УДК 519.872

ИССЛЕДОВАНИЕ RQ-СИСТЕМЫ M| GI| 1 С ВЫТЕСНЕНИЕМ В УСЛОВИИ БОЛЬШОЙ ЗАДЕРЖКИ

А.А. Назаров, Я.Е. Черникова

Томский государственный университет
E-mail: evgenevna.92@mail.ru

Актуальность работы обусловлена широким применением RQ-систем в повседневной жизни.
Цель работы: *исследовать RQ-систему M| GI| 1 с вытеснением, найти совместное распределение вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов и состояния прибора.*
Методы исследования: *Для достижения цели был использован метод асимптотического анализа в условии большой задержки. Была найдена первая асимптотика, в которой обнаружили стационарное распределение вероятностей состояния прибора. Также получена пропускная способность RQ-системы M| GI| 1 с вытеснением. Найдено условие существования стационарного режима, затем вторая асимптотика, где показан вид асимптотической характеристической функции числа заявок в источнике повторных вызовов.*
Результаты: *Найдена пропускная способность S RQ-системы M| GI| 1 с вытеснением. На основе этого сделаны выводы об условии существования стационарного режима. Была найдена асимптотическая характеристическая функция числа заявок в источнике повторных вызовов при конечном ненулевом значении S. Показано, что она является характеристической функцией случайной величины, распределенной по нормальному закону.*

Ключевые слова:
RQ-система, асимптотический анализ, загрузка системы, пропускная способность.

В теории систем массового обслуживания (ТСМО) [1, 2] различают системы с очередью, с потерями, смешанные, но особый интерес представляют системы с повторными вызовами (Retrial Queue Systems или RQ-системы). Это обусловлено их широким практическим применением. Системы с повторными вызовами используют для анализа и исследования процессов функционирования телекоммуникационных и компьютерных систем, проектирования телефонных сетей, мобильных сотовых радиосетей и во многих других областях.

Первые RQ-системы описаны Г. Гоштони [3], Дж. Темплтона [4]. В работах Г.И. Фалина [4–6] и Дж. Артолехо [7, 8] были получены допредельные характеристические функции, а также рассмотрены разнообразные методы исследования RQ-систем M|M|1, M|GI|1 и др.

Г.Л. Ионин (G.L. Jonin), Г.И. Фалин (G.I. Falin), Ю.И. Сухарев (Yu.I. Sukharev) и др. рассмотрели RQ-систему с конфликтами. В работах Е.А. Судыко, А.А. Назарова [9, 10] были исследованы различные модели с конфликтами, в том числе система M|GI|1. Рассмотрение таких систем предполагает, что если в момент прихода заявки в систему прибор занят, то заявки попадают в состояние конфликта и обе переходят в ИПВ. Также большой интерес представляет ситуация, когда заявка, нашедшая прибор занятым в момент прибытия ее в систему, вытесняет заявку, находящуюся на обслуживании, и сама встает на обслуживание.

Настоящая работа посвящена исследованию RQ-системы M|GI|1 с вытеснением заявки из прибора. Исследование проводится при помощи метода асимптотического анализа [11] в условии большой задержки.

Рассмотрим RQ-систему с ИПВ (источником повторных вызовов) (рисунок).

