



**ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

ТУСУР | TUSUR
UNIVERSITY
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники



**ТОМСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МЕДИЦИНСКИЙ ЦЕНТР
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**



Национальному
исследовательскому
**Томскому
государственному
университету 140 лет**

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Сборник научных трудов
XV Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

РОССИЯ, ТОМСК, 24 – 27 апреля 2018 г.

Том 3. Математика

PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

Abstracts
XV International Conference of Students
and Young Scientists

RUSSIA, TOMSK, April 24 – 27, 2018

Volume 3. Mathematics

КОНФЕРЕНЦИЮ ПОДДЕРЖИВАЮТ:



Совет при Президенте Российской Федерации
по науке и образованию
Координационный совет по делам молодежи
в научной и образовательной сферах



издательство
МАНН, ИВАНОВ И ФЕРБЕР



Редакционно-
издательский дом
"ПостНаука"



ПРОГРАММА ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

САЕ «Институт «Умные материалы и технологии» Национального исследовательского Томского государственного университета приглашает дипломированных специалистов пройти программу повышения квалификации

«СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ В ПОЛУЧЕНИИ И ИССЛЕДОВАНИИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ»

Направление 04.00.00 Химия

Модульная структура обучения:

Модуль 1: Новые подходы в получении и исследовании функциональных материалов

Модуль 2: Методы исследования структуры, состава и физико-химических свойств функциональных материалов

Профессиональные компетенции, формируемые в результате обучения:

- способностью проводить научные исследования по сформулированной тематике, самостоятельно составлять план исследования и получать новые научные и прикладные результаты (ПК-1);
- владением теорией и навыками практической работы в избранной области химии (ПК-2);
- готовностью использовать современную аппаратуру при проведении научных исследований (ПК-3);
- способностью участвовать в научных дискуссиях и представлять полученные в исследованиях результаты в виде отчетов и научных публикаций (стендовые доклады, рефераты и статьи в периодической научной печати) (ПК-4).

Обучение в рамках образовательной программы реализуют ученые с высокой научной квалификацией из ведущих научных организаций РФ и зарубежья. практическая часть курса проводится с использованием современного аналитического и исследовательского оборудования Томского регионального центра коллективного пользования и на базе структурных подразделений САЕ Институт «Умные материалы и технологии».

КОНТАКТЫ

Руководитель программы: Курзина Ирина Александровна, д.ф-м.н., профессор кафедры физической и коллоидной химии ХФ, директор Института «Умные материалы и технологии» НИ ТГУ, kurzina99@mail.ru.

Координатор программы: Сюсюкина Владислава Александровна, менеджер учебного офиса САЕ «Институт «Умные материалы и технологии» НИ ТГУ, syusyukina_vlada@mail.tsu.ru.

АДРЕС

Россия, ул. А. Иванова, 49, г. Томск, Томская обл., 634028 (Химический факультет ТГУ)

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Национальный исследовательский Томский государственный университет
Томский государственный архитектурно-строительный университет
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
Томский национальный исследовательский медицинский центр РАН

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Том 3. Математика

Сборник научных трудов
XV Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

24–27 апреля 2018 г.

PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

Volume 3. Mathematics

XV International Conference of students, graduate students
and young scientists

April 24–27, 2018

Томск 2018

УДК 501:004 (063)

ББК 72:32.81л0

П27

Перспективы развития фундаментальных наук : сборник трудов
П27 XV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (Томск, 24–27 апреля 2018 г.) : в 7 т. Т. 3: Математика / под ред. И.А. Курзиной, Г.А. Вороновой. – Томск : Издательский Дом Томского государственного университета, 2018. – 110 с.

ISBN 978-5-94621-726-2 (отд. кн.)

ISBN 978-5-94621-723-1

Сборник содержит труды участников XV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Перспективы развития фундаментальных наук», представленные на секции «Математика».

Для студентов, аспирантов, молодых ученых и преподавателей, специализирующихся в области математического моделирования и анализа данных, математических методов в физике, химии, биофизике, биологии, экономике, медицине, психологии, математической логики и приложений, вычислительной математики, а также дифференциальных уравнений.

УДК 501:004 (063)

ББК 72:32.81л0

Редакционная коллегия

И. А. Курзина, доктор физико-математических наук, доцент;

Г. А. Воронова, кандидат химических наук, доцент;

С. А. Поробова.

ISBN 978-5-94621-726-2 (отд. кн.)

ISBN 978-5-94621-723-1

© Авторы, 2018

СОДЕРЖАНИЕ

APPLICATION OF FEM IN THE ANALYSIS OF WELDED CONSTRUCTIONS WITH CRACK DEFECTS G.T. Danenova, T.B. Akhmetzhanov	7
ORTHOGONAL-BASED HYBRID BLOCK METHOD FOR SOLVING SECOND ORDER INITIAL AND BOUNDARY VALUE PROBLEMS O. Oyelami	10
СОГЛАСОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ПЬЕЗОДВИГАТЕЛЕЙ А.В. Азин, С.А. Кузнецов, С.В. Рикконен	13
МНОГОПРОДУКТОВАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ С КРАТНОЙ ПЕРИОДИЧНОСТЬЮ К.А. Анпилогова	16
ТЕРМОГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ПОРИСТОЙ КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ИСТОЧНИКА ЭНЕРГИИ М.С. Астанина	19
COMPLEX WAVELET COHERENCE FOR EEG ANALYSIS Е.М. Bezrukova, M.S. Zaleshin	22
АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ СОПРЯЖЕННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЖИДКОСТЬ-ДЕФОРМИРУЕМОЕ ТЕЛО С.В. Белов, А.П. Жуков, А.В. Бельков	25
МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЧАТОГО РЕФЛЕКТОРА С УВЕЛИЧЕННОЙ АПЕРТУРОЙ С.В. Белов, А.В. Бельков, А.П. Жуков	28
РЕГУЛИРОВАНИЕ ФОРМЫ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВАНТОВО-ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ КОСМИЧЕСКИХ АНТЕННЫХ РЕФЛЕКТОРОВ А. В. Азин, С. В. Белов, С. А. Кузнецов, Н. Н. Марицкий	31
ВЛИЯНИЕ ЧАСТОТЫ РАСПОЛОЖЕНИЯ РЕБЕР РАДИАТОРА НА ПЛАВЛЕНИЕ ПАРАФИНА С ДОБАВЛЕНИЕМ НАНОЧАСТИЦ Н.С. Бондарева	34
СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ РЕАКЦИЙ ГЕТЕРОГЕННОГО КАТАЛИЗА И.С. Бондарчук	37
ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЧИСЛА ОСТРОГРАДСКОГО НА ЕСТЕСТВЕННО-КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС И ТЕПЛОВОЕ ПОВЕРХНОСТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ЗАМКНУТОМ КОНТУРЕ Н.С. Гибанов	40
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ В КАМЕРАХ СГОРАНИЯ РДТТ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ К.Н. Жильцов, К.В. Костюшин, В.А. Котоногов	43
НОВЫЙ ПОДХОД К ЧИСЛЕННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ЗАДАЧ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ РДТТ А. Е. Кирюшкин	46
ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ АКЦИЙ ИНДЕКСА ДООУ ДЖОНСА М.С. Кнутова	49
ВЛИЯНИЕ ИНФОРМИРОВАННЫХ ТРЕЙДЕРОВ НА ТОРГОВЛЮ КРИПТОВАЛЮТАМИ О.С. Кнутова	52
РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ НА РАСЧЕТНЫХ СЕТКАХ С ЗАРАНЕЕ НЕИЗВЕСТНОЙ ТОПОЛОГИЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СХЕМ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ К.В. Костюшин, В.А. Котоногов, А. М. Кагенов	55
ЧИСЛЕННАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ТАБЛИЧНЫХ ФУНКЦИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ МНОГОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ М.И. Кочергин	58

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРНО-КОГЕРЕНТНЫЕ СОСТОЯНИЯ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ГРОССА-ПИТАЕВСКОГО С РАДИАЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ	
А.Е. Кулагин	61
ЧИСЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТОВ НАКОПЛЕНИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ОБРАБОТКЕ ОБРАЗЦОВ ИЗ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ МЕТОДОМ РАВНОКАНАЛЬНОГО УГЛОВОГО ПРЕССОВАНИЯ	
А.Г. Кушнарёв, Л.Р. Ахметшин	64
АЛГОРИТМЫ РАСЧЁТА ВЫСОТЫ СНЕЖНОГО ПОКРОВА ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ АТМОСФЕРНО-ПОЧВЕННОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА	
Е.А. Макеев	67
ЗАДАЧА СМЕШАННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ ПО СООТНОШЕНИЮ ДОХОДНОСТЬ К РИСКУ VAR	
Е.А. Малеева	70
СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ 2D И 3D МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ И ТЕПЛООВОГО ПОВЕРХНОСТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЗАМКНУТЫХ ОБЛАСТЯХ	
И.В. Мирошниченко	73
СМЕШАННАЯ КОНВЕКЦИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОРИСТОЙ ПОЛОСТИ С ТЕПЛОЫДЕЛЯЮЩИМ ИСТОЧНИКОМ	
С.А. Михайленко	76
К СОЗДАНИЮ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ ПСИХОЛОГИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ПАЦИЕНТОВ С НЕВРОЛОГИЧЕСКОЙ ПАТОЛОГИЕЙ	
В.Б. Обуховская	79
КВАНТОВО-ХИМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОННОЙ СТРУКТУРЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ	
А.С. Попов, А.Н. Трифонов	83
ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ КОФЕНЕТИЧЕСКОЙ КОРРЕЛЯЦИИ	
А.Ю. Тимофеева, С.Б. Цыренжапова	86
ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ТРУБОПРОВОДОВ	
А.Ю. Травков	89
МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КВАНТОВО-ХИМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ	
А.Н. Трифонов, А.С. Попов	93
ВЫБОР МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ПАКЕТЕ MATHCAD НА ОСНОВЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ДАННЫХ	
У. Даньни	96
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИСКРИМИНАНТНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ФИНАНСОВО НЕУСТОЙЧИВЫХ БАНКОВ РОССИИ И МИРА	
А.П. Чумаченко	99
РАЗРЕШИМОСТЬ И ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЙ В КЛАССЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ	
В.В. Шеметова	102
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕПРЕРЫВНОЙ АВТОРЕГРЕССИИ	
А. О. Шерстобитова	105
РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕДЯНЫХ ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛОВ, ХАРАКТЕРНЫХ ДЛЯ ПЕРИСТЫХ ОБЛАКОВ, ВЫПОЛНЕННЫЙ В ПРИБЛИЖЕНИИ ФИЗИЧЕСКОЙ ОПТИКИ	
В.А. Шишко, А.П. Попов, К.А. Давыдов	108

**APPLICATION OF FEM IN THE ANALYSIS
OF WELDED CONSTRUCTIONS WITH CRACK DEFECTS**

G.T. Danenova, T.B. Akhmetzhanov

Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.R. Nurguzhin

Karaganda State Technical University

Kazakhstan, Karaganda, B. Mira., 56, 100027

E-mail: g.danenova@kstu.kz

**ПРИМЕНЕНИЕ МКЭ ДЛЯ АНАЛИЗА СВАРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ
С ДЕФЕКТАМИ ТИПА ТРЕЩИН**

Г.Т. Даненова, Т.Б. Ахметжанов

Научный руководитель: профессор, д.т.н. М.Р. Нургузин

Карагандинский государственный технический университет

Казахстан, Караганда, б. Мира, 56, 100027

E-mail: g.danenova@kstu.kz

***Аннотация.** В данной работе исследован нелинейный процесс деформирования сварных конструкций с трещиноподобными дефектами. В качестве основного параметра используется энергетический J-интеграл и эквивалентная пластическая деформация. Величину J-интеграла для элемента конструкции с трещиной можно определить численными методами, например методом конечных элементов. Автоматизированный анализ изделий с трещиноподобными дефектами осуществлялся с использованием программного комплекса ANSYS и программного комплекса CRACK, разработанным в Карагандинском государственном техническом университете (КарГТУ).*

Introduction. Now the conception "fitness for purpose" has received serious recognition [1-3]. It offers analytical procedures based on a combination of the appropriate standard tests of materials and numerical methods with modern approaches of deformation and fracture mechanics. The further perfection of methods of calculated prediction of a welded construction serviceability according to the concept "fitness for purpose" requires the complex analysis of many factors that can essentially affect results of the analysis. They are an estimation of real load, set of axes of stress-strain state, residual welded stress and strain, existence of sharp cavities, modern hardness criteria, account of real geometry, mechanical properties and etc.

The methods to predict the resource of welded construction. The computer system of automated analysis and prediction of a residual resource of welded machine-building constructions ANWELD described in the paper is based on the following principles.

1. The expected load is determined on the basis of the dynamic processes research taking place in construction elements. It is realized by the macro-simulation methods for systems with concentrated parameters and the micro-simulation methods for systems with distributed parameters on the basis of ANSYS program.

2. The mode of a product operation is determined by simulation of systems like "the machine - set of technologies". The loading factors of the machine and its elements, quantity of loading cycles, quantity of loading types, and cycle time are estimated. Using the typical Q-circuit and the simulation language GPSS/PC allows to solve the given problem effectively. The multitarget simulating interface is created for automatic generation of GPSS-programs. It does not require knowledge of language GPSS from the users.

3. The production technology is realized on the basis of the real geometry descriptions of welded connection (with incomplete penetration, constructive cracks and etc). The finite element method is used for an estimation of residual welded stresses and strains. The KELAPS program is based on this method.

4. The two-parametrical criterion is the standard and widespread criterion of quasi-brittle failure.

5. The structural fitness of a real product to its model is realized mainly using numerical methods of analysis (the finite element method and the boundary element method). Thus the three-dimensional model (3D-FE-model) is used for the analysis of a stress-strain state (SSS) of a product as a whole (macro-level). At a micro-level the bivariate model (2D-FE-model, 2D-BE-model) is applied for an estimation of hardness of welded connections.

Calculation of energetic J-integral. The non-linear process of deformation of welded constructions with crack defects is investigated in the paper. The energetic J-integral and the equivalent plane strain are used as main parameters. The value of J-integral for a construction element with a crack can be determined by numerical methods, for example, by the finite element method. The automated analysis of products with crack defects is realized by using CRACK-program that was created by engineers of the Karaganda State Technical University. The main parts of CRACK-program are the following:

1. The non-isothermal theory of fluidity.
2. The non-linear fracture mechanics.
3. The finite element method.

The calculation results have shown that it is possible to accept a linear model with an error (10-15%) for a curve of hardening. That allows to exclude the hardening parameter n from our model. Thus the value deviation of J-integral is considered as a calculation reserve. Using the CRACK software based on the FEM, the methods of rational design of experiments and the regression analysis we have offered the formulas for calculation of elastic-plastic J-integral for the pattern with a central crack and the pattern with one edge.

Calculation of equivalent plastic deformations. The investigation of law of plasto-elastic deformation of a welded joint with crack like defects was performed relying on method of the finite element with the help ANSYS program. The model used here is the model of the theory of current combined with the von Mises condition of fluidity used in the bilinear law of hardening of materials. This model is generally used for large-strain applications of initially isotropic materials. Among possible rather large variety of welded joints only three connections are considered in this work: junction joint, T-joint and lap joint. For various types of steels researches have been conducted. The dependencies $\varepsilon' = f(P/P_{lim})$ and $\varepsilon' = f(a/T)$ were obtained. They have shown that the factor ε' almost does not depend on a steel type. The factor ε' is conditionally constant number at an applied load and a crack length.

The analytical dependences have been received on the basis of the performed research. These formulas are for the case of a plane stress and the case of a plane strain between the ε' factor and the following factors:

- Ratio of a crack length to a sample width;
- Ratio an applied load to ultimate load (P/P_{lim}).

Figure 1 presents plastic equivalent strains for case of a plane stress for the junction joint in case of the maximum pressure. Their analysis shows the used δ_k – model relating to the calculation on static strength of welded joint can result in essential errors.

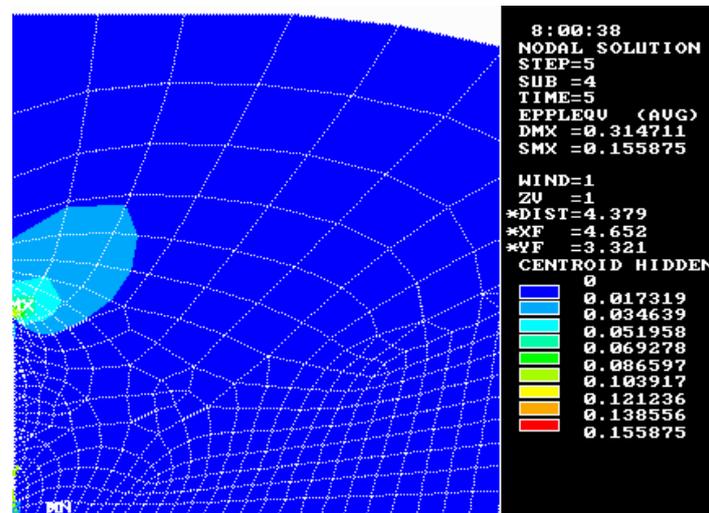


Fig.1. The plastic equivalent strains ϵ_{eqv} for cases of a plane stress

Conclusion. The method of automated analysis and prediction of a residual resource of welded constructions was developed on the basis of the concept "fitness for purpose".

The prediction of serviceability of welded constructions for quasi-brittle problems should be based on the stress intensity coefficient. For non-linear problems it is necessary to use energetic J-integral and equivalent plastic strain ϵ_{eqv} as a fracture mechanics criteria.

The formulas for calculation of a stress intensity coefficient, energetic J-integral and equivalent plastic strain ϵ_{eqv} , are offered using the program complex CRACK based on the FEM, the methods of rational design of experiments and the regression analysis.

The two parametrical criteria of fracture mechanics, an energetic J-integral, an equivalent plastic strain ϵ_{eqv} , conclude all main mechanical properties of a material (yield point, parameters of hardening). That allows to use the numerical analysis of an effect of a materials application with different statistic properties.

REFERENCE

1. Nurguzhin, M., Danenova, G., Akhmetzhanov, T. (2017) Computer modeling of the stress-strain state of welded construction. AIP Conference Proceedings, no. 1899: 060008-1–060008-7, doi:10.1063/1.5009879.
2. Tsai, C.L. (1991). Using computers for design of welded joints. Welding Journal, no.1, pp. 47-56.
3. Schaumann P., Collmann, M. (2013). Influence of weld defects on the fatigue resistance of thick steel plates. Procedia engineering, no. 66, pp. 62- 72.

**ORTHOGONAL-BASED HYBRID BLOCK METHOD
FOR SOLVING SECOND ORDER INITIAL AND BOUNDARY VALUE PROBLEMS**

O. Oyelami¹

Scientific Supervisor: U. Mohammed¹, M.E. Semenov²

¹Federal University of Technology, Minna, Nigeria

²Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: umaru.mohd@futminna.edu.ng, oyelamioyewole@gmail.com, sme@tpu.ru

**ГИБРИДНЫЙ БЛОЧНЫЙ МЕТОД
ДЛЯ РЕШЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ И ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ СО ВТОРОЙ ПРОИЗВОДНОЙ**

O. Oyelami¹

Научный руководитель: U. Mohammed¹, M.E. Semenov²

¹Федеральный технологический университет, Минна, Нигерия

² Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: umaru.mohd@futminna.edu.ng, oyelamioyewole@gmail.com, sme@tpu.ru

***Аннотация.** В настоящей работе мы рассматриваем метод прямого численного интегрирования начальной и краевой задач второго порядка. С использованием метода коллокаций мы получили новый класс ортогональных базисных полиномов и разработали двухшаговый гибридный блочный метод, который позволяет находить интеграл дифференциального уравнения без его редукции к системе уравнений. В ходе исследований установлен порядок точности, сходимость и область абсолютной устойчивости предлагаемого метода. Приведены результаты численных экспериментов, которые демонстрируют применимость и вычислительную эффективность предложенного метода.*

Introduction. Second order differential equation of the form $y'' = f(x, y, y')$ with initial conditions $y'(x_0) = z_0$, $y(x_0) = y_0$ or $y(a) = \alpha$, $y(b) = \gamma$ arise frequently in areas of science, engineering and technology. Early method involves reducing the second order differential equation to a system of first order before solving them with existing method [1-3] were able to solve problems of this type by reducing the problem of second order to first order, however the process is time consuming and rigours to implement. Some of second order differential equations are known to have no analytical solution, and an exact (analytical) solution of boundary value problems (BVPs) is more difficult than a solution of initial value (Cauchy) problems (IVPs). Therefore, researchers are giving increased interest to develop approximate methods for solving such problems. By the type of representation of the results of an approximate solution, the methods can be divided into two groups. The first group of numerical schemes give an approximate solution on the interval $[a, b]$ in the form of a certain function, and the second group introduces the skeleton of an approximate solution on a grid of interval $[a, b]$. We will follow the common classification of approximate methods: a) reduction methods to the Cauchy problem (shooting method, differential method, the reduction method); b) finite difference method; c) balances method or integro-interpolation method; d) projection-difference methods (finite element method); e) collocation method; f) projection methods (moments method, Galerkin method); g) variation methods (least squares methods, Ritz method). But direct methods which are self-starting and take less

computation time are developed in terms of linear multistep methods (LMMs) which are called block methods. In the paper [4] authors used the self-starting scheme to derive a class of one-step hybrid methods for the numerical solution of second order differential equation with power series. In this study, we develop a two-step hybrid block method with orthogonal polynomials as our basis function using collocation technique.

Construction of Orthogonal Polynomial Basis Function. A family of polynomial is said to be orthogonal if the inner product of any two distinct polynomial equals zero. The orthogonal polynomial defined over $[-1, 1]$ with respect to weight function $w(x) = x^2$ as $\varphi_r(x) = \sum_{r=0}^n C_r^n x^r$ with the addition property: $\varphi_n(1) = 1$, satisfying the requirement $\langle \varphi_m(x), \varphi_n(x) \rangle = 0$, $m > n, m = n + 1$. From these definitions the following orthogonal polynomial are generated $\varphi_0(x) = 1$, $\varphi_1(x) = x$, $\varphi_2(x) = \frac{1}{2}(5x^2 - 3)$, $\varphi_3(x) = \frac{1}{2}(7x^3 - 5x)$, $\varphi_4(x) = \frac{1}{8}(63x^4 - 70x^2 + 15)$ and $\varphi_5(x) = \frac{1}{8}(99x^5 - 126x^3 + 35x)$. These polynomials are employed as basis function for the derived scheme, where convergence, consistence, and order and error constants were determined.

Development of the Method. We seek to derive numerical scheme using LMM

$$\sum_{i=k-2}^k \alpha_i y_{n+1} = h^2 \sum_{i=0}^k \beta_i f_{n+1} + h^2 \beta_v f_v \tag{1}$$

where k is the number of blocks, h is step of the method, $\alpha_i, \beta_i, v = \{0, 1, 3/2, 2\}$ are the real unknown parameters to be determined. We express the approximation of the analytical solution of the problem with a polynomial of the form

$$y(x) = \sum_{i=0}^{r+s-1} \alpha_i \varphi_i(x) \tag{2}$$

where $\varphi_i(x)$ are the derived orthogonal polynomials, r is the number of collocation points, s is the number of interpolation points. We interpolate at interval $[0, 1]$ and collocate at points $v = \{0, 1, 3/2, 2\}$. From the interpolation and collocation points, we obtained a system of 6 equations each of order 5. From equations (1) and (2) we obtain the continuous scheme:

$$E = \alpha_0 y_n + \alpha_1 y_{n+1} + \alpha_2 f_n + \alpha_3 f_{n+1} + \alpha_4 f_{n+3/2} + \alpha_5 f_{n+2} \tag{3}$$

From the scheme (3), taking $t = x - x_n$ the value of the α_i were obtained using matrix inversion algorithms. The explicit form of the parameters α_i will be given in the oral presentation. Substituting the value of α_i into the scheme (3) and evaluating at $x=3/2$ and 2 yields the following implicit discrete scheme:

$$y_{n+2} = -y_n + 2y_{n+1} + \frac{1}{12}h^2 f_n + \frac{5}{6}h^2 f_{n+1} + \frac{1}{12}h^2 f_{n+2}, \tag{5}$$

$$y_{n+\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2}y_n + \frac{3}{2}y_{n+1} + \frac{1}{24}h^2 f_n + \frac{13}{32}h^2 f_{n+1} - \frac{5}{48}h^2 f_{n+\frac{3}{2}} + \frac{1}{32}h^2 f_{n+2}.$$

Differentiating the continuous scheme with respect to x and evaluating at $x_n, x_{n+1}, x_{n+3/2}, x_{n+2}$ yields the following discrete scheme:

$$z_n = -\frac{y_n}{h} + \frac{y_{n+1}}{h} - \frac{89}{360}hf_n - \frac{189}{360}hf_{n+1} - \frac{33}{360}hf_{n+2} + \frac{128}{360}hf_{n+\frac{3}{2}}, \tag{6}$$

$$z_{n+1} = -\frac{y_n}{h} + \frac{y_{n+1}}{h} + \frac{31}{360}hf_n + \frac{234}{360}hf_{n+1} + \frac{27}{360}hf_{n+2} - \frac{112}{360}hf_{n+\frac{3}{2}},$$

$$z_{n+\frac{3}{2}} = -\frac{y_n}{h} + \frac{y_{n+1}}{h} + \frac{233}{2880}hf_n + \frac{2562}{2880}hf_{n+1} + \frac{141}{2880}hf_{n+2} - \frac{56}{2880}hf_{n+\frac{3}{2}},$$

$$z_{n+2} = -\frac{y_n}{h} + \frac{y_{n+1}}{h} + \frac{31}{360}hf_n + \frac{294}{360}hf_{n+1} + \frac{87}{360}hf_{n+2} + \frac{128}{360}hf_{n+\frac{3}{2}}.$$

Equations (5)-(6) yield our desired block method that is self-starting method.

