УДК 536.24

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В РАДИАЛЬНОМ РЕБРЕ

Ю.В. Видин, Р.В. Казаков

Сибирский Федеральный университет, г. Красноярск
E-mail: roman.kazakov@list.ru

Предложен приближенный аналитический метод расчета распределения температуры в ребре переменного поперечного сечения. На основе рекомендуемого метода удается осуществить оценку искомого температурного поля сверху и снизу. При этом различие между верхним и нижним граничными значениями оказывается небольшим. В основу рекомендуемого в данной работе способа аналитического исследования поставленной задачи положен принцип суперпозиций. Для этого исходная система уравнений заменена на две самостоятельные, решение которых выражается через широко известные элементарные функции. Благодаря этому инженерный расчет распределения температуры в радиальном ребре оказывается весьма простым и обладающим достаточной точностью. Изложенный подход может быть применен для изучения подобной конструкции ребристой поверхности в случае ее комбинированного исполнения при постоянной и переменной толщине.

Ключевые слова:
Радиальное ребро, аналитический метод, температурное поле, теплопроводность.

Радиальные ребра, имеющие переменное поперечное сечение по длине, рассчитываются значительно сложнее, чем ребра постоянного сечения [1]. При определении изменения температуры в таких системах приходится использовать сравнительно сложные специальные модифицированные функции Бесселя первого и второго рода нулевого и первого порядка. Однако это затруднение можно устранить, если воспользоваться предлагаемым приближенным аналитическим методом расчета. Запишем исследуемую задачу для стационарного режима в безразмерном виде

$$\frac{d^2\vartheta}{d\psi^2}+\frac{1}{\psi}\cdot\frac{\partial\vartheta}{\partial\psi}-m^2\vartheta=0, \qquad (1)$$

$$\vartheta=\vartheta_0 \quad \text{при} \quad \psi=\psi_1,$$

$$\frac{d\vartheta}{d\psi}=0 \quad \text{при} \quad \psi=1.$$

Здесь использованы общепринятые обозначения.

Уравнение (1) относится к классу Бесселевых и для его решения приходится прибегать к соответствующим специальным функциям [1].

$$\vartheta=\vartheta_0\frac{I_0(m\psi)K_1(m)+I_1(m)K_0(m\psi)}{I_0(m\psi_1)K_1(m)+\mathrm{I}_1(m)K_0(m\psi_1)},$$

где $I_0(z)$, $I_1(z)$ – модифицированные функции Бесселя первого рода, нулевого и первого порядка; $K_0(z)$, $K_1(z)$ – модифицированные функции Бесселя второго рода, нулевого и первого порядка.

Однако решение уравнения (1) можно представить приближенным путем через широко известные элементарные функции. Для этого выразим искомую функцию $\vartheta=\vartheta(\psi)$ в виде суммы

$$\vartheta(\psi)=\vartheta_1(\psi)+\vartheta_2(\psi),$$

где ϑ_1 и ϑ_2 являются интегралами следующих двух задач

$$\frac{d^2\vartheta_1}{d\psi^2}-m^2\vartheta_1=0,$$
$$\psi_0\le\psi\le 1; \qquad (2)$$

$$\vartheta_1=\vartheta_{10} \quad \text{при} \quad \psi=\psi_1, \qquad (3)$$

$$\frac{d\vartheta_1}{d\psi}=0 \quad \text{при} \quad \psi=1, \qquad (4)$$

$$\frac{d^2\vartheta_2}{d\psi^2}+\frac{2}{\psi}\cdot\frac{\partial\vartheta_2}{\partial\psi}-m^2\vartheta_2=0,$$
$$\psi_0\le\psi\le 1, \qquad (5)$$

$$\vartheta_2=\vartheta_{20} \quad \text{при} \quad \psi=\psi_1, \qquad (6)$$

$$\frac{d\vartheta}{d\psi}=0 \quad \text{при} \quad \psi=1. \qquad (7)$$

При этом полагаем, что

$$\vartheta_0=\vartheta_{10}+\vartheta_{20}. \qquad (8)$$

Решение задачи (2)–(4) имеет вид [2]

$$\vartheta_1=\vartheta_{10}\frac{\mathrm{ch}(m\psi)}{\mathrm{ch}(m\psi_1)}\cdot\frac{1-\mathrm{th}m\cdot\mathrm{th}(m\psi)}{1-\mathrm{th}m\cdot\mathrm{th}(m\psi_1)}, \qquad (9)$$

т. е. оно выражается через элементарные гиперболические функции (косинус и тангенс), которые весьма удобны для использования в инженерных расчетах [3].

