

- Предложенный алгоритм при нулевой длине трассы распространения и отсутствии турбулентных или любых других возмущений обеспечивает удовлетворительную точность регистрации суммарного топологического заряда группы особых точек, только если их количество не слишком велико (≤ 60).
- При использовании алгоритма для регистрации параметров пучка в турбулентной

атмосфере наблюдается уменьшение его точности при увеличении длины трассы и при увеличении интенсивности турбулентных искажений. При этом датчик с размерностью растра 64×64 обеспечивает вероятность регистрации близкую к вероятности, полученной при вычислении циркуляции с использованием градиентов волнового фронта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Soskin M.S., Vasnetsov M.V. Singular optics // Prog. Opt. – 2001. – V. 42. – P.219–276.
- Siegman A.E. Lasers. – Mill Valley, Calif.: University Science, 1986. – 1304 p.
- Young C.Y., Gilchrest Y.V., Macon B.R. Turbulence induced beam spreading of higher order mode optical waves // Optical Engineering. – 2002. – V. 41. – № 5. – P. 1097–1103.
- Palacios D.M., Rozas D., Swartzlander G.A., Jr. Observed scattering into a dark optical vortex core // Phys. Rev. Lett. – 2002. – V. 88. – P. 103902.

Поступила 27.11.2012 г.

УДК 536.253

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОНДЕНСАЦИИ СЕРНОГО АНГИДРИДА В АТМОСФЕРЕ, ПРИЛЕГАЮЩЕЙ К ТЕПЛОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ

Д.В. Гвоздяков, В.Е. Губин

Томский политехнический университет
E-mail: dim2003@tpu.ru; gubin@tpu.ru

Представлены результаты численной оценки интенсивности процесса конденсации серного ангидрида в воздушном пространстве, прилегающем к тепловой электрической станции. Определены размеры ядер капель кислоты, которые в процессе седиментации могут выпадать на поверхность Земли.

Ключевые слова:

Математическое моделирование, тепловая электрическая станция, дымовые газы, загрязнение, серный ангидрид, конденсация, частица, серная кислота.

Key words:

Mathematical modeling, thermal power plant, smoke gases, pollution, sulphurous anhydride, condensation, particle, sulfuric acid.

Введение

Проблема антропогенного загрязнения атмосферы Земли многие годы является актуальной [1, 2]. Одним из основных источников загрязняющих веществ являются объекты теплоэнергетического комплекса, такие как тепловые электрические станции (ТЭС) [1, 2]. С каждым годом объемы эмиссии загрязняющих веществ в воздушный бассейн планеты увеличиваются [3–5], хотя, следует отметить, прогнозы мировой антропогенной эмиссии оксидов серы и азота неоднозначны (табл. 1). Наличие в воздушном пространстве Земли таких загрязняющих веществ как SO_2 , SO_3 , NO_x , при их взаимодействии с компонентами атмосферного воздуха, может приводить к образованию соответствующих кислот [2]. Взаимодействие кислотных дождей с биосферой, сооружениями, техникой, как правило, заканчиваются для них губительными последствиями [1, 5].

Таблица 1. Фактические выбросы оксидов серы и оксидов азота в 2000 г. и прогнозы мировой антропогенной эмиссии [3]

Источник	Оксиды серы, млн т				Оксиды азота, млн т			
	2000	2025	2050	2100	2000	2025	2050	2100
IPCC (Межправительственная комиссия по изменению климата) 1992 [5], сценарий IS92a	178	240	308	296	122	174	210	273
WEC (Всемирный энергетический совет) 1993 [6], сценарий В	–	132	–	–	–	89	–	–
Клименко В.В., Клименко А.В. [3]	145	135	100	50	114	126	114	87

Присутствующие в воздушном пространстве оксиды азота и серы способны конденсироваться [1, 2] при благоприятных для этого условиях на поверхности ядер конденсации (микроскопические частицы воды). В атмосфере Земли присутствуют аэрозоли, которые условно можно разделить на три группы в зависимости от их радиуса δ_j [2, 7, 8]:

- $\delta_j < 0,1 \cdot 10^{-6}$ м, ядра Айткена;
- $0,1 \cdot 10^{-6} < \delta_j < 1 \cdot 10^{-6}$ м, большие;
- $\delta_j > 1 \cdot 10^{-6}$ м, «гигантские».