Order and Error Constant of Proposed Method. We define local truncation error associated with a second order differential equation by the difference operator $L[y(x):h] = \sum_{i=0}^k [\alpha_i y(x_n + ih) - h^2 \beta_j f(x_n + ih)]$,

here $y(x)$ is an arbitrary function, continuously differentiable on the interval $[a, b]$. Expanding the above expression $L[y(x):h]$ in the Taylors series about the point x , we obtain:

$$L[y(x):h] = C_0 y(x) + C_1 h y'(x) + C_2 h^2 y''(x) + \dots + C_{p+2} h^{p+2} y^{p+2}(x), \quad \text{where} \quad C_0 = \sum_{i=0}^k \alpha_i, \quad C_1 = \sum_{i=0}^k i \alpha_i,$$

$$C_2 = \frac{1}{2!} \sum_{i=0}^k i^2 \alpha_i - \beta_i \quad \text{and} \quad C_q = \frac{1}{q!} \sum_{i=0}^k i^q \alpha_i - q(q-1)(q-2)i^{q-2} \beta_i. \quad \text{According to Lambert [2] the order is } p \text{ if}$$

$C_0 = C_1 = C_2 = \dots = C_p = C_{p+1} = 0$ and $C_{p+2} \neq 0$, and $C_{p+2} h^{p+2} y^{p+2}(x_n)$ is called the local truncation error at the point x_n . The equations (5), (6) are of order $p=4$ with the error constant $C_{p+2} = [-1/240, -21/10240]^T$ and $C_{p+2} = [-9/4, -61/8, -171/16, -7/4]^T$ respectively.

Numerical Examples. We consider four numerical examples: Van Der Pol Oscillator Problem [5], IVP of Bratu-type [6], Trose's Problem [7] and nonlinear system of BVP [8] to test the efficiency of the derived orthogonal-based hybrid block method.

REFERENCES

1. Fatunla, S. O. (1991) Block method for second order initial value problem (IVP). International Journal of Computer Mathematics, no. 41, pp. 55-63.
2. Lambert, J. D. (1973) Computational method in ordinary differential equation. John Wiley and Sons, London, U.K., 278 pp.
3. Awoyemi, D.O. et al (2014) A Four-Point Fully Implicit Method for the Numerical Integration of Third-Order Ordinary Differential Equations. International Journal of Physical Sciences. Vol. 9, no. 1, pp. 7-12.
4. Anake, T. A. et al (2012) One step implicit hybrid block method for the direct solution of general second order ordinary differential equations. Int. J. of Applied Math. Vol. 42, no. 4, pp. 224-228.
5. Majid, Z. A. et al (2012) Direct Two-Point Block One-Step Method for Solving General Second-Order Ordinary Differential Equations. Math. Problems in Engineering. Vol. 2012, Article ID 184253.
6. Darwish, M. A., Kashkari, B.S. (2014) Numerical Solutions of Second Order Initial Value Problems of Bratu-Type via Optimal Homotopy Asymptotic Method. American J. of Comp. Math.. Vol. 4, pp. 47-54.
7. Vazquez-Leal, Hector et al (2012) A General Solution for Troesch's Problem. Mathematical Problems in Engineering. Vol. 2012, Article ID 208375.
8. See, Phang Pei, Majid, Z.A. and Suleiman, M. (2014) Three-Step Block Method for Solving Nonlinear Boundary Value Problems. Abstract and Applied Analysis Vol. 2014, Article ID 379829.

СОГЛАСОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ПЬЕЗОДВИГАТЕЛЕЙ

А.В. Азин¹, С.А. Кузнецов², С.В. Рикконен²

Научный руководитель: старший научный сотрудник, д.ф.-м.н. С.В. Пономарев

¹Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

²АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва»,
Россия, г. Железногорск, Красноярский край, ул. Ленина, 52, 662972

E-mail: azinanton@niipmm.tsu.ru

HARMONIZATION OF DISTRIBUTED VIBRATIONAL SYSTEMS OF PIEZOELECTRIC MOTORS

A.V. Azin¹, S.A. Kuznetsov², S.V. Rikkonen²

Scientific Supervisor: Senior Research Officer, Dr. S.V. Ponomarev

¹Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

²Academician M.F. Reshetnev Information Satellite Systems,
Russia, Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, Lenin str., 52, 662972

E-mail: azinanton@niipmm.tsu.ru

Abstract. *The article is devoted to the issues of matching the distributed oscillatory systems of piezoelectric motors (OS PM). The authors proposed to use a method for matching the impedance of the generator and the load to determine the working resonance frequencies of distributed OS PM. This method allows, in a simplified form, to analyze the characteristics of distributed OS PM. In work, the method is tested for various types of load PM: inertial, elastic, mixed.*

Введение. Линейные пьезодвигатели представляют собой колебательные системы (КС) с характерными для данных систем свойствами. Для эффективного преобразования электрической энергии в механическую работу исполнительных элементов необходимо выбирать оптимальные, с этой точки зрения, режимы работы КС. Режимы работы КС зависят от параметров системы, от линейности системы, от величины и частоты силы воздействия [1]. Для конструкции пьезодвигателя (ПД), основанного на пьезоактуаторе пакетного типа, процесс выбора режима работы затрудняется наличием двух колебательных процессов преобразования энергии. При низких частотах система работает по «кинетическому» (вибрационному) принципу, при высоких частотах системы – преобладает «акустический» принцип. В частотном диапазоне ПД одновременно присутствуют оба принципа преобразования (рис.1а) [2–4].

Механическая система, ПД-нагрузка, является распределенной КС и поэтому, для передачи энергии от генератора в нагрузку необходимо согласовывать внутренние и внешние сопротивления, т.е. проводить согласование параметров источника энергии и потребителя. Это позволит работать системе с максимальными коэффициентами преобразования электрической энергии в механическую.

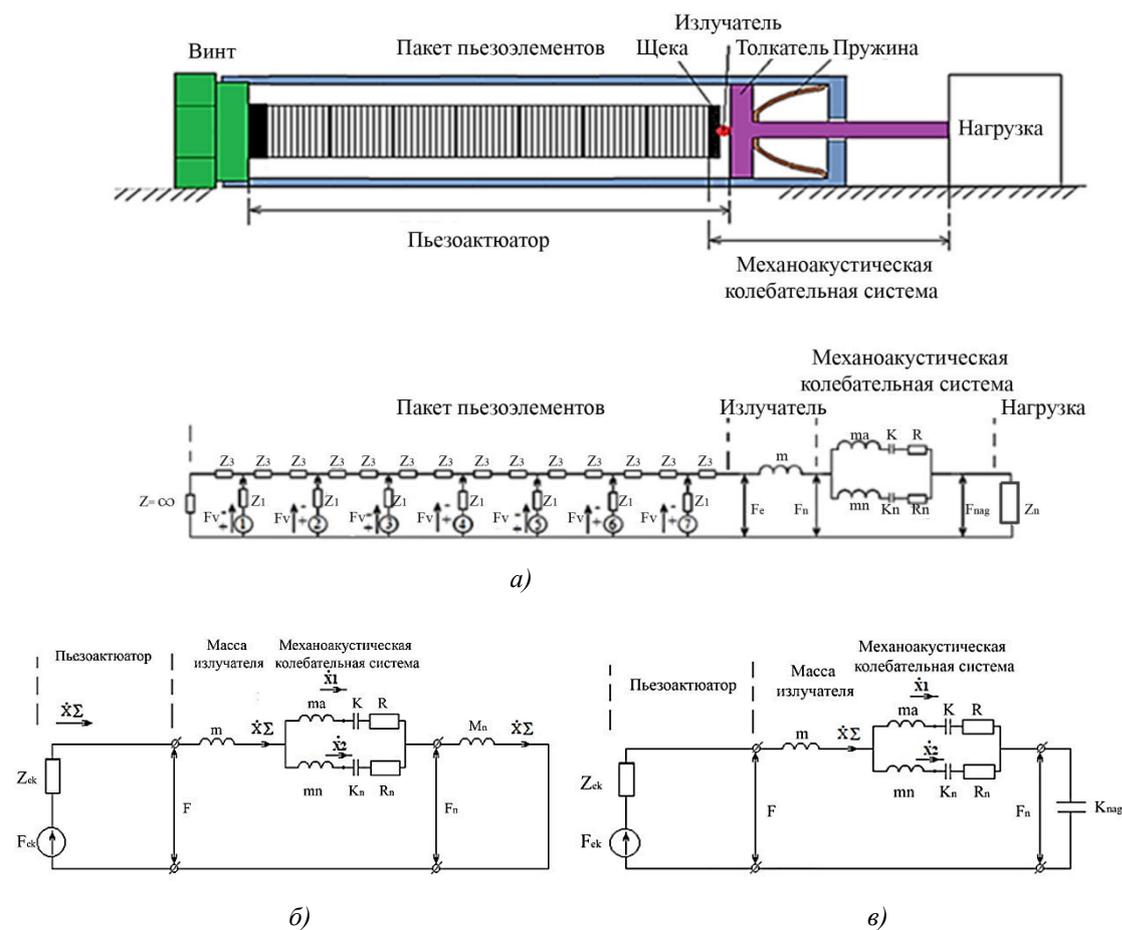


Рис. 1. Схема линейного ПД: а) ПД с пьезоактуатором АПМ-2-7, состоящим из 7-и пьезоэлементов, и его электрическая схема замещения с учетом инерционных масс пьезоэлементов и с учетом механоакустической КС нагрузки; б) электрическая схема замещения механоакустической системы, работающей на инерционную нагрузку; в) электрическая схема замещения механоакустической системы, работающей на упругую нагрузку

Активный двухполюсник – это любой источник электрической энергии, а пассивный – её потребитель, который чаще всего именуют нагрузкой. Максимальная мощность в нагрузку передаётся при равенстве выходного сопротивления активного двухполюсника и сопротивления нагрузки. В этом случае говорят, что сопротивление нагрузки согласовано с выходным сопротивлением источника электрической энергии или с выходным сопротивлением источника сигнала [5].

Для согласования распределенной КС ПД целесообразно говорить о равенстве импеданса выходного активного источника ПД Z_{ek} и импеданса КС Z_{ks} , который включает в себя: инерционное сопротивление излучателя, импеданс механоакустической системы и импеданс нагрузки. Рассмотрим три случая согласования КС при разных типах нагрузки.

Материалы и методы исследования. Согласование КС при инерционной нагрузке (Рис.1б). Рассмотрим механоакустическую колебательную систему со следующими параметрами: радиус излучателя $R_{iz} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м, скорость продольной волны в материале $V_p = 2500$ м/с, плотность материала $\rho = 1,2 \cdot 10^3$ кг/м³, масса излучателя $m = 8 \cdot 10^{-3}$ кг, масса толкателя $ma = 1,791 \cdot 10^{-3}$ кг, жесткость пружины предварительного натяжения $K = 1 \cdot 10^4$ Н/м, вибрационный коэффициент диссипации $R_{ir} = 0,764$ кг/с, присоединенная масса $m_n = 8,736 \cdot 10^{-8}$ кг, акустическая жесткость $K_n = 1,789 \cdot 10^7$ Н/м, акустический

коэффициент диссипации $R_n = 0,764$ кг/с. Получение частотных характеристик распределенной колебательной системы пьезодвигателя проводится символическим методом в среде Mathcad.

Точкой устойчивого согласования распределенной колебательной системы можно считать точку пересечения импедансов, при которой выполняется следующие требования [6]:

$$\begin{cases} \frac{dZ_{кк}}{df} > 0, \\ \frac{dZ_{эк}}{df} < 0. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \frac{dZ_{кк}}{df} < 0, \\ \frac{dZ_{эк}}{df} > 0. \end{cases}$$

Для определения согласованной работы распределенной КС ПД необходимо сравнивать значение электрической энергии, сообщенной в систему и значение механической энергии, полученной на нагрузке. По результатам расчетов определено, что при инерционной массе равной 480 гр. в КС ПД есть единственный резонанс при частоте $f = 5,8 \cdot 10^3$ Гц с коэффициентом преобразования энергии близким к 1.

Согласование КС при упругой нагрузке (Рис.1в). Рассмотрим КС, имеющую аналогичные параметры системы, но с упругой нагрузкой при коэффициенте жесткости $K_{наг} = 8,5 \cdot 10^8$ Н/м. Резонансы системы смещаются в область высоких частот $f_1 = 1,4 \cdot 10^5$ Гц и $f_2 = 3,5 \cdot 10^5$ Гц. При этом коэффициент преобразования энергии близок к 1.

Согласование КС при смешанной нагрузке. Рассмотрим КС, имеющую аналогичные параметры системы, но со смешанной нагрузкой: коэффициент жесткости $K_{наг} = 8,5 \cdot 10^8$ Н/м, масса нагрузки $M_{наг} = 480$ гр. По результатам расчетов определено, что КС имеет одну точку пересечения импедансов и один явно выраженный резонанс $f = 0,7 \cdot 10^4$ Гц с коэффициентом преобразования энергии равным $-0,913$.

Выводы. В работе продемонстрировано, что для предварительных расчетов распределенных КС ПД целесообразно применять математическое моделирование, основанное на аналоговых электрических схемах замещения пьезоактюатора с учетом массы пьезоэлементов и механических потерь движения пьезоэлементов.

Для определения рабочих резонансных частот распределенных КС ПД целесообразно использовать способ согласования импеданса генератора и нагрузки. Данный способ позволяет в упрощенной форме проанализировать характеристики распределенных КС ПД. В работе способ проверен на разнообразных типах нагрузки ПД: инерционной, упругой и смешанной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России, уникальный идентификатор RFMEFI57817X0257.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. – М.: Наука, 1982. – 424 с.
2. Пономарев С.В., Рикконен С.В., Азин А.В. Исследование электромеханических процессов в пьезоэлектрической системе // Известия высших учебных заведений. Физика.– 2014. – Т. 57. – № 8/2. – С. 196-202.
3. Пономарев С.В., Рикконен С.В., Азин А.В. Моделирование колебательных процессов пьезоэлектрического преобразователя // Вестник Томского государственного университета. Механика и математика. – 2015. – № 2. – С. 86–95.
4. Azin A.V., Ponomarev S.V., Rikkonen S.V., Khramtsov A.M. Mathematical modeling of piezo motor operation modes//Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Matematika i Mekhanika. – 2016. – 6(44). – pp. 45–53. – DOI: 10.17223/19988621/44/4.
5. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Негушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.:«Энергия», 1975. – 752 с.
6. Абрамов О.В., Абрамов В.О., Муллакаев М.С., Артемьев В.В. Анализ эффективности передачи ультразвуковых колебаний в нагрузку// Акустический журнал. – 2009. – Т. 55. – № 6. – С. 828–844.

**МНОГОПРОДУКТОВАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ
С КРАТНОЙ ПЕРИОДИЧНОСТЬЮ**

К.А. Анпилогова

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.А. Мицель

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: kseniya.anpilogova1994@gmail.com

MULTI-PRODUCT INVENTORY MANAGMENT MODEL WITH A MULTIPLE PERIODICITY

K.A. Anpilogova

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.A. Mitsel

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: kseniya.anpilogova1994@gmail.com

***Abstract.** Inventory management is of great interest to various spheres of activity. This theory is a new industry that arose in connection with the need of optimal regulation of reserves. Over the past decades, significant progress has been made in the development of various mathematical models for managing commodity and non-commodity inventories. Despite the fact that this topic is quite popular in the literature, the question of purchasing resources in conditions of their deficit remains topical. The study is devoted to the development of a multi-product inventory management model with a multiple periodicity.*

Введение. Управление запасами представляет большой интерес для различных сфер человеческой деятельности. Данная теория – новая отрасль знания, возникшая в связи с потребностью оптимального регулирования запасов. За последние десятилетия достигнуты значительные успехи в создании различных математических моделей управления товарными и нетоварными запасами. Несмотря на то, что эта тема в литературе достаточно популярна, вопрос о закупке ресурсов в условиях их дефицита остается актуальным. Исследование посвящено разработке многопродуктовой модели управления запасами с кратной периодичностью.

Описание модели. Предприятие закупает n видов ресурсов. Объём первого ресурса q_1 составляет в натуральных единицах, стоимость единицы ресурса составляет d_1 денежных единиц; объём второго ресурса и цена составляют q_2 и d_2 соответственно; объём третьего ресурса и цена будут составлять q_3 и d_3 и т.д. Период поставок первого вида ресурса (цикл) примем равным T , период поставки второго ресурса $\frac{T}{m_2}$, третьего - $\frac{T}{m_3}$ и т.д., где $m_i, i = 1, \dots, n$ – кратность поставки. Объём средств ограничен величиной $Y_m \leq d_1 q_1 + d_2 q_2 + \dots + d_n q_n$.

Будем полагать, что первый ресурс закупается полностью в начале периода, а второй, третий и т.д. ресурсы – частично в следующих объёмах: $k_2 q_2, k_3 q_3, \dots, k_n q_n$, где $k_i, i = 1, \dots, n$ – доля соответствующего ресурса. Тогда

$$d_1 q_1 + k_2 d_2 q_2 + k_3 d_3 q_3 + \dots + k_n d_n q_n = Y_m.$$

Полагаем, что ресурсы расходуются с постоянной интенсивностью b_1, b_2, \dots, b_n .

Введём следующие обозначения:

Проведенный анализ показал, что аналитическую модель получить не удастся из-за избыточности уравнений и, как следствие, неоднозначности решения. Поэтому получим алгоритмическую модель.

Перепишем модель с учётом (6) в виде (7):

$$\begin{aligned}
 Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)}(k_2, \dots, k_n) &= a_1 + \sum_{i=2}^n k_i a_i \rightarrow \min, \\
 -b \frac{a_n}{b_n} k_n + a_n(1 - k_n) &= 0, \\
 -b \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} k_{n-1} + a_n(1 - k_n) + a_{n-1}(1 - k_{n-1}) &\leq 0, \\
 &\dots\dots\dots \\
 -b \frac{a_2}{b_2} k_2 + \sum_{i=2}^n a_i(1 - k_i) &\leq 0; \\
 -b \frac{a_n}{b_n} + \sum_{i=2}^n a_i(1 - k_i) + a_n &\leq 0, \\
 -b \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} + \sum_{i=2}^n a_i(1 - k_i) + a_n + a_{n-1} &\leq 0, \\
 &\dots\dots\dots \\
 -b \frac{a_2}{b_2} + \sum_{i=2}^n a_i(1 - k_i) + \sum_{i=2}^n a_i &\leq 0; \\
 0 < k_i \leq 1, i = 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Таким образом, имеем задачу линейного программирования. Решение задачи являются доли ресурсов k_2, \dots, k_n . Затем подставляем k_2, \dots, k_n в (6) и находим времена докупки ресурсов. При кратности поставок $m_i > 2, i = 2, \dots, n$, моменты времени последующих докупок вычисляем по формулам:

$$\begin{aligned}
 t_{i,1} &= \frac{a_i}{b_i} k_i, t_{i,2} = \frac{a_i}{b_i}, i = 2, \dots, n; \\
 t_{i,j+1} &= t_{i,j} + (j - 2) \frac{T}{m_i}, i = 2, \dots, n, j = 2, \dots, m_i.
 \end{aligned}$$

Нормировочный коэффициент для n-продуктовой модели равен:

$$K^{(n,m_2,\dots,m_n)} = \frac{Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)}(k_2, \dots, k_n)}{Y_{\Sigma}^{(n)}}.$$

Здесь $Y_{\Sigma}^{(n)} = \sum_{i=1}^n a_i$ – общий объём ресурсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулакова Ю.Н. Оценка нормировочного множителя в многопродуктовой модели управления запасами предприятия при условии равной периодичности и одинаковой стоимости поставок //Логистика и управление цепями поставок. – 2012, №3. – С.76-83
2. Кулакова Ю.Н., Кулаков А.Б. Многопродуктовая модель управления запасами двух видов товаров с кратной периодичностью поставок /Социально-экономическое развитие России: возможности, проблемы, перспективы: материалы XXXI междунар. науч.-практ. конф. / Урал. соц.-экон. ин-т (ф) ОУП ВПО «АТиСО». – Челябинск, 2014. – С. 218-223.

**ТЕРМОГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ПОРИСТОЙ КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ ПРИ
НАЛИЧИИ ИСТОЧНИКА ЭНЕРГИИ**

М.С. Астанина

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: astanina.marina@bk.ru

**THERMOGRAVITATIONAL CONVECTION IN A POROUS SQUARE CAVITY
HAVING AN ENERGY SOURCE**

M.S. Astanina

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: astanina.marina@bk.ru

***Abstract.** Numerical analysis of natural convection inside a partially porous cavity filled with a fluid of variable viscosity is carried out in the presence of a heat-conducting energy source. It is assumed that the liquid temperature is not equal to the temperature of the porous matrix, therefore the local thermal non-equilibrium model (LTNE) is used for modeling. Governing equations formulated in the dimensionless stream function, vorticity and temperature were solved by the finite difference method. The obtained results showed an opportunity to improve the passive cooling system using the porous insertions.*

Введение. Изучение систем охлаждения элементов электронной техники и приборов является одной из важнейших задач, определяющих развитие современной промышленности. К настоящему времени проведено много исследований в данной области. Отдельным классом стоят задачи, в которых свойства среды (жидкости) зависят от внешних параметров (температура, давление и т.п.).

В настоящей работе моделируется процесс конвективного теплопереноса в замкнутой пористой полости при наличии теплогенерирующего теплопроводного источника. Полость заполнена ньютоновской жидкостью, вязкость которой является экспоненциальной функцией температуры [1].

Постановка задачи и методы решения. Физическая постановка задачи показана на рис. 1. Предполагается, что рабочая среда удовлетворяет приближению Буссинеска, а режим течения и теплопереноса является ламинарным. Горизонтальные стенки области теплоизолированы, а боковые поверхности поддерживаются при постоянной температуре. На нижней стенке расположен теплопроводный источник с постоянным объемным тепловыделением Q . Внутренняя часть полости разделена на пористый слой высоты h и слой чистой жидкости высоты $L-h$. Считается, что температура жидкости отлична от температуры твердого скелета пористого материала, и для моделирования используется модель, описывающая процесс теплопереноса в локально-неравновесных условиях [2]. Считается, что пористый слой проницаем для жидкости и изотропен. Для описания теплопереноса внутри пористой среды используется модель Дарси–Бринкмана. Дифференциальные уравнения в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность – температура» имеют следующий вид:

- для чистой среды используется модель, предложенная в работе [3].
- для пористой среды

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega$$

$$\varepsilon \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 (\mu \omega)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega)}{\partial y^2} - \varepsilon \frac{\mu \omega}{\text{Da}} \right) + \varepsilon^2 \frac{\partial \theta_f}{\partial x} +$$

$$+ 2\varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{\varepsilon u}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial y} - \frac{\varepsilon v}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right]$$

$$\varepsilon \frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta_f}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_f}{\partial y} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial y^2} \right) + \frac{\xi}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} (\theta_s - \theta_f)$$

$$(1 - \varepsilon) \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{(1 - \varepsilon) \Lambda \gamma}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial y^2} \right) + \frac{\xi \gamma}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} (\theta_f - \theta_s)$$

- для источника энергии

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\alpha_{hs} / \alpha_f}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + Os \right)$$

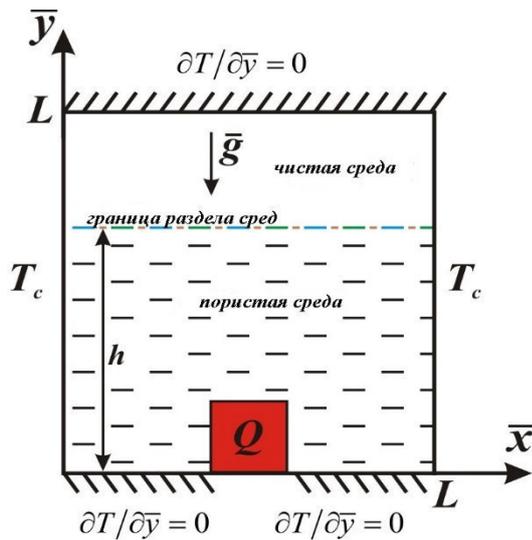


Рис. 1. Постановка задачи

Здесь x, y – безразмерные декартовы координаты; τ – безразмерное время; u, v – безразмерные составляющие скорости в проекции на оси; θ – безразмерная температура; Ψ – безразмерная функция тока; ω – безразмерная завихрённости скорости; $\text{Pr} = \mu_0 / (\rho a)$ – число Прандтля; $\text{Ra} = g \rho \beta (T_h - T_c) L^3 / (\mu_0 a)$ – число Рэлея; $\text{Da} = K / L^2$ – число Дарси; $Os = QL^2 / (\lambda_{hs} \Delta T)$ – число Остроградского; $\xi = \tilde{h} L^2 / \lambda_f$ – число Нильда на разделе сред; $\gamma = (\rho c)_f / (\rho c)_s$ – коэффициент теплоёмкости (между твёрдой и жидкой фазами); $\Lambda = \lambda_s / \lambda_f$ – коэффициент теплопроводности (между

