УДК 519.171.1

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛИНОМИАЛЬНОСТИ МЕТОДА ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПИСАТЕЛЯ СТРУКТУРЫ ГРАФА

В.К. Погребной, Ан.В. Погребной

Томский политехнический университет
E-mail: avpogrebnoy@gmail.com

Актуальность исследования *определяется большой потребностью в разработке эффективных методов инвариантного описания и анализа абстрактных структур графовых моделей.*
Цель работы *заключается в обосновании полиномиальности предложенного авторами метода вычисления интегрального описателя абстрактной структуры графа.*
Методы исследования *основываются на использовании аппарата теории графов и методов свободной и зависимой интеграции кодов структурных различий графов.*
В результате исследования *введено понятие устойчивых групп вершин в графе и сформулированы условия возникновения и существования таких групп в процессе интеграции кодов структурных различий при вычислении интегрального описателя структуры – Integral structure descriptor (ISD). Для устойчивых групп установлен ряд свойств, которые раскрывают правомерность применения основных правил метода ISD и его полиномиальности. На основе выделенных свойств установлено, что условия существования устойчивых групп обусловлены жесткими ограничениями, а вершины разных устойчивых групп не могут порождать новые устойчивые группы. Установлен также фактор полной обособленности устойчивых групп, что в значительной мере предопределило эффективность алгоритма вычисления интегрального описателя структуры графа. Полиномиальность метода показана для наиболее трудного случая, когда графы являются однородными и содержат устойчивые группы. Для экспериментальных исследований метода ISD на языке Java разработано программное средство GraphISD и приведены некоторые результаты его работы.*

Ключевые слова:
Интегральный описатель структуры, изоморфизм графов, абстрактная структура графа, устойчивая группа вершин, область интеграции кодов, полиномиальность алгоритма.

Введение

Предложенный в [1] метод интеграции структурных различий позволяет получать интегральный описатель структуры графа. Метод даёт возможность выявить и объединить (интегрировать в описатель) имеющиеся в графе структурные различия так, чтобы каждая вершина получила свой интегральный описатель в виде уникального числового кода. Интегральные описатели вершин графа G образуют вектор $D(G)$, который получил название интегрального описателя структуры графа – Integral Structure Descriptor (ISD). В работе [2] метод вычисления ISD был адаптирован для решения задач определения оценок сходства структур двух графов на основе выделения в них общих частей. При этом были исследованы некоторые свойства однородных групп вершин, возникающих в процессе интеграции структурных различий.

В работах [1, 2] отмечалось также, что однородные группы при определенных условиях переходят в категорию устойчивых, наличие которых приводит к заметному усложнению работы метода определения ISD. В связи с этим актуальными становятся исследования по двум направлениям – определить влияние устойчивых групп на объемы вычислений при получении ISD и проверить, находятся ли эти объёмы в рамках полиномиальных оценок сложности [3]. Получению ответов на эти вопросы посвящена данная работа. Основное внимание уделено исследованию свойств устойчивых групп. На основе выделенных свойств установлена полиномиальность предельных оценок сложности для наиболее неблагоприятного сценария процесса интеграции структурных различий. Экспериментальные исследования метода интеграции структурных различий проводились с помощью программы GraphISD, написанной на языке Java.

Устойчивые однородные группы и их свойства

Рассматривается конечное множество $M(S)$ обыкновенных связных графов, имеющих равные степенные инварианты, представленные вектором S. Множество $M(S)$ представим совокупностью классов изоморфных графов. В одном из классов выделим граф G в качестве представителя этого класса. Соответственно, класс изоморфных графов, представленный графом G с инвариантом S, именуется как $G(S)$.