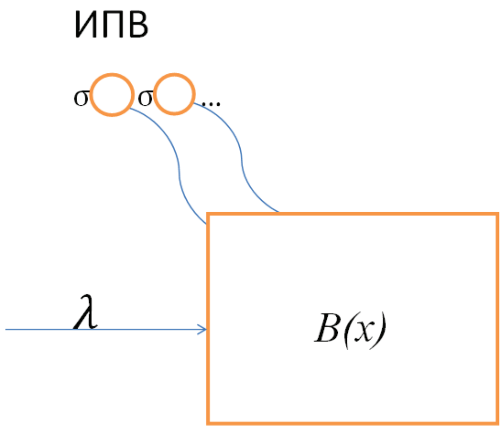

Рисунок. *RQ-система M| GI| 1 с вытеснением*

На вход системы поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ. Требование, заставшее прибор свободным, занимает его для обслуживания в течение случайного времени с функцией распределения $B(x)$. Если прибор занят, то поступившая заявка вытесняет обслуживаемую и сама встает на прибор, а заявка, которая обслуживалась, переходит в ИПВ, где осуществляет случайную задержку, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром σ. Из ИПВ после случайной задержки заявка вновь встает на прибор. Если прибор свободен, то заявка занимает его на случайное время обслуживания, если же он занят, то заявка из ИПВ вытесняет обслуживаемую, которая уходит в ИПВ.

Обозначим $i(t)$ число заявок в ИПВ, $k(t)$ определяет состояние прибора следующим образом:

$$k(t)=\begin{cases}0, \text{ прибор свободен,}\\1, \text{ прибор занят.}\end{cases}$$

Ставится задача исследования процесса $\{k(t),i(t)\}$. Так как исследуемый процесс не является марковским, то рассмотрим процесс с переменным числом компонент.

Если $k(t)=0$, то рассматриваем процесс $\{k(t),i(t)\}$. Если $k(t)=1$, то рассматриваем процесс $\{k(t),i(t),z(t)\}$, где $z(t)$ остаточное время от момента t до момента окончания обслуживания.

Обозначим $P\{k(t)=0,\ i(t)=i\}=P(0,i,t)$ вероятность того, что прибор в момент времени t находится в состоянии 0, и в источнике повторных вызовов находится i заявок; $P\{k(t)=1,\ i(t)=i,\ z(t)<z\}=P(1,i,z,t)$ вероятность того, что прибор в момент времени находится в состоянии 1, остаточное время обслуживания меньше z, и в источнике повторных вызовов находится i заявок.

Для распределения вероятностей $\{P(0,i,t), P(1,i,z,t)\}$, применяя формулу полной вероятности, запишем равенства:

$$\begin{cases} P(1,i,z-\Delta t,t+\Delta t)=P(0,i,t)\lambda\Delta tB(z)+\\ +[P(1,i,z,t)-P(1,i,\Delta t,t)](1-\lambda\Delta t)(1-i\sigma\Delta t)+\\ +P(1,i,\infty t)i\sigma\Delta tB(z)+P(1,i-1,\infty,t)\lambda\Delta tB(z)+\\ +P(0,i+1,t)(i+1)\sigma\Delta tB(z)+o(\Delta t),\\ P(0,i,t+\Delta t)=P(0,i,t)(1-i\sigma\Delta t)(1-\lambda\Delta t)+\\ +P(1,i,\Delta t,t)+o(\Delta t). \end{cases}$$

Отсюда прямая система дифференциальных уравнений Колмогорова будет иметь вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P(1,i,z,t)}{\partial t}-\dfrac{\partial P(1,i,z,t)}{\partial z}+\dfrac{\partial P(1,i,0,t)}{\partial z}=\\ =\lambda B(z)P(0,i,t)-(\lambda+i\sigma)P(1,i,z,t)+\\ +(\lambda+i\sigma)P(1,i,\Delta t,t)+i\sigma B(z)P(1,i,\infty,t)+\\ +\lambda B(z)P(1,i-1,\infty,t)+(i+1)\sigma B(z)P(0,i+1,t),\\ \dfrac{\partial P(0,i,t)}{\partial t}-\dfrac{\partial P(1,i,0,t)}{\partial z}=-(\lambda+i\sigma)P(0,i,t), \end{cases}$$

в которой применяется обозначение

$$\frac{\partial P(1,i,0,t)}{\partial z}=\left.\frac{\partial P(1,i,z,t)}{\partial z}\right|_{z=0}.$$