твёрдой и жидкой фазами); K – проницаемость среды; ε – пористость среды; $M = \mu / \mu_0 = \exp(-C\theta)$ – безразмерная вязкость. Безразмерные переменные были введены следующим образом:

$$x = \bar{x} / L, y = \bar{y} / L, \tau = t \sqrt{g \beta \Delta T / L}, \theta_f = (T_f - T_c) / \Delta T, \theta_s = (T_s - T_c) / \Delta T, \mu = \bar{\mu} / \mu_0$$

$$u = \bar{u} / \sqrt{g \beta \Delta T L}, v = \bar{v} / \sqrt{g \beta \Delta T L}, \Psi = \bar{\Psi} / \sqrt{g \beta \Delta T L^3}, \omega = \bar{\omega} \sqrt{L / g \beta \Delta T}$$

В начальный момент времени предполагалось, что жидкость, заполняющая полость, неподвижна, поэтому $\Psi = \omega = 0$. Начальная температура, вследствие выбранного обезразмеривания, принимала вид $\theta = 0$. Граничные условия записывались следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau > 0: \psi = 0, \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}, \theta_f = \theta_s = 0 \text{ при } x = 0 \text{ и } 0 \leq y \leq 1 \\ \psi = 0, \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}, \theta_f = \theta_s = 0 \text{ при } x = 1 \text{ и } 0 \leq y \leq 1 \\ \psi = 0, \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}, \frac{\partial \theta_f}{\partial y} = \frac{\partial \theta_s}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0, 1 \text{ и } 0 < x < 1 \end{aligned}$$

на источнике энергии :

$$\psi = 0, \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial n^2}, \begin{cases} \theta_f|_{por} = \theta_s|_{por} = \theta_{hs}; \\ \frac{\partial \theta_f}{\partial n}|_{por} = \frac{\lambda_{hs}}{\lambda_f} \frac{\partial \theta_{hs}}{\partial n}, \frac{\partial \theta_s}{\partial n}|_{por} = \frac{\lambda_{hs}}{\lambda_s} \frac{\partial \theta_{hs}}{\partial n} \end{cases}$$

на границе раздела сред :

$$\begin{cases} \omega_{por} = \omega_f, & \begin{cases} \psi_{por} = \psi_f, \\ \frac{\partial \omega_{por}}{\partial y} = \frac{\partial \omega_f}{\partial y}, \end{cases} & \begin{cases} \theta_f|_{cl.fl} = \theta_f|_{por} = \theta_s|_{por}; \\ \frac{\partial \theta_f}{\partial y}|_{cl.fl} = \frac{\partial \theta_f}{\partial y}|_{por}; \frac{\partial \theta_f}{\partial y}|_{cl.fl} = \Lambda \frac{\partial \theta_s}{\partial y}|_{por} \end{cases} \end{cases}$$

Заключение. Рассматриваемые уравнения с соответствующими начальными и граничными условиями решались методом конечных разностей на равномерной сетке. Численный анализ был проведён в широком диапазоне изменения определяющих параметров: высоты пористой вставки h (0.0, 0.25, 0.75, 1.0), чисел Дарси ($10^{-5} < Da < 10^{-3}$), Остроградского (5.0 – 30.0), Нилда (10.0–100.0) и параметра изменения вязкости C (0.0 – 2.0). Зависимости среднего числа Нуссельта на поверхности источника были получены на основе следующей формулы:

$$Nu = -\left\{ \varepsilon \frac{\partial \theta_f}{\partial n} + (1 - \varepsilon) \Lambda \frac{\partial \theta_s}{\partial n} \right\}, \quad \overline{Nu} = \frac{1}{l} \int_0^l Nu \, d\zeta$$

Полученные изолинии функции тока и температуры, а также распределения среднего числа Нуссельта, средней температуры и расхода жидкости позволили сделать выводы о возможности интенсификации теплопереноса регулированием высоты пористого скелета для разных мощностей тепловыделения источника.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-2819.2017.8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Astanina M. S. and Sheremet M. A. A transient free convection study with temperature-dependent viscosity in a square cavity with a local heat source// IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2016. – Vol. 124. – 012039. DOI:10.1088/1757-899X/124/1/012039
2. Соболев С.Л. Локально-неравновесные модели процессов переноса // Успехи физических наук. – 1997. – Том 167, № 10. – С. 1095–1106.
3. Астанина М. С., Шеремет М. А. Моделирование термогравитационной конвекции с переменной вязкостью в замкнутой полости с локальным источником энергии// Вестник Пермского университета. Серия:Физика. – 2015. – Выпуск 3(31) – С.52-59.

COMPLEX WAVELET COHERENCE FOR EEG ANALYSIS

E.M. Bezrukova, M.S. Zaleshin

Scientific Supervisor: associate prof., PhD D.Yu. Balanov

National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, 36 Lenin ave., 634050

E-mail: bezrukova_fm@gmail.com**ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА
КОГЕРЕНТНОСТИ ЭЭГ-СИГНАЛОВ**

E.M. Безрукова, М.С. Залешин

Научный руководитель: доцент, к.п.н. Д.Ю. Баланев

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: bezrukova_fm@gmail.com

***Аннотация.** Существует множество методов анализа функциональной связности областей мозга, активность которых регистрируется посредством электроэнцефалографии (ЭЭГ). Одной из надежных и эффективных метрик для оценки взаимодействия ЭЭГ-сигналов является мнимая часть когерентности, которая основана на преобразовании Фурье. В данной работе предлагается применение непрерывного комплексного вейвлет-преобразования для однозначной оценки взаимодействия сигналов с учетом динамического характера спектральных характеристик ЭЭГ-данных.*

Introduction. Coherence is one of the modern analysis methods that can be used to examine relationships between two time series. It analyses the linear dependence of two signals in time-frequency space. As a standard, coherence is calculated using spectra based on the Fourier transform. However, EEG records are non-stationary signals, meaning that the spectrum changes over time. Therefore, for monitoring the development of spectral density, the continuous wavelet transformation is more suitable [1]. Complex wavelets can be used to calculate the continuous wavelet coefficients, making it possible to distinguish between the real and imaginary part of wavelet coherence. This dichotomy is important for time-frequency analysis of non-stationary signals. As it was shown in the literature [2], imaginary part of coherency enables to avoid spurious results by overcoming the volume conduction problem. The volume conduction problem is related to the nature of EEG signals, where a single generator within the brain is typically observable in many channels. Thus the coherence between two signals may be caused by the same underlying component rather than represent the information transfer. The imaginary part of coherency is only sensitive to synchronizations of two processes which are time-lagged to each other. Since volume conduction does not cause a time-lag, the imaginary part of coherency is thus insensitive to false interactions.

Methods. EEG data were recorded using a 128-channel electrode cap with the sampling rate of 1000 Hz. During the recording session a person was solving multiplication problems. Only trials with correct answers were used. The data was then downsampled to 500 Hz, average-referenced, filtered from 1 to 40 Hz and cleaned from ocular and motor artifacts. For each valid trial, the time interval from -2000 to 2000 ms around the stimulus

onset was analysed. The pre-stimulus interval was used as a baseline, and for the post-stimulus interval the complex continuous wavelet transform was applied according to the function (1):

$$C_x(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (1)$$

where ψ^* is the mother wavelet. We used Morlet wavelet (2) for our data as it was demonstrated to provide the best results for EEG data since its shape most closely matches the shape of the EEG curve:

$$\psi_0(\eta) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0 \eta} e^{-\eta^2/2}. \quad (2)$$

The resulting values were then averaged across trials, and the electrodes were grouped according to traditional anatomical partition into 12 lobes. To estimate the significant changes in spectral dynamics, we applied the permutation procedure to the baseline interval and compared it to the post-stimulus interval.

In order to estimate the relations between time series, cross wavelet transform was applied to the signals averaged across frequency bands and brain regions. For each two time series X and Y , the cross wavelet transform is defined as (3):

$$W^{XY} = W^X W^{Y*}, \quad (3)$$

where $*$ denotes complex conjugation; cross wavelet power is thus defined as $|W^{XY}|$. To estimate how coherent the cross wavelet transform is in time frequency space, the wavelet coherence was calculated according to the formula (4) [3]:

$$R_n^2(s) = \frac{|s(s^{-1}W_n^{XY}(s))|^2}{s(s^{-1}|W_n^X(s)|^2) \cdot s(s^{-1}|W_n^Y(s)|^2)}. \quad (4)$$

Results. Permutation tests of spectral amplitude revealed significant activity in the theta frequency band, which is a significant marker of working memory processes involved in mental calculations. This effect was especially pronounced in the temporal lobes (Fig. 1), generally associated with verbal working memory, which is one of the cognitive components involved in multiplication problem solving that heavily relates to multiplication table recalling [4].

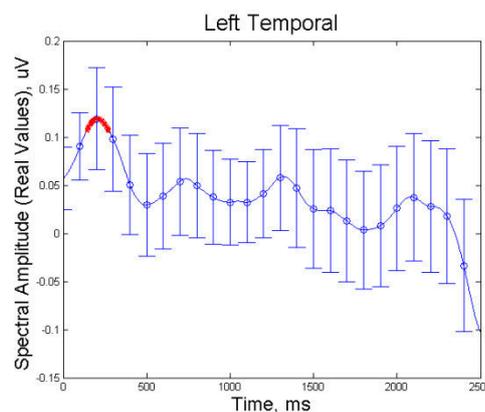


Fig. 1. Spectral amplitude dynamics in the theta frequency band for left temporal lobe. Significant interval is highlighted in red

Figure 2 presents the result of the cross wavelet transform between left and right temporal lobes within the theta frequency band (4–7 Hz). The coherency of the cross wavelet transform is presented on figure 3. The 5% significance level is shown as a thick contour. These results demonstrate the significant difference between coherency based on real and imaginary components. Future analysis with the known interactions between signals may test the effectiveness of real or imaginary wavelet-based coherence.

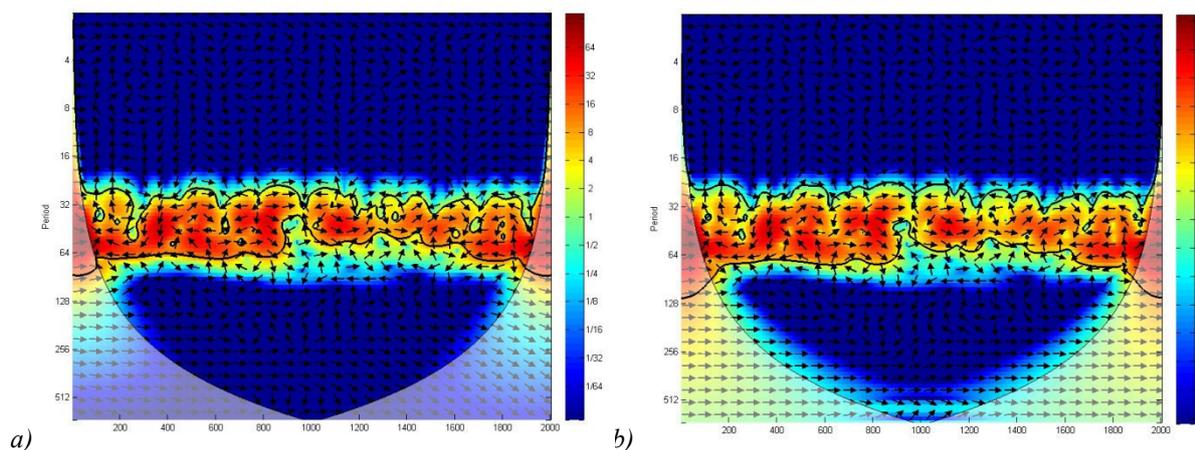


Fig. 2. Cross wavelet transform of the a) real, and b) imaginary part of the signals.

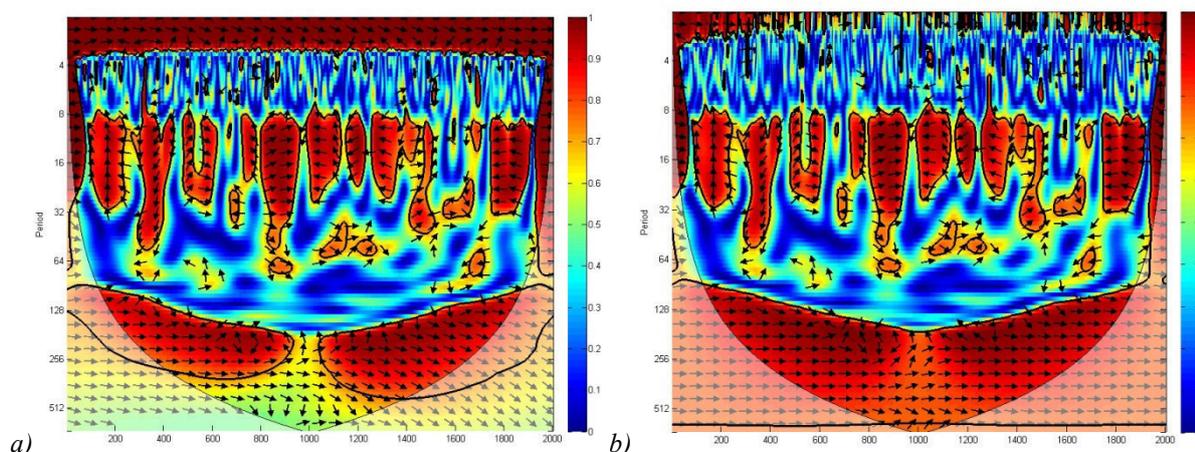


Fig. 3. Squared wavelet coherence between a) real, and b) imaginary part of the signals

Conclusion. The application of continuous wavelet transform enables to track the spectral dynamics of the signal, which is preferable for task-dependent EEG data. Using the imaginary part of coherency between cross wavelet transformations allows to overcome the problem of volume conduction, yielding more reliable results for signal interactions. The combination of continuous complex wavelet transform and imaginary part of coherency thus provides a reliable method to track interactions between signals representing brain activity.

REFERENCES

1. Kopal, J., Vyšata, O., Burian, J., Schätz, M., Procházka, A., & Vališ, M. (2014). Complex continuous wavelet coherence for EEG microstates detection in insight and calm meditation [Electronic version]. *Consciousness and Cognition*, no. 30, pp. 13–23.
2. Nolte, G., Bai, O., Wheaton, L., Mari, Z., Vorbach, S., & Hallett, M. (2004). Identifying true brain interaction from EEG data using the imaginary part of coherency [Electronic version]. *Clinical Neurophysiology*, no. 115(10), pp. 2292–2307.
3. Marwan, N., Thiel, M., & Nowaczyk, N. R. (2002). Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series [Electronic version]. *Nonlinear Processes in Geophysics*, no. 9(3), pp. 325–331.
4. Eriksson, J., Vogel, E. K., Lansner, A., Bergström, F., & Nyberg, L. (2015). Neurocognitive Architecture of Working Memory [Electronic version]. *Neuron*, no. 88(1), pp. 33–46.

**АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ СОПРЯЖЕННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ
ЖИДКОСТЬ-ДЕФОРМИРУЕМОЕ ТЕЛО**

С.В. Белов, А.П. Жуков, А.В. Бельков

Научный руководитель: старший научный сотрудник, д.ф.-м.н. С.В. Пономарев
НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: belovsv@niipmm.tsu.ru

CONJUGATE PROBLEM SOLUTION ALGORITHM FOR FLUID-DEFORMABLE BODY SYSTEM

S.V. Belov, A.P. Zhukov, A.V. Belkov

Scientific Supervisor: Dr. S.V. Ponomarev
Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics,
National Research Tomsk State University Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: belovsv@niipmm.tsu.ru

***Abstract.** This paper describes the conjugate problem solution algorithm via subproblems which, in its turn, are based on physical principles, discrete movable boundaries, specific boundary and conjugation conditions.*

Введение. Появление интереса к сопряженным задачам в первую очередь было обусловлено необходимостью дальнейшего совершенствования конструкций твердотопливных ракетных двигателей [1-5]. При постановке сопряженной задачи существуют, по крайней мере, две области пространства, заполненные средами с различным физическим поведением. Для описания состояния таких сред используются различающиеся наборы физических величин, дифференциальных уравнений, граничных условий. На границе раздела среды взаимодействуют друг с другом. Это взаимодействие математически формулируется в виде условий сопряжения, представляющих условия неразрывности на границе сил, температур, тепловых потоков и т.д. Граница раздела сред может перемещаться и деформироваться, что должно учитываться при постановке задачи.

Метод расчета. Для подвижной области жидкости $\Omega_{ж}(t)$, имеющей границу $\partial\Omega_{ж}(t)$, законы сохранения записываются в виде

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_{ж}(t)} W(t) d\Omega + \int_{\partial\Omega_{ж}(t)} \bar{Q}_W(t) \cdot d\bar{S} = 0,$$

где $W(t)$ – принимает значения плотности, компонент скорости, энергии; $\bar{Q}_W(t)$ – вектор плотности поток величины W через элемент dS границы $\partial\Omega_{ж}$. Вектор плотности потока $\bar{Q}_W(t) = W(t) \cdot \bar{\nu} \cdot (\bar{\nu} - \bar{\nu}_r) + \bar{\xi}(P, \nu, \mu)$, где $\bar{\nu}$, $\bar{\nu}_r$ – скорость жидкости и скорость границы; $\bar{\xi}$ – слагаемое, обусловленное граничным взаимодействием, P , μ – давление и вязкость.

При переходе к эйлеровому описанию граница $\partial\Omega_{ж}$ неподвижна. Решение на временном отрезке $[t, t+\Delta t]$ ищется при условиях $\nu = \nu_r$ на $\partial\Omega_{ж}$ и $\frac{d\Omega_{ж}(t)}{dt} = \int_{\partial\Omega_{ж}(t)} \bar{\nu}_r \cdot d\bar{S}$.

Нестационарное напряженно-деформированное состояние твердого тела, занимающего область Ω_T с границей $\partial\Omega_T$ описывается системой уравнений:

$$\rho_T \ddot{u}_i = \left(\sigma_{ij} (\delta_{ij} + u_{i,j}) \right)_{,k}; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{l,i} u_{l,j}); \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ij}(\varepsilon_{lm});$$

где ρ_T – плотность; u – вектор перемещения точки твердого тела; σ и ε – тензоры напряжений и деформаций. На границе $\partial\Omega_T$ ставятся условия Дирихле (перемещения) и условия Неймана (напряжения). В области Ω_T ставятся нулевые начальные условия.

На границе раздела сред Γ ($\Gamma = \partial\Omega_{Ж} \cap \partial\Omega_T$) ставятся условия сопряжения

$$v(x,t) = \dot{u}(x,t), \quad x \in \Gamma(t), \quad \sigma_{Ж} n = \sigma_T n, \quad x \in \Gamma(t).$$

Для численного решения сопряженной задачи области $\Omega_{Ж}$ и Ω_T покрываются сетками. Решения представляются векторами узловых значений V, P, U, \dot{U} , причем $v \rightarrow V, P \rightarrow P, u \rightarrow U, \dot{u} \rightarrow \dot{U}$. Алгоритм решения сопряженной задачи на временном отрезке $[t, t+\Delta t]$ имеет следующий вид:

1. На момент времени t , из предыдущего расчета, известны вектора V^t, P^t, U^t, \dot{U}^t , а также граница Γ^t .

2. Решается подзадача течения жидкости в области $\Omega_{Ж}(t)$ и исходя из V^t, P^t и Γ^t рассчитываются $V^{t+\Delta t}$ и $P^{t+\Delta t}$, используя в качестве условий на Γ^t соответствующие компоненты вектора \dot{U}^t .

3. Из $V^{t+\Delta t}$ и $P^{t+\Delta t}$ находится вектор поверхностных узловых сил $F^{t+\Delta t}$, действующих со стороны жидкости на твердое тело на поверхность Γ^t .

4. Решается подзадача упругости в области $\Omega_T(t)$, использующая в качестве условий Неймана силы $F^{t+\Delta t}$, результатами являются $U^{t+\Delta t}, \dot{U}^{t+\Delta t}$ и граница $\Gamma^{t+\Delta t}$.

5. Если выполняется условие $|X^{t+\Delta t} - X^t| < \varepsilon$, где X – вектора V и P , то решение сопряженной задачи в момент времени $t+\Delta t$ считается найденным. В противном случае делается переход к п.2, причем вектора V, P, U и граница Γ возвращаются к V^t, P^t, U^t и Γ^t , но для \dot{U} сохраняется состояние $\dot{U}^{t+\Delta t}$.

6. Выполняется переход $\Omega_{Ж}(t) \rightarrow \Omega_{Ж}(t+\Delta t)$ путем корректировки граничных узлов ($\Gamma^t \rightarrow \Gamma^{t+\Delta t}$), последующим смещением внутренних узлов сетки и интерполяцией решения со старой сетки (t) на новую сетку ($t+\Delta t$).

На шестом шаге алгоритма для обновления положений внутренних узлов сетки применялся метод на основе решения эллиптических уравнений. Для этого в области $\Omega_{Ж}$ ставилась задача упругости, а на границе $\partial\Omega_{Ж}$, которая включает Γ , ставились условия Дирихле в виде перемещений граничных узлов, определенных из решения задачи упругости для области Ω_T (четвертый шаг алгоритма).

Разделение по физическим процессам разрешало проблему совместимости методов описания Эйлера и Лагранжа. Кроме этого такое разделение позволило использовать независимые программные решения, которые связывались между собой процедурой обмена данными.

Численные результаты. Рассматривалось течение жидкости в осесимметричном сосуде (рисунок 1). В наполнителе имеется канал, со стенок которого вдувается жидкость. Геометрические параметры сосуда: длина – 10,45 м; внешний радиус – 1,5 м. Материала стенки сосуда: модуль упругости – $2 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона – 0,3; плотность – 1700 кг/м³. Материала наполнителя: модуль упругости – $0,125 \cdot 10^5$ Па; коэффициент Пуассона – 0,497; плотность – 1800 кг/м³. Жидкая фаза: плотность – 1,4 кг/м³; показатель адиабаты – 1,4; динамическая вязкость – $18 \cdot 10^{-6}$ Па·с. Скорость вдува

– 0,25 м/с. На рисунке 2 показано рассчитанное распределение компоненты скорости v_z на оси симметрии сосуда (ось Z) в различные моменты времени.

Выводы. При использовании предложенного алгоритма получены качественно непротиворечивые результаты. В дальнейшем необходима количественная проверка данного алгоритма.

Результаты были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, проект № 9.9063.2017/БЧ.

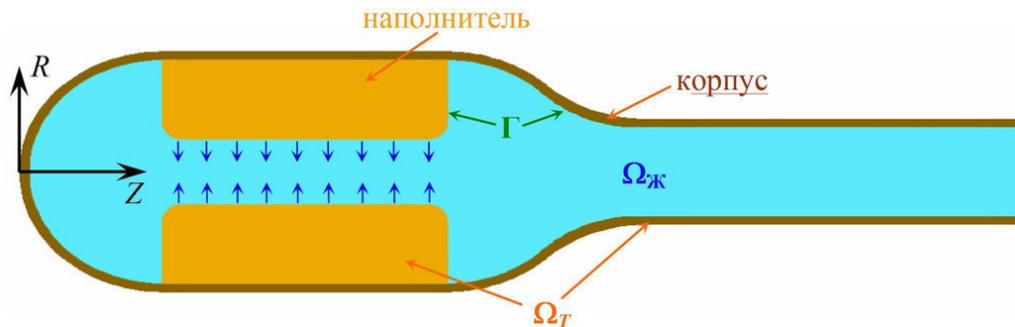


Рис. 1. Сосуд с нежестким наполнителем: Ω_J – область жидкости; Ω_T – область твердого тела; Γ – граница раздела жидкость-твердое тело

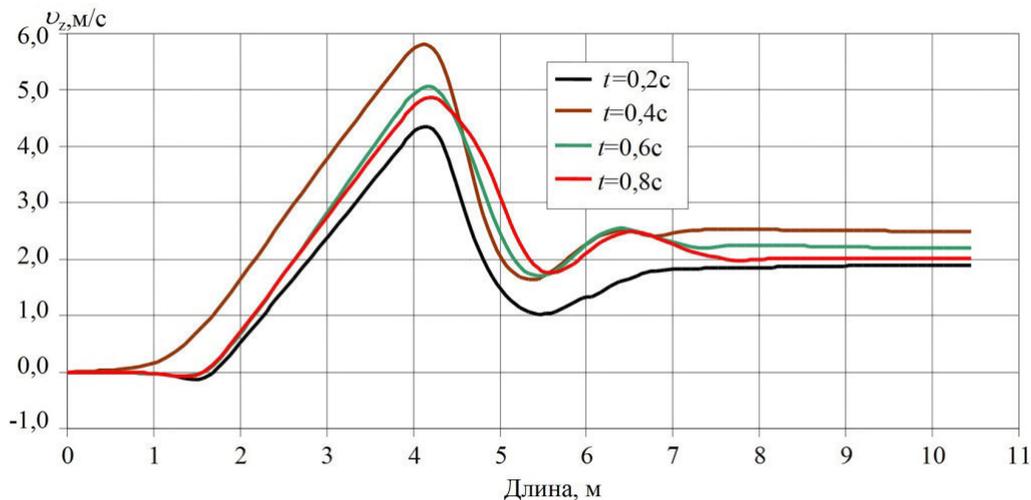


Рис.2. Изменение v_z вдоль оси Z

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kumar M., Kuo K.K., Effect of deformation on flame spreading and combustion in propellant cracks. AIAA Journal, Vol. 19, No. 12, 1981, p. 1580-1589
2. Милехин Ю.М., Ключников А.Н., Попов В.С., Мельников В.П. Сопряженная задача моделирования внутрибаллистических характеристик РДДТ. // Физика горения и взрыва т.48, №1, 2012, с. 38-46
3. Fiedler R., Jiao X., Namazifard A., Haselbacher A., Najjar F., Parson I.D., Coupled fluid-structure 3-D solid rocket motor simulations. // AIAA-2001-3954
4. Fiedler R.A., Breitenfeld M.S., Jiao X., Haselbacher A., Geubelle P., Guoy D., Brandyberry M., Simulations of slumping propellant and flexing inhibitors in solid rocket motors // AIAA-2002-4341
5. Engel M., Griebel M., Flow simulation on moving boundary-fitted grids and application to fluid-structure interaction problems // Int. J. Numer. Meth. Fluids, 2006, 50: 437-468.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЧАТОГО РЕФЛЕКТОРА С УВЕЛИЧЕННОЙ АПЕРТУРОЙС.В. Белов, А.В. Бельков, А.П. Жуков

Научный руководитель: д.ф.-м.н. С.В. Пономарев

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: belovsv@niipmm.tsu.ru

MODELING LARGE-SIZED MESH REFLECTOR WITH EXTENDED APERTURES.V. Belov, A.V. Belkov, A.P. Zhukov

Scientific Supervisor: Dr. S.V. Ponomarev

National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: belovsv@niipmm.tsu.ru

***Abstract.** Offset large-sized deployable mesh reflector with symmetric frontal and rear nets is described in the paper. This reflector involves extended aperture area and reduced framework elements by applying beam elements in the peripheral areas of reflecting surface. Strain-stress analysis is conducted to calculate reflecting surface shape with required accuracy.*

Введение. Создание новых крупногабаритных трансформируемых космических антенных рефлекторов является одной из важнейших задач как для военной, так и для промышленной и научной областей. Практическая значимость крупногабаритных трансформируемых космических антенных рефлекторов отмечается в работах [1–3]. В работах [4–7] рассматриваются различные типы конструкций космических трансформируемых рефлекторов, оценивается их жесткость с помощью определения собственных форм и соответствующих им частот, анализируются разные методы и подходы к решению нелинейных задач для вантово-оболочечных конструкций включая определение начального приближения.

