал без памяти.

В качестве мер эффективности непрерывной передачи без памяти относительно непрерывной передачи с запаздыванием при фильтрационном и интерполяционном приемах берем величины $\varepsilon_f(t)=\Delta^0(t)/\tilde\Delta^0(t)$ и $\varepsilon_i(\tau,t)=\Delta^0_{11}(\tau,t)/\tilde\Delta^0_{11}(\tau,t)$, где $\Delta^0(t)$ и $\Delta^0_{11}(\tau,t)$, $\tilde\Delta^0(t)$ и $\tilde\Delta^0_{11}(\tau,t)$ являются среднеквадратическими ошибками воспроизведения сигнала x_t.

Введем обозначения

$$t^*=t-\tau,\ \delta_c(t)=\tilde h(t)/R(t),\ \delta_d(t_m)=\tilde g(t_m)/V(t_m),$$
$$\rho(\tau,t)=(\Delta^0_{01}(\tau,t))^2/\Delta^0(t)\Delta^0_{11}(\tau,t), \quad (1)$$
$$\tilde\rho(\tau,t)=(\tilde\Delta^0_{01}(\tau,t))^2/\tilde\Delta^0(t)\tilde\Delta^0_{11}(\tau,t).$$

Очевидно, что величина t^* есть время запаздывания, $\delta_c(t)$ и $\delta_d(t_m)$ – отношения сигнал/шум по интенсивности в непрерывном и дискретном каналах при оптимальных способах передачи, $\rho(\tau,t)$ и $\tilde\rho(\tau,t)$ – квадраты коэффициентов корреляции между $\tilde\mu(t)=x_t-\mu^0(t)$ и $\tilde\mu^0(\mu,t)=x_\tau-\mu^0(\tau,t)$ при непрерывной передаче без памяти и с запаздыванием, соответственно. Данное исследование проведем для частного случая, когда

$$F(t)=-a,\ a>0,\ \tilde h(t)=\tilde h,\ \tilde g(t_m)=\tilde g,$$
$$R(t)=R,\ V(t_m)=V, \quad (2)$$

т. е. процесс x_t является процессом Орнстейна–Уленбека [5] и каналы передачи являются стационарными с постоянными параметрами.

Предполагается: 1) t_m – первый момент передачи в дискретном канале; 2) время τ является достаточно большим, когда на интервале $t\in[0,\tau]$ дифференциальное уравнение для $\Delta^0(t)$ при условиях (2) достигает стационарного значения $\Delta^0(\tau)=\Delta^0=\text{const}$.

2. Основные результаты

Теорема 1.

1) Для ε_f и ε_i справедливы формулы

$$\varepsilon_f(t^*)=\Delta^0(t^*)/\tilde\Delta^0(t^*) \text{ и } \varepsilon_i(t^*)=\Delta^0_{11}(t^*)/\tilde\Delta^0_{11}(t^*), \quad (3)$$

где

$$\Delta^0(t^*)=[Q/(2a+\delta_c)][1-\exp\{-(2a+\delta_c)t^*\}]+$$
$$+\Delta^0(\tau)\exp\{-(2a+\delta_c)t^*\}, \quad (4)$$

$$\tilde\Delta^0(t^*)=[Q/2a][1-\exp\{-2at^*\}]+$$
$$+\Delta^0(\tau)\exp\{-(2a+\delta_c)t^*\}, \quad (5)$$

$$\Delta^0_{11}(t^*)=\Delta^0(\tau)[1-\delta_c/(2a+\delta_c)]\times$$
$$\times[1-\exp\{-(2a+\delta_c)t^*\}], \quad (6)$$

$$\tilde\Delta^0_{11}(t^*)=\Delta^0(\tau)\exp\{-\delta_c t^*\},$$
$$\Delta^0(\tau)=[Q/(2a+\delta_c)][1-\exp\{-()2a+\delta_c\}]+ \quad (7)$$
$$+\gamma^0\exp\{-(2a+\delta_c)\tau\}.$$

2) Пусть $\varepsilon_f(0)=\lim\varepsilon_f(t^*)$ и $\varepsilon_i(0)=\lim\varepsilon_i(t^*)$ при $t^*\downarrow 0$; $\varepsilon_f(\infty)=\lim\varepsilon_f(t^*)$ и $\varepsilon_i(\infty)=\lim\varepsilon_i(t^*)$ при $t^*\uparrow\infty$. Тогда $\varepsilon_f(t^*)\le 1$ является функцией t^*, монотонно убывающей от значения $\varepsilon_f(0)=1$ до значения $\varepsilon_f(\infty)=[1+(\delta_c/2a)]^{-1}$ и $\varepsilon_f(t^*)\ge 1$ является функцией t^*, монотонно возрастающей от значения $\varepsilon_i(0)=1$ до значения $\varepsilon_i(\infty)=\infty$.