Будем полагать, что система функционирует в стационарном режиме, то есть

$$P(0,i,t)\equiv P(0,i),\ P(1,i,z,t)\equiv P(1,i,z).$$

Запишем систему для стационарного распределения:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial P(1,i,z)}{\partial z}+\dfrac{\partial P(1,i,0)}{\partial z}=\lambda B(z)P(0,i)-\\ -(\lambda+i\sigma)P(1,i,z)+i\sigma B(z)P(1,i,\infty)+\\ +\lambda B(z)P(1,i-1,\infty)+(i+1)\sigma B(z)P(0,i+1),\\ -\dfrac{\partial P(1,i,0)}{\partial z}=-(\lambda+i\sigma)P(0,i). \end{cases} \quad (1)$$

Перейдем в системе (1) к частичным характеристическим функциям вида

$$H(0,u)=\sum_{i=0}^{\infty}e^{jui}P(0,i),$$

$$H(1,u,z)=\sum_{i=0}^{\infty}e^{jui}P(1,i,z),$$

где $j=\sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Учитывая, что

$$-j\frac{\partial H(0,u)}{\partial u}=\sum_i ie^{jui}P(0,i),$$

$$-j\frac{\partial H(1,u,z)}{\partial u}=\sum_i ie^{jui}P(1,i,z),$$

$$H(1,u,\infty)=\sum_{i=0}^{\infty}e^{jui}P(1,i,\infty)=H(1,u),$$

система уравнений перепишется в виде:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial H(1,u,z)}{\partial z}+\dfrac{\partial H(1,u,0)}{\partial z}=H(0,u)\lambda B(z)-\\ -\lambda H(1,u,z)+j\sigma\dfrac{\partial H(1,u,z)}{\partial u}-j\sigma B(z)\dfrac{\partial H(1,u)}{\partial u}-\\ -j\sigma B(z)e^{-ju}\dfrac{\partial H(0,u)}{\partial u}+\lambda B(z)e^{ju}H(1,u),\\ -\dfrac{\partial H(1,u,0)}{\partial z}=-\lambda H(0,u)+j\sigma\dfrac{\partial H(0,u)}{\partial u}. \end{cases} \quad (2)$$

Аналитически данную систему решить затруднительно. Будем решать ее методом асимптотического анализа в условии большой задержки ($\sigma\to 0$).

Асимптотика первого порядка

В системе (2) сделаем замены

$$\sigma=\varepsilon,$$

$$u=\varepsilon w,$$

$$H(0,u)=F_1(0,w,\varepsilon),$$

$$H(1,u,z)=F_1(1,w,z,\varepsilon).$$

И получим

$$\begin{cases} \lambda B(z)F_1(0,w,\varepsilon)-\lambda F_1(1,w,z,\varepsilon)+\\ +j\varepsilon\dfrac{\partial F_1(1,w,z,\varepsilon)}{\partial(w\varepsilon)}-j\varepsilon B(z)\dfrac{\partial F_1(1,w,\infty,\varepsilon)}{\partial(w\varepsilon)}-\\ -j\varepsilon B(z)e^{-jw\varepsilon}\dfrac{\partial F_1(0,w,\varepsilon)}{\partial(w\varepsilon)}+\\ +\lambda B(z)e^{jw\varepsilon}F_1(1,w,\infty,\varepsilon)=\\ =-\dfrac{\partial F_1(1,w,z,\varepsilon)}{\partial z}+\dfrac{\partial F_1(1,w,0,\varepsilon)}{\partial z},\\ -\lambda F_1(0,w,\varepsilon)+j\varepsilon\dfrac{\partial F_1(0,w,\varepsilon)}{\partial(w\varepsilon)}=\\ =-\dfrac{\partial F_1(1,w,0,\varepsilon)}{\partial z}. \end{cases} \quad (3)$$

Сформулируем следующее утверждение.