Увеличение размеров апертуры рефлектора напрямую связано с увеличением коэффициента усиления антенны. Но при увеличении размеров апертуры рефлектора стандартными способами (имеется ввиду удлинения элементов силового каркаса т. е. спиц) происходит значительное увеличение массы конструкции и ее габаритных размеров, а это является нежелательными факторами учитывая то обстоятельство, что конструкцию требуется транспортировать на орбиту. Целью данной работы являлось моделирование крупногабаритного трансформируемого офсетного рефлектора с малой массой, увеличенной апертурой и требуемой точностью зеркала.

Модель рефлектора. Применение жестких элементов на периферийных участках секторов, показанных на рис. 1, позволяет удовлетворить вышеописанным требованиям. При небольшом увеличении массы конструкции (элементы силового каркаса остаются без изменений) можно добиться довольно существенного увеличения площади апертуры рефлектора, как показано на рис.1. Жесткие элементы позволяют контролировать форму отражающей поверхности на периферии секторов, тем самым повышая точность рефлекторов с минимальным количеством спиц.

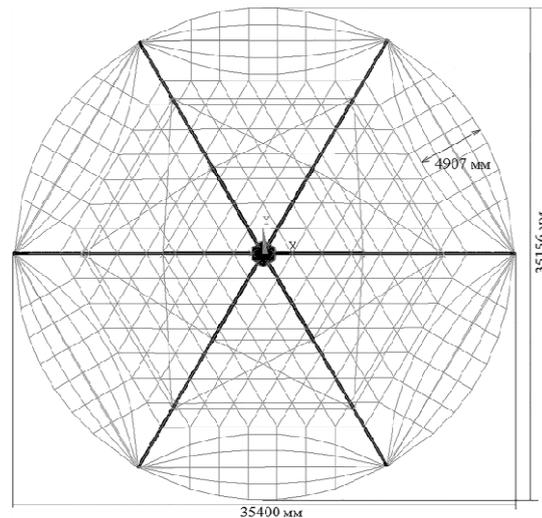
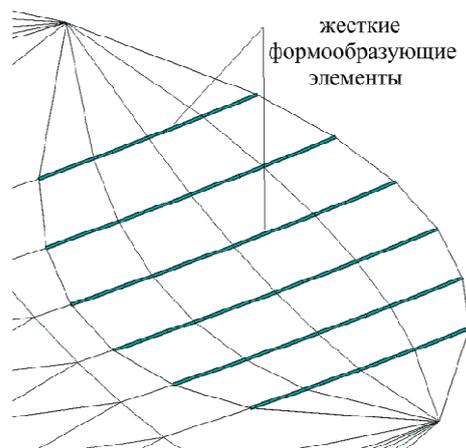


Рис. 1. Периферийная часть сектора рефлектора с жесткими формообразующими элементами

Рис. 2. Геометрические размеры рефлектора и периферийной зоны

Рассматривался офсетный сетчатый рефлектор с силовым каркасом на шести спицах с симметричными фронтальной и тыльной сетями диаметром 35 метров, конечноэлементная модель (КЭМ) которого показана на рис. 2. Состав КЭМ: оболочечные без изгибной жесткости (отражающая поверхность), одномерные веревочные (тыльная, фронтальная сети, оттяжки), оболочечные с изгибной жесткостью (спицы) и одномерные балочные (жесткие формообразующие на периферии секторов) элементы. Характеристики жестких формообразующих элементов: диаметр сечения – 0,005 м, толщина стенки – 0,0007 м, максимальная длина – 4,9 м, материал – углепластик, их суммарная масса – 13,2 кг.

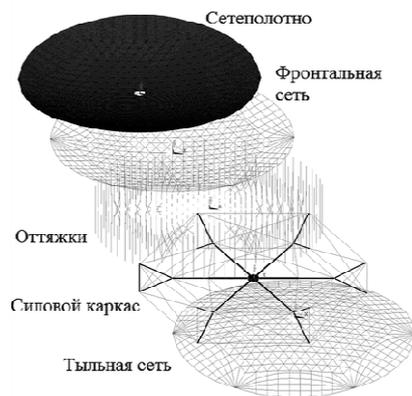


Рис. 3. Составные части КЭМ

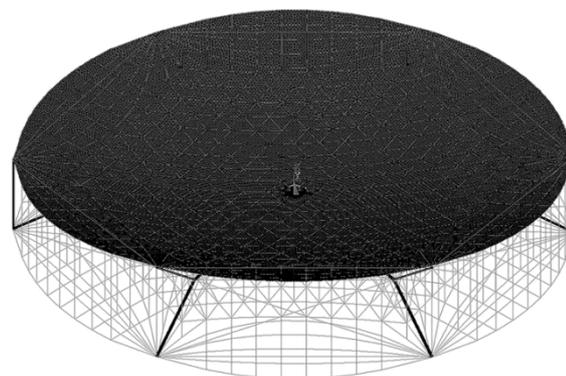


Рис. 4. КЭМ рефлектора

Результаты. Настройка рефлектора осуществлялась с помощью оттяжек, показанных на рис.3, количество оттяжек – 480. Величина среднеквадратичного отклонения (СКО) по всем узлам отражающей поверхности составила 4,8 мм. Отклонения узловых точек отражающей поверхности от идеального параболоида показаны на рис.5.

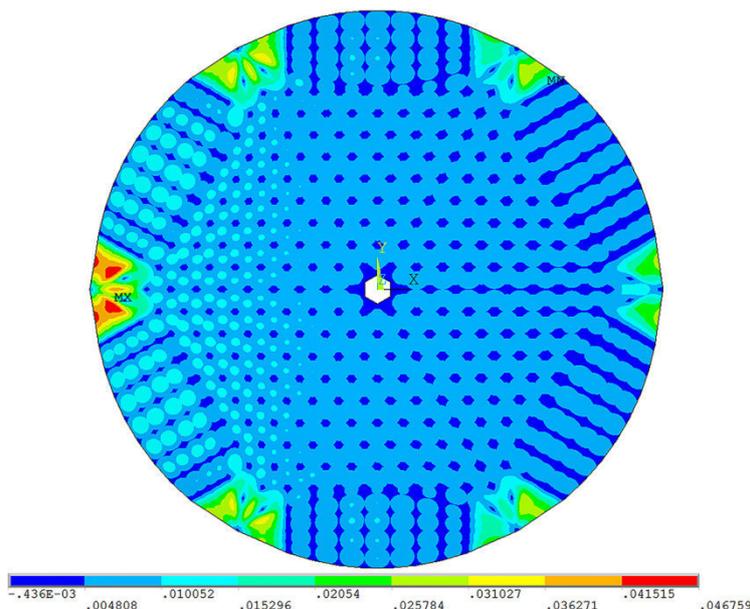


Рис. 5. Отклонения узловых точек отражающей поверхности от идеального параболоида

Выводы. Использование жестких формообразующих элементов из углепластика на периферийных участках секторов фронтальной и тыльной сетей позволяют существенно увеличить площадь апертуры антенного рефлектора без увеличения его геометрических размеров и с малым увеличением массы конструкции в пределах 14 кг. Также при наличии жестких элементов улучшается контроль за точностью на периферии секторов, что позволяет осуществить настройку зеркала до значений СКО менее 5 мм.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России. Соглашение №14.575.21.0144. Уникальный идентификатор проекта RFMEFI57517X0144.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Z. Chu, Z. Deng, X. Qi and B. Li, *Acta Astronaut.* **95**, 51-60 (2014).
2. Y. Tang, T. Li, Z. Wang and H. Deng, *Acta Astronaut.* **104**, 125-133 (2014).
3. L.Scialino, A. Ihle, M. Migliorelli, N. Gatti, L. Datashvili, K. van 't Klooster and J. Santiago Prowald, *CAES SPACE J.* **5**, 125-146 (2013)
4. Belkov A., Belov S., Pavlov M., Ponomarev V., and Zhukov A., *Stiffness estimation for large-sized umbrella space reflector*, MATEC Web of Conferences, 2016; 48 02001: 1-6
5. Belov S., Pavlov M., Ponomarev V., Ponomarev S., and Zhukov A., *Calculation method for cable-beam shell structures*. XIII International Conference on Prospects of Fundamental Sciences Development, PFSD 2016, Tomsk, Russia. 2016; 1772: 1-8.
6. S. Ponomarev, A. Zhukov, A. Belkov, V. Ponomarev, S. Belov, M. Pavlov. *Stress-strain state simulation of large-sized cable-stayed shell structures*. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 2015. Vol. 71, 012070, P.1-7. doi:10.1088/1757-899X/71/1/012070
7. Белов С.В., Жуков А.П., Пономарев С.В. Расчет начального приближения в геометрически нелинейной задаче сетчатого антенного рефлектора // Решетневские чтения: материалы XX Юбил. Междунар. науч. конф. (09–12 ноября 2016, г. Красноярск): в 2 ч. / под общ. ред. Ю. Ю. Логинова; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2016. С. 80–82

**РЕГУЛИРОВАНИЕ ФОРМЫ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВАНТОВО-ОБОЛОЧЕЧНЫХ
КОНСТРУКЦИЙ КОСМИЧЕСКИХ АНТЕННЫХ РЕФЛЕКТОРОВ**

А. В. Азин¹, С. В. Белов¹, С. А. Кузнецов², Н. Н. Марицкий¹

Научный руководитель: старший научный сотрудник, д.ф.-м.н. С.В. Пономарев

¹Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

²АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва»,

Россия, г. Железногорск, Красноярский край, ул. Ленина, 52, 662972

E-mail: azinanton@niipmm.tsu.ru

**REFLECTING SURFACE SHAPE ADJUSTMENT OF SPACE REFLECTOR CORD MEMBRANE
ELEMENTS**

A.V. Azin¹, S.V. Belov, S. A. Kuznetsov², N. N. Maritskiy

Scientific Supervisor: Dr. S.V. Ponomarev

¹Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

²Academician M.F. Reshetnev Information Satellite Systems,

Russia, Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, Lenin str., 52, 662972

E-mail: azinanton@niipmm.tsu.ru

***Abstract.** The paper describes the concept involving reflecting surface shape adjustment of space reflector cord membrane elements. This is already critical at the stage of ground preparations in adjusting reflecting surface shape. It is also important to retain and regulate the reflecting surface shape under long-term operating conditions of space craft near-Earth orbit. Regulating reflecting surface shape system including devices of controlling reflecting surface shape and reflector cord elements length is intended for above-described purposes.*

Введение. В течение срока активного существования космического аппарата форма отражающей поверхности крупногабаритного рефлектора искажается, в результате чего ухудшаются радиотехнические характеристики рефлекторной антенны КА. Искажения формы ОП могут вызываться разными причинами. К числу внешних воздействий можно отнести перепады температуры, вызывающие термические деформации, также возможны повреждения отдельных элементов ФОС рефлектора в результате столкновений с микрометеоритами и космическим мусором. Внутренним фактором, влияющим на форму отражающей поверхности, является вязкоупругое поведение материалов конструкции рефлектора. Действие любого из этих факторов, или их совокупности может привести к недопустимым искажениям формы ОП, которые необходимо будет скорректировать в процессе орбитальной эксплуатации.

Регулировка формы отражающей поверхности. В работе У.К. Белвина и др. [1] рассмотрены вопросы регулирования формы ОП в земных условиях на примере 15-метровой вантОВО-оболочечной антенны с центральным стержнем. Проведен анализ возможности уменьшения неточности поверхности путем изменения длины регулировочных тросов. Описано применение методов конечных элементов и наименьших квадратов, приведены результаты эксперимента. Для трансформируемых вантовых конструкций антенных

рефлекторов в 1986 г. Миурой была разработана концепция фермы с предварительным натяжением [2] и рассмотрена процедура нахождения величин корректировки длин вантовых элементов использовался линейный анализ чувствительности. Показано, что адаптивный характер конструкции позволяет проводить регулировку поверхности рефлектора в земных условиях и на орбите. В работах показана [3-4] эффективная применимость матриц влияния для регулировки натяжения фронтальной сети.

Отдельным вопросом является вопросы практической реализации регулировок в процессе эксплуатации. Это проблема системы измерений состояния ОП и система корректирующих исполнительных устройств. Эти вопросы рассмотрены в публикациях [5-9].

Могут быть реализованы следующие способы орбитальной юстировки.

– Регулировка длины каждой оттяжки в отдельности. Этот способ применяется для наземной настройки рефлектора, и позволяет достичь наилучшего приближения формы ОП к идеальному параболоиду. Устройства, реализующие такой способ регулировки на орбите, может недопустимо увеличить массу рефлектора. Тем не менее, она принципиально реализуема с использованием микроприводов.

– Регулировка формы ОП путем коррекции положения ключевых точек ОП. Выбор точек регулировки определяется, главным образом, конструктивными соображениями. Масса системы регулировки ОП, основанной на таком подходе, должна быть меньше относительно систем регулировки длин вант. Также такая система имеет преимущества компоновки в силу своего относительно малого размера.

– Регулировка ОП путем коррекции натяжения периферийного шнура. Такой способ регулировки практически не требует увеличения массы рефлектора, а также позволяет обойтись минимальным количеством оборудования для реализации системы орбитальной регулировки. Однако он может быть эффективным не для всех конструкций ФОС.

– Регулировка отражающей поверхности путем коррекции натяжения главных радиальных шнуров. Такой способ регулировки также практически не требует увеличения массы рефлектора и позволяет обойтись минимальным количеством оборудования для реализации системы орбитальной регулировки.

– Изменение среднеквадратичного отклонения (СКО) формы ОП от теоретического параболоида путем поворота рефлектора на малый угол относительно точки крепления к штанге. Данный способ может рассматриваться как дополнительный для коррекции СКО ОП в малых пределах и как основной для коррекции отклонения фокальной оси параболоида наилучшего приближения.

Реализация приведенных способов регулировки требует системы со значительным количеством устройств – натяжителей вантовых элементов с системой их питания и управления. Возможны следующие основные варианты:

1. Проводная система питания и управления от КА;
2. Автономная энергетически независимая от КА беспроводная система;
3. Система с беспроводной передачей энергии (например, лучом лазера) от КА на рефлектор и далее разводкой к каждому исполнительному устройству;
4. Система с беспроводной передачей энергии (например, лучом лазера) от КА к каждому исполнительному устройству.

Выводы. В работе рассмотрены концепции системы устройств регулировки рефлекторов с вантовой формообразующей системой, реализуемые при жестком ограничении по массе этих устройств, с привлечением новейших разработок по облегченным солнечным панелям, при обеспечении тепловых условий для электроники и использовании микроприводов внутри корпусов. Реализация этих концепций позволит осуществлять не только орбитальные юстировки, но и оперативные коррекции формы ОП при изменении наземных зон обслуживания. Тем самым расширив функциональные возможности космических антенных рефлекторов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России, уникальный идентификатор RFMEFI57817X0257.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белвин У.К., Эдигхофер Г.Г., Херштром К.Л. Квазистатическое регулирование формы космической антенны диаметром 15 м. // *Аэрокосмическая техника*, 1990, №2. С. 60-69.
2. Миура К., Миязаки Я. Конструирование антенны с растянутой фермой. // *Аэрокосмическая техника*, 1991, № 1. С. 61-69.
3. Бутов В.Г., Пономарев С.В., Солоненко В.А., Халиманович В.И., Ящук А.А. Компьютерное моделирование при проектировании и настройке рефлекторов космических антенн. Электронные и электромеханические системы и устройства: Сб. научных трудов – Новосибирск: Наука, 2007. - С. 369- 376.
4. Ящук А.А. Математическое моделирование рефлекторов зонтичного типа. Дисс. канд. физ.-мат. наук. – Томск, 2005. – 120 с.
5. John A. Garba, Ben K. Wada, James L. Fanson. Adaptive structures for precision controlled large space systems. // *Journal of intelligent material systems and structures* – 1992. № 3. p. 348-366.
6. Marc R. Angelino, Gregory N. Washington. Design and construction of a piezoelectric point actuated active aperture antenna. // *Journal of intelligent material systems and structures* – 2002. № 13. pp. 125-136.
7. Fukashi Andoh, Gregory Washington, Hwan-Sik Yoon, Vadim Utkin. Efficient shape control of distributed reflectors with discrete piezoelectric actuators. // *Journal of intelligent material systems and structures* – 2004. № 15. pp. 3-15.
8. Zuowei Wang, Tuanjie Li, Yuyan Cao. Active shape adjustment of cable net structures with PZT actuators *Aerospace Science and Technology* 26 (2013) 160–168.
9. Zuowei Wang¹; Tuanjie Li²; and Hanqing Deng Form-Finding Analysis and Active Shape Adjustment of Cable Net Reflectors with PZT Actuators *J. Aerosp. Eng.* 2014.27:575-586.

**ВЛИЯНИЕ ЧАСТОТЫ РАСПОЛОЖЕНИЯ РЕБЕР РАДИАТОРА НА ПЛАВЛЕНИЕ
ПАРАФИНА С ДОБАВЛЕНИЕМ НАНОЧАСТИЦ**

Н.С. Бондарева

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет, Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: r0dniki@mail.ru

**INFLUENCE OF THE RADIATOR FINNING FREQUENCY ON MELTING
OF NANO-ENHANCED PARAFFIN**

N.S. Bondareva

Scientific Supervisor: Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: r0dniki@mail.ru

Abstract. Heat transfer inside the copper heat sink filled with nano-enhanced paraffin is studied numerically. The hydrodynamic equations were written in dimensionless stream function and vorticity. The energy equation is combined for the melt and solid paraffin by means of the smoothing function φ which determines smooth changes in the latent energy and thermophysical properties of the material during the transition through the interphase. The system of partial differential equations was solved by using the finite difference method. Influence of number of fins and nanoparticles volume fraction on melting regime and natural convection was investigated.

Применение парафинов для хранения и транспортировки энергии широко распространено в энергетических отраслях. При этом в сфере электронной техники материалы с изменяемым фазовым состоянием применяют для охлаждения приборов. Основной целью добавления наночастиц в материал является интенсификация теплопереноса за счет повышения теплопроводности. Уменьшение размеров частиц без снижения объемной доли приводит к увеличению площади соприкосновения частиц с материалом, а значит к усилению теплопроводности [1–4].

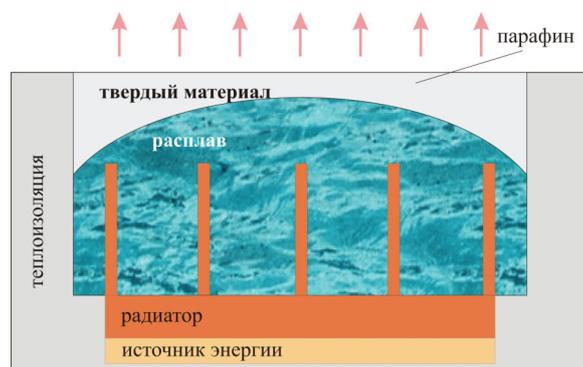


Рис. 1. Рассматриваемая область решения

Работа посвящена численному анализу процессов теплопереноса в системе с металлическим профилем, содержащей парафин, усиленный наночастицами Al_2O_3 , и источник постоянной мощности

(рис. 1). В начальный момент времени температура системы совпадала с температурой окружающей среды, которая ниже температуры плавления материала. Рассматривалось влияние частоты расположения ребер на процесс плавления парафина с разными концентрациями наночастиц оксида алюминия. Расплав считался теплопроводной ньютоновской жидкостью, а течение – ламинарным. Уравнения гидродинамики и теплопереноса в переменных «скорость – давление – температура» имеют следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nm}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{nm}}{\rho_{nm}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nm}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{nm}}{\rho_{nm}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\rho\beta)_{nm} g (T - T_m),$$

$$\text{В расплаве уравнение конвективного теплопереноса} - \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} = \lambda_{nm} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right),$$

$$\text{в твердом парафине уравнение теплопроводности} - \frac{\partial h}{\partial t} = (\lambda_s)_{nm} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right).$$

Внутри профиля и источника энергии решались уравнения теплопроводности с учетом термических свойств материалов этих элементов.

Теплофизические свойства наноматериала определялись из следующих соотношений [2]:

$$(\rho\beta)_{nm} = (1-\Phi)(\rho\beta)_m + \Phi(\rho\beta)_{np}, (\rho c)_{nm} = (1-\Phi)(\rho c)_m + \Phi(\rho c)_{np}, \rho_{nm} = (1-\Phi)\rho_m + \Phi\rho_{np},$$

$$c_{nm} = (\rho c)_{nm} / \rho_{nm}, L_{nm} = (1-\Phi)\rho_l L_l / \rho_{nm}, \mu_{nm} = 0.983e^{12.959\Phi} \mu_m.$$

Теплопроводность определялась из соотношения [3]:

$$\lambda_{nm} = \frac{\lambda_{np} + 2\lambda_m - 2(\lambda_m - \lambda_{np})\Phi}{\lambda_{np} + 2\lambda_m + (\lambda_m - \lambda_{np})\Phi} \lambda_m + 5 \cdot 10^4 \beta_\lambda \Phi \rho_m c_m \sqrt{\frac{\kappa T_l}{\rho_{np} d_{np}}} f(T, \Phi),$$

где $\beta_\lambda = 8,4407(100\Phi)^{-1,07304}$, $\kappa = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ – постоянная Больцмана,

$f(T, \Phi) = (2.817 \cdot 10^{-2} \Phi + 3.917 \cdot 10^{-3}) T_l / T_0 + (-3.0669 \cdot 10^{-2} \Phi - 3.91123 \cdot 10^{-3})$ – для расплава,

$T_0 = 273^\circ \text{K}$, $T_l = 320^\circ \text{K}$, для твердого парафина $f(T, \Phi) = 0$.

В математической постановке приняты следующие обозначения: x, y – декартовы координаты; t – время; g – ускорение свободного падения; μ – динамический коэффициент вязкости; β – коэффициент температурного расширения расплава; ρ – плотность; u, v – горизонтальная и вертикальная компоненты вектора скорости; p – давление; T – температура; T_m – температура плавления; h – энтальпия, λ – коэффициент теплопроводности, c – теплоемкость, Φ – объемная доля наночастиц; а также индексы: s – твердый парафин, l – расплав, m – парафин, np – наночастицы, nm – парафин с наночастицами.

На всех границах, включая границу фазового перехода $\bar{v} = 0$, температура окружающей среды была постоянна $T = T_c$, на остальных границах ставилось условие теплоизоляции $\partial T / \partial \bar{n} = 0$.

Дифференциальные уравнения в частных производных были решены с использованием метода конечных разностей на равномерной прямоугольной сетке 480×200 [5, 6]. Разностное уравнение Пуассона для

функции тока было решено методом последовательной верхней релаксации. Уравнение энергии и уравнение дисперсии завихренности решались с использованием локально-одномерной схемы Самарского.

В результате вычислений были получены распределения таких параметров, как скорость и температура на различных этапах процесса плавления. Рассмотрены случаи с различной частотой расположения ребер и объемной доли наночастиц. Основное внимание уделялось влиянию варьируемых параметров на установление конвективного режима в расплаве и его взаимодействие с межфазной границей.

Работа выполнена в рамках реализации проекта Российского научного фонда (соглашение № 17-79-20141).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wen D., Lin G., Vafaei S., Zhang K. Review of nanofluids for heat transfer applications // *Particuology*. – 2009. – Vol. 7. – Pp. 141–150.
2. Dhaidan N.S., Khodadadi J.M., Al-Hattab T.A., Al-Mashat S.M. Experimental and numerical investigation of melting of phase change material/nanoparticle suspensions in a square container subjected to a constant heat flux // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2013. – Vol. 66. – Pp. 672–683.
3. Vajjha R.S., and Das D.K., Experimental determination of thermal conductivity of three nanofluids and development of new correlations // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2009. – Vol. 52. – Pp. 4675–4682.
4. Valan Arasu A., Sasmito A.P., Mujumdar A.S. Numerical performance study of paraffin wax dispersed with alumina in a concentric pipe latent heat storage system // *Thermal science*. – 2013. – Vol. 17, № 2. – Pp. 419–430.
5. Бондарева Н.С., Шеремет М.А. Математическое моделирование режимов плавления в квадратной полости с локальным источником энергии // *Теплофизика и аэромеханика*. – 2016. – Т. 23, № 4. – С. 577–590.
6. Bondareva N.S., Sheremet M.A. Flow and heat transfer evolution of PCM due to natural convection melting in a square cavity with a local heater // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2017. – Vol. 134. – Pp. 610–619.