При достижении размеров $0,5 \cdot 10^{-3} \dots 2,5 \cdot 10^{-3}$ м возможно выпадение кислотных осадков на поверхность Земли в процессе седиментации [1, 2] как на территориях, прилегающих к ТЭС, так и на отдаленных территориях.

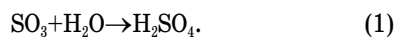
В работе рассматривается серный ангидрид SO_3 , который образуется в газоходах котлов ТЭС путем частичного окисления SO_2 (до 5 % от общей доли SO_2) при сжигании высокосернистых топлив и относится к классу умеренно опасных продуктов сгорания натуральных топлив ТЭС. Несмотря на высокую опасность антропогенной эмиссии кислотообразующих веществ в воздушный бассейн и достаточно большое внимание, уделяемое проблеме кислотных дождей [1, 2], до настоящего времени не изучены процессы образования капель кислот в атмосфере Земли.

Целью настоящего исследования является численное моделирование процесса конденсации серного ангидрида в атмосфере Земли на поверхности ядер конденсации размером от $0,1 \cdot 10^{-6}$ до $5,0 \cdot 10^{-6}$ м.

Постановка задачи и метод решения

При постановке задачи принималось допущение, что образовавшаяся при конденсации капля серной кислоты при движении не деформируется и сохраняет свою форму в течение всего процесса. Учитывался конвективный теплообмен частицы серной кислоты с внешней средой, параметры которой принимались постоянными по высоте. При решении задачи не учитывался радиационный теплообмен с внешней средой. При расчете скорости движения частицы принималось, что на нее действуют силы тяжести и сопротивления воздушной среды.

Механизм (1) образования серной кислоты [9–10, 2] основан на взаимодействии, при котором серный ангидрид SO_3 поглощается водяным паром.



На рис. 1 представлена область решения задачи в начальный момент.

Особенностью рассматриваемой задачи является рост внешней границы частицы в результате конденсации серного ангидрида с переменной по времени скоростью, величина которой зависит от изменяющейся во времени температуры поверхности частицы. При такой постановке задача сводится к решению ниже приведенной системы дифференциальных уравнений с соответствующими начальными и граничными условиями.

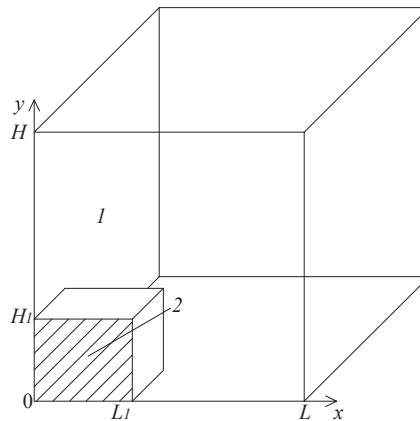


Рис. 1. Область решения задачи в начальный момент: 1) воздух плюс пары серного ангидрида; 2) ядро конденсации

Процесс переноса энергии, количества движения и массы в рассматриваемых условиях описывается системой нестационарных дифференциальных уравнений в частных производных [11, 12]. Считается, что температура и концентрация на источнике (дымовая труба ТЭС) не зависят от времени. Для моделирования изменения основных искомым функций использованы нестационарные двумерные уравнения смешанной конвекции в приближении Буссинеска [13].

Безразмерные уравнения движения, энергии, неразрывности и диффузии в безразмерных переменных «вихрь скорости–функция тока–температура–концентрация» имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \Omega, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} + U \cdot \frac{\partial \Theta_1}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial Y^2} \right) + \frac{Q W_K L_1}{\rho C_p \Delta T}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial C_3}{\partial \tau} + U \cdot \frac{\partial C_3}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial C_3}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr} \cdot \text{Sc}} \cdot \left(\frac{\partial^2 C_3}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C_3}{\partial Y^2} \right) - \frac{W_K \cdot L_1}{\rho \cdot U_0}, \quad (5)$$

$$\frac{1}{\text{Fo}} \cdot \frac{\partial \Theta_2}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta_2}{\partial Y^2}, \quad (6)$$