Теорема 1. Предельное (при $\varepsilon\to 0$) значение $\{F_1(0,w),F_1(1,w,z)\}$ решения $\{F_1(0,w,\varepsilon),F_1(1,w,z,\varepsilon)\}$ системы уравнений (3) имеет вид

$$F_1(0,w)=R_0 e^{jw\kappa_1},$$

$$F_1(1,w,z)=R_1(z)e^{jw\kappa_1},$$

где величины R_0, $R_1(z)$ удовлетворяют следующим выражениям:

$$R_0=\int_0^\infty e^{-(\lambda+\kappa_1)z}dB(z),$$

$$R_1(z)=e^{(\lambda+\kappa_1)z}(\lambda+\kappa_1)\int_0^z e^{-(\lambda+\kappa_1)x}(R_0-B(x))dx,$$

а κ_1 является решением уравнения

$$\lambda=(\lambda+\kappa_1)\int_0^\infty e^{-(\lambda+\kappa_1)x}dB(x).$$

Загрузкой ρ системы будем называть произведение интенсивности поступления требований в систему и среднего времени обслуживания одного требования одним обслуживающим устройством ($\rho=\lambda b$).

Пропускной способностью S будем называть точную верхнюю границу тех значений загрузки $\rho=\lambda b$, для которых в математической модели существует стационарный режим.

Нетрудно показать, что в данной модели значение пропускной способности имеет вид: $S=bB'(0)$ где

$$S=\begin{cases}0, & B'(0)=0\\ B'(0)=0, & 0<B'(0)<\infty.\\ \infty, & B'(0)=\infty\end{cases}$$

Пример распределения, которое охватывает эти варианты, является распределение Вейбулла:

$$B'(x)=k\mu(x\mu)^{k-1}e^{-(x\mu)^k}.$$

Так как при $k<1$ мы получаем, что $B'(0)=\infty$, то есть $S=\infty$, при $k=1$ имеем экспоненциальное распределение с параметром $\mu B`(0)=\mu$, при $k>1$ $B'(0)=0$, то есть $S=0$.

Можно записать:

$$S=\begin{cases}0, & k>1\\ 1, & k=1.\\ \infty, & k<1\end{cases}$$

Асимптотика второго порядка

Для более детального исследования рассматриваемой RQ-системы, найдем асимптотику второго порядка. В системе (2) выполним замены:

$$H(0,u)=H_2(0,u)e^{j\frac{u}{\sigma}\kappa_1},$$

$$H(1,u,z)=H_2(1,u,z)e^{j\frac{u}{\sigma}\kappa_1}. \qquad (4)$$

Заменим:

$$\sigma=\varepsilon^2,$$

$$u=\varepsilon w,$$

$$H_2(0,u)=F_2(0,w,\varepsilon),$$

$$H_2(1,u,z)=F_2(1,w,z,\varepsilon). \qquad (5)$$

Подставив (4) и (5) в (2) имеем:

$$\begin{cases}\lambda B(z)F_2(0,w,\varepsilon)-\lambda F_2(1,w,z,\varepsilon)+\\ +j\varepsilon\dfrac{\partial F_2(1,w,z,\varepsilon)}{\partial w}-\kappa_1 F_2(1,w,z,\varepsilon)-\\ -j\varepsilon B(z)\dfrac{\partial F_2(1,w,\infty,\varepsilon)}{\partial w}+\kappa_1 B(z)F_2(1,w,\infty,\varepsilon)-\\ -j\varepsilon B(z)e^{-jw\varepsilon}\dfrac{\partial F_2(0,w,\varepsilon)}{\partial w}+\\ +\kappa_1 B(z)e^{-jw\varepsilon}F_2(0,w,\varepsilon)+\lambda B(z)e^{jw\varepsilon}F_2(1,w,\infty,\varepsilon)=\\ =-\dfrac{\partial F_2(1,w,z,\varepsilon)}{\partial z}+\dfrac{\partial F_2(1,w,0,\varepsilon)}{\partial z}+O(\varepsilon^2),\\ -\lambda F_2(0,w,\varepsilon)+j\varepsilon\dfrac{F_2(0,w,\varepsilon)}{\partial w}-\kappa_1 F_2(0,w,\varepsilon)=\\ =-\dfrac{\partial F_2(1,w,0,\varepsilon)}{\partial z}+O(\varepsilon^2).\end{cases} \qquad (6)$$

Сформулируем следующее утверждение.