Будем считать, что для графа $G=(E,U)$ с помощью метода свободной интеграции кодов структурных различий (метода ISD) получен вектор $D(G)=\{d_i\}$ интегральных описателей d_i вершин $e_i \in E$ и сформирована область интеграции $W_G(S)$ для класса $G(S)$. Пример процесса свободной интеграции представим в виде рекуррентной последовательности преобразований векторов $D^k \Rightarrow D^{k+1}$:

$$D^0 \Rightarrow D^{1_1}_{1*} \Rightarrow D^2 \Rightarrow D^3 \Rightarrow D^{4_2}_{6*} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow D^5 \Rightarrow D^{6_3}_{4*} \Rightarrow D^7 \Rightarrow D^8 = D(G). \qquad (1)$$

Из записи (1) следует, что для получения вектора $D(G)$ потребовалось выполнить 8 шагов преобразований $D^k \Rightarrow D^{k+1}$. На k-м шаге метод ISD устанавливает для каждой вершины $e_i \in E$ код k-го уровня интеграции d_i^k, характеризующий особое положение данной вершины относительно других вершин графа. В методе ISD введено два правила назначения кодов d_i^k. Правило 1 отражает результат интеграции структурных различий, а правило 2 используется для «разрушения» устойчивых групп путём назначения вершине абстрактного (виртуального) различия.

Если в графе G на k-м шаге интеграции некоторые вершины $e_i \in E$ занимают одинаковое положение относительно вершин $E \backslash e_i$, то они получат равные коды d_i^k. Совокупность вершин, у которых значения d_i^k в векторе D^k совпадают, образуют однородную группу E_d^k с $d_i^k = d$. Однородные группы E_d^k в векторе D^k называются устойчивыми, если при переходе $D^k \Rightarrow D^{k+1}$ максимальное значение кода d^{k+1} в векторе D^{k+1} не превышает максимального значения кода d_i^k в векторе D^k. В этом случае для продолжения процесса интеграции в одну из устойчивых групп вектора D^{k+1} по правилу 2 вводится виртуальное структурное различие. В записи (1) такая ситуация отмечена при переходах $D^0 \Rightarrow D^{1_1}$, $D^3 \Rightarrow D^{4_2}$, $D^5 \Rightarrow D^{6_3}$. В соответствующих векторах шаги k=1,4,6 помечены дополнительным индексом v=1,2,3, который обозначает порядковый номер шага, где применялось правило 2.

Устойчивые группы и их свойства играют важную роль в понимании процесса интеграции кодов по методу ISD и обосновании правил формирования области интеграции $W_G(S)$. Свойства устойчивых групп позволили установить полиномиальность оценок объёмов вычислений при поиске векторов $D_G(H)$ для графов H из множества $M(S)$. Поиск осуществляется на основе зависимой интеграции кодов с помощью метода ISD относительно области $W_G(S)$. Индекс G в обозначении $D_G(H)$ показывает, что вектор ISD получен в зависимости от системы кодирования $W_G(S)$. Формат статьи не позволяет рассмотреть и обосновать всё многообразие свойств устойчивых групп, поэтому ниже рассматриваются только те из них, которые непосредственно подтверждают правомерность применения правил формирования области $W_G(S)$ и проверки наличия у графа H из множества $M(S)$ вектора $D_G(H)$, который по составу кодов совпадает с вектором $D(G)$. В этом случае граф H принадлежит классу $G(S)$. Совокупность свойств представлена в форме ряда утверждений. Каждое утверждение сопровождается необходимыми дополнительными пояснениями, которые основываются на теории интеграции кодов структурных различий в абстрактных структурах графов.

Утверждение 1. В графе G устойчивая группа с множеством вершин $E_d^{k_v} \subset E$ может существовать только в виде однородного подграфа. Вершины в подграфе имеют равные значения степеней S_d из множества значений (0,1,2,...). Вершины $e_i \in E_d^{k_v}$ в графе G, независимо от того, является он однородным или нет, также должны иметь равные степени S_i и при этом $S_i > S_d$. Однородный подграф на основе вершин устойчивой группы $E_d^{k_v}$ может состоять из одной или нескольких компонент связности, каждая из которых также является однородным подграфом степени S_d. Подграфы устойчивых групп $E_d^{k_v}(G)$ и $E_d^{k_v}(H)$, полученные в графах G и H на шаге k_v после введения виртуального различия по правилу 2 при S_d=0, являются пустыми, при S_d=1 подграфы содержат четное число вершин и являются изоморфными, при S_d=2 подграфы изоморфны для числа вершин 3, 4, 5, а при 6 и более вершин подграфы могут состоять из нескольких компонент связности. Приведенные свойства легко подтверждаются на основе анализа множеств кодов d_i^k в инциденторах $F(e_i)$ для вершин $e_i \in E_d^{k_v}$ и определения устойчивой группы.