Доказательство:

Решения уравнений (15), (14), (10) из [2] для $\tilde\Delta^0_{01}(\tau,t)$, $\tilde\Delta^0_{11}(\tau,t)$, $\tilde\Delta^0(t)$ с начальными условиями $\tilde\Delta^0_{01}(\tau,\tau)=\Delta^0(\tau)$, $\tilde\Delta^0_{11}(\tau,\tau)=\Delta^0(\tau)$, $\Delta^0(\tau)$ при и выполнении (2) имеют вид

$$\tilde\Delta^0_{01}(\tau,t)=\Delta^0(\tau)\exp\{-(a+\delta_c)(t-\tau)\},$$
$$\tilde\Delta^0_{11}(\tau,t)=\Delta^0(\tau)\exp\{-\delta_c(t-\tau)\},$$
$$\tilde\Delta^0(t)=[Q/2a][1-\exp\{-2a(t-\tau)\}]+$$
$$+\Delta^0(\tau)\exp\{-(2a+\delta_c)(t-\tau)\}. \quad (8)$$

Тогда (5), (7) следуют из (8). Решение уравнения (10) из [1] с начальным условием $\Delta^0(\tau)$, при $t\ge\tau$ и выполнении (2) имеет вид

$$\Delta^0(t)=[Q/(2a+\delta_c)][1-\exp\{-(2a+\delta_c)()t-\tau\}]+$$
$$+\Delta^0(\tau)\exp\{-(2a+\delta_c)(t-\tau)\}. \quad (9)$$

Тогда (4) следует из (9). Из [3] следует, что на кодировании (5) в [1] уравнения для $\Delta^0_{01}(\tau,t)$ и $\Delta^0_{11}(\tau,t)$ при выполнении (2) имеют вид

$$d\Delta^0_{01}(\tau,t)/dt=-(a+\delta_c)\Delta_{01}(\tau,t),$$
$$d\Delta^0_{11}(\tau,t)/dt=-\delta_c(\Delta^0_{01}(\tau,t))^2/\Delta^0(t).$$

При начальных условиях $\Delta^0_{01}(\tau,\tau)=\Delta^0(\tau)$ и $\Delta^0_{11}(\tau,\tau)=\Delta^0(\tau)$ решение уравнения для $\Delta^0_{01}(\tau,t)$ имеет свойство $\Delta^0_{01}(\tau,t)=\tilde\Delta^0_{01}(\tau,t)$, а решение уравнения для $\Delta^0_{11}(\tau,t)$ имеет вид

$$\Delta^0_{11}(\tau,t)=\Delta^0(\tau)\begin{pmatrix}1-[\delta_c/2(a+\delta_c)]\times\\ \times[1-\exp\{-2(a+\delta_c)(t-\tau)\}]\end{pmatrix}. \quad (10)$$

Тогда (6) следует из (10). Учитывая в (8), что на интервале непрерывный канал может быть только каналом без памяти, получаем $\tilde\Delta^0(\tau)=\Delta^0(\tau)$, и формула для $\Delta^0(\tau)$ следует из (9), где $\tau=0$, $t=\tau$, $\Delta^0(0)=\gamma^0$. Свойства 2) следуют из (3)–(7).

Далее рассмотрим влияние непрерывных каналов на дискретную передачу без памяти при фильтрационном и интерполяционном приемах, вводя меры эффективности

$$\varepsilon_f(t_m)=\Delta^0(t_m)/\Delta^0(t_m-0),$$
$$\tilde\varepsilon_f(t_m)=\tilde\Delta^0(t_m)/\tilde\Delta^0(t_m-0),$$
$$\varepsilon_i(t_m)=\Delta^0_{11}(\tau,t_m)/\Delta^0_{11}(\tau,t_m-0),$$
$$\tilde\varepsilon_i(t_m)=\tilde\Delta^0_{11}(\tau,t_m)/\tilde\Delta^0_{11}(\tau,t_m-0) \quad (11)$$

и предполагая, что t_m – первый момент передачи в дискретном канале.