Теорема 2. Предельное (при $\varepsilon\to0$) значение $\{F_2(0,w), F_2(1,w,z)\}$ решения $\{F_2(0,w,\varepsilon), F_2(1,w,z,\varepsilon)\}$ системы уравнений (6) имеет вид

$$F_2(0,w)=R_0\Phi_2(w),$$

$$F_2(1,w,z)=R_1(z)\Phi_2(w),$$

где

$$\Phi_2(w)=\exp\{\frac{(jw)^2}{2}\kappa_2\},$$

$$\kappa_2=\frac{\lambda R_1}{(R_0-R_1^*(\lambda+\kappa_1))},$$

величины R_0, $R_1(z)$, R_1, $R_1^*(\lambda+\kappa_1)$ удовлетворяют следующим выражениям

$$R_0=\int_0^\infty e^{-(\lambda+\kappa_1)z}dB(z)=B^*(\lambda+\kappa_1),$$

$$R_1(z)=e^{(\lambda+\kappa_1)z}(\lambda+\kappa_1)\int_0^z e^{-(\lambda+\kappa_1)x}(R_0-B(x))dx,$$

$$R_1=1-R_0,$$

$$R_1^*(\lambda+\kappa_1)=\int_0^\infty ze^{-(\lambda+\kappa_1)z}dB(z).$$

Найдем характеристическую функцию $h(u)$ числа заявок в ИПВ. Выполнив обратные к (5) замены, получим

$$h(u)=(H_2(0,u)+H_2(1,u,\infty))e^{j\frac{u}{\sigma}\kappa_1},$$

где

$$H_2(0,u)\approx R_0\Phi_2(\frac{u}{\sqrt{\sigma}}),$$

$$H_2(1,u,\infty)\approx R_1\Phi_2(\frac{u}{\sqrt{\sigma}}),$$

$$h(u)=\Phi_2(\frac{u}{\sqrt{\sigma}})e^{j\frac{u}{\sigma}\kappa_1},$$

$$h(u)=\exp\left\{ju\frac{\kappa_1}{\sigma}+\frac{(ju)^2}{2}\frac{\kappa_2}{\sigma}\right\}.$$

Мы получили характеристическую функцию нормального распределения с математическим ожиданием $m=\frac{\kappa_1}{\sigma}$ и дисперсией $D=\frac{\kappa_2}{\sigma}$.