Утверждение 2. Окружением устойчивой группы $E_d^{k_v}$ являются другие устойчивые группы и вершины с уникальными кодами. Однородный граф можно рассматривать в качестве устойчивой группы $E_1^{k_1}$ на шаге k_1=1, у которой d=1 и отсутствует окружение. Если две устойчивые группы $E_{d_1}^{k_v}$ и $E_{d_2}^{k_v}$ связаны между собой, то каждая вершина $e_i \in E_d^{k_v}$ с вершинами группы $E_{d_2}^{k_v}$ должна иметь одинаковое число связей (ребер). Аналогичное условие должно выполняться и для вершин группы $E_{d_2}^{k_v}$, т. е. структура связей между двумя группами должна быть однородной. Если устойчивая группа $E_d^{k_v}$ связана с вершиной e_j, имеющей уникальный код $d_{j*}^{k_v}$, то каждая вершина $e_i \in E_d^{k_v}$ должна быть связана с вершиной e_j. Из этого следует, что число вершин в группе $E_d^{k_v}$ в этом случае не может превышать степень вершины e_j.

Утверждение 3. Все вершины устойчивой группы $E_d^{k_{v+1}}$, полученной на шаге k_{v+1}, принадлежат только одной из групп $E_d^{k_v}$, существовавших ранее на шаге k_v, т. е. $E_d^{k_{v+1}} \subseteq E_d^{k_v}$. Это утверждение отражает принципиально важное свойство устойчивых групп и процесса интеграции кодов структурных различий. Из него следует, что на шаге k_v после введения в одну из групп по правилу 2 виртуального различия число вершин ни в одной из групп на шаге k_{v+1} не может возрасти. При этом отдельные группы «разрушаются», остаются неизменными либо преобразуются в более мелкие. Доказательство этого утверждения строится на основе анализа и сопоставления деревьев, отражающих интеграцию кодов вершин, входящих в рассматриваемую группу.

Утверждение 4. Вершина $e_i \in E_d^{k_v}$, получившая на k-м шаге интеграции уникальный код $d_{i*}^{k_v}$ по правилу 2, сохраняет свою уникальность до конца процесса интеграции. Это даёт возможность на очередном (k+1)-м шаге интеграции для таких вершин переносить без изменения уникальный код $d_{i*}^{k_v}$ из вектора D^k в вектор D^{k+1}. Вершины, получившие уникальный код d_{i*}^k по правилу 1, также сохраняют свою уникальность, но в процессе интеграции должны участвовать на общих основаниях. Из этого следует, что если вершина e_i в графе G и вершина e_j в графе H получили уникальные коды $d_{i*}^k = d_{j*}^k$, то при изоморфизме графов G и H вершины e_i и e_j в подстановке изоморфизма образуют пару (e_i, e_j). Здесь доказательство строится на основе сопоставления кодов двух вершин. Если на k-м шаге вершина e_i получает код d_i^k, который отличает её от кода d_j^k вершины e_j, т. е. $d_i^k \neq d_j^k$, то это означает, что вершины e_i и e_j интегрировали разные структурные различия. Эти различия в ходе последующей интеграции не теряются, они только могут пополниться новыми, т. к. код вершины интегрирует (накапливает) все структурные различия, обнаруженные на любом шаге интеграции. Поэтому у вершин с $d_i^k \neq d_j^k$ равенство кодов $d_i^t = d_j^t$ при $t>k$ невозможно.