Теорема 2.

1) Для $\varepsilon_f(t_m)$, $\tilde\varepsilon_f(t_m)$, $\varepsilon_i(t_m)$, $\tilde\varepsilon_i(t_m)$ справедливы формулы

$$\varepsilon_f(t_m) = \tilde\varepsilon_f(t_m) = [1+\delta_d]^{-1}, \tag{12}$$

$$\varepsilon_i(t_m) = \varepsilon_i(t_m;t^*) = [1+\delta_d]^{-1}[1+\delta_d(1-\rho(t^*))],$$
$$\tilde\varepsilon_i(t_m) = \varepsilon_i(t_m;t^*) = [1+\delta_d]^{-1}[1+\delta_d(1-\tilde\rho(t^*))], \tag{13}$$

$$\rho(t^*) = \begin{bmatrix} \dfrac{\delta_c}{2(a+\delta_c)} + \left(1-\dfrac{\delta_c}{2(a+\delta_c)}\right)\times \\ \times\exp\{2(a+\delta_c)t^*\} \end{bmatrix}^{-1},$$
$$\tilde\rho(t^*) = \exp\{-2at^*\}. \tag{14}$$

2) Пусть: $\varepsilon_i(t_m;0)=\lim\varepsilon_i(t_m;t^*)$ и $\tilde\varepsilon_i(t_m;0)=\lim\tilde\varepsilon_i(t_m;t^*)$ при $t^*\downarrow 0$; $\varepsilon_i(t_m;\infty)=\lim\varepsilon_i(t_m;t^*)$ и $\tilde\varepsilon_i(t_m;\infty)=\lim\tilde\varepsilon_i(t_m;t^*)$ при $t^*\uparrow\infty$. Тогда $\varepsilon_i(t_m;t^*)\le 1$ и $\tilde\varepsilon_i(t_m;t^*)\le 1$ являются функциями t^*, монотонно возрастающими от значения $\varepsilon_i(t_m;0)=\tilde\varepsilon_i(t_m;0)=\varepsilon_f(t_m)=(1+\delta_d)^{-1}$ до значения $\varepsilon_i(t_m;\infty)=\tilde\varepsilon_i(t_m;\infty)=1$, и $\varepsilon_i(t_m;t^*)>\tilde\varepsilon_i(t_m;t^*)$ при конечных значениях $t^*>0$.

Доказательство:

Из (12) в [1], (16) в [3] с учетом (1), получаем

$$\Delta^0(t_m) = [1+\delta_d]^{-1}\Delta^0(t_m-0),$$
$$\tilde\Delta^0(t_m) = [1+\delta_d]^{-1}\tilde\Delta^0(t_m-0),$$
$$\Delta^0_{11}(\tau,t_m) = [1+\delta_d]^{-1}[1+\delta_d(1-\rho(t^*))]\Delta^0_{11}(\tau,t_m-0),$$
$$\tilde\Delta^0_{11}(\tau,t_m) = [1+\delta_d]^{-1}[1+\delta_d(1-\tilde\rho(t^*))]\tilde\Delta^0_{11}(\tau,t_m-0). \tag{15}$$

Тогда формулы (12), (13) следуют из (11), (15), а (14) следуют из (1), (6), (7), (10) с учетом $\Delta^0_{01}(t^*)=\tilde\Delta^0_{01}(t^*)=\Delta^0(\tau)\exp\{-(a+\delta_c)t^*\}$. Свойства 2) следуют из (13), (14) с учетом того, что $\rho(t^*)<\tilde\rho(t^*)$ при конечных $t^*>0$.

В качестве меры информационной эффективности для случаев фильтрационного и интерполяционного приемов берем величины

$$\Delta I_t = I_t[\cdot]-\tilde I_t[\cdot],$$
$$\Delta I_{t_m} = I_{t_m}[\cdot]-I_{t_m-0}[\cdot],\ \Delta\tilde I_{t_m} = \tilde I_{t_m}[\cdot]-\tilde I_{t_m-0}[\cdot],$$
$$\Delta I^t_\tau = I^t_\tau[\cdot]-\tilde I^t_\tau[\cdot],$$
$$\Delta I^{t_m}_\tau = I^{t_m}_\tau[\cdot]-I^{t_m-0}_\tau[\cdot],\ \Delta\tilde I^{t_m}_\tau = \tilde I^{t_m}_\tau[\cdot]-\tilde I^{t_m-0}_\tau[\cdot].$$

Теорема 3.