Выводы

В работе найдена пропускная способность S рассматриваемой системы. На основе этого сделали выводы об условии существования стационарного режима. Была найдена асимптотическая характеристическая функция числа заявок в ИПВ при конечном ненулевом значении S. Показано, что она является характеристической функцией случайной величины, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $m=\frac{\kappa_1}{\sigma}$ и дисперсией $D=\frac{\kappa_2}{\sigma}$. В дальнейшем планируется выполнить исследование рассматриваемой RQ-системы, когда не существует стационарного режима.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: КомКнига, 2007. – 336 с.
2. Кёниг Д., Штойян Д. Методы теории массового обслуживания. – М.: Радио и связь, 1981. – 128 с.
3. Гоштони Г. Сравнение вычисленных и моделированных результатов для пучков соединительных линий при наличии повторных попыток установления связи // Материалы VIII ITC. – Сидней, 1977. – № 1. – С. 1–16.
4. Falin G.I., Templeton J.G.C. Retrial queues. – L.: Chapman & Hall, 1997. – 328 p.
5. Falin G.I. Asymptotic investigation of fully available switching systems with high repetition intensity of blocked calls // Moscow University Mathematics Bulletin. – 1984. – V. 39. – № 6. – P. 72–77.
6. Falin G.I. A Survey of Retrial Queues // Queuing Systems. – 1990. – V. 7. – P. 127–167.
7. Artalejo J.R., Gomez-Coral A. Retrial queuing systems: a computational approach. – Berlin: Springer, 2008. – 267 p.
8. Artalejo J.R., Joshua V.C., Krashnamoorthy A. An M/G/1 retrial queue with orbital search by the server. Advances in Stochastic Modeling. – New Jersey: Notable publications, 2002. – P. 41–54.
9. Назаров А.А., Судыко Е.А. Метод асимптотических семиинвариантов для исследования математической модели сети случайного доступа // Проблемы передачи информации. – 2010. – № 1. – С. 94–111.
10. Назаров А.А., Моисеева С.П. Методы асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.
11. Боровков А.А. Асимптотические методы в теории массового обслуживания. – М.: Наука, 1980. – 381 с.

Поступила 30.06.2013 г.

UDC 519.872

INVESTIGATION OF PREEMPTIVE RQ-SYSTEM M| GI| 1 UNDER EXTENSIVE DELAY

A.A. Nazarov, Ya.E. Chernikova

Tomsk State University

The relevance of work *is caused by wide application of RQ-systems in everyday life.*
The main aim of the study *is to investigate the preemptive RQ-system M | GI | 1, to find out joint distribution of probabilities of the demand number in a source of repeated calls and the device conditions.*
The methods used in the study: *To achieve the aim the asymptotic analysis was used under extensive delay. The authors found the first asymptotics in which stationary distribution of the device condition probabilities was determined. The capacity of preemptive RQ-system of M | by GI | 1 was obtained as well. The authors found out a condition of existence of a stationary mode the second asymptotics where the asymptotic characteristic function of a number of demands in a source of repeated calls was shown.*
The results: *The capacity S is found in the preemptive RQ-system of M | GI | 1 operation. Based on this fact the conclusions were drawn on stationary mode existence. The asymptotic characteristic function of a number of demands in a source of repeated calls was found out at final nonzero value S. It was shown that it is the characteristic function of a random variable distributed by a normal probability law.*

Key words:
RQ-system, asymptotic analysis, system loading, capacity.

REFERENCES

1. Gnedenko B.V., Kovalenko I.N. *Vvedenie v teoriyu massovogo obsluzhivaniya* [Introduction into queuing theory]. Moscow, KomKniga Publ., 2007. 336 p.
2. Koenig D., Shtoyan D. *Metody teorii massovogo obsluzhivaniya* [Queuing theory methods]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1981. 128 p.
3. Goshtoni G. Sravnenie vychislennykh i modelirovannykh resultatov dlya puchkov soedinitelnykh liniy pri nalichii povtornykh popytok ustanovleniya svyazi [Comparison of calculated and simulated results for connecting line bunches at repeated attempts to establish communication]. *VIII ITC Materials*. Sydney, 1977, no. 1, pp. 1–16.
4. Falin G.I. Templeton J.G.C. *Retrial queues*. London, Chapman & Hall, 1997. 328 p.
5. Falin G.I. Asymptotic investigation of fully available switching systems with high repetition intensity of blocked calls. *Moscow University Mathematics Bulletin*, 1984, vol. 39, no. 6, pp. 72–77.
6. Falin G.I. A Survey of Retrial Queues. *Queuing Systems*,1990, vol. 7, pp. 127–167
7. Artalejo J.R., Gomez-Coral A. *Retrial queuing systems: and computational approach*. Berlin, Springer, 2008. 267 p.
8. Artalejo J.R., Joshua V.C., Krashnamoorthy A. *An M/G/1 retrial queue with orbital search by the server. Advances in Stochastic Modeling*. New Jersey, Notable publications, 2002. pp. 41–54.
9. Nazarov A.A., Sudyko E.A. Metod asimptoticheskikh seminvariantov dlya issledovaniya matematicheskoy modeli seti sluchaynogo dostupa [Method of asymptotic seven-invariants for research of mathematical model of a network of casual access]. *Problemy peredachi informatsii*, 2010, no. 1, pp. 94–111.
10. Nazarov A.A., Moiseyev S.P. *Metody asimptoticheskogo analiza v teorii massovogo obsluzhivaniya* [Methods of asymptotic analysis in the queuing theory]. Tomsk, NTL Publ. house, 2006. 112 p.
11. Borovkov A.A. *Asimptoticheskie metody v teorii massovogo obsluzhivaniya* [Asymptotic methods in queuing theory]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 381 p.