где X, Y – координаты декартовой системы координат; τ – время; Θ – температура; C_3 – концентрация серного ангидрида; U, V – скорости в направлении оси X и Y , соответственно; Ψ – функция тока; Ω – вихрь скорости; Q – тепловой эффект реакции, Дж/кг; W_K – массовая скорость конденсации

серного ангидрида, кг/(м³·с); L_1 – геометрический размер частицы (ядра конденсации), м; ρ – плотность, кг/м³; C_p – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К); U_0 – скорость внешней среды, м/с; Re – число Рейнольдса; Pr – число Прандтля; Sc – число Шмидта; Fo – число Фурье; 1 – воздух плюс пары серного ангидрида; 2 – ядро конденсации; 3 – серный ангидрид.

Для расчета скорости конденсации использовалась формула [13, 14]:

$$W_k = \beta \frac{P_A - P_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)}{\sqrt{\frac{2\pi RT}{M}}}, \quad (7)$$

где P_A – атмосферное давление, Па; P_0 – предэкспонента, Па; E – энергия активации процесса конденсации, Дж/кг; R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); M – молярная масса, кг/моль; β – коэффициент конденсации.

Выражение (7) устанавливает, что скорость конденсации пропорциональна разности двух односторонних максвелловских скоростей конденсации [13]. Таким образом, вводятся два допущения: 1) конденсирующаяся среда у поверхности ядра конденсации макроскопически неподвижна; 2) состояние конденсирующейся среды может быть описано локальной максвелловской функцией [14].

Начальные условия для системы уравнений (2)–(6) в момент времени $\tau=0$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \Theta(X, Y, 0) &= 0, \quad C(X, Y, 0) = 0, \\ \Psi(X, Y, 0) &= 0, \quad U(X, Y, 0) = 0, \\ \Theta(X, Y, 0) &= 0, \quad V(X, Y, 0) = 0. \end{aligned}$$

Граничные условия для (2)–(6) уравнений:

$$\begin{aligned} X = 0, 0 \leq Y \leq H_1: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial X} &= 0, \quad C_3 = 0, \quad \Psi = 0, \quad \Omega = 0; \\ X = 0, H_1 \leq Y \leq H: \quad \Theta &= \Theta_1, \\ \frac{\partial \Psi}{\partial Y} &= U_4, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = -V_4, \quad C_3 = C_0; \\ X = L_1, 0 \leq Y \leq H_1: \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial X} &= \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial X} - \frac{Q \cdot W_k \cdot l_1}{\Delta T \cdot \lambda_1}, \\ \Theta_1 &= \Theta_2, \quad \frac{\partial C_3}{\partial X} = \frac{W_k \cdot l_1}{D \cdot \rho}, \quad \Psi = \Omega = 0; \\ X = L, 0 \leq Y \leq H: \quad \Theta &= \Theta_1, \quad \frac{\partial C_3}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial X} = 0; \\ Y = 0, 0 \leq X \leq L_1: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Y} &= 0, \quad C_3 = 0, \quad \Psi = 0, \quad \Omega = 0; \\ Y = 0, L_1 \leq X \leq L: \quad \Theta &= \Theta_1, \quad C_3 = C_0, \\ \frac{\partial \Psi}{\partial Y} &= U_4, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = -V_4; \\ Y = H_1, 0 \leq X \leq L_1: \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial X} &= \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial X} - \frac{Q \cdot W_k \cdot l_1}{\Delta T \cdot \lambda_1}, \\ \Theta_1 &= \Theta_2, \quad \frac{\partial C_3}{\partial X} = \frac{W_k \cdot l_1}{D \cdot \rho}, \quad \Psi = \Omega = 0; \\ Y = H, 0 \leq X \leq L: \quad \Theta &= \Theta_1, \quad \frac{\partial C_3}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = 0. \end{aligned}$$

где U_4, V_4 – значения компонент скорости на границе, соответствующей источнику ввода серного ан-

гидрида; C_0 – безразмерная концентрация серного ангидрида на границе области.

Разностные аналоги дифференциальных уравнений решены локально-одномерным методом [15–16]. При решении задачи использовался алгоритм, разработанный [17, 18] для решения задач сопряженного теплопереноса в областях с локальными источниками энергии и массы.