Математическое решение задачи (5)–(7) также может быть представлено на основе хорошо изученных тех же элементарных функций [2]

$$\vartheta_2=\vartheta_{20}\frac{\psi_1}{\psi}\frac{\mathrm{ch}m(1-\psi)}{\mathrm{ch}m(1-\psi_1)}\cdot\frac{m-\mathrm{th}m(1-\psi)}{m-\mathrm{th}m(1-\psi_1)}. \qquad (10)$$

Суммируя зависимости (9) и (10) и учитывая условие (8), получим окончательное решение в форме

$$\vartheta = \left[\vartheta_{10} + (\vartheta_0 - \vartheta_{10}) \frac{\psi_1}{\psi} \frac{m - \mathrm{th} m(1-\psi)}{m - \mathrm{th} m(1-\psi_1)} \right] \times$$
$$\times \frac{\mathrm{ch} m(1-\psi)}{\mathrm{ch} m(1-\psi_1)}. \qquad (11)$$

Очевидно, что для случая теплоотдающего ребра формула (9) даст несколько завышенное значение температурного поля по сравнению с фактическим, а выражение (10) – несколько заниженное. Для того чтобы решение (11) позволяло находить искомое распределение температуры с наибольшей точностью, требуется взять соответствующую температуру ϑ_{10}.

С этой целью допустимо минимизировать невязку, появляющуюся в дифференциальном уравнении (1) при подстановке в него решений задач (2)–(4) и (5)–(7). Это достигается, если безразмерная температура основания первого замещающего прямолинейного ребра рассчитывается по выражению

$$\vartheta_{10} = \vartheta_0 \frac{m\left(1 - \frac{1}{\psi_1}\right) - \left(m^2 - \frac{1}{\psi_1}\right) \mathrm{th} m(1-\psi_1)}{m\left(1 - \frac{1}{\psi_1}\right) - \left(m^2 + m - \frac{1}{\psi_1}\right) \mathrm{th} m(1-\psi_1)}.$$

Тогда ϑ_{20} легко определяется по формуле (8).

В таблице приведены значения функции

$$\varphi = \frac{m\left(1 - \frac{1}{\psi_1}\right) - \left(m^2 - \frac{1}{\psi_1}\right) \mathrm{th} m(1-\psi_1)}{m\left(1 - \frac{1}{\psi_1}\right) - \left(m^2 + m - \frac{1}{\psi_1}\right) \mathrm{th}\, m(1-\psi_1)}$$

для ряда величин параметров m и ψ_1.

Таблица. *Значения функции φ для ряда величин параметров m и ψ_1*

Параметр m	ψ_1			
	0,5	0,6	0,7	0,8
0,1	0,1044754	0,098196	0,094437	0,0922842
0,2	0,1891746	0,178827	0,172575	0,168975
0,3	0,2592182	0,246217	0,238298	0,233716
0,4	0,3180995	0,303376	0,294347	0,289098
0,5	0,3682833	0,352468	0,342709	0,337014
0,6	0,4115588	0,395087	0,384865	0,378878
0,7	0,4492558	0,432431	0,421936	0,415769
0,8	0,4823836	0,465421	0,45479	0,448523
0,9	0,5117219	0,494775	0,484107	0,477798
1	0,5378828	0,521062	0,510428	0,504121

Использование данных, представленных в таблице, упрощает процедуру нахождения ϑ_{10}. На основе выражения (11) можно легко вычислить температуру вершины ребра (ψ=1), которая тогда будет равна

$$\vartheta(1) = \left[\vartheta_{10} + (\vartheta_0 - \vartheta_{10}) \psi_1 \cdot \frac{m}{m - th\, m(1-\psi_1)} \right] \times$$
$$\times \frac{1}{\mathrm{ch} m(1-\psi_1)}.$$

Предложенный приближенный аналитический метод может быть использован для решения подобной задачи в случае неоднородного ребра переменного сечения [4]. Рассмотренный способ также целесообразно использовать при изложении раздела распространение тепла в стержнях при чтении курсов «Теплопередача», «Тепломассообмен», «Тепломассообменные аппараты» и в ряде других для студентов энергетических специальностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Керн Д., Краус А. Развитые поверхности теплообмена. – М.: Энергия, 1977. – 461 с.
2. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Изд-во «Наука», 1976. – 576 с.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Изд-во «Наука», 1965. – 608 с.
4. Видин Ю.В., Казаков Р.В. Распространение тепла вдоль неоднородного ребра постоянного поперечного сечения // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 319. – № 4. – С. 29–31.