УДК 519.688:622.276.5.001.42

АДАПТИВНАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КРИВОЙ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН С ДИАГНОСТИКОЙ ПОТОКОВ

Е.В. Романова, В.Л. Сергеев

Томский политехнический университет
E-mail: Romanova88EV@mail.ru; SergeevVL@ignd.tpu.ru

Актуальность работы *обусловлена необходимостью диагностики потоков при адаптивной интерпретации нестационарных гидродинамических исследований горизонтальных скважин с использованием аналитических моделей кривой восстановления давления.*

Цель работы*: разработка метода адаптивной интерпретации кривой восстановления давления, позволяющего диагностировать потоки в процессе проведения гидродинамических исследований горизонтальных скважин с одновременной оценкой фильтрационных параметров пласта.*

Методы исследования: *использованы теоретические и практические разработки в области гидродинамических исследований скважин, системного анализа, идентификации систем с учетом дополнительной априорной информации, оптимизации функций и линейной алгебры. Решение задач диагностики потоков, идентификации и интерпретации кривой восстановления давления проводилось на основе промысловых данных забойного давления на скважине с учетом экспертных оценок фильтрационных параметров пласта с использованием компьютерной программы Saphir.*

Результаты: *разработан адаптивный метод интерпретации кривой восстановления давления с диагностикой радиального и линейного потоков с одновременной оценкой фильтрационных параметров нефтяного пласта в процессе гидродинамических исследований горизонтальных скважин. На примере обработки результатов гидродинамических исследований по кривой восстановления давления двух горизонтальных скважин однородно-пористого нефтяного пласта показано, что метод адаптивной интерпретации позволяет повысить надежность определения времени начала радиального и линейного потоков.*

Ключевые слова:

Интерпретация, диагностика, гидродинамические исследования, анализ нефтяных скважин, априорная информация, горизонтальные скважины, нефтяные пласты.

Введение

Известно, что интерпретация кривой восстановления давления (КВД) вертикальных скважин существенно отличается от интерпретации горизонтальных скважин, где сложный пространственный поток частиц жидкости сведен в определенные моменты времени к плоским фильтрационным потокам, представленным соответствующими уравнениями [1–3]. Так, например, радиальный поток горизонтальной скважины представлен уравнением забойного давления $P_з(t)$ вида

$$\Delta P_з(t) = P_з(t) - P_з(t_0) = \frac{C_s q \mu B}{k_{xy} L} \ln\left(\frac{2,25 k_{xy}\, t}{m\, \mu\, r_{\text{пр}}^2}\right), \quad (1)$$

а время его начала t_r определяется по формуле

$$t_r = 1800 d^2 m \mu C / k_z, \quad (2)$$

где $P_з(t_0)$ – забойное давление в момент остановки скважины; $k_r = \sqrt{k_z k_y}$ – радиальная проницаемость; k_z, k_y – вертикальные и горизонтальные проницаемости; q – дебит скважины перед ее остановкой, μB – вязкость и объемный коэффициент нефти со-