1) Для ΔI_t и ΔI^t_τ справедливы формулы

$$\Delta I_t(t^*) = (1/2)\ln\{\tilde\Delta^0(t^*)/\Delta^0(t^*)\}, \tag{16}$$

$$\Delta I^t_\tau(t^*) = (1/2)\ln\{\tilde\Delta^0_{11}(t^*)/\Delta^0_{11}(t^*)\}, \tag{17}$$

где $\Delta^0(t^*)$, $\tilde\Delta^0(t^*)$, $\Delta^0_{11}(t^*)$, $\tilde\Delta^0_{11}(t^*)$ определены в (4)–(7).

2) Для ΔI_{t_m}, $\Delta\tilde I_{t_m}$, $\Delta I^{t_m}_\tau$, $\Delta\tilde I^{t_m}_\tau$ справедливы формулы

$$\Delta I_{t_m} = \Delta\tilde I_{t_m} = (1/2)\ln\{[1+\delta_d]\}, \tag{18}$$

$$\Delta I^{t_m}_\tau = (1/2)\ln\{[1+\delta_d][1+\delta_d(1-\rho(t^*))]^{-1}\}, \tag{19}$$

$$\Delta\tilde I^{t_m}_\tau = (1/2)\ln\{[1+\delta_d][1+\delta_d(1-\tilde\rho(t^*))]^{-1}\}, \tag{20}$$

где $\rho(t^*)$, $\tilde\rho(t^*)$ определены в (14).

3) Пусть: $\Delta I_t(0)=\lim\Delta I_t(t^*)$ и $\Delta I^t_\tau(0)=\lim\Delta I^t_\tau(t^*)$ при $t^*\downarrow\infty$; $\Delta I_t(\infty)=\lim\Delta I_t(t^*)$ и $\Delta I^t_\tau(\infty)=\lim\Delta I^t_\tau(t^*)$ при $t^*\uparrow\infty$; $\Delta I^{t_m}_\tau(0)=\lim\Delta I^{t_m}_\tau(t^*)$ и $\Delta\tilde I^{t_m}_\tau(0)=\lim\Delta\tilde I^{t_m}_\tau(t^*)$ при $t^*\downarrow\infty$; $\Delta I^{t_m}_\tau(\infty)=\lim\Delta I^{t_m}_\tau(t^*)$ и $\Delta\tilde I^{t_m}_\tau(\infty)=\lim\Delta\tilde I^{t_m}_\tau(t^*)$ при $t^*\uparrow\infty$. Тогда $\Delta I_t(t^*)\ge 0$ является функцией t^*, монотонно возрастающей от значения $\Delta I_t(0)=0$ до значения $\Delta I_t(\infty)=(1/2)\ \ln\{1+(\delta_c/2a)\}$, а $\Delta I^t_\tau(t^*)\le 0$ является функцией t^*, монотонно убывающей от значения $\Delta I^t_\tau(0)=0$ до значения $\Delta I^t_\tau(\infty)=-\infty$; $\Delta I^{t_m}_\tau(t^*)\ge 0$ и $\Delta\tilde I^{t_m}_\tau(t^*)\ge 0$ является функцией t^*, монотонно убывающей от значения $\Delta I^{t_m}_\tau(0)=\Delta\tilde I^{t_m}_\tau(0)=(1/2)\ \ln\{1+\delta_d\}$ до значения $\Delta I^{t_m}_\tau(\infty)=\Delta\tilde I^{t_m}_\tau(\infty)=0$, и $\Delta I^{t_m}_\tau(t^*)<\Delta\tilde I^{t_m}_\tau(t^*)$ при конечных значениях $t^*>0$.