Утверждение 5. Устойчивая группа $E_d^{k_v}(H)$, полученная на k_v-м шаге интеграции кодов в графе H относительно области $W_G(S)$, и соответствующая ей устойчивая группа $E_d^{k_v}(G)$ в графе G, в случае изоморфизма графов G и H, в подстановке изоморфизма образуют паросочетание. Данное утверждение можно рассматривать как некоторую аналогию утверждения 4, если устойчивые группы в утверждении 5 воспринимать в качестве отдельных объектов с уникальными кодами по аналогии с вершинами в утверждении 4. Важность утверждения 5 состоит в том, что оно отражает обособленность вершин устойчивой группы при определении изоморфизма графов G и H. Другими словами, если вершины e_{i_1} и e_{i_2} принадлежат устойчивой группе $E_d^{k_v}(G)$, то вершины e_{j_1} и e_{j_2}, которые в подстановке изоморфизма графов G и H с вершинами e_{i_1} и e_{i_2} образуют пары, должны принадлежать устойчивой группе $E_d^{k_v}(H)$.

Утверждение 6. При поиске в графе H вектора $D_G(H)$ по составу кодов d_j, совпадающего с кодами d_i вектора $D(G)$ в условиях наличия в области $W_G(S)$ шага k_v, на котором в устойчивую группу $E_d^{k_v}(G)$ согласно правилу 2 вводилось виртуальное различие, необходимым и достаточным является последовательное назначение данного виртуального различия каждой вершине в соответствующей группе $E_d^{k_v}(H)$ и выполнение процесса интеграции до шага k_{v+1} или получение вектора $D_G(H)$. Необходимость выполнения процессов интеграции относительно каждой вершины группы $E_d^{k_v}(H)$ обусловлена тем, что при формировании области $W_G(S)$ на шаге k_v виртуальное различие назначалось произвольно для одной из вершин e_i группы $E_d^{k_v}(G)$. Поэтому требуется установить, какая из вершин e_j из группы $E_d^{k_v}(H)$ может войти в пару (e_i,e_j) в подстановке изоморфизма графов G и H. Исходя из свойства обособленности устойчивых групп, отмеченного в утверждении 5, выполнение процессов интеграции относительно вершин группы $E_d^{k_v}(H)$ является достаточным.

Первые три утверждения в основном отражают некоторые условия возникновения и существования устойчивых групп. Здесь можно отметить, что эти условия являются весьма жёсткими. Появление устойчивых групп в структуре графа возможно лишь при наличии симметричности в отношениях между вершинами. Условия симметричности должны соблюдаться не только между вершинами внутри устойчивых групп, но и с вершинами окружения. Любые нарушения симметричности порождают структурные различия и нарушают условия существования устойчивых групп.

Последние три утверждения раскрывают правомерность применения основных правил, используемых в алгоритме поиска вектора $D_G(H)$ при наличии устойчивых групп. В первую очередь это относится к свойству обособленности вершин с уникальными кодами и устойчивых групп. Фактор обособленности устойчивых групп дает возможность резко сократить область поиска вектора $D_G(H)$.

Полиномиальность алгоритма поиска вектора $D_G(H)$

Объем вычислений, который требуется алгоритму по методу ISD, зависит от числа шагов интеграции, выполняемых при определении вектора ISD. Для графа G, представляющего класс графов $G(S)$, общий объем вычислений $L(G)$ при формировании области интеграции $W_G(S)$ и определении вектора $D(G)$ составит

$$L(G)=\Delta k\tau(n,m), \qquad (2)$$

где $\tau(n,m)$ – объем вычислений при выполнении одного шага интеграции для графа, содержащего n вершин и m ребер; Δk– число шагов интеграции, выполняемых при переходе от вектора D^0 к вектору $D^{k+1}=D(G)$.