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ РЕАКЦИЙ
ГЕТЕРОГЕННОГО КАТАЛИЗА**

И.С. Бондарчук

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. И.А. Курзина

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: ivanich_91@mail.ru

**STATISTICAL APPROACH TO THE IDENTIFICATION PARAMETERS REACTIONS
OF HETEROGENEOUS CATALYSIS**

I.S. Bondarchuk

Scientific Supervisor: Prof., Dr. Sci. I.A. Kurzina

National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin Ave. 36, 634050

E-mail: ivanich_91@mail.ru

***Abstract.** New approach for identifying of the kinetic-thermodynamic parameters for heterogeneous catalysis tasks is discussed. This approach allows one to identify the required parameters of the heterogeneous catalytic reactions in a single-step calculation. The algorithm for solving of the tasks as optimization is considered. Basis of the approach is minimization scatter one of the identified required parameters. Unlike most traditional practice, the proposed approach is focused on the toolkit MS Excel Solver of the standard software MS Office.*

Введение. Химическая кинетика является эффективным инструментом для изучения гетерогенного катализа, а кинетические уравнения составляют один из основных элементов математического описания гетерогенных каталитических реакций. Адсорбция реагирующих молекул – одна из важных стадий каталитического процесса. Конкретный вид выражения для скорости реакции определяется изотермой, которая описывает адсорбцию веществ на поверхности катализатора. Из кинетического уравнения можно получить требуемые кинетико-термодинамические параметры для исследуемого гетерогенно-каталитического процесса. Знание указанных параметров является важным при проектировании, масштабировании и оптимизации каталитических реакторов. Они также играют определяющую роль при выборе оптимального режима протекания реакции в промышленности [1].

В гетерогенном катализе свойство катализатора ускорять реакцию обычно определяют скоростью v выхода продукта в единицу времени, отнесенному к единице массы катализатора [2]. Если в реакции участвуют два газообразных вещества с давлениями p_1 и p_2 , то скорость процесса может быть описана кинетическим уравнением

$$v = k \cdot \frac{p_1^2 \cdot p_2}{\left(\sqrt{p_1} + b_1 \cdot p_1 + b_2 \cdot p_2\right)^2},$$

где k – эффективная константа скорости реакции, b_1 и b_2 – адсорбционные константы.

Задача состоит в идентификации кинетических параметров k , b_1 и b_2 по экспериментальным данным. Традиционный подход к решению данной задачи опирается на линеаризацию выражения для

скорости реакции и графического анализа зависимостей для двух значений опытных данных при различных значениях аргументов. По отрезкам, отсекаемым на оси ординат, определяются значения b_1 и k , а по тангенсу угла наклона прямой находится величина b_2 .

Методика расчета. Предлагаемый подход, являющийся развитием работ [3-5], к решению указанной задачи состоит в подборе таких адсорбционных констант b_1 и b_2 , при которых разброс вычисленной серии значений констант скорости реакции k_i

$$k_i = v_i \cdot \frac{(\sqrt{p_{1i}} + b_1 \cdot p_{1i} + b_2 \cdot p_{2i})^2}{p_{1i} \cdot p_{2i}}$$

стремится к минимуму для всех $i = 1, \dots, N$ экспериментальных значений.

Для практической реализации алгоритма удобным и эффективным инструментом является надстройка «Поиск решения» (Solver) электронного таблиц MS Excel, входящая в стандартный пакет программного обеспечения MS Office. Решение достигается методом обобщенного понижающего градиента варьированием адсорбционных констант b_1 и b_2 с минимизацией целевой функции, представляющей собой коэффициент вариации

$$F(b_1, b_2) = \frac{1}{\bar{k}} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (k_i - \bar{k})^2 \right]^{0,5} \rightarrow \min, \quad \bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i.$$

В MS Excel коэффициент вариации вычисляются через отношение статистические функций стандартного отклонения и среднего: СТАНДОТКЛОН.Г(<данные>)/СРЗНАЧ(<данные>).

Сравнение традиционного подхода с предлагаемым методом проводилась на данных по реакции гидрирования толуола на катализаторе Pt/SiO₂, приведенных в [2], и представленных на рис. 1 в диапазоне ячеек A4:C11, где $[p]$ = Па, $[v]$ = моль/(ч г[кат.]). Сопоставление результатов вычисления показало различие расчетных значений k – на 11%, b_2 и b_1 в среднем на 5-7% при более высокой точности аппроксимации скорости реакции в два раза полученными решениями.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1				=C4*(КОРЕНЬ(B4)+H\$7*B4+H\$8*A4)^2/B4^2/A4)								
2	исходные данные											
3	p_2	p_1	v	k		=СРЗНАЧ(D4:D11)						
4	2000	60000	0,013	1,539E-09								
5	5000	60000	0,022	1,543E-09		$\bar{k} =$	1,542E-09					
6	7500	60000	0,025	1,543E-09								
7	9000	60000	0,026	1,543E-09		$b_1 =$	9,294E-03	варьируемые				
8	3000	80000	0,02	1,544E-09		$b_2 =$	6,578E-02	переменные				
9	6000	80000	0,029	1,541E-09								
10	9000	80000	0,034	1,541E-09		$F =$	1,067E-03	целевая функция				
11	11000	80000	0,035	1,540E-09								
12				=СТАНДОТКЛОН.Г(D4:D11)/G5)								
13												

Рис. 1. Скриншот рабочего листа Microsoft Excel по вычислению параметров реакции гидрирования толуола на катализаторе Pt/SiO₂

Заключение. Таким образом, предложен новый подход к решению задачи идентификации кинетико-термодинамических параметров для реакций гетерогенного катализа. Реализация решения проводится посредством инструментария электронных таблиц MS Excel с помощью надстройки «Поиск решения» (Solver), который имеется практически на всех персональных компьютерах. На примере определения по экспериментальным данным кинетико-термодинамических параметров гетерогенно-каталитических реакций предложен алгоритм и представлены результаты решения поставленной задачи как оптимизационной, когда минимизируется разброс одного из идентифицируемых искомых параметров. В отличие от традиционного предлагаемый подход отличается исключительной простотой реализации вычислений и более высокой (на 11%) точностью идентификации константы скорости реакции.

Работа выполнена в рамках программы поддержки ТГУ по повышению конкурентоспособности ведущих российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стромберг А.Г., Семченко Д.П. Физическая химия: Учебник для химических специальностей вузов / Под ред. А.Г. Стромберга. – 7-е издание, стереотипное. – М.: Высшая школа, 2009. – 527 с.
2. Колпакова Н.А., Романенко С.В., Колпаков В.А. Сборник задач по химической кинетике: учебное пособие; Томский политехнический университет. – 2-е изд. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2013. – С. 217-219.
3. Бондарчук С.С., Бондарчук И.С., Курзина И.А., Федорова В.А. Методология решения задач физической химии инструментом Solver MS Excel // Уровневая подготовка специалистов: электронное обучение и открытые образовательные ресурсы: сборник трудов I Всероссийской научно-методической конференции. – Томск: Издательство Томского политехнического университета. – 2014. – С. 178-180.
Режим доступа: http://earchive.tpu.ru/bitstream/11683/25654/1/conference_tpu-2014-C09.pdf
4. Бондарчук И.С., Федорова В.А. Алгоритмы идентификации кинетических параметров простых реакций // Перспективы развития фундаментальных наук [Электронный ресурс]: труды XI Международной конференции студентов и молодых учёных. – Национальный Исследовательский Томский политехнический университет. – Томск, 2014. – С.556-558.
Режим доступа: http://science-persp.tpu.ru/Previous%20Materials/Konf_2014.pdf
5. Бондарчук И.С., Курзина И.А., Бондарчук С.С. Методология решения задач физической химии инструментом Solver MS Excel // Высшее образование сегодня. – 2014. – № 9. – С. 22-24.
Режим доступа: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000515474>

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЧИСЛА ОСТРОГРАДСКОГО НА ЕСТЕСТВЕННО-
КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС И ТЕПЛОВОЕ ПОВЕРХНОСТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ
В ЗАМКНУТОМ КОНТУРЕ**

Н.С. Гибанов

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: Gibanov@mail.tsu.ru**NUMERICAL INVESTIGATION OF THE OSTROGRADSKY NUMBER EFFECT ON NATURAL
CONVECTION AND THERMAL RADIATION IN AN ENCLOSURE**

N.S. Gibanov

Scientific Supervisor: Associate Professor, Dr. M.A. Sheremet

National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin Avenue, 36, 634050

E-mail: Gibanov@mail.tsu.ru

***Abstract.** Unsteady natural convection combined with surface thermal radiation in closed cavity with a local heat-generating source has been investigated. The heat source of triangular shape of internal volumetric heat generation is located on the bottom wall. The vertical side walls are supposed to be isothermal and cooled. The governing equations of conservation of momentum, mass and energy, described the fluid flow and heat transfer have been represented by dimensionless variable "stream function - vorticity - temperature". The effects of the heat source power and emissivity factor on fluid flow and heat transfer within the cavity have been analyzed. Streamlines and isotherms as well as fluid flow rate, the local Nusselt numbers, average convective and radiative Nusselt numbers have been obtained.*

Введение. Стремительное развитие компьютерных технологий и информатизация широкого круга сфер человеческой деятельности является одной из основных причин развития радиоэлектронной техники. Растут объемы накапливаемой информации, а следом за ними и компьютерные мощности, необходимые для их обработки. В связи с этим увеличивается число задач, решение которых необходимо для дальнейшего развития компьютерных технологий и увеличения эффективности работы блоков радиоэлектронной аппаратуры. Одной из таких актуальных задач является задача эффективного охлаждения блоков электронной техники [1, 2]. При этом рассматриваемые радиоэлектронные устройства могут быть сложной геометрии, состоять из различных материалов, включать в себя различное множество теплонагруженных узлов и микроэлектронных компонент.

В представленной задаче были исследованы процессы сложного теплообмена (учитывалось поверхностное излучение, кондуктивный режим передачи тепла внутри источника тепловыделения, естественная конвекция внутри полости) внутри замкнутого контура, при наличии локального источника энергии постоянного объемного тепловыделения. Особое внимание было уделено влиянию интенсивности объемного тепловыделения на эффективность теплообмена в замкнутом объеме. Анализ проводился в широком диапазоне изменения числа Рэлея.

Физическая и математическая постановка. На рисунке 1 схематически изображена область исследования. В замкнутом квадратном контуре на нижней стенке имеется нагреватель треугольной формы. Вертикальные боковые стенки являются изотермическими и температура их минимальна. Таким образом, моделируется охлаждение рассматриваемой системы. Внутри области находится газ, который считается несжимаемой ньютоновской жидкостью с постоянными теплофизическими свойствами и удовлетворяющий приближению Буссинеска.

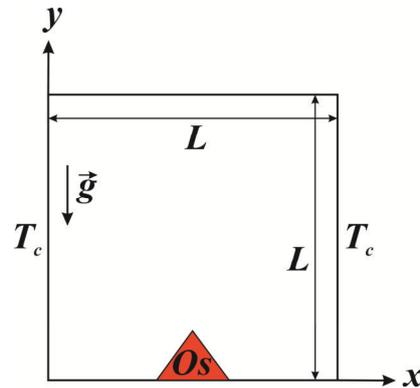


Рис. 1. Область исследования

Процессы переноса тепла, массы и импульса в рассматриваемой полости описываются системой нестационарных уравнений Обербека–Буссинеска в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность – температура» [3]:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\partial \Theta}{\partial X} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3)$$

Процесс теплопереноса в источнике тепловыделения:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_w / a_f}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + Os \right) \quad (4)$$

Для определения плотности радиационного потока Q_{rad} применялся метод решения с использованием плотности потока эффективного излучения. Представленный метод заключается в решении двух разностных дифференциальных уравнений (5) и (6) методом последовательной верхней релаксации [4, 5].

$$Q_{\text{rad}} = R_k - \sum_{i=1}^N F_{k-i} R_i \quad (5)$$

$$R_k = (1 - \varepsilon_k) \sum_{i=1}^N F_{k-i} R_i + \varepsilon_k (1 - \zeta)^4 \left(\Theta_k + 0.5 \frac{1 + \zeta}{1 - \zeta} \right)^4 \quad (6)$$

Краевая задача (1)–(4), была решена на основе метода конечных разностей. Разностное уравнение Пуассона для функции тока (2) разрешалось методом последовательной верхней релаксации. Уравнения

дисперсии завихренности (1) и энергии (3) были решены с использованием локально-одномерной схемы Самарского, которая позволяет свести многомерную задачу к системе одномерных. Конвективные слагаемые были аппроксимированы с помощью монотонной аппроксимации Самарского, диффузионные – центральными разностями со вторым порядком точности. Полученная система линейных алгебраических уравнений была решена методом прогонки.

Результаты и заключение. В результате проведенных исследований были получены распределения изолиний функции тока и температуры, среднего конвективного и радиационного чисел Нуссельта в широком диапазоне изменения чисел Рэлея и Остроградского, а также при различных значениях поверхностного излучения. Полученные результаты позволили провести детальный анализ влияния как силы плавучести, так и мощности источника тепловыделения на термогидродинамические характеристики внутри исследуемой области.

Работа выполнена в рамках реализации государственного задания Минобрнауки России (проект № 13.9724.2017/8.9).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jaluria Y. Design and optimization of thermal systems. Boca Raton: CRC Press, 2007.
2. Bergman T.L., Lavine A.S., Incropera F.P., DeWitt D.P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. Hoboken: Wiley, 2011.
3. Martyushev S. G., Sheremet M. A. Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in an air filled cavity with internal heat source // International Journal of Thermal Sciences. – 2014. – Vol. 76. Pp. 51–67.
4. Miroshnichenko I. V., Sheremet M. A. Numerical simulation of turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity // International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow. – 2015. – Vol. 25. – Pp. 1600-1618.
5. Мартюшев С. Г., Шеремет М. А. Математическое моделирование ламинарных режимов сопряженного конвективного теплопереноса в замкнутой полости с источником энергии в условиях поверхностного излучения // Инженерно-физический журнал. – 2013. – Т. 86. С. 107–115.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ
В КАМЕРАХ СГОРАНИЯ РДТТ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ**

К.Н. Жильцов, К.В. Костюшин, В.А. Котоногов

Научный руководитель: к.ф.-м.н. И.В. Еремин

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: konstantin@niipmm.tsu.ru

**MATHEMATICAL MODELING OF PRESSURE OSCILLATION IN THE COMBUSTION
CHAMBERS OF SOLID ROCKET MOTORS**

K.N. Zhiltsov, K.V. Kostyshin, V.A. Kotonogov

Scientific Supervisor: PhD I.V. Eremin

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: konstantin@niipmm.tsu.ru

***Abstract.** Numerical simulation of the flow instability and pressure self-oscillations for complex configurations of solid fuel charges in the combustion chamber are carried out. Calculation of the combustion products in combustion chamber was carried out with constant mass inflow in two-phase Navier-Stokes equations for a compressible medium. Large-eddy simulations (LES) turbulent model are implemented to study the oscillation flow field. According to fast Fourier transform the spectrum of pressure oscillations in the combustion chamber is determine. It is shown that the complex geometry of solid fuel charge can lead to the occurrence of low-frequency oscillations in the range of natural frequencies of the combustion chamber.*

Введение. Процессы, происходящие в камере сгорания ракетного двигателя на твердом топливе, характеризуются высокими давлениями, скоростями горения топлива и сложным составом продуктов сгорания [1-3]. Автоколебания рабочих параметров, выходящие за установленные пределы, могут приводить к развитию неустойчивости процессов в камере сгорания (КС) и последующему разрушению летательного аппарата. Источником таких колебаний могут быть как нестационарное горение, так и гидродинамическая неустойчивость потока.

В последние десятилетия проводится достаточно большое количество работ по исследованию природы возникновения неустойчивых режимов работы в камерах РДТТ. Проведено множество экспериментальных исследований, выработаны аналитические методики определения собственных колебаний для цилиндрических камер сгорания. В работе [4] проведены исследования гидродинамической природы низкочастотных колебаний, обусловленные неустойчивостью крупномасштабных вихревых структур в основном потоке газа. В работах [5, 6] проведены исследования влияния нестационарных режимов горения твердого топлива на колебания давления в Т-образных камерах сгорания. Работы [7, 8] посвящена подробному изучению вихревой динамики в каналах РДТТ различных конфигураций и их влиянию на величину колебаний давления. В настоящий момент в ракетных двигателях часто используются твердотопливные заряды различных конфигураций [9]. Связано это с необходимостью контролировать закон изменения поверхности горения топлива. Таким

образом, различная геометрия заряда не позволяет однозначно использовать устоявшиеся методики определения собственных частот колебаний давления для камер сгорания.

В данной работе основной целью является отработка методики расчета течения в КС с различной конфигурацией заряда твердого топлива на основе турбулентной модели крупномасштабных вихрей с учетом постоянного массоприхода с поверхности горения.

Методы исследования. Рассматривается задача движения потока газов в камере сгорания с соплом с постоянным массоприходом продуктов сгорания с поверхности горения сложной геометрии. Геометрические особенности поверхности массоприхода приводят к образованию вихрей, возмущению потока и генерация акустических и вихревых колебаний давления.

Математическая модель построена на основе уравнения Навье-Стокса для двухфазной сжимаемой среды и замыкается уравнением турбулентности крупномасштабных вихрей (*LES*) [10]. Задача решается в осесимметричной постановке. Для определения частотных характеристик используются параметры давления, полученные с виртуальных датчиков. Датчики располагаются у переднего днища камеры сгорания и в уплотненной части сопла. Пульсационная составляющая давления p' определяется как:

$$p' = p_{\text{кам}} - p_i$$

где $p_{\text{кам}}$ – среднее давление в камере сгорания, p_i – абсолютное давление на различных виртуальных датчиках камеры сгорания.

Полученные пульсационные составляющие давления обрабатываются с помощью быстрого преобразования Фурье и получают частотный спектр пульсаций давления в камере сгорания. Вычисления проводились с помощью пакета прикладных программ FLUENT для анализа газодинамики течения и среда программирования MathLAB для преобразования Фурье.

Результаты исследования. Методика расчета камеры сгорания с соплом апробирована на цилиндрических конфигурациях, для которых существуют аналитические решения [4]. Результаты расчетов показали хорошее согласование с аналитической методикой для определения собственных частот.

Проведены численные исследования камер сгорания сложной геометрии с уплотненной частью сопла. Показано, что в процессе сгорания твердого топлива поток характеризуется наличием значительного количества разномасштабных вихревых структур. От переднего днища камеры сгорания за счет массоприхода и обтекания особенностей геометрии происходит процесс формирования крупномасштабных вихревых структур. Однако, по мере прохождения потока вдоль камеры сгорания к соплу, вихревые структуры на входе в сопло разрушаются. Таким образом, крупномасштабные вихри характерны только для камеры сгорания, а области мелкомасштабных вихрей находятся в районе переднего днища и уплотненной части сопла. Показано, что именно многочисленные вихревые образования, возникающие вследствие геометрических особенностей камеры сгорания, являются основным источником вихревых колебаний давления.

С использованием разложения пульсационных составляющих давления с помощью преобразования Фурье получен частотный спектр колебаний давления для цилиндрической камеры сгорания и КС сложной геометрии. Показано, что наличие сложных геометрических особенностей камеры сгорания приводит к существенному изменению частотного спектра пульсаций давления.

Заключение. На основе турбулентной модели крупномасштабных вихрей отработана методика определения вихревых и акустических частот колебаний давления в камерах сгорания со сложной конфигурацией заряда твердого топлива.

Результаты были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, проект № 9.9063.2017/8.9.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимнат И. Ракетные двигатели на химическом топливе: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 294с.
2. Ерохин Б.Т. Теория внутрикамерных процессов и проектирование РДТТ: Учебник для высших технических учебных заведений. М.: Машиностроение, 1991. – 560с.
3. Vasenin I.M., Narimanov R.K., Glazunov A.A., Kuvshinov N.E., Ivanov V.A. Two-Phase Flows in the Nozzles of Solid Rocket Motors // Journal of Propulsion and Power. – 1995. – V.11. – №4. – pp.583-592.
4. Сухинин С.В., Ахмадеев В.Ф. Гидродинамические источники колебаний в камерах сгорания // Физика горения и взрыва. – 1993. – Т.29. – №6. – С.38-46.
5. Arkhipov V.A., Volkov S.A., Revyagin L.N. Experimental Study of the Acoustic Admittance of the Burning Surface of Composite Solid Propellants // Combustion, Explosion, and Shock Waves. – 2011. – V.47. – №2. – pp.193-199.
6. Su W., Wang N., Li J., Zhao Y., Yan M. Improved method of measuring pressure coupled response for composite solid propellants // Journal of Sound and Vibration. – 2014. – V.333. – pp.2226-2240.
7. Zhang Q., Li J., Wang W., Wang N. Numerical Analysis on Oscillation Characteristics in a Tailpipe Nozzle Solid Rocket Motor // Journal of Spacecraft and Rockets. – 2011. – V.48. – №1. – pp.103-109.
8. Zhang Q., Wang N., Li J., Su W., Zhang Y. Effect of the head cavity on pressure oscillation suppression characteristics in large solid rocket motors // Technological Sciences. – 2015. – V.58. – №7. – pp.1250-1262.
9. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей: Учебник для студентов машиностроительных специальностей вузов / Под ред. В.П. Глушко. – М.: Машиностроение, 1980. – 533с.
10. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 368с.

**НОВЫЙ ПОДХОД К ЧИСЛЕННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ЗАДАЧ ВНУТРЕННЕЙ
БАЛЛИСТИКИ РДТТ**А. Е. Кирюшкин

Научный руководитель: профессор, д. ф.-м. н. Л. Л. Миньков
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
Email: sashakir94@mail.ru

NEW APPROACH IN NUMERICAL SIMULATION OF INTERNAL BALLISTICS SRM PROBLEMA. E. Kiryushkin

Scientific Supervisor: Prof., Dr. L. L. Minkov
National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
Email: sashakir94@mail.ru

***Abstract.** In this article new approach of simulating internal ballistics flows in SRM is considered. Two different phenomena should be taken into account for appropriate numerical simulation of internal ballistics problems: grain propellant regression and flow of combustion gases itself. The simulation is becoming more complicated as these two phenomena depend on each other: grain burning rate depends on flow parameters near the burning surface while flow parameters in SRM depend on current grain propellant position. Previous articles and theses considered complicated geometry of SRM grain but assumed only 1D flows of combustion gases. This assumption can be fulfilled for special types of SRMs but in general it may be far from truth. Thus, numerical schemes capable of simulating 2D and 3D gases flows are needed. This paper focuses on development, description and application of such schemes.*

Введение. Математическая постановка задачи внутренней баллистики ракетного двигателя на твердом топливе (РДТТ) на всем участке работы включает в себя подвижные границы горящего топлива. Численное моделирование таких задач осложняется взаимозависимостью скорости горения твердого топлива и параметров течения продуктов сгорания: скорость горения твердого топлива зависит от давления, а также, возможно, от скорости обдувающих его газов, в то время как сами параметры течения зависят от положения горячей поверхности в данный момент времени. Такая «круговая» зависимость делает в общем случае невозможным построение линий уровня твердого топлива на каждый момент времени до решения задачи внутренней баллистики. Для решения подобного типа задач обычно используется нульмерная или одномерная постановка задачи течения продуктов сгорания с учетом сложной геометрии заряда топлива [1 – 5]. Однако, несмотря на то что для некоторых конфигураций РДТТ такое предположение о течении может оказаться близким к реальному, в общем случае такое предположение может давать неадекватные результаты.

Численная реализация. В данной работе используется алгоритм, позволяющий численно решать задачи внутренней баллистики РДТТ в осесимметричной постановке с учетом прогара топливной шашки на неподвижной декартовой вычислительной сетке. Из вышесказанного вытекают следующие основные сложности реализации. Во-первых, границы пересекают вычислительную сетку произвольным образом,

что осложняет задание граничных условий. Во-вторых, реализация численной схемы для точек рядом с границей требует определения значений в «фиктивных» точках. В-третьих, необходимо отслеживать движущуюся поверхность. Для геометрического представления поверхности и отслеживания ее эволюции во времени используется метод уровней, который представляется наиболее эффективным способом для представления поверхностей на неподвижной декартовой сетке. Для учета граничных условий и определения значений параметров течения в «фиктивных» точках используется обратный метод Лакса-Вендроффа, разработанный Шу [6 – 7].

Полученные результаты. Для расчета течения продуктов сгорания использовалась схема первого порядка точности по пространству с расщеплением потоков по методу Ван-Лира [8] и первого порядка точности по времени, а для определения функции уровня использовалась схема пятого порядка точности по пространству и третьего порядка точности по времени [9]. На рис. 1 можно увидеть эволюцию поверхности горения с течением времени для углов $\alpha = 45^\circ$ и $\alpha = 60^\circ$ соответственно. Промежуток времени, через который изображались изоповерхности, равен $\Delta t = 5$ с. Из рисунка видно, что для данного типа зарядов горение происходит практически параллельными слоями, то есть скорость горения вдоль поверхности изменяется незначительно.