Начальная концентрация серного ангидрида в воздушном пространстве принималась соответствующей значениям для летнего времени года [19]. Начальная концентрация серного ангидрида составляет 3,0 мг/м³. При постановке задачи были приняты следующие допущения:

- 1) не учитывалось испарение капли в процессе движения;
- 2) не принималось во внимание влияние солнечной радиации;
- 3) ядро конденсации имеет форму куба.

Результаты и обсуждения

Численные исследования проведены для типичных параметров работы тепловой электрической станции (работа на номинальной мощности без превышения допустимых объемов выбросов в атмосферу загрязняющих веществ). В рассмотренном ниже диапазоне размеров находятся все три категории частиц. Проанализирован процесс конденсации серного ангидрида в воздушном пространстве, прилегающем к тепловой электрической станции. В табл. 2 представлены результаты численного моделирования роста частиц в процессе конденсации.

Таблица 2. Результаты численных исследований

t, с	$\delta_0 \cdot 10^6, \text{ м}$					
	0,03	0,1	0,5	0,8	1,0	5,0
	$\delta_1 \cdot 10^3, \text{ м}$					
600	0,012	0,045	0,110	0,178	0,230	0,920
1800	0,025	0,089	0,270	0,445	0,440	1,380
3600	0,036	0,118	0,400	0,587	0,580	1,790
5400	0,045	0,138	0,471	0,652	0,680	2,080
7200	0,052	0,155	0,520	0,719	0,750	2,310
9000	0,059	0,169	0,562	0,776	0,820	2,510
10800	0,064	0,181	0,588	0,826	0,880	2,670

Примечание: δ_0 – размер ядра конденсации в начальный момент времени, м; δ_1 – размер сформировавшейся частицы в момент времени t, с.

Установлено, что при начальном размере ядра конденсации $1,0 \cdot 10^{-6}$ м уже через 1800 с образуется частица размером более $1,0 \cdot 10^{-3}$ м. Известно, что частицы соответствующего размера относятся к типу «грубодисперсных» [9] (являются дождевыми каплями). При начальном размере ядра $5,0 \cdot 10^{-6}$ м формируется частица размером более $1,0 \cdot 10^{-3}$ м за 600 с с момента начала процесса конденсации. Дальнейшее увеличение начального размера ядра может приводить к образованию частиц с размером более $2,5 \cdot 10^{-3}$ м. Такие частицы размером $1,0 \cdot 10^{-3}$ м и более способны выводиться из