Значение величины $\tau(n,m)$ зависит не только от числа вершин n, но и от числа ребер m, что отражается на заполнении матрицы смежности вершин ненулевыми элементами и определяет размерность множеств кодов инциденторов $F(e_i)$, которая влияет на объем вычислений. В ходе интеграции с ростом числа вершин с уникальными кодами число формируемых множеств $F(e_i)$ уменьшается и соответственно снижается значение $\tau(n,m)$. Будем считать, что для определенных интервалов значений чисел вершин и ребер установлены усредненные значения $\tau(n,m)$. Вторая величина в выражении (2) не может превышать величину n, т. е. $\Delta k<n$. Это обусловлено тем, что каждый шаг интеграции приводит к росту числа отличающихся кодов, назначаемых по правилу 1 или 2.

Для графа H, в котором процесс интеграции осуществляется относительно области $W_G(S)$, объем вычислений $L(H)$ при поиске вектора $D_G(H)$, совпадающего по составу кодов с вектором $D(G)$, зависит от наличия устойчивых групп. Если в таких векторах упорядочить коды по возрастанию, то полученные векторы $D_G^*(H)$ и $D^*(G)$ совпадут, т. е. $D_G^*(H)=D^*(G)$. Заметим, что если граф G неоднородный и процесс интеграции в нём не приводит к появлению устойчивых групп, то величина $L(H)$ определяется по выражению (2).

Наличие устойчивых групп в графе G усложняет поиск в графе H вектора $D_G^*(H)=D^*(G)$. Вместе с тем свойство обособленности устойчивых групп и отдельных вершин с уникальными кодами, которые также можно рассматривать как устойчивые группы, содержащие по одной вершине, оказалось настолько полезным, что сделало возможным задачу поиска $D_G^*(H)=D^*(G)$ исключить из класса не-

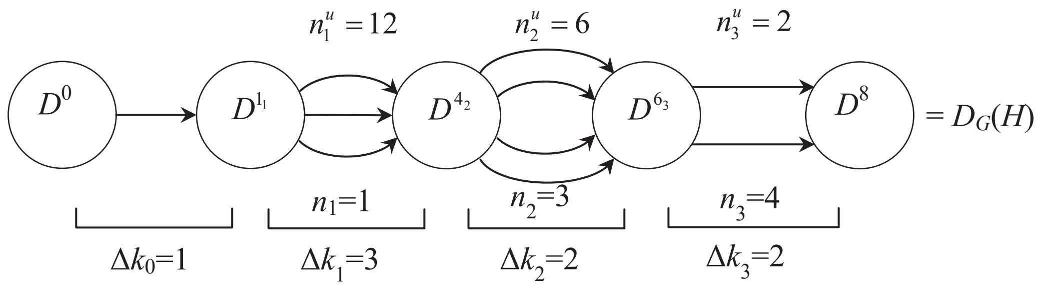

Рис. 1. *Схема поиска вектора $D_G(H)$ относительно примера в записи (1)*

полиномиальной сложности. Напомним, что поиск $D_G^*(H)$=$D^*(G)$ соответствует решению задачи определения изоморфизма, т. к. при соблюдении этого условия графы G и H изоморфны.

Данные вопросы рассмотрим более подробно. При этом будем придерживаться примера процесса интеграции, приведённого в записи (1). Схему поиска вектора $D_G(H)$ относительно области $W_G(S)$, полученную для данного примера, представим на рис. 1.

Согласно записи (1), общее число шагов Δk=8 в процессе интеграции разбивается на 4 интервала, которые в явном виде приведены на рис. 1. Начальный интервал Δk_0 содержит число шагов при переходе от вектора D^0 к D^{k_1}. Если граф G и, соответственно, граф H являются однородными, то Δk_0=1. В нашем примере графы G и H однородные, т. к. D^{k_1}=D^{1_1}, т. е. уже на шаге k=1 потребовалось вводить первое виртуальное различие и шаг k=1 помечать индексом v=1. Индекс v обозначает порядковый номер вектора D^k, содержащего устойчивые группы. Последующий интервал Δk_1=3 указывает на число шагов от D^{1_1} до D^{4_2}. Аналогично следующий интервал Δk_2=2, а последний интервал Δk_3=2 равен числу шагов от D^{6_3} до вектора D^8=$D_G(H)$.