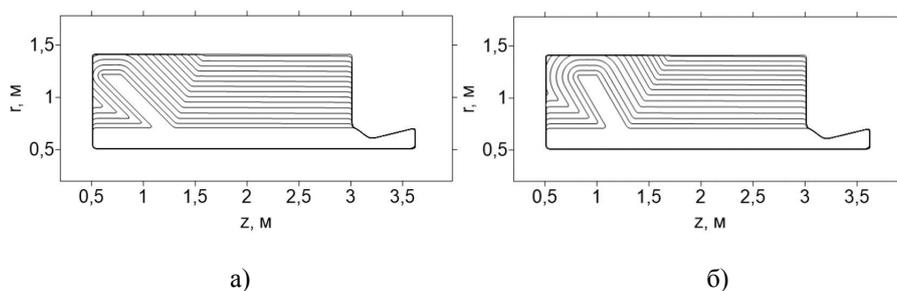


Рис. 1. Форма поверхности топлива в зависимости от времени для а) $\alpha = 45^\circ$ и б) $\alpha = 60^\circ$

На рис. 2 изображены зависимости давлений от времени, осредненных по объему камеры сгорания. На этих рисунках видно, что давление в камере сгорания возрастает до момента времени $t \approx 20$ с, что соответствует полному сгоранию топлива на левой стенке корпуса. Затем площадь горения начинает уменьшаться, что ведет к падению давления. На момент времени $t \approx 70$ с топливо полностью сгорает, и газоприход становится равным нулю, после чего давление монотонно падает.

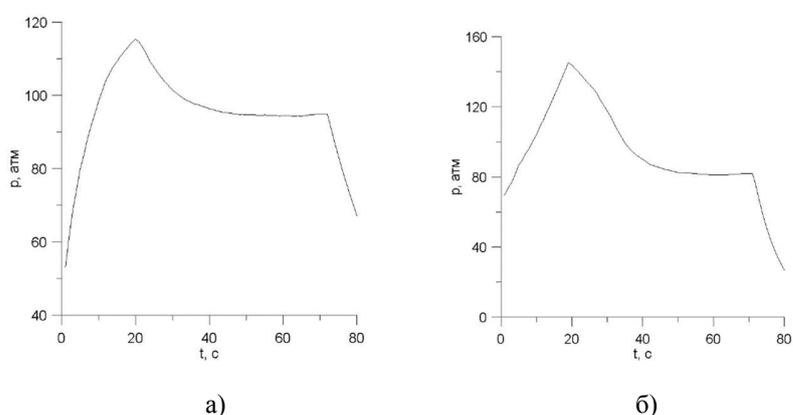


Рис. 2. Давление в камере в зависимости от времени для а) $\alpha = 45^\circ$ и б) $\alpha = 60^\circ$

Вывод. В данной работе для решения задач внутренней баллистики РДТТ на всем участке работы для зарядов любой формы на декартовой неподвижной сетке использовался алгоритм, основанный на обратном методе Лакса-Вендроффа. Подвижная поверхность горящего топлива отслеживалась с помощью метода уровней, суть которого заключается в неявном представлении в виде нулевого уровня некоторой функции.

В качестве примера была решена задача для заряда с «зонтиком» при различных углах наклона и получены кривые зависимости давления в камере от времени и эволюция горячей поверхности топлива.

Несмотря на то, что решение проводилось в осесимметричной постановке, данный подход может быть легко обобщен для трехмерной постановки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания №9.9625.2017/8.9.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ю. М. Милёхин и др., Сопряженная Задача Моделирования Внутрибаллистических Характеристик Бесопловых РДТТ // Физика Горения и Взрыва. – 2013. – Т. 49. – № 5. – С. 77-85.
2. E. Cavallini. Modeling and Numerical Simulation of Solid Rocket Motors Internal Ballistics. PhD thesis. – Rome, 2009. – 203 p.
3. E. Cavallini et al, Internal Ballistics Modeling of High Performance SRMs with Coupled Nozzle Erosion Characterization // 47th AIAA Joint Propulsion Conference: AIAA Conference Proceedings. San Diego, 2011.
4. W. Sullwald, Grain regression analysis. Master's thesis. – Stellenbosch, 2014. – 182 p.
5. M. H. Tshokotsha, Internal Ballistic Modelling of Solid Rocket Motors Using Level Set Methods for Simulating Grain Burnback. Master's thesis. – Stellenbosch, 2016. – 125 p.
6. Tan S. Inverse Lax-Wendroff Procedure for Numerical Boundary Conditions of Conservation Laws / S. Tan, C.-W. Shu // Journal of Computational Physics. – 2010. – V. 229(21). – P. 8144 – 8166.
7. Tan S. Efficient Implementation of High Order Inverse Lax-Wendroff Boundary Treatment for Conservation Laws / S. Tan, C. Wang, C.-W. Shu and J. Ning // Journal of Computational Physics. – 2012. – V. 231(6). – P. 2510 – 2527.
8. Van Leer B. Flux-Vector Splitting for the Euler Equations // Lecture Notes in Physics. – 1982. – V.170. – P.507-512.
9. Osher S. Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces / S. Osher, R. Fedkiw – NY : Springer, 2003. – 273 p.

ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ АКЦИЙ ИНДЕКСА ДООУ ДЖОНСА

М.С. Кнutowa

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: msk2708@yandex.ru

FORMATION OF A PORTFOLIO OF SHARES INCLUDED IN THE DOW JONES INDEX

M.S. Knutova

Scientific Supervisor: As. Prof., Ph.D. O.L. Kritski

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: msk2708@yandex.ru

***Abstract.** In this paper we consider the need to optimize the investment portfolio. We give the concept of the securities portfolio and the Dow Jones index. We analyzed of financial instruments and their use when formation of the securities portfolio. The optimal ratio between risk, income and liquidity is determined. We implement classical Markowitz portfolio theory.*

На текущий момент в расчет индекса Доу Джонса включается стоимость простых акций 30 крупнейших предприятий США разных отраслей, взвешенных по капитализации.

Будем понимать под портфелем набор ценных бумаг, дающий инвестору удовлетворительные с его точки зрения количественно-качественные характеристики: доходность, ликвидность, надежность, реализуемость и приемлемый уровень риска [1]. Основной своей целью мы видим формирование такого портфеля ценных бумаг, чтобы его владелец мог сохранить и приумножить первоначальный капитал. При этом существует ряд результатов, к которым инвестор дополнительно стремится при формировании портфеля:

1. максимизация роста капитала;
2. максимизация роста дохода;
3. обеспечение безопасности;
4. обеспечение ликвидности.

На практике используют множество методов формирования оптимального портфеля ценных бумаг. Большинство из них основано на методе Марковица. Основная идея модели Марковица заключается в том, чтобы статистически рассматривать будущий доход, приносимый финансовым инструментом, как случайную переменную [2]. Для упрощения полагается, что доходы распределены нормально.

По модели Марковица определяются показатели, характеризующие объем инвестиций и риск, что позволяет сравнивать между собой различные альтернативы вложения капитала с точки зрения поставленных целей [3].

В качестве показателя ожидаемого дохода из ряда возможных доходов на практике используют наиболее вероятное значение, которое в случае нормального распределения совпадает с математическим ожиданием. Для измерения риска служат показатели рассеивания. Чем больше разброс величин возможных доходов, тем больше опасность, что ожидаемый доход не будет получен. Мерой рассеивания является среднеквадратическое отклонение [4].

Ожидаемая доходность портфеля представляет собой сумму доходностей каждого отдельного финансового инструмента:

$$X_{\pi} = \sum_{k=1}^n \alpha_k x_k \quad (1)$$

где α_k – доля k -го финансового инструмента в портфеле, x_k – доходность k -го финансового инструмента.

Пусть x_k – случайная величина с математическим ожиданием $E(x_k) = a_k$ и дисперсией $D(x_k) = \sigma_k^2$, $k=1, 2, \dots, n$.

Пусть $\text{cov}(x_k, x_j) = \sigma_{kj}$ – ковариация случайных величин x_k и x_j . Тогда общая дисперсия портфеля вычисляется следующим образом:

$$\sigma_{\pi}^2 = \text{var} \left(\sum_{k=1}^n \alpha_k x_k \right) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_k \alpha_j \rho_{kj} \sigma_k \sigma_j,$$

где $\rho_{kj} = \text{corr}(x_k, x_j)$.

При построении оптимального портфеля сумму всех долей ограничиваем единицей:

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k = 1.$$

Далее максимизируем среднее ожидаемое значение случайной величины стоимости портфеля X_{π} :

$$E(X_{\pi}) = \sum_{k=1}^n \alpha_k E(x_k) = \sum_{k=1}^n \alpha_k a_k \rightarrow \max$$

Для завершения модели ограничиваем уровень дисперсии σ_{π}^2 значением некоторой заданной дисперсии σ^2 :

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_k \alpha_j \rho_{kj} \sigma_k \sigma_j < \sigma^2.$$

Математическая модель Марковица представляется в виде:

$$\begin{aligned} E(X_{\pi}) &\rightarrow \max, \\ \sum_{k=1}^n \alpha_k &= 1, \\ \sigma_{\pi}^2 &< \sigma^2. \end{aligned}$$

В данной работе для составления инвестиционного портфеля были рассмотрены 30 компаний, входящие в индекс Доу Джонса. Для проведения расчетов выбраны котировки акций за 2017 год в дни повышения ставки ФРС. По полученным данным проведены следующие операции:

1. Для каждого периода определены доходности по формуле $r(t) = \left(\frac{P(t+1) - P(t)}{P(t)} \right)$;
2. Для полученных значений доходностей найдена годовая матрица ковариаций;
3. Вычислена общая доходность каждой акции;
4. Определена годовая волатильность для каждой акции по формуле $\sigma = \sqrt{\text{cov}(x; x)} \cdot 100\%$.

С помощью пакета поиска решения MS Excel вычислено распределение долей акций в портфеле при условиях: максимум доходности (Д), сумма долей в портфеле равна единице, волатильность (В) портфеля не больше 7% годовых.

Таблица 1

Распределение долей первой части акций

Тикер	JNJ	MRK	V	PFE	NKE	AXP	DIS	JPM	VZ	MSFT
Д, %	26,24	-8,06	36,95	15,83	21,18	28,14	-3,22	24,07	7,26	31,83
В, %	6,63	10,20	8,03	13,46	16,28	14,35	4,99	18,53	16,27	14,11
Доля	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Таблица 2

Распределение долей второй части акций

Тикер	INTC	KO	IBM	TRV	PG	GS	CVX	AAPL	CSCO	UNH
Д, %	17,37	10,96	-11,58	13,95	3,53	11,60	7,55	41,12	24,51	38,45
В, %	20,45	4,80	10,62	1,11	6,35	15,36	12,25	12,69	21,25	12,86
Доля	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,00	0,00

Таблица 3

Распределение долей третьей части акций

Тикер	GE	BA	MCD	XOM	HD	WMT	DWDP	MMM	CAT	UTX
Д, %	-41,46	77,33	41,93	-0,90	33,34	46,07	19,78	36,51	55,85	14,23
В, %	29,86	32,58	6,47	2,55	6,97	8,78	7,93	2,95	31,11	1,82
Доля	0,00	0,15	0,72	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Таким образом, в портфель вошли акции следующих компаний: Apple Inc, The Boeing Company, McDonald's Corporation. При данном распределении долей ожидаемый уровень доходности всего портфеля по формуле (1) равен 47%, ожидаемая волатильность портфеля по формуле $\sigma = \sqrt{A \cdot K \cdot A^T} \cdot 100\%$ равна 7%, где A - вектор долей в портфеле, K - матрица ковариаций ежедневных доходностей валют.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. ИНВЕСТИЦИИ: Пер. с англ. - М.: ИНФРА-М, 2001.-ХП, 1028 с.
2. Markowitz H., Blay K. (2014) Risk-Return Analysis: The Theory and Practice of Rational Investing vol.1. New York: McGraw Hill. – 208 p.
3. Moshenets M.K. and Kritski O.L. Automatic system of detecting informed trading activities in European-style options. Journal. of Eng. and App. Sci. – 2016. – V.11 (9). – P.5727-5731.
4. Крицкий О.Л., Бельснер О.А. Оптимизация портфеля финансовых инструментов // Финансы и кредит. 2013. № 36 (564). С. 35-40.

ВЛИЯНИЕ ИНФОРМИРОВАННЫХ ТРЕЙДЕРОВ НА ТОРГОВЛЮ КРИПТОВАЛЮТАМИ

О.С. Кнutowa

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: knolya77@yandex.ru**THE INFLUENCE OF INFORMED TRADERS IN THE CRYPTOCURRENCY TRADING**

O.S. Knutova

Scientific Supervisor: Associate Professor, PhD O.L. Kritsky

National Research Tomsk Polytechnic University

Russia, Tomsk, str. Lenina, 30, 634050

Email: knolya77@yandex.ru

Abstract. *We propose a mathematical procedure of detection of transactions of informed traders in intraday cryptocurrency trading. We formulate generalized criterion allowing to define, whether there is an informed trade in the stock market is formulated. We make calculations for the currency pair XRP/USD.*

В данной работе развивается методология построения ARMA(1,1) и оценки ее коэффициентов для случая высокочастотной торговли.

Предположим, что множество всех инвесторов, покупающих или продающих базовый актив, разделено на информированных трейдеров и обычных инвесторов. Пусть макроэкономическое событие, влияющее на цену, становится общеизвестным в будущий момент времени T , в то время как информированному трейдеру данные о нем доступны уже в момент $t < T$. Предположим, что он принимает решение о покупке (продаже) базового актива равными долями через одинаковые промежутки времени, т.е. в моменты $t, (t+1), \dots, T$. Тогда объем заключенных сделок с активами одного вида равен

$$X_t = v_t + u_t,$$

где $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$ – объем, предлагаемый обычными, ничего не подозревающими инвесторами, v_t – объем, которым оперирует информированный трейдер.

Пусть v_t подчиняется соотношению $v_t = \beta \theta_t$, где β – коэффициент пропорциональности, θ_t – размер пакета, шт.

Пусть θ_t удовлетворяет модели AR(1), что объясняется желанием информированного трейдера скрыть свою деятельность и, например, уменьшить v_t при недостаточной активности на рынке, т.е.

$$\theta_t = \bar{\theta} + \rho \theta_{t-1} + z_t, \quad (1)$$

где $\bar{\theta}$ – средний размер пакета, покупаемого (продаваемого) в единицу времени, $z_t \sim N(0, \sigma_z^2)$ – шум.

Пусть S_t – котировка базового актива в момент t . Так как трейдер приобретает его крупными частями, предположим, что S_t будет изменяться пропорционально изменению цен:

$$S_t = S_{t-1} + \lambda X_t, \quad (2)$$

где $\lambda = \frac{\text{cov}((\theta_t, X_t)|v_{t-1})}{D(X_t|v_{t-1})}$ – условный коэффициент бета в портфельной теории Марковица [1], в котором

X_t играет роль эталонного портфеля.

Теорема. В случае торговой стратегии (1),(2) приращение цен базового актива является ARMA(1,1)-процессом [2]:

$$\Delta S_{t+1} = \gamma + \rho \Delta S_t + \delta \varepsilon_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (3)$$

где $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ – шум, $\sigma_\varepsilon^2 = (\lambda^2 \beta^2 \sigma_z^2 + (1 - \rho^2) \lambda^2 \sigma_u^2) (1 + \delta^2 + 2\rho\delta)^{-1}$,

$$\delta = (1 + \rho^2) (2\rho)^{-1} + \left[\lambda^2 \beta^2 \sigma_z^2 - \sqrt{(\lambda^2 \sigma_u^2 (1 - \rho)^2 + \lambda^2 \beta^2 \sigma_z^2) (\lambda^2 \sigma_u^2 (1 + \rho)^2 + \lambda^2 \beta^2 \sigma_z^2)} \right] (2\rho \lambda^2 \sigma_u^2)^{-1}, \gamma = \lambda \beta (1 - \rho) \frac{S_T - S_0}{T},$$

$$\lambda = \frac{\beta \sigma_z^2}{\beta \sigma_z^2 + \sigma_u^2}.$$

Доказательство. Подставляя выражение (1) в формулу (3) при t и $(t + 1)$, получаем:

$$\Delta S_t = \gamma + \rho \lambda \beta \theta_{t-1} + \lambda \beta z_t + \lambda \beta z_{t-1} + \lambda u_t,$$

$$\Delta S_{t+1} = \gamma(1 + \rho) + \rho^2 \lambda \beta \theta_{t-1} + \lambda \beta (1 + \rho) z_t + \lambda \beta \rho z_{t-1} + \lambda \beta z_{t+1} + \lambda u_{t+1} \quad (4)$$

Перепишем выражение (4) в следующем виде:

$$\Delta S_{t+1} = \gamma + \rho \Delta S_t + \lambda \beta z_{t+1} + \lambda \beta z_t + \lambda u_{t+1} - \lambda \rho u_t \quad (5)$$

Обозначим автоковариацию для $\Delta S_t = \gamma + \rho \Delta S_{t-1} + \varepsilon_t + \delta \varepsilon_{t-1}$ через V_t . Тогда V_0 и V_1 :

$$V_0 = \sigma_\varepsilon^2 (1 + \delta^2 + 2\rho\delta) (1 - \rho^2)^{-1}, \quad (6)$$

$$V_1 = \sigma_\varepsilon^2 (\rho + \rho\delta^2 + \rho^2\delta + \delta) (1 - \rho^2)^{-1} \quad (7)$$

Вычислим автоковариацию для приращений ΔS_0 и ΔS_1 из выражения (5) напрямую и приравняем ее правым частям уравнений (6) и (7), чтобы найти неизвестные δ и σ_ε^2 . Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_\varepsilon^2 (1 + \delta^2 + 2\rho\delta) (1 - \rho^2)^{-1} &= \lambda^2 \beta^2 \sigma_z^2 (1 - \rho)^{-1} + \lambda^2 \sigma_u^2, \\ \sigma_\varepsilon^2 (\rho + \rho\delta^2 + \rho^2\delta + \delta) (1 - \rho^2)^{-1} &= (1 + \rho) \lambda^2 \beta^2 \sigma_z^2 (1 - \rho)^{-1}. \end{aligned}$$

Разрешая полученную систему, находим коэффициенты из выражения (3), что и требовалось доказать.

Запись выражения (2) в форме (3) позволяет записать необходимый обобщенный критерий наличия информированных трейдеров [3, 4].

Обобщенный критерий: 1) если $\rho < 0$, то $0 < \delta < -\rho$; 2) если $\rho > 0$, то $-1 < \delta < -\rho$.

Попробуем обнаружить подозрительные информированные сделки с помощью обобщенного критерия. Для этого рассмотрим пяти-, пятнадцати-, тридцати- и шестидесятиминутные значения цен пары XRP/USD в период с 25 декабря по 31 декабря 2017 г. Найдем оценки коэффициентов ρ и δ модели (3), используя пакет Statistica, внутри каждого торгового дня. Их значения приведены в табл. 1.

По результатам расчетов (см. табл. 1) можно сделать вывод об обнаружении влияния информированных трейдеров на торговлю валютой XRP. Также можно отметить, что более частотные пяти- и пятнадцатиминутные котировки цен не очень хорошо помогают идентифицировать информированных трейдеров.

Таблица 1

Наличие информированной торговли в дни временного интервала 25.12.2017 – 31.12.2017

Дата	$\hat{\rho}$	$\hat{\delta}$	Интервал нарушения устойчивости для $\hat{\delta}$	Гипотеза об информированной торговле
5-минутные котировки				
25.12.2017	-0,71	0,99	(0;0,71)	Не подтверждается
26.12.2017	0,72	0,67	(-1;-0,72)	Не подтверждается
27.12.2017	0,21	0,32	(-1;-0,21)	Не подтверждается
28.12.2017	-0,87	-0,82	(0;0,87)	Не подтверждается
29.12.2017	0,08	0,29	(-1;-0,08)	Не подтверждается
30.12.2017	0,62	0,59	(-1;-0,62)	Не подтверждается
31.12.2017	0,22	0,43	(-1;-0,22)	Не подтверждается
15-минутные котировки				
25.12.2017	-0,56	0,95	(0;0,56)	Не подтверждается
26.12.2017	0,40	0,36	(-1;-0,40)	Не подтверждается
27.12.2017	-0,61	-0,42	(0;0,61)	Не подтверждается
28.12.2017	0,26	0,39	(-1;-0,26)	Не подтверждается
29.12.2017	-0,92	0,98	(0;0,92)	Не подтверждается
30.12.2017	-0,70	-0,85	(0;0,70)	Не подтверждается
31.12.2017	-0,30	-0,08	(0;0,30)	Не подтверждается
30-минутные котировки				
25.12.2017	-0,49	0,89	(0;0,49)	Не подтверждается
26.12.2017	0,06	0,22	(-1;-0,06)	Не подтверждается
27.12.2017	0,01	0,91	(-1;-0,01)	Не подтверждается
28.12.2017	-0,77	-0,59	(0;0,77)	Не подтверждается
29.12.2017	-0,29	0,03	(0;0,29)	Подтверждается
30.12.2017	-0,42	-0,34	(0;0,42)	Не подтверждается
31.12.2017	-0,78	-0,66	(0;0,78)	Не подтверждается
60-минутные котировки				
25.12.2017	-0,26	0,85	(0;0,26)	Не подтверждается
26.12.2017	0,35	0,13	(-1;-0,35)	Не подтверждается
27.12.2017	-0,40	-0,07	(0;0,40)	Не подтверждается
28.12.2017	-0,30	0,01	(0;0,30)	Подтверждается
29.12.2017	-0,88	0,87	(0;0,88)	Подтверждается
30.12.2017	0,20	0,77	(-1;-0,20)	Не подтверждается
31.12.2017	-0,86	-0,70	(0;0,86)	Не подтверждается

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. – М.: Наука, 1998. – Т. 1, 2. – 1020 с.
2. Крицкий О. Л., Глик Л. А. Выявление инсайдерских сделок при внутридневной торговле на российском фондовом рынке// Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2012. – № 44. – С. 33–38.
3. Крицкий О. Л., Глик Л. А. Определение активности информированных трейдеров на фондовых рынках// Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2015. – № 10. – С. 41–49.
4. Moshenets M. K. and Kritski O. L. (2016). Automatic system of detecting informed trading activities in european-style options. Journal of Engineering and Applied Sciences. no. 9, pp. 5727–5731

**РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ НА РАСЧЕТНЫХ СЕТКАХ
С ЗАРАНЕЕ НЕИЗВЕСТНОЙ ТОПОЛОГИЕЙ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СХЕМ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ**

К.В. Костюшин, В.А. Котоногов, А. М. Кагенов

Научный руководитель: к.т.н. И.В. Еремин

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: kotonogov@niipmm.tsu.ru

**NUMERICAL SOLUTION OF GAS DYNAMICS EQUATIONS ON THE COMPUTATIONAL
MESHES WITH ARBITRARY NUMBER OF CELL FACES USING HIGH ORDER SPATIAL
ACCURACY SCHEMES**

K.V. Kostyushin, V.A. Kotonogov, A.M. Kagenov

Scientific Supervisor: PhD I.V. Eremin

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: kotonogov@niipmm.tsu.ru

***Abstract.** In the present study methodology and algorithm of numerical solution of gas dynamics equations on the computational meshes with arbitrary number of cell faces using high order spatial accuracy schemes is presented. For realization of calculation algorithm, the system of data storage is offered, the system does not depend on mesh topology, and it allows to use the computational meshes with arbitrary number of cell faces.*

Введение. Для проведения расчетов течений невязкого газа в областях сложной формы, характерных для современных газо-динамических устройств, широкое применение находят различные типы расчетных сеток, включая структурированные и блочно-структурированные сетки, тетраэдральные сетки, гибридные сетки, неструктурированные сетки, состоящие из тетраэдров, призм, пирамид и гексаэдров, а также полиэдральные сетки, состоящие из многогранных ячеек с произвольным числом граней. В работе подробно рассматривается система хранения данных, и реализация алгоритма численного решения уравнений газовой динамики на расчетных сетках с произвольным числом граней расчетной ячейки.

Обобщенная разностная схема. В общем случае большинство схем типа Годунова могут быть записаны в следующем виде [1]:

$$G_i \frac{\rho_i^{k+1} - \rho_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=1}^{m(i)} R_j (V_j \cdot S_j) = 0 \quad (1)$$

$$G_i \frac{(\rho \mathbf{v})_i^{k+1} - (\rho \mathbf{v})_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=1}^{m(i)} (R_j \mathbf{V}_j) (\mathbf{V}_j \cdot \mathbf{S}_j) + \sum_{j=1}^{m(i)} P_j \mathbf{S}_j = 0 \quad (2)$$

$$G_i \frac{e_i^{k+1} - e_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=1}^{m(i)} (E_j + P_j) (\mathbf{V}_j \cdot \mathbf{S}_j) = 0 \quad (3)$$

где ρ – плотность, t – время, p – давление, $\mathbf{v} = [u, v, w]^T$ – скорость движения газа, $e = \rho\varepsilon + \rho(u^2 + v^2 + w^2)/2$ – полная энергия единицы объема, ε – удельная внутренняя энергия, G_i – объем i ячейки, $\mathbf{S}_j = \mathbf{n}_j S_j$ – ориентированная площадь грани j ячейки, \mathbf{n}_j – вектор внешней нормали j ячейки, $m(i)$ – количество граней i ячейки, k – номер шага по времени, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ – скалярное произведение двух векторов. Большие буквы R , \mathbf{V} , P , E обозначают соответственно плотность, скорость, давление и полную энергию на гранях дискретной сеточной ячейки. Эти величины определяются из решения соответствующей задачи Римана [2] в направлении внешней нормали. Также для расчета потоков могут быть использованы другие методы, основанные на приближенных решениях задачи Риммана: Roe, Ошера, HLL, HLLC, HLLE, WAF [3].