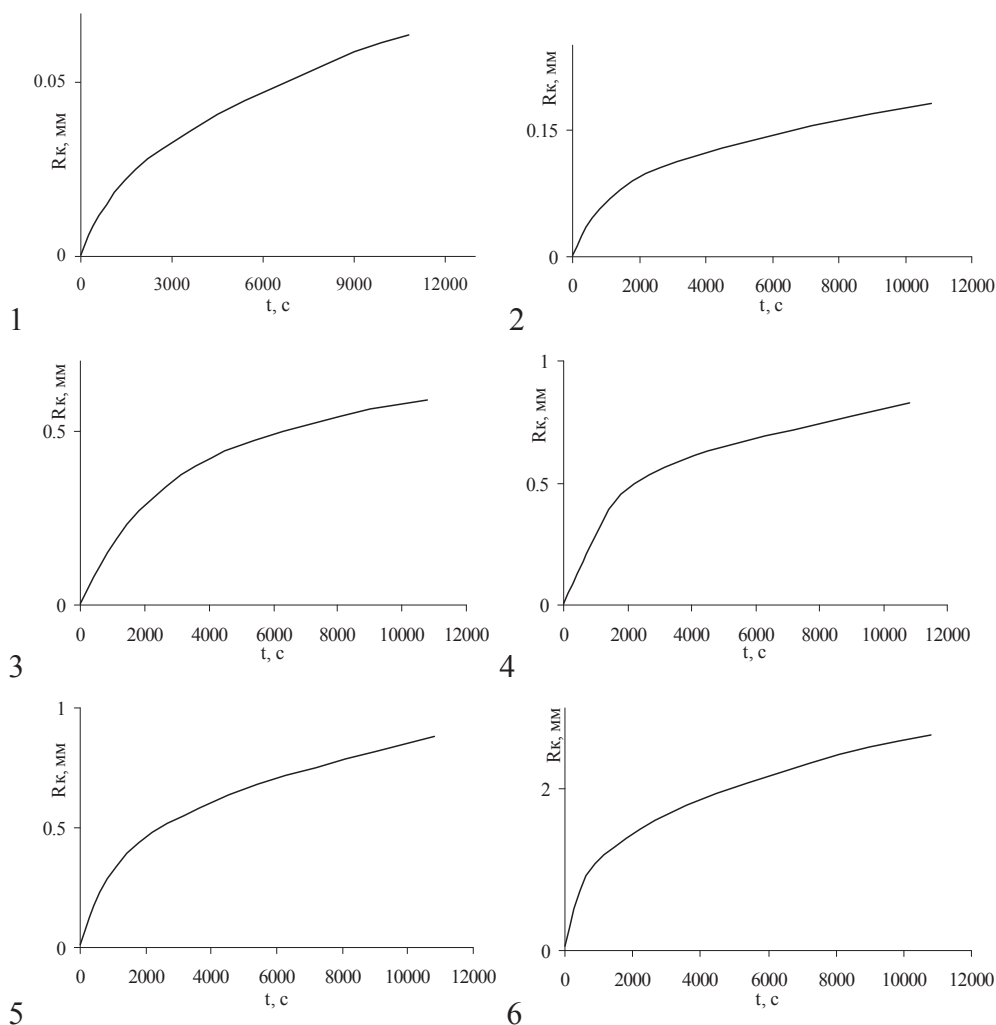


Рис. 2. Изменение размеров частиц (м): 1) $\delta_0=0,03 \cdot 10^{-6}$; 2) $\delta_0=0,1 \cdot 10^{-6}$; 3) $\delta_0=0,5 \cdot 10^{-6}$; 4) $\delta_0=0,8 \cdot 10^{-6}$; 5) $\delta_0=1,0 \cdot 10^{-6}$; 6) $\delta_0=5,0 \cdot 10^{-6}$

атмосферы за счет процесса седиментации [1, 2, 9]. В результате тепломассопереноса в области дымового факела тепловой электрической станции образовавшиеся частицы размером менее $1,0 \cdot 10^{-3}$ м с начальным размером ядра конденсации $0,03 \cdot 10^{-8} \dots 0,8 \cdot 10^{-7}$ м могут осаждаться на поверхности более крупных частиц [1, 2]. Таким образом, ускорение процесса формирования атмосферных осадков может очень быстро привести к выпадению дождевых капель на территориях, прилегающих к тепловой электрической станции.

На рис. 2 графически показан рост частицы в зависимости от времени при различных начальных размерах ядер конденсации.

Известно, что на фиксированном расстоянии от тепловой электрической станции при определенном классе устойчивости атмосферы можно выделить территории с максимальными значениями концентраций веществ антропогенного происхождения [20]. Таким образом, целесообразным является дальнейший анализ процесса образования ча-

стиц серной кислоты с учетом влияния процесса испарения за счет солнечной радиации и фотохимических процессов, протекающих в атмосфере, прилегающих к ТЭС. Учет вышеперечисленных факторов может существенно повысить точность прогноза процесса образования и выпадения осадков, содержащих серную кислоту на территориях, прилегающих к ТЭС.