При подсчете общего числа шагов, которые потребуется выполнить в процессе поиска вектора $D_G(H)$, будем исходить из того, что на каждом интервале от D^{k_v} до $D^{k_{v+1}}$ виртуальное различие будет поочередно вводиться для всех вершин устойчивой группы $E_d^{k_v}(H)$, выбранной в соответствии с $W_G(S)$. Число вершин в этой группе обозначим величиной n_v^u. Если на предыдущем интервале от $D^{k_{v-1}}$ до D^{k_v} после введения виртуального различия вершинам устойчивой группы $E_d^{k_{v-1}}(H)$ с числом вершин n_{v-1}^u процесс интеграции относительно $W_G(S)$ успешно завершится в векторе D^{k_v} для нескольких вершин n_v из числа n_{v-1}^u, n_v<n_{v-1}^u, то на интервале от D^{k_v} до $D^{k_{v+1}}$ процесс интеграции должен быть выполнен для каждого варианта D^{k_v} из числа n_v. Таким образом, число шагов на интервале от D^{k_v} до $D^{k_{v+1}}$ составит величину $\Delta k_v \cdot n_v \cdot n_v^u$. Например, для интервала $D^{4_2} \Rightarrow D^{6_3}$ (рис. 1) потребуется выполнить $\Delta k_2 \cdot n_2 \cdot n_2^u$=2·3·6=36 шагов.

Исходя из этого, предельный объём вычислений $L(H)$, который может потребоваться при поиске вектора $D_G(H)$, складывается из объёмов вычислений по каждому интервалу и оценивается следующим полиномом:

$$L(H) = (\Delta k_0 + \sum_{v=1}^{V} n_v n_v^u \Delta k_v)\tau(n, m). \quad (3)$$

Здесь Δk_0 – число шагов интеграции от вектора D^0 до вектора D^{k_1}, содержащего устойчивые группы; Δk_v – число шагов интеграции между векторами D^{k_v} и $D^{k_{v+1}}$, v=1,2,..., V, V – число векторов D^{k_v}, содержащих устойчивые группы; n_v – число вершин в устойчивой группе $E_d^{k_{v-1}}(H)$, для которых после введения виртуального различия согласно $W_G(S)$ и выполнения Δk_v шагов интеграции достигнуто соответствие вектора D^{k_v} и записи в строке k_v области $W_G(S)$; n_v^u – число вершин в устойчивой группе $E_d^{k_v}(H)$, для которых на шаге k_v согласно $W_G(S)$ вводятся виртуальные различия.

Полином (3) оценивает предельные объемы вычислений, когда на каждом интервале Δk_v процесс интеграции выполняется для всех вариантов, т. е. всякий раз после введения виртуального различия для каждой вершины устойчивой группы, и только после этого происходит переход от интервала Δk_v к Δk_{v+1}. Такое представление работы алгоритма поиска вектора $D_G(H)$ удобно для формальной записи значения предельной оценки $L(H)$ в виде полинома.

В действительности программа GraphISD реализует более эффективную схему поиска, когда процесс интеграции в каждом интервале Δk_v выполняется для одного из альтернативных вариантов до тех пор, пока соблюдается соответствие кодам $W_G(S)$. При несоответствии кодов делается обратный ход к ближайшему альтернативному варианту выполнения процесса интеграции. Если вектор $D_G(H)$ удается получить после введения виртуального различия для очередной вершины устойчивой группы, то нет смысла продолжать поиск для последующих вершин. Программа GraphISD фиксирует первый найденный интегральный описатель $D_G(H)$ и по желанию пользователя может продолжить поиск другого описателя, в том числе и с формированием новых систем кодирования, выбирая другие устойчивые группы.