Доказательство:

Из (46) в [2] имеем

$$I_t[\cdot] = (1/2)\ln[D(t)/\Delta^0(t)],$$
$$\tilde I_t[\cdot] = (1/2)\ln[D(t)/\tilde\Delta^0(t)].$$

Аналогично

$$I^t_\tau[\cdot] = (1/2)\ln[D(\tau)/\Delta^0_{11}(\tau,t)],$$
$$\tilde I^t_\tau[\cdot] = (1/2)\ln[D(\tau)/\tilde\Delta^0_{11}(\tau,t)].$$

Тогда формулы (16), (17) очевидны, а (18)–(20) следуют из (14), (33) из [4] и (15). Свойства 3) следуют из (16)–(20), (4)–(7), (14) с учетом того, что $\rho(t^*)<\tilde\rho(t^*)$ при конечных $t^*>0$.

Заключение

1. Свойства $\varepsilon_t(t^*)<1$, $\Delta I_t(t^*)>0$ и $\varepsilon_i(t^*)>1$, $\Delta I^t_\tau(t^*)<0$ означают, что непрерывный канал передачи без памяти более эффективен, чем непрерывный канал передачи с запаздыванием при фильтрационном приеме, и имеет место обратные свойства при интерполяционном приеме. Эти свойства объясняются тем, что при фильтрационном приеме восстанавливается текущее значение x_t процесса x_σ, содержащееся в текущем наблюдении z_t в случае каналов без памяти, а при интерполяционном приеме восстанавливается прошлое значение x_τ процесса x_σ, содержащееся в текущем наблюдении z_t в случае каналов с запаздыванием.
2. Свойства (12) и (18) означают, что при фильтрационном приеме эффективности дискретных каналов без памяти при непрерывных каналах без памяти и с запаздыванием совпадают. Эти свойства объясняются тем, что при фильтрационном приеме в момент времени t_m в дискретном канале восстанавливается значение x_{t_m} процесса x_σ, которое содержится в текущем наблюдении $\eta(t_m)$, и следовательно имеет место пересчет среднеквадратических ошибок $\Delta^0(t_m-0)$ и $\Delta^0(t_m-0)$ в $\tilde\Delta^0(t_m)$ и $\tilde\Delta^0(t_m)$ с единым коэффициентом, определяемым свойствами только дискретного канала (см. (15) для $\Delta^0(t_m)$ и $\tilde\Delta^0(t_m)$).
3. Свойства $\varepsilon_i(t_m;t^*)>\tilde\varepsilon_i(t_m;t^*)$ и $\Delta I^{t_m}_\tau(t^*)>\Delta\tilde I^{t_m}_\tau(t^*)$ для $t^*>0$ означают, что при интерполяционном приеме эффективность дискретных каналов без памяти выше при непрерывных каналах с

запаздыванием, чем при непрерывных каналах без памяти. Это Свойство объясняется тем, что при интерполяционном приеме в момент времени t_m воспроизводятся прошлые значения x_τ процесса x_σ, которые не входят в текущие дискретные $\eta(t_m)$ и текущие непрерывные наблюдения z_{t_m} при непрерывном канале без памяти, и входят в текущие непрерывные наблюдения z_{t_m} при непрерывных наблюдениях с запаздыванием. Таким образом, имеет место пересчет величин $\Delta^0_{11}(\tau,t_m-0)$ и $\tilde{\Delta}^0_{11}(\tau,t_m-0)$ в $\Delta^0_{11}(\tau,t_m)$ и $\tilde{\Delta}^0_{11}(\tau,t_m)$ (см. (15) для $\Delta^0_{11}(\tau,t_m)$ и $\tilde{\Delta}^0_{11}(\tau,t_m)$) с различными коэффициентами, а более высокую эффективность непрерывных каналов с запаздыванием обеспечивают указанные свойства. Отсутствие непрерывной передачи соответствует случаю $\delta_c=0$. Так как $\lim\rho(t^*)=\tilde{\rho}(t^*)$ при $\delta_c\downarrow 0$, тогда из (13), (19), (20) для случая отсутствия непрерывных каналов $\delta_c=0$ имеют место свойства $\varepsilon_i(t_m;t^*)=\tilde{\varepsilon}_i(t_m;t^*)$ и $\mathrm{D}\Delta I_\tau^{t_m}(t^*)=\Delta\tilde{I}_\tau^{t_m}(t^*)$, физический смысл этих свойств очевиден.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013, проект № 14.B37.21.0861.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рожкова С.В. Оптимальная непрерывно-дискретная передача сигнала по каналам с памятью при наличии бесшумной обратной связи // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321. – № 5. – С. 6–9.
2. Рожкова С.В. Оптимальная непрерывно-дискретная передача сигнала по каналам с запаздыванием // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321. – № 5. – С. 10–13.
3. Рожкова С.В. Оптимальная передача сигнала по совокупности непрерывного и дискретного каналов с памятью и запаздыванием // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 322. – № 2. – С. 8–10.
4. Демин Н.С., Рожкова С.В. О структуре количества информации в совместной задаче фильтрации и интерполяции по наблюдениям с памятью. Условно-гауссовский случай // Известия Томского политехнического университета. – 2004. – Т. 307. – № 4. – С. 6–10.
5. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Обобщенная скользящая экстраполяция стохастических процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2000. – № 4. – С. 39–51.