Поступила 19.02.2013 г.

UDC 536.24

APPROXIMATE METHOD OF CALCULATING TEMPERATURE CHANGES IN A RADIAL RIB

Yu.V. Vidin, R.V. Kazakov

Siberian Federal University, Krasnoyarsk

The article introduces the approximate analytical method for calculating temperature distribution in varied cross section rib. Based on the recommended method one can carry out the upper and lower estimate of the temperature field. There is little difference between the upper and lower boundary values. The recommended method of analytical study of the defined problems is based on the principle of superposition. The original equation system is replaced with two independent ones; their solution is expressed by the known elementary functions. Engineering analysis of temperature distribution in a radial rib turns out to be rather simple and precise. The stated approach can be applied to study similar construction of ribbed surface in the case of its complex design at uniform and variable thickness.

Key words:
Radial rib, analytical approach, temperature field, thermal conductivity.

REFERENCES

1. Kern D., Kraus A. *Razvitye poverkhnosti teploobmena* (Extended surfaces of heat exchange). Moscow, Energiya, 1977. 461 p.
2. Kamke E. *Spravochnik po obyknovennym differentsial'nym uravneniyam* (Reference book on ordinary differential equations). Moscow, Nauka, 1976. 576 p.
3. Bronshteyn I.N., Semendyaev K.A. *Spravochnik po matematike* (Mathematics reference book). Moscow, Nauka, 1965. 608 p.
4. Vidin Yu.V., Kazakov R.V. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2011. 319, 4, pp. 29–31.

УДК 621.311.238:621.311.22

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПАРОТУРБИННОГО ЦИКЛА НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТРИНАРНЫХ ПАРОГАЗОВЫХ УСТАНОВОК

Н.Н. Галашов, С.А. Цибульский

Томский политехнический университет
E-mail: gal@tpu.ru; s.tzibulsky@yandex.ru

Выбран профиль перспективной парогазовой установки тринарного цикла. Разработана математическая модель расчета показателей парогазовой установки тринарного цикла. Проведен анализ влияния основных параметров бинарного паротурбинного цикла с пароводяным и бутановым рабочими телами на КПД и мощность парогазовой установки с электроприводом и газотурбинным приводом насосов. Исследования показали, что на тринарной парогазовой установке с газотурбинной установкой SGT5–8000H можно получить КПД нетто выше 60 %. На увеличении КПД и мощности парогазовой установки положительно сказывается: увеличение начального давления пара; увеличение начальной температуры острого пара и пара промежуточного перегрева; снижение температуры конденсации хладона и температуры уходящих из котла-утилизатора газов, а также давления пара за цилиндром среднего давления. Замена электропривода насосов газотурбинным приводом позволяет повысить мощность нетто парогазовой установки примерно на 30 МВт и практически устранить расход электроэнергии на собственные нужды.

Ключевые слова:
Парогазовая установка, газотурбинная установка, газотурбинный двигатель, бинарный цикл, КПД брутто, КПД нетто.

Введение

В [1] определено, что генерирующие мощности, работающие на газе, к 2030 г. будут представлять собой в основном парогазовые установки (ПГУ) с коэффициентом полезного действия 53...55 %, газотурбинные установки или в необходимых случаях сочетание последних с котлом-утилизатором. ПГУ утилизационного типа в настоящее время являются наиболее совершенными теплоэнергетическими установками. Они достигли КПД нетто выше 60 %. По различным оценкам, в ближайшем будущем доля ПГУ в мировой генерации электроэнергии будет приближаться к 50 %. Поэтому актуален поиск оптимальной структуры ПГУ и анализ эффективности их работы от определяющих параметров циклов.

Существенную роль в развитии ПГУ играет их первичный двигатель – газотурбинная установка (ГТУ). В последние годы главные мировые производители объявили о создании мощных энергетических ГТУ нового поколения для работы в составе ПГУ [2]: фирма «Сименс» испытала ГТУ мощностью 375 МВт с КПД 40 %; фирма «Мицубиси» разработала ГТУ мощностью 460 МВт с КПД 40 %; фирма «Дженерал электрик» разработала ГТУ мощностью 338 МВт с КПД выше 40 %. Все