Результат работы программы GraphISD при поиске вектора $D_G(H)$ показан на рис. 2. Графы G и H с равными степенными инвариантами представлены матрицами смежности вершин (граф G – в верхней части рис. 2, граф H – в нижней). Для получения вектора D_G потребовалось 6 шагов интеграции. Виртуальное различие вводилось один раз на

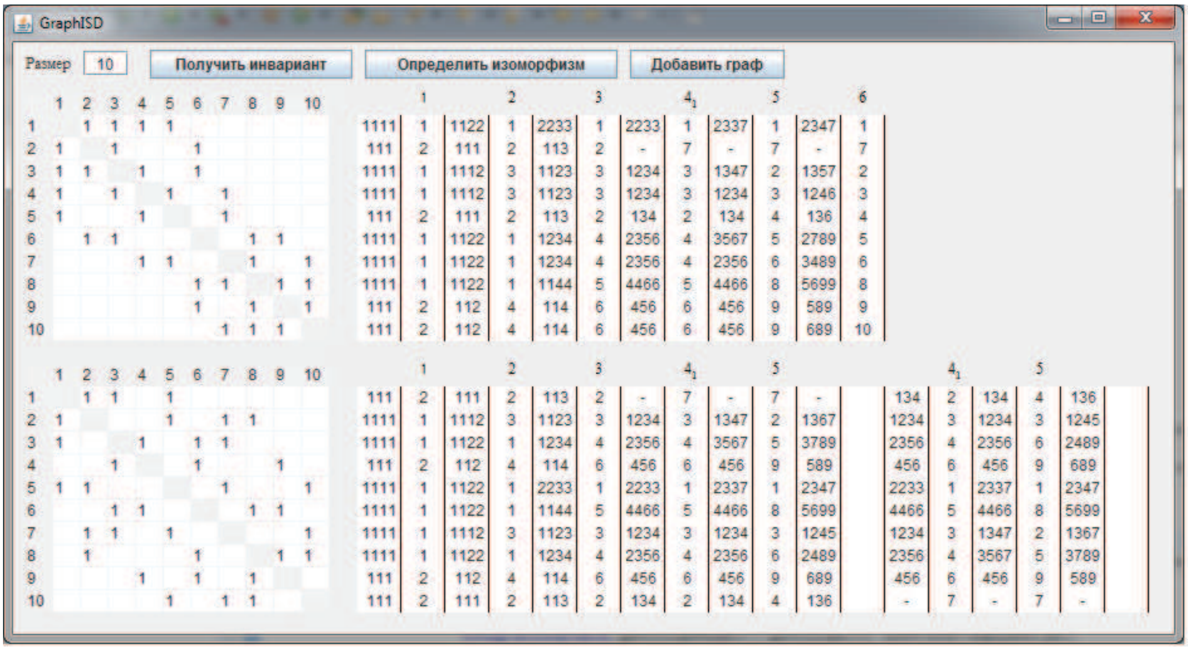

Рис. 2. *Пример поиска вектора $D_G(H)$ с помощью программы GraphISD*

4-м шаге в устойчивую группу $E_2^{41}(G)=(e_2,e_5)$. Для поиска вектора $D_G(H)$ потребовалось 9 шагов интеграции. Вектор $D_G(H)$ найти не удалось, т. е. граф H неизоморфен графу G.

Очевидно, что наибольший объем вычислений предполагается в случае однородного графа и соответствует полиному (3). Эффективность алгоритма поиска $D_G(H)$ может быть улучшена при более полном учете свойств, приведенных в утверждениях 1–6, а также других свойств и не только устойчивых, но и однородных групп [2]. В частности, для однородных графов с целью начальной дифференциации вершин вместо степенного инварианта можно использовать другие легко вычисляемые инварианты.

Вместе с тем алгоритм поиска вектора $D_G(H)$ и в изложенном варианте способен успешно решать задачи разбиения множества графов на подмножества изоморфных или выбора из него таких графов, которые изоморфны заданному. При разработке метода ISD эти задачи были отмечены как частный случай более общей и существенно более сложной проблемы определения оценок сходства двух графов [2]. Поэтому изложенные выше результаты исследований по устойчивым группам, формированию области интеграции и поиску вектора $D_G(H)$ расширяют возможности формального описания и анализа сходства абстрактных структур графов на основе метода ISD.