Заключение

Проведен численный анализ процесса конденсации серного ангидрида на поверхности ядра конденсации в воздушном пространстве, прилегающем к ТЭС. Установлено, что частицы, способные выводиться из атмосферы Земли за счет процесса седиментации, образуются при начальном размере ядра конденсации $1,0 \cdot 10^{-6}$ м и более за время $0,5 \dots 3$ ч. Частицы с меньшим размером способны переноситься на большие расстояния от источника антропогенных компонент за счет конвекции и диффузии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заиков Г.Е., Маслов С.А., Рубайло В.Л. Кислотные дожди и окружающая среда. – М.: Химия, 1991. – 144 с.
2. Израэль Ю.А., Назаров И.М., Прессман А.Я., Ровинский Ф.Я., Рябошапка А.Г. Кислотные дожди. – Л.: Гидрометеиздат, 1989. – 270 с.
3. Клименко В.В., Клименко А.В. Сокращение выбросов малых парниковых газов как альтернатива снижению эмиссии углекислого газа. Ч. I // Теплоэнергетика. – 2000. – № 6. – С. 6–12.
4. Внуков А.К. Защита атмосферы от выбросов энергообъектов: справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 176 с.
5. Climate Change 1992. The Supplementary Report to the IPCC Scientific Assessment / J.T. Houghton, B.A. Callender, S.C. Varney. Cambridge University Press, 1992.
6. Brendow K. West and East European approaches to sustainable energy // World Energy Council Journal. December. 1993. – P. 41–53.
7. Фелленберг Г. Загрязнение природной среды. Введение в экологическую химию. – М.: Мир, 1997. – 232 с.
8. Грин Х., Лейн В. Аэрозоли – пыли, дымы и туманы. – Л.: Химия, 1969. – 428 с.
9. Терехов В.И., Пахомов М.А. Тепломассоперенос и гидродинамика в газокapельных потоках: монография. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. – 284 с.
10. Андруз Дж., Бримлекумб П., Дишклез Т. и др. Введение в химию окружающей среды. – М.: Мир, 1999. – 271 с.
11. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
12. Берковский Б.М., Полевиков В.К. Вычислительный эксперимент в конвекции. – Минск: Университетское, 1988. – 167 с.
13. Кнаке О., Странский И.Н. Механизм испарения // УФН. – 1959. – Т. 68. – № 2. – С. 261–305.
14. Лабунцов А.Д. Физические основы энергетики. Избранные труды по теплообмену, гидродинамике, термодинамике. – М.: Изд-во МЭИ, 2000. – 388 с.
15. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
16. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. – М.: Наука, 1975. – 424 с.
17. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Об одном подходе к математическому моделированию тепловых режимов радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники // Микроэлектроника. – 2008. – Т. 37. – № 2. – С. 150–158.
18. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Сопряженный теплоперенос в замкнутой области с локально сосредоточенным источником тепловыделения // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79. – № 1. – С. 56–63.
19. Гвоздяков Д.В., Губин В.Е., Кузнецов Г.В. Численная оценка формирования условий атмосферного образования серной кислоты в районе расположения тепловой электрической станции // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2012. – № 2–2. – С. 195–200.
20. Федосов А.А. Математическая модель загрязнения атмосферы выбросами тепловых электрических станций // Альтернативная энергетика и экология. – 2006. – № 9 (41). – С. 98–102.

Поступила 27.05.2013 г.

УДК 532.529.2

СЕДИМЕНТАЦИЯ ЧАСТИЦ В ФЕРРОКОЛЛОИДАХ С УЧЕТОМ ДИНАМИЧЕСКИХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

А.Ф. Глухов, В.А. Демин

Пермский государственный национальный исследовательский университет

E-mail: demin@psu.ru

Проведено численное исследование процесса осаждения частиц в феррожидкости на основе керосина в тонком вертикальном канале с учетом возможного термодиффузионного перераспределения частиц при неоднородном нагреве. Определены значения термодиффузионного параметра, при которых действие термодиффузии для установленной разности температур на торцах канала становится сопоставимым с седиментационным механизмом расслоения.

Ключевые слова:

Феррожидкость, седиментация частиц, термодиффузия, динамические граничные условия.

Key words:

Ferrofluid, sedimentation of particles, thermodiffusion, dynamical boundary conditions.

Большинство задач гидродинамики и тепло-массообмена математически сводятся к краевым задачам. Очевидно, что граничные условия определяют вид решений наравне с уравнениями. Однако степень обоснованности у граничных условий на разные неизвестные величины в гидродинамике неодинаковая. В задачах теплообмена краевые условия на температуру выставляются, как правило, физически строго: на границах расчетных областей температура должна быть непрерывной,

в дополнение нормальная компонента теплотока на поверхности раздела также не должна испытывать скачка [1]. Данное условие на теплоток вытекает фактически из закона сохранения энергии и соответствующим образом модифицируется при наличии фазового перехода, источников тепла, экзо- или эндотермической реакции на поверхности. Граничные условия на поле скорости также неоднократно подвергались обсуждению и существенно модифицировались при решении различных ги-