Поступила 01.04.2013 г.

УДК 519.2

РАСПОЗНАВАНИЕ СОСТОЯНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ФИКСИРОВАННОЙ ПАМЯТЬЮ

С.В. Рожкова

Томский политехнический университет
E-mail: rozhkova@tpu.ru

Рассматривается задача распознавания произвольного числа гипотез, когда ненаблюдаемый процесс является процессом с непрерывным временем, а наблюдаемый процесс представляет собой совокупность процессов с непрерывным и дискретным временем с фиксированной памятью произвольной кратностью.

Ключевые слова:
Стохастические системы, память, распознавание, отношение правдоподобия.

Key words:
Stochastic systems, memory, recognition, likelihood ratio.

1. Постановка задачи

На вероятностном пространстве $(\Omega,\mathbf{F},F=(\mathbf{F}_t)_{t\geq 0},\mathbf{P})$ ненаблюдаемый n-мерный процесс x_t (полезный сигнал) и наблюдаемый l-мерный процесс z_t непрерывным временем определяются стохастическими дифференциальными уравнениями

$$dx_t = f(t,x_t,z,\theta)dt + \Phi_1(t,x_t,z,\theta)dw_t, \qquad (1)$$

$$dz_t = h(t,x_t,x_{\tau_1},\cdots,x_{\tau_N},z,\theta)dt + \Phi_2(t,z)dv_t, \qquad (2)$$

а наблюдаемый q-мерный процесс $\eta(t_m)$ с дискретным временем имеет вид

$$\eta(t_m) = g(t_m,x_{t_m},x_{\tau_1},\cdots,x_{\tau_N},z,\theta) + \Phi_3(t_m,z,\theta)\xi(t_m), \quad m=0,1,\cdots, \qquad (3)$$

где $0<\tau_N<\ldots<\tau_1<t_m\leq t$. Параметр θ является идентификатором типа гипотезы и может принимать значения из множества $\Omega_\theta=\{\theta_0,\theta_1,\ldots\underline{\theta_r\}}$ с априорными вероятностями $p_0(\theta_j)=\mathbf{P}\{\theta=\theta_j\}$, $j=\overline{0;r}$. Предполагается: 1) процессы w_t и v_t являются стандартными винеровскими процессами размеров r_1 и r_2 и при всех $\theta\in\Omega_\theta$ коэффициенты уравнений (1), (2) удовлетворяют условиям [1], а $\theta\in\Omega_\theta$ неперывна по всем аргументам; 2) $\xi(t_m)$ – стандартная белая гауссовская последовательность размера r_3 с $\mathbf{M}\{\xi(t_m)|\theta=\theta_j\}=O$ и $\mathbf{M}\{\xi(t_m)\xi^T(t_m)|\theta=\theta_j\}=I\delta_{mk}$; 3) x_0, w_t, v_t, $\xi(t_m)$, θ статистически независимы; 4) $f(\cdot)$, $\Phi(\cdot)$, $h(\cdot)$, $\Phi_2(\cdot)$, $g(\cdot)$, $\Phi_3(\cdot)$ являются неупреждающими функционалами от реализаций соответственно $z=z_0^t$ и $z=z_0^{t_m}$; 5) $Q(\cdot)=\Phi_1^T(\cdot)>0$, $R(\cdot)=\Phi_2(\cdot)\Phi_2^T(\cdot)>0$, $V(\cdot)=\Phi_3(\cdot)\Phi_3^T(\cdot)>0$ при всех