Заключение

Интегральный описатель структуры (ISD) и метод его получения, названный методом ISD, стали теоретической основой для решения ряда задач, связанных с представлением и анализом абстрактных структур графов. С помощью метода ISD, наряду с получением интегрального описателя структуры, решены задачи определения изоморфизма графов и гиперграфов, вычисления полных инвариантов графов, определения ряда оценок сходства структур. В данной работе основное внимание уделено исследованию свойств устойчивых групп вершин, которые могут выделяться в графе в процессе интеграции кодов структурных различий по методу ISD. На основе этих свойств в работе показана полиномиальность алгоритма определения интегрального описателя структуры. Это означает, что все алгоритмы, основанные на методе ISD, будут иметь полиномиальные оценки сложности вычислений.

В последующих исследованиях свойств устойчивых групп и в задачах анализа абстрактных структур графов будет широко применяться программа GraphISD. Эта программа написана для исследовательских целей и содержит средства визуализации процесса интеграции кодов структурных различий и интерактивного участия пользователя. Программа представляет пользователю возможность наблюдать формирование системы кодирования и появление устойчивых групп, управлять процессом их разрушения, исследовать схемы поиска интегральных описателей относительно разных систем кодирования.

Работа выполнена в рамках государственного задания «Наука».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Погребной В.К. Метод интеграции структурных различий в графовых моделях и его применение для описания структур // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318. – № 5. – С. 10–16.
2. Погребной В.К. Задача определения оценок сходства структур двух графов на основе выделения общих частей // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 322. – № 5. – С. 194–199.
3. Зыков А.А. Основы теории графов. – М.: Вузовская книга, 2004. – 664 с.

Поступила 03.09.2013 г.

UDC 519.171.1

POLYNOMIALITY OF METHOD FOR COMPUTING GRAPH STRUCTURE INTEGRAL DESCRIPTOR

V.C. Pogrebnoy, An.V. Pogrebnoy

Tomsk Polytechnic University

The relevance of the research is caused by the necessity of developing the efficient method of invariant description and analysis of abstract structures of graph models. The aim of the research is to substantiate the polinomiality of the method for computing the integral descriptor of graph abstract structure proposed by the authors. The research techniques are based on application of machinery of graph theory and methods of free and dependent integration of codes of graph structural differences. The authors have introduced the notion of stable group of vertices in graph and stated the conditions of occurrence and existence of such groups at integration of structural differences codes when computing the integral structure descriptor. A number of features which disclose the appropriateness of application of the main rules of the integral structure descriptor and its polinomiality was determined for stable groups. It was ascertained on the basis of the defined features that the conditions for stable group existing are conditioned by hard limits; the vertices of different stable groups can not generate new stable groups. The authors have also defined the factor of full isolation of stable groups that predetermined considerably the efficiency of algorithm for computing the full graph structure descriptor. Polinomiality of the technique is demonstrated for the most complex case when graphs are homogeneous and contain stable groups. The authors developed Java GraphISD software for the experimental investigations of integral structure descriptor technique and introduced the results of its operation.

Key words:
Integral structure descriptor, graph isomorphism, abstract graph structure, stable group of vertices, code integration area, algorithm polynomiality.

REFERENCES

1. Pogrebnoy V.K. Metod integratsii strukturnykh razlichiy v grafovykh modelyakh i ego primenenie dlya opisaniya struktur [Integration technique for structural differences in graph models and its application to describe the structures]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2011, vol. 318, no. 5, pp. 10–16.
2. Pogrebnoy V.K. Zadacha opredeleniya otsenok skhodstva struktur dvukh grafov na osnove vydeleniya obshchikh chastey [The task of estimating the similarity of two graphs structures on the basis of general parts definition]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2013, vol. 322, no 5, pp. 194–199.
3. Zykov A.A. *Osnovy teorii grafov* [Bases of graph theory]. Moscow, Vuzovskaya kniga, 2004. 664 p.