Система хранения данных. Самым простым подходом для организации алгоритма решателя является подход, основанный на хранении данных в изолированных массивах и их дальнейшего сопоставления путем использования индексов соответствующих элементов. Очевидно, что такой подход позволяет достаточно быстро разрабатывать решатели для сеток с заранее известной топологией, однако даже при малейшем изменении шаблона расчетной сетки (изменение количества граней в ячейках, использование блочной структуры и т.д.) необходимо вносить существенные изменения как и в структуру хранимых данных, так и в сам алгоритм решения. В связи с этим, для реализации алгоритма универсального решателя, адаптированного к произвольному количеству граней в ячейках, удобно использовать следующую структуру данных:

1. Класс «Ячейка» («Cell»). Экземпляры класса «Ячейка» хранят информацию о геометрии ячейки (центр масс, площадь и т.д.) и параметрах газа в ячейки.
2. Класс «Грань» («Edge»). Экземпляры класса «Грань» хранят информацию о геометрии грани ячейки (площадь либо длина, вектор нормали) и параметрах газа на границе (большие величины).
3. Модель данных расчетной ячейки представляется в виде коллекций экземпляров класса «Ячейка» и «Грань».

Взаимосвязь «Ячейка» – «Грань» реализуется путем хранения коллекции ссылок на экземпляры класса «Грань» в классе «Ячейка», а связь «Грань» – «Ячейка», путем хранения в классе «Грань» ссылок на экземпляры класса «Ячейка» (Рисунок 3).

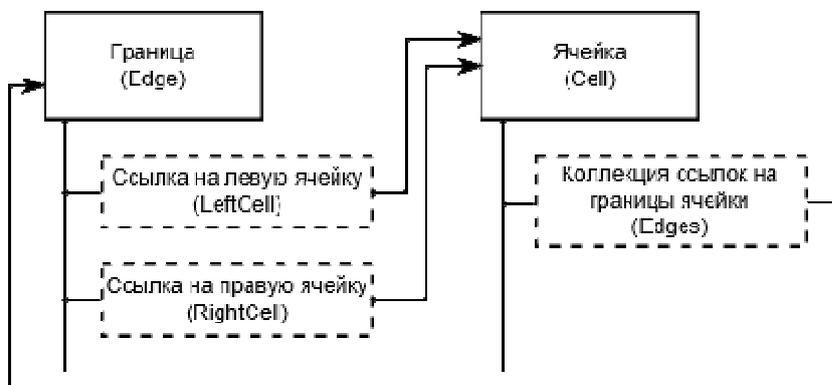


Рисунок 1 – Взаимосвязь между классами «Ячейка» и «Грань»

Такая система хранения данных не имеет зависимости от топологии расчетной сетки, и позволяет проводить расчеты на сетках произвольной конфигурации. При использовании современных объектно-ориентированных языков программирования, решатель схемы (1) – (3) может быть записан в достаточно простом и компактном виде (Листинг 1).

```
foreach (var cell in cells)
{
    double stream_1 = 0;
    Vector<double> stream_2 = new Vector(0,0,0);
    double stream_3 = 0;

    foreach (var edge in cell.edges)
    {
        stream_1 += edge.Gas.Ro * (edge.Gas.V * edge.N * edge.S);
        stream_2 += (edge.Gas.Ro * edge.Gas.V) * (edge.Gas.V * edge.N * edge.S) + edge.Gas.P * edge.N * edge.S;
        stream_3 += (edge.Gas.E + edge.Gas.P) * (edge.Gas.V * edge.N * edge.S);
    }

    cell.Gas_Next.Ro = cell.Gas.Ro - dt / cell.G * stream_1;
    cell.Gas_Next.V = cell.Gas.Ro * cell.Gas.V - dt / cell.G * stream_2;
    cell.Gas_Next.E = cell.Gas.E - dt / cell.G * stream_3;
}
```

Листинг 1 – Пример реализации шага по времени. Язык C#

Здесь V, N, stream_2 – экземпляры класса Vector (пользовательский тип данных «Вектор» для которого определены стандартные векторные операции).

Заключение. Алгоритм апробирован на структурированных, блочно-структурированных и неструктурированных расчетных сетках при определении параметров невязкого сжимаемого газа в газодинамическом тракте ракетного двигателя, включающего в себя камеру сгорания, сопло и истекающую струю [4,5], с использованием схем первого и второго порядка точности. Полученные результаты хорошо согласуются с известными решениями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики.– М.: Наука, 1976. – 400с.
2. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. – М.: Физматлит, 2001. – Т. 607.
3. Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Емельянов В. Н., Козелков А. С., Карпенко А. Г., Тетерина И. В. Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках. М.: Физматлит, 2014.
4. Костюшин К.В., Кагенов А.М., Богдевич Ю.Р. Разработка программного комплекса для расчета локальных и интегральных характеристик течений продуктов сгорания в газодинамических трактах ракетных двигателей //«Орбита молодежи» и перспективы развития российской космонавтики». Сборник материалов Всероссийской молодежной научно-практической конференции (8-9 сентября 2016г.). Самара: Самарский университет, 2016. С. 190-191.
5. Костюшин К.В., Богдевич Ю.Р., Еремин И.В., Кагенов А.М. Разработка и реализация архитектуры программного комплекса "FlashFlow", предназначенного для численного решения двумерных задач газовой динамики //Материалы XI международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25-31 мая 2016 г., Алушта. М.: Изд-во МАИ, 2016. С. 435-436.

**ЧИСЛЕННАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ТАБЛИЧНЫХ ФУНКЦИЙ
НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ МНОГОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ
ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

М.И. Кочергин

Научный руководитель: д.т.н., профессор В.М. Дмитриев

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 40, 634050

E-mail: max24kochergin@gmail.com

**NUMERICAL APPROXIMATION OF TABLE FUNCTIONS
ON THE BASIS OF MULTIDIMENSIONAL OPTIMIZATION METHODS
FOR MODELING PHYSICS AND TECHNICS PROBLEMS**

M.I. Kochergin

Scientific Supervisor: Prof., Dr. V.M. Dmitriev

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634050

E-mail: max24kochergin@gmail.com

Abstract. The aim of the article is to present an approximation method based on multidimensional optimization methods which does not require preliminary information about the derivatives of the approximating function. It is proposed to use a combination of the grid method, coordinate descent method and the golden section method to solve the task of optimizing the objective function (standard deviation in the nodes of the tabular function). The considered example of the approximation of the flight trajectory of a body in the atmosphere illustrates the comparability of the results of the proposed method and the least squares method.

Введение. Используемые в математических моделях функции, могут быть заданы как аналитически, так и таблично – когда значения функции известны только при определенных дискретных значениях аргумента. На практике могут понадобиться значения функции и в других точках, отличных от тех, что заданы в таблице [1]. Эта задача может решаться путём приближенной замены полученной табличной функции $f(x)$ некоторой более простой $g(x)$, т.е. средствами аппроксимации. Выбор приближающей функции определяется по значению погрешности (отклонения в дискретных точках). Критерием метода наименьших квадратов (МНК) является сумма квадратов отклонений. В качестве примера программной реализации МНК приведём аппроксиматор среды многоуровневого компьютерного моделирования MAPC (СМ MAPC) [2, 3], интерфейс которого представлен на рис. 1.

Выбор аппроксимирующей кривой	Ср.кв.отклонение	Расчет коэффициентов	Вход	Выход
<input checked="" type="checkbox"/> Степенная форма	0	$Y = 1 * X^{(2)}$	0	0
<input checked="" type="checkbox"/> Экспоненциальная форма	0.686307	$Y = 0.7402 * \exp(0.7978 * X)$	1	1
<input checked="" type="checkbox"/> Линейная форма	1	$Y = 3 * X - 1$	2	4
			3	9

Рис. 1. Фрагмент окна аппроксиматора в СМ MAPC

Не всегда погрешность лучшей (из имеющегося списка) приближающей функции является приемлемой. В таком случае необходимо осуществить подбор другой приближающей функции для непрерывной аппроксимации, либо решать задачу кусочно-непрерывной аппроксимации. В первом случае возникают технические сложности для программной реализации процедуры автоматического аналитического дифференцирования (поэтому обычно информация о производных конкретной приближающей функции заносится вручную), к тому же полученная (автоматически) в аналитическом виде производная может быть избыточна и требовать приведения подобных. Решением данной проблемы может служить переход от построения СЛАУ с применением аналитического дифференцирования к решению задачи многомерной оптимизации целевой функции, которая представляет собой критерий оценки погрешности приближения.

Целью статьи является представление метода аппроксимации, основанного на критерии МНК и методах многомерной оптимизации, не требующего информации о производных приближающей функции и позволяющего в автоматизированном режиме использовать любые функции, введённые пользователем в интерактивную математическую панель [4] СИМАРС, в качестве приближающих.

Численная аппроксимация на основе методов многомерной оптимизации. В качестве критерия качества приближения предлагается использовать критерий МНК (среднеквадратичное отклонение в узлах табличной функции) – в результате получаем задачу многомерной оптимизации функции $f(x, a, b, c)$ по критерию $\sqrt{\sum_i (y_{табл_i} - f(x_i, a, b, c))^2} \rightarrow \min$, где x_i – аргументы табличной функции; a, b, c – параметры приближающей функции. Для решения используем модификацию метода покоординатного спуска, предполагающую применение метода золотого сечения для оптимизации функции одной переменной на каждой оси поочерёдно. Метод покоординатного спуска является простым неградиентным методом локальной оптимизации, метод золотого сечения также не требует информации о производной оптимизируемой функции и имеет более высокую сходимость по сравнению с аналогичными методами. Начальные приближения для определения исходной точки для покоординатного спуска и интервалов поиска минимального значения функции по каждой из координат определяются методом сеток с некоторым фиксированным шагом. Комбинация методов локальной оптимизации позволяет решать задачу глобальной оптимизации целевой функции $f(x, a, b, c)$.

Сравним результаты применения предлагаемого метода и МНК для аппроксимации траектории полёта тела в атмосфере, полученной в результате компьютерного моделирования данной физико-технической задачи с шагом 0,1 при начальной скорости $v_0=10$ м/с, массе $m=1$ кг, углом полёта $\alpha=45^\circ$ и силе атмосферного сопротивления F_a пропорциональной скорости тела v [5]. В численном эксперименте будем использовать 17 значений табличной функции [5]. Для обоих методов в качестве приближающей функции выбрана квадратичная функция $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. СЛАУ для МНК составлена вручную (ввиду необходимости нахождения частных производных), для её решения реализован метод Гаусса. Для описываемого в данной статье метода аппроксимации на основе методов многомерной оптимизации были заданы следующие параметры: шаг метода сеток – 0,25, для начального приближения по всем трём координатам выбран интервал $[-2, 2]$, заданная точность для метода золотого сечения – 10^{-6} . Результаты аппроксимации зависимостей $y(x)$ и $y(t)$ представлены в табл. 1 с округлением до 4-х знаков. Таким образом, при заданных условиях описываемый метод аппроксимации обеспечивает

точность сравнимую с точностью метода наименьших квадратов. При этом применение данного метода не ограничивает пользователя списком встроенных приближающих функций – пользователь может сам ввести вид требуемой функции (в аналитическом виде в интерактивную математическую панель) получить значения её параметров, обеспечивающие минимальное среднеквадратичное отклонение.

Таблица 1

Сравнение результатов аппроксимации

Метод	Аппроксимация зависимости $y(x)$				Аппроксимация зависимости $y(t)$			
	Значения коэффициентов			σ	Значения коэффициентов			σ
	a	b	c		a	b	c	
МНК	-0,1088	1,1122	-0,0317	0,016285	-4,9402	8,4129	-0,7737	0,009341
Многомерная оптимизация	-0,1087	1,1117	-0,0308	0,016291	-4,9388	8,4103	-0,7728	0,009346
$\delta, \%$	0,0417	0,0450	2,8067	0,0368	0,0289	0,0311	0,1110	0,0535

Заключение. Использование метода наименьших квадратов для аппроксимации табличных функций требует наличия информации о частных производных рассматриваемой приближающей функции. При необходимости аппроксимации исследуемой зависимости функцией введённой пользователем, информация о её производных может отсутствовать в аппроксиматоре. Описываемый метод аппроксимации на основе методов многомерной оптимизации позволяет подобрать коэффициенты приближающей функции, не требуя информации о её производных. Метод предполагает решение задачи аппроксимации через задачу многомерной оптимизации целевой функции – среднеквадратичного отклонения в узлах табличной функции. Для решения задачи оптимизации предлагается использование метода сеток для нахождения начального приближения и комбинации метода покоординатного спуска и метода золотого сечения для решения задачи локальной оптимизации. Применение метода сеток позволяет находить несколько локальных минимумов, что позволяет решать задачу глобальной оптимизации. Рассмотренный пример аппроксимации траектории полёта тела в атмосфере иллюстрирует сопоставимость результатов предлагаемого метода и метода наименьших квадратов ($\delta_{max} < 3\%$). Актуальной остаётся задача повышения скорости сходимости предложенного метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петрянин Д.Л., Юрков Н.К. Повышение точности моделей аппроксимации // Надежность и качество сложных систем. – 2016. – № 2 (14). – С. 59-66.
2. Дмитриев В.М., Шутенков А.В., Зайченко Т.Н., Ганджа Т.В. MAPC – среда моделирования технических устройств и систем. – Томск: В-Спектр, 2011. – 278 с.
3. Дмитриев В.М., Ганджа Т.В. Методика построения многоуровневых компонентных цепей для моделирования химико-технологических систем // Доклады ТУСУР. – 2017. – Т. 20. – № 3. – С. 82-87.
4. Кочергин М.И. Применение интерактивных математических панелей для моделирования физических задач в рамках среды многоуровневого моделирования // Моделирование. Фундаментальные исследования, теория, методы и средства: материалы 17-ой Международной научно-практической конференции, г. Новочеркасск, 26-27 сент. 2017г. – Новочеркасск: Лик, 2017. – С. 54-60.
5. Кочергин М.И. Компьютерное моделирование полета тела в атмосфере для образовательных целей // Новые информационные технологии и системы: сб. науч. ст. XIV Междунар. науч.-техн. конф. г. Пенза, 22–24 ноября 2017 г. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2017. – С. 400-404.

**КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРНО-КОГЕРЕНТНЫЕ СОСТОЯНИЯ
НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ГРОССА-ПИТАЕВСКОГО С РАДИАЛЬНОЙ
СИММЕТРИЕЙ**

А.Е. Кулагин

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.Ю. Трифонов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: ack8@tpu.ru

**SEMICLASSICAL TRAJECTORY-COHERENT STATES OF THE NONLOCAL GROSS-
PITAESVKII EQUATION WITH RADIAL SYMMETRY**

A.E. Kulagin

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.Yu. Trifonov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: ack8@tpu.ru

Abstract. *In this paper the semiclassical formalism is applied to the nonlocal Gross-Pitaevskii equation with radial symmetry. Some aspects of constructing of semiclassically concentrated solutions in polar coordinates are shown. The semiclassical trajectory-coherent states, concentrated on the ring, are obtained. The example of specific physically motivated equation is considered and some properties of its semiclassical trajectory-coherent states are noted.*

Рассмотрим нелокальное уравнение Гросса-Питаевского вида

$$\left\{ -i\hbar\partial_t - \frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\hat{p}_\varphi, r, t) + \kappa \int_0^\infty \int_0^{2\pi} W(r, \rho, t) |\Psi(\rho, \phi, t)|^2 \rho d\rho d\phi \right\} \Psi(r, \varphi, t) = 0, \quad (1)$$

где $\hat{p}_\varphi = -i\hbar\partial_\varphi$, $\Delta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$, κ – параметр нелинейности. Применительно к описанию Бозе-

Эйнштейновского конденсата (БЭК) квадрат модуля волновой функции $|\Psi(r, \varphi, t)|^2$ имеет смысл плотности конденсата, оператор $V(\hat{p}_\varphi, r, t)$ описывает потенциальную энергию ловушки, в которой находятся БЭК, в заданной системе координат, а функция $W(r, \rho, t)$ отвечает потенциалу взаимодействия атомов БЭК. Из физической интерпретации функции $W(r, \rho, t)$ вытекает условие $W(r, \rho, t) = F(|r - \rho|, \rho, t)$, поэтому в дальнейшем ограничимся только такими функциями.

После отделения циклической переменной φ система Гамильтона-Эренфеста первого порядка, отвечающая классической траектории уравнения (1) принимает вид

$$\begin{cases} \dot{R}(t) = \frac{1}{m}P_r(t), \\ \dot{P}_r(t) = -V_r(P_\varphi, R(t), t), \quad P_\varphi = \text{const.} \end{cases}$$

Квазиклассически приближенное с точностью $O(\hbar^{3/2})$ решение уравнения (1) имеет вид

$$\Psi(r, \varphi, t) = \exp\left[\frac{i}{\hbar} P_\varphi \varphi + \int_0^t \frac{1}{2m} \frac{P_r(\tau)}{R(\tau)} d\tau\right] \cdot \Phi(r, t), \quad \text{где } \Phi(r, t) \text{ принадлежит классу траекторно-}$$

сосредоточенных в точке $(p_r, r) = (P_r(t), R(t))$ фазового пространства функций [1] и является решением следующего линейного уравнения

$$\begin{aligned} & \left\{ -i\hbar\partial_t + \frac{1}{2m} \left[P_r^2(t) + 2P_r(t) \cdot \Delta\hat{p}_r + (\Delta\hat{p}_r)^2 \right] + \frac{P_\varphi^2}{2m} \left[\frac{1}{R^2(t)} - \frac{2}{R^3(t)} \cdot \Delta r + \frac{6}{R^4(t)} \cdot (\Delta r)^2 \right] + \right. \\ & + V(P_\varphi, R(t), t) + V_r(P_\varphi, R(t), t) \cdot \Delta r + \frac{1}{2} V_{rr}(P_\varphi, R(t), t) \cdot (\Delta r)^2 + \\ & \left. + \tilde{\kappa} \left[W(R(t), R(t), t) + \frac{1}{2} W_{pp}(R(t), R(t), t) \cdot \alpha^{0,2}(t) + \frac{1}{2} W_{rr}(R(t), R(t), t) \cdot (\Delta r)^2 \right] \right\} \Phi(r, t, \varsigma) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Delta r = r - R(t), \quad \Delta\hat{p}_r = -i\hbar\partial_r - P_r(t), \quad \tilde{\kappa} = \kappa \cdot \|\Psi\|^2, \quad \varsigma = \varsigma[\Psi] = (\alpha^{0,2}(0)).$$

Здесь $\|\Psi\|^2 = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \Psi(r, \varphi, t) r dr d\varphi = \text{const}$, а $\alpha^{0,2}(t)$ – дисперсия величины r , которая в квазиклассическом приближении определяется решением системы Гамильтона-Эренфеста второго порядка [2].

Уравнение (2) является линейным уравнением Шредингера, квадратичным по импульсу и координате. Его вакуумное состояние может быть найдено в виде

$$\Phi_0(r, t, \varsigma) = \frac{N_0}{\sqrt{\det C(t)}} \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \left[S(t, \varsigma) + P_r(t) \cdot \Delta r + \frac{1}{2} Q(t) \cdot (\Delta r)^2 \right] \right\}, \quad \text{где } \text{Im}(S(t, \varsigma)) = 0, \quad \text{Im}(Q(t)) > 0,$$

а возбужденные состояния определяются формулой $\Phi_n(r, t, \varsigma) = N_n \cdot (W(t))^{n/2} \cdot H_n\left(\Delta r \sqrt{\frac{\text{Im} Q}{\hbar}}\right) \cdot \Phi_0(r, t, \varsigma)$,

где $H_n(x)$ – полиномы Эрмита, а $W(t)$ – импульсная часть решения системы в вариациях. Тогда для

$$\text{счетного набора функций } \Psi_n(r, \varphi, t) = \exp\left[\frac{i}{\hbar} P_\varphi \varphi + \int_0^t \frac{1}{2m} \frac{P_r(\tau)}{R(\tau)} d\tau\right] \cdot \Phi_n(r, t, \varsigma_n), \quad \text{где } \varsigma_n = \varsigma[\Psi_n],$$

выполняется соотношение

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \Psi_n(r, \varphi, t) \Psi_k(r, \varphi, t) r dr d\varphi = \begin{cases} \|\Psi_n\|^2, & n = k, \\ O(\sqrt{\hbar}), & n \neq k. \end{cases}$$

Функции $\Psi_n(r, \varphi, t)$ называются квазиклассическими траекторно-когерентными состояниями уравнения (1).

В качестве примера приведем результаты расчета функции $\Psi_2(r, \varphi, t)$, отвечающей уравнению Гросса-Питаевского вида

$$\left\{ -i\hbar\partial_t + \frac{\hbar^2}{2m} \Delta + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \omega \hat{p}_\varphi + \kappa \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\gamma \sqrt{\pi} \rho} \exp\left[-\frac{(r-\rho)^2}{\gamma^2}\right] \cdot |\Psi(\rho, \phi, t)|^2 \rho d\rho d\phi \right\} \Psi(r, \varphi, t) = 0,$$

которое является нелокальным обобщением уравнения, которое использовалось в работе [3] для описания БЭК в ловушке во вращающейся с частотой ω системе отсчета.

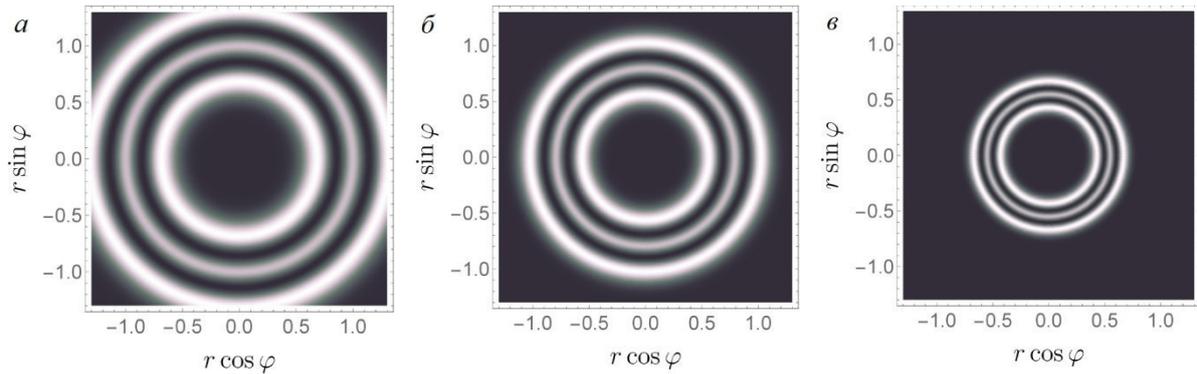


Рис. 1. Зависимость $|\Psi_2(r, \varphi, t)|^2$ от r, φ для $t=0$ (а); $t=0,8$ (б); $t=1,2$ (в)

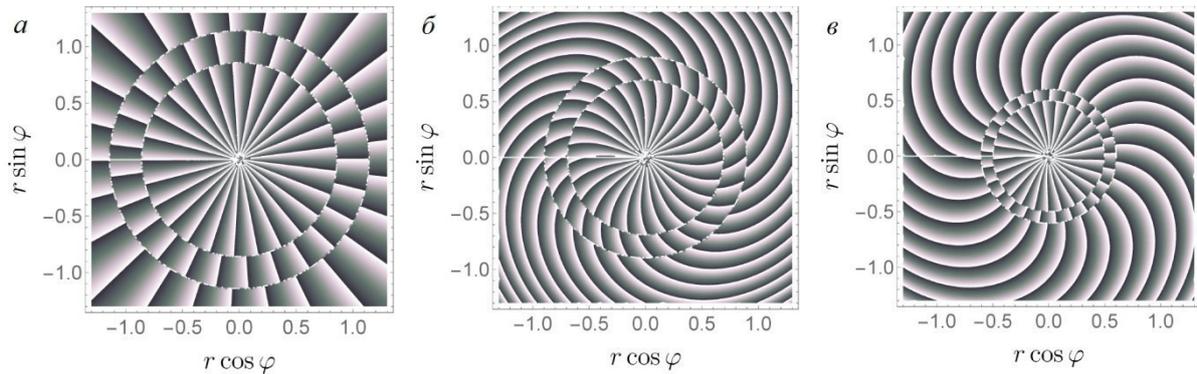


Рис. 2. Зависимость $\arg(\Psi_2(r, \varphi, t))$ от r, φ для $t=0$ (а); $t=0,8$ (б); $t=1,2$ (в)

Для n -ого квазиклассического траекторно-когерентного состояния характерно наличие $(n+1)$ колец в $O(\sqrt{\hbar})$ -окрестности окружности $r = R(t)$, на которых функция $|\Psi_n(r, \varphi, t)|^2$ достигает максимальных значений (см. рис. 1). Также в фазе волновых функций $\arg(\Psi_n(r, \varphi, t))$ присутствуют n колец, на которых происходит скачок фазы на π (см. рис. 2).

Построенный счетный набор асимптотических решений $\Psi_n(r, \varphi, t)$ непрерывно зависит от параметра нелинейности κ . Поэтому при $\kappa=0$ мы получаем набор асимптотических решений линейного уравнения. Однако в рамках рассмотренного формализма нельзя перейти к пределу $\gamma \rightarrow 0$, который соответствует локальному уравнению Гросса-Питаевского.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулагин А.Е., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Квазичастицы, описываемые уравнением Гросса-Питаевского в квазиклассическом приближении. // Известия вузов. Физика. – 2015. – Т. 58 – № 5. – С. 20–29.
2. Lisok A.L., Trifonov A.Yu., Shapovalov A.V. the evolution operator of the Hartree-type equation with a quadratic potential. // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 2004. – Т. 37. – № 16. – С. 4535–4556.
3. Kasamatsu K., Tsubota M., Ueda M. Giant hole and circular superflow in a fast rotating Bose-Einstein condensate. // Physical Review A. – 2002. – Т. 66. – № 5.

**ЧИСЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТОВ НАКОПЛЕНИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ
ПРИ ОБРАБОТКЕ ОБРАЗЦОВ ИЗ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ МЕТОДОМ
РАВНОКАНАЛЬНОГО УГЛОВОГО ПРЕССОВАНИЯ**

А.Г. Кушнарёв, Л.Р. Ахметшин

Научный руководитель: к. ф.-м. н. А.А. Козулин

Национально исследовательский Томский государственный университет

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: kushnarev97@gmail.com

**NUMERICAL INVESTIGATION OF PLASTIC STRAIN ACCUMULATION EFFECT IN ALUMINUM
BILLETS AT PROCESSING BY EQUAL-CHANNEL ANGULAR PRESSING**

A.G. Kushnarev, L.R. Akhmetshin

Scientific Supervisor: PhD A.A. Kozulin

Tomsk state university, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: kushnarev97@gmail.com

***Abstract.** In the work with the use of methods of mathematical modeling, the processes of realization of intense plastic deformation in samples from light structural alloys are studied. The main feature of the study is the need to create a mathematical model that adequately describes the nonlinear elastic-plastic behavior of light alloys during pressing. Using the results of a numerical experiment, it is necessary to evaluate the possibilities of various compression schemes to achieve the maximum accumulation of plastic deformations in the processed samples. The accumulation of plastic deformations in bulk samples contributes to a change in the internal structure of materials and, as a consequence, to a change in their physico-mechanical properties. Therefore, the created prognostic mathematical model allows to design an optimal tooling of molds for the processing of light alloys by intense plastic deformation to change the structural and mechanical properties of the materials being studied. Mathematical modeling simplifies the design work and saves a lot of resources.*

В настоящее время ведутся интенсивные работы по разработке технологий повышения прочностных свойств легких конструкционных сплавов, которые должны обеспечить качественное повышение эффективности в автомобильной, авиационной и космической технике, судостроении и оборудования, энергетических установок, спортивного инвентаря. Эффективными методами повышения прочностных свойств конструкционных материалов с точки зрения реализации и применения является методы интенсивной пластической деформации (ИПД) [1, 2].

Одним из наиболее распространенных методов ИПД является угловое равноканальное прессование. Как правило, равноканальное прессование успешно применяется для измельчения зерна и увеличения механических свойств обрабатываемых металлов и сплавов. Возникает масса вопросов по поводу исследования процессов интенсивной пластической деформации при равноканальном прессовании, выработки методик и режимов прессования, подбора размеров оснастки. Актуальной задачей, связанной с совершенствованием технологий, реализующих методы ИПД, является изучение

процессов формирования УМЗ структуры в объеме материалов методами компьютерного моделирования [3], численное исследование поведения материала и оснастки при проведении прессования.

Цель работы – теоретическое изучение напряженно-деформированного состояния в объемных образцах из алюминиевого сплава 1560 при формировании УМЗ структуры с использованием численных методов. В рассматриваемом методе призматический алюминиевая заготовка продавливается под высоким давлением через два канала, сопрягающихся под углом 90° и претерпевает при этом большие пластические деформации. В результате повторяющихся прессований в заготовке реализуются интенсивные пластические деформации, что приводит к образованию в материале УМЗ структур.

Определение напряженно-деформированного состояния плоских заготовок из исследуемого сплава при обработке прессованием рифлением проводили методами численного моделирования. Математическая модель для решения поставленной задачи представлена системой дифференциальных уравнений механики сплошной среды, состоящей из уравнений равновесия (1), геометрических соотношений (2), определяющих соотношений (3):

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (2)$$

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij}(\varepsilon_{ij}^{el}, \varepsilon_{ij}^{pl}), \quad (3)$$

где u_i , σ_{ij} , ε_{ij} – компоненты вектора смещения и тензоров деформации и напряжений.

Для описания пластического течения материала заготовки используется билинейное определяющее уравнение (3), учитывающее особенности упруго-пластического поведения материала и его деформационного упрочнения. Билинейная аппроксимация заключается в замене нелинейной упругопластической задачи двумя линейными упругими задачами. Для решения системы уравнений применяли метод конечных элементов в Лагранжевом подходе для плоско-деформированного состояния. Для описания материала оснастки использована линейная упругая модель, материал оснастки – сталь 40X, должен быть намного прочнее материала заготовки, а ее напряженно-деформированное состояние не должно достигать критических величин. При моделировании необходимо было учесть ряд требований влияющих на эффективность проведения прессования: учет повышенных температур; силы трения между стенками канала и заготовкой.

Сложность построения данного типа моделей для неподготовленного пользователя заключается в реализации больших степеней деформаций для метода конечных элементов не всегда приемлемых в силу значительных искривлений сетки, что является проблемой при получении адекватного решения.

При анализе результатов численного моделирования проводилось исследование закономерностей эволюции напряженно-деформированного состояния материала заготовки и пресс-формы. Изменение размеров зерна в зависимости от накопленной плотности дислокаций, степени пластической деформации и температуры оценивается с помощью феноменологических соотношений. Показано, что при прохождении стержня через канал в объеме материала формируется неоднородное распределение неупругих деформаций. Разработанная вычислительная модель позволяет исследовать закономерности развития пластических деформаций при нагружении и оценивать НДС пресс-формы для корректировки ее геометрических параметров. Пример эволюции эффективной пластической деформации в процессе продавливания представлен на рис. 1.

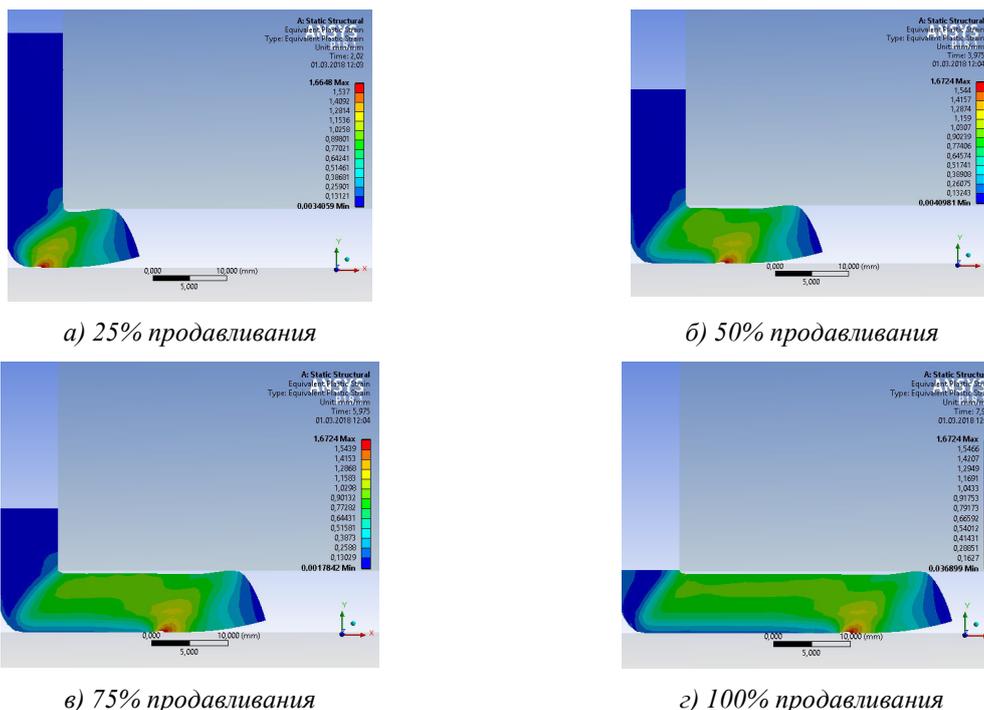


Рис. 1. Пластические деформации в процессе прессования при продавливании

Заключение. Разработана прогностическая физико-математическая модель упругопластического поведения легких сплавов на основе алюминия и магния при обработке интенсивной пластической деформацией в схеме равноканального углового прессования. Модель адаптирована для проведения вычислительных экспериментов при варьировании формы, угла сопряжения, размеров скруглений каналов пресс-формы, влияющих на параметры оптимальных режимов обработки алюминиевых сплавов, проведения прочностных расчетов оснастки пресс-форм для оптимизации геометрии, размеров и других конструктивных параметров. На основе результатов численного моделирования, выбран материал для оснастки, разработан и изготовлен инструментарий для проведения равноканального углового прессования образцов. Заложены научные основы для проведения равноканального прессования алюминиевых сплавов, для измельчения структуры и изменения их физико-механических свойств. Проведен комплекс предварительных физико-механических исследований полученных материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маркушев М.В. К вопросу об эффективности некоторых методов интенсивной пластической деформации, предназначенных для получения объемных наноструктурных материалов // Письма о материалах. - 2011.- Т.1, №1. - С. 36-42.
2. Козулин А.А., Красновойкин В.А., Скрипняк В.В., Хандаев Б.В., Ли Ю.В. Механические свойства алюминий магниевых сплавов после интенсивной пластической деформации // Современные проблемы науки и образования. - 2013.- № 6. - С. 888.
3. Красновойкин В.А., Скрипняк В.А., Козулин А.А. Численное моделирование процессов интенсивной пластической деформации тел при динамическом канальном прессовании // Известия высших учебных заведений. Физика. - 2012. - Т. 55. № 9-3. - С. 67-71.

**АЛГОРИТМЫ РАСЧЁТА ВЫСОТЫ СНЕЖНОГО ПОКРОВА ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ
АТМОСФЕРНО-ПОЧВЕННОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА**

Е.А. Макеев

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Е.А. Дюкарев

Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН,

Россия, г. Томск, пр. Академический, 10/3, 634055

E-mail: forword@sibmail.com

**ALGORITHMS FOR THE SNOW COVER DEPTH CALCULATION FROM MEASUREMENTS
OF THE SOIL-ATMOSPHERE REGISTERING COMPLEX**

E.A. Makeev

Scientific Supervisor: PhD E.A. Dyukarev

Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems SB RAS,

Russia, Tomsk, Academichesky ave, 10/3, 634055

E-mail: forword@sibmail.com

***Abstract.** Algorithms for the calculation of snow cover depth from measurements of the soil-atmosphere registering complex are presented. Methods for determining the air-snow interface from the temperature sensors near the soil surface are discussed. New method based on the numerical solution of the heat equation developed to determine the thickness of the snow cover depth and show thermal properties.*

Введение. Основными величинами, характеризующими снежный покров, являются его высота и плотность. Располагая данными о высоте и плотности снега, можно вычислить запас воды в снежном покрове, сведения о котором представляют большой интерес для ряда отраслей народного хозяйства.

Метод измерения и расчёта высоты снежного покрова. Профиль температуры измеряется, используя измерительную рейку, представляющую трёх проводную печатную плату с установленными на ней малогабаритными цифровыми датчиками температуры, количество которых обеспечивает разрешающую способность, а малое сечение рейки снижает паразитную теплопередачу и уменьшает влияние на естественный снежный покров [1].

Теплообмен между приземными слоями атмосферы и грунтами в значительной мере определяется снежным покровом [2]. Теплозащитные свойства снежного покрова зависят от коэффициента теплопроводности снега.

В снежном покрове как пористой среде теплопередача происходит и за счет кондуктивной теплопроводности через ледяные кристаллы, и путем конвекции – диффузии водяного пара. Теплоперенос за счет диффузии водяного пара обусловлен градиентом давления водяного пара, которое зависит от градиента температуры в снежном покрове. От градиента температуры зависит также кондуктивный теплоперенос между неподвижными кристаллами снега. Поток тепла в снежном покрове зависит от градиента температуры в нем и коэффициента пропорциональности, который называется коэффициентом эффективной теплопроводности снега [2].

Для расчёта высоты снежного покрова требуется определить границу между снежным покровом и атмосферой, которую можно опередить за счёт разного коэффициента эффективной теплопроводности воздуха и снежного покрова.

Алгоритмы расчёта высоты снежного покрова. В результате обработки полученных данных измерений профиля температуры были разработаны два алгоритма определения границы между снежным покровом и воздухом. В алгоритмах сравнивается разность температуры между соседними датчиками с критерием границы между воздухом и снежным покровом, а результатом является номер датчика. В первом алгоритме разница определяется между значениями верхнего и нижнего датчика, а критерием границы является перепад в $0,5^{\circ}\text{C}$. Во втором алгоритме используется разница между нижним и верхним датчиком, и высота снежного покрова определяется, если разница между значениями меньше $0,1^{\circ}\text{C}$. Разрешающая способность равна расстоянию между датчиками, которое может быть 25 или 50 мм. Измерения профиля температуры по времени приведены на рис. 1. Высота снежного покрова по данным ультразвукового датчика 385 мм. Расчёты выполненные по первому алгоритму определяют высоту от 350 до 375 мм, а по второму от 375 до 400 мм.

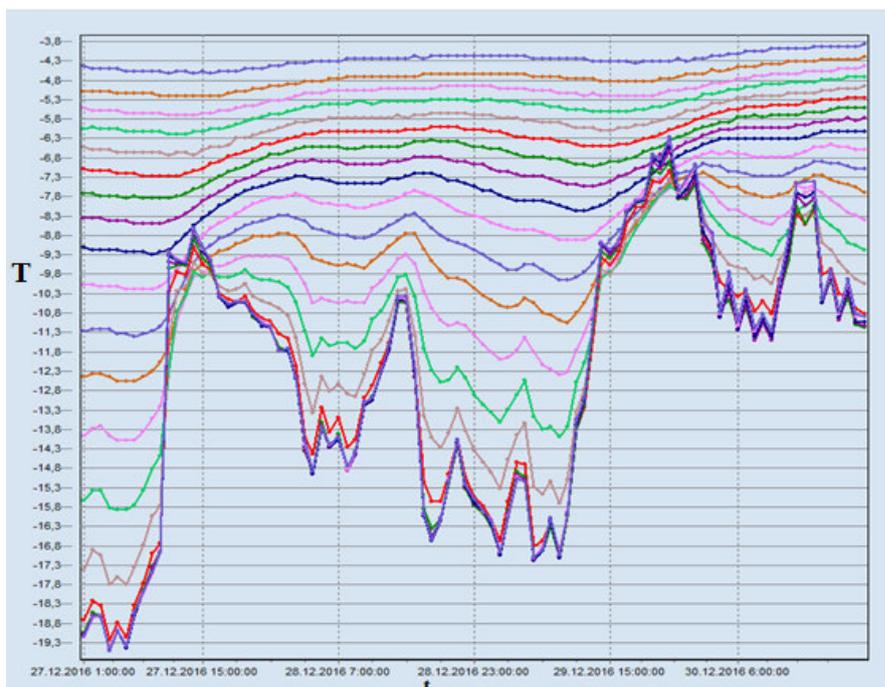


Рис. 1. Профиль температуры

В результатах расчёта выполненного по первому алгоритму присутствуют значительные ошибки. Температура воздуха меняется с большей амплитудой, чем температура в снеге, поэтому температура профиля выравнивается и не удаётся определить перепад в $0,5^{\circ}\text{C}$, необходимый для определения границы между воздухом и снегом, особенно во время процесса снеготаяния. Используя для расчёта второй алгоритм, определение границы между снегом и воздухом происходит со значительно меньшим количеством ошибок, но присутствуют значения, завышающие реальную высоту снежного покрова. Сравнения результатов расчёта по двум алгоритмам с данными измерения ультразвукового датчика приведены на рис. 2.

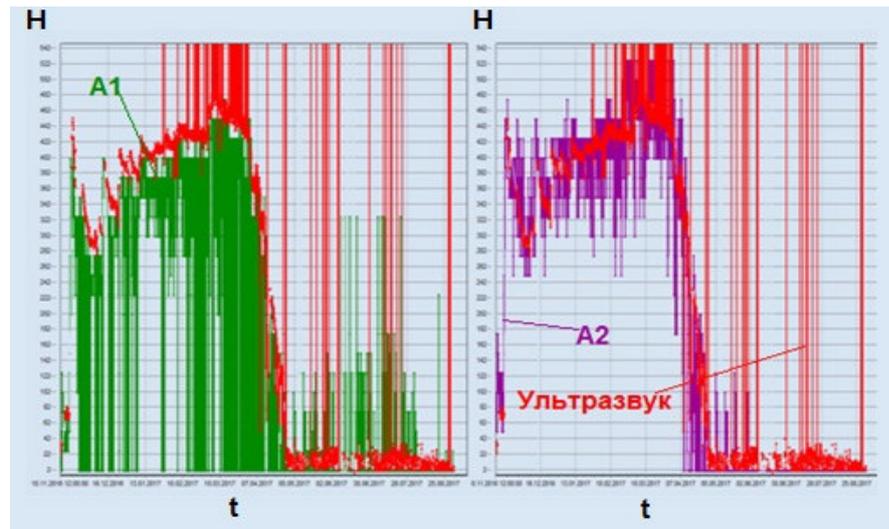


Рис. 2. Результаты расчёта

Новый метод расчёта высоты снежного покрова. Метод основан на моделировании профиля температуры. Одним из наиболее распространенных методов расчета динамики тепловой энергии является численное решение уравнения теплопроводности [3]. Для этого используются методы конечных разностей и конечных элементов. Уравнение теплопроводности [3] имеет вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \times \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (1)$$

где θ – температура, °С; t – время; z – вертикальная координата, м; $\frac{\lambda}{c\rho}$ – коэффициент температуропроводности, м²/с.

Для решения уравнения (1) начальным условием будет значение датчиков профиля температуры в определённый момент времени, а граничными условиями температура верхнего и нижнего датчика измерительной рейки по времени.

Разработан алгоритм решения уравнения (1) с помощью метода прогонки с заданием коэффициента температуропроводности для разных сред. Входными данными для предположительного значения высоты снежного покрова используются данные расчёта по второму алгоритму. Расчёт производится для интервала равного одним суткам. Варьируя высоту снежного покрова и коэффициент температуропроводности, подбирается наилучшее совпадение результатов моделирования и данных натуральных измерений профиля температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пат. 2542598 Российская Федерация, МПК G01W 1/14. Датчик высоты снежного покрова / Кураков С.А.; заявитель и патентообладатель ИМКЭС СО РАН. - № 2013136310/28; заявл. 01.08.2013; опубл. 20.02.2015, Бюл. № 5. – 4 с.
2. Павлов А. В. Мониторинг криолитозоны / А. В. Павлов. Новосибирск, Академ. изд-во “Гео”, 2008. – 229 с.
3. Кучмент Л.С., Гельфан А.Н., Демидов А.И. Модель формирования стока на водосборах зоны многолетней мерзлоты (на примере верхней Колымы) // Водные Ресурсы. – 2000. – Т. 27. – № 4. – с. 435–444.

ЗАДАЧА СМЕШАННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ ПО СООТНОШЕНИЮ ДОХОДНОСТЬ К РИСКУ VAR

Е.А.Малеева

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: maleevakatie@gmail.com

MIXED INTEGER LINEAR PROGRAMMING FORMULATION OF THE OPTIMAL MEAN/VALUE-AT-RISK PORTFOLIO PROBLEM

E.A.Maleeva

Scientific Supervisor: PhD, Associate prof. O.L.Kritski

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin Ave, 30, 634050

E-mail: maleevakatie@gmail.com

Abstract. In this paper we consider a modification of the Markowitz model in which the variance was replaced with a value-at-risk (VaR). A new problem of portfolio optimization was formulated. It is shown that the problem can be solved as an integer-programming problem.

Введение. Оптимальный выбор активов – это классическая финансовая задача с момента появления портфельной теории Марковица [1]. Она состоит из подбора ценных бумаг с целью максимизации будущих доходов. Существует несколько допущений и следствий, лежащих в основе модели среднего значения/дисперсии Марковица, например, доходность имеет нормальное распределение, так что среднее значение и дисперсия достаточны для полного описания функции распределения доходности портфеля. Но это не всегда так, на практике реальные финансовые данные характеризуются «толстыми» хвостами, что приводит к новым направлениям исследований портфельных моделей. Целью данной работы является формулировка задачи смешанного целочисленного линейного программирования для формирования оптимального портфеля с заменой дисперсии на стоимостную меру предельного риска (VaR).

Материалы и методы исследования. Пусть X случайная величина, представляющая будущую относительную доходность инвестиций и пусть $F_X(x)$ его функция распределения. Value-at-Risk с пороговым значением α , обозначенным как $VaR_\alpha(X)$, является квантилью распределения. Пусть $\alpha \in (0,1)$. Значение Value-at-Risk с порогом α для X определяется как $VaR_\alpha(X) = \inf\{x \mid F_X(x) \geq \alpha\}$. В частности, если $F_X(x)$ непрерывна и монотонно возрастает, то $VaR_\alpha(X) = F_X^{-1}(\alpha)$.

Предположим, что на финансовом рынке имеется ряд активов числом K . Пусть X – случайная переменная, представляющая доходность портфеля, пусть R_j – случайная переменная, представляющая относительную доходность актива j , а λ_j – доля актива j в этом портфеле. Задача оптимизации

портфеля с ограничением VaR может быть сформулирована классически с применением среднего значения и дисперсии, где вместо дисперсии в качестве меры риска используется значение VaR. Управляющий портфелем устанавливает два параметра: квантиль α_{VaR} и относительную доходность портфеля r_{VaR} . Он не будет предпринимать никаких действий, если значение Value-at-Risk будет меньше r_{VaR} , или, что то же самое, при $P(X \leq r_{VaR}) \geq \alpha_{VaR}$.

Общая формулировка задачи [2] состоит в следующем (Задача 1):

$$\max_{\lambda} E(X), \quad (1)$$

$$P(X \leq r_{VaR}) \geq \alpha_{VaR}, \quad (2)$$

$$X = \sum_{j=1}^K \lambda_j R_j \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^K \lambda_j = 1 \quad (4)$$

$$\lambda_j \geq 0 \text{ для любого } j = 1, \dots, K. \quad (5)$$

Ограничение (4) требует, чтобы портфель был диверсифицирован по разным активам, а ограничение (5) препятствует «короткой продаже». Целевая функция (1) должна быть максимизирована по ожидаемой доходности портфеля с установленными значениями параметров r_{VaR} и α_{VaR} . Управляющий портфелем соглашается рассматривать только те портфели, для которых вероятность потерь r_{VaR} не превосходит порогового уровня α_{VaR} . Это ограничение записано в (2). Нетрудно показать, что $VaR_{\alpha_{VaR}}(X) \geq r_{VaR}$. Поэтому эффект замены дисперсии на VaR будет незначителен, так как VaR определяется теми же вероятностными характеристиками, что и дисперсия [3].

Рассмотрим эту задачу формирования портфеля. Пусть r_{ij} – наблюдаемая доходность R_j в момент времени i . Тогда наблюдаемая доходность портфеля X в момент времени i будет равна $x_i = \sum_{j=1}^K \lambda_j r_{ij}$.

Если не делать никаких предположений о функциях распределения $R_j, j = 1, \dots, K$, то для оценки VaR можно использовать порядковую статистику как и в методе исторического моделирования.

Расчет VaR можно легко обобщить на случай, когда известны вероятности p_i появления наблюдения x_i . Предположим, что $R_j, j = 1, \dots, K$ представляют собой дискретную совместную функцию распределения, определенную моментами $1, \dots, T$, что $P\left(\bigcap_{j=1}^K (R_j = r_{ij})\right) = p_i$. Тогда задачу (1)-(5) можно переформулировать как задачу смешанного целочисленного линейного программирования.

Пусть r_{Min} – минимальная доходность, которую можно наблюдать на фондовом рынке по данному активу (например, $r_{Min} = -100\%$). Пусть r_{VaR} , α_{VaR} – заданные параметры. Задачу формирования портфеля с учетом VaR запишем следующим образом (Задача 2):

$$\max_{\lambda, x, y} \sum_{i=1}^T p_i x_i, \quad (6)$$

$$x_i = \sum_{j=1}^K \lambda_j r_{ij} \text{ для любого } i = 1, \dots, T, \quad (7)$$

$$x_i \geq r_{Min} + (r_{VaR} - r_{Min}) y_i \text{ для любого } i = 1, \dots, T, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^T p_i (1 - y_i) \leq \alpha_{VaR}, \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^K \lambda_j = 1, \quad (10)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \text{ для любого } i = 1, \dots, T, \quad (11)$$

$$\lambda_j \geq 0 \text{ для любого } j = 1, \dots, K, \quad (12)$$

где переменные x_i – это наблюдаемая доходность портфеля в момент времени i , целевая функция (6) – это максимум математического ожидания. Ограничение (7) задает x_i как линейную комбинацию r_{ij} . Наконец, ограничения (8) и (9) препятствуют формированию таких портфелей, VaR которых ниже фиксированного порога. Каждый раз, когда x_i становится ниже r_{VaR} полагаем y_i равным нулю и $1 - y_i = 1$ в ограничении (9). Следовательно, в (9) суммируются вероятности тех событий i , доходность которых ниже порога VaR. Если же результат суммирования больше α_{VaR} , то портфель становится нереализуемым.

Для расчетов были выбраны акции индекса ММВБ-10 за 2017 год с интервалом в один день, $\alpha_{VaR} = 0,05$.

Результаты. Результаты численных расчетов показали, задача разрешима в разумное вычислительное время. Можно сказать, что наша формулировка задачи целочисленного линейного программирования эффективна.

Заключение. В этой статье была рассмотрена модификация модели Марковица, в которой дисперсия была заменена на Value-at-Risk. Сформулирована новая задача оптимизации портфеля. Показано, что задачу оптимизации можно сформулировать как задачу целочисленного программирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Markowitz, H.M. (1952) *Portfolio selection*. Journal of Finance, V. 25, No.1, P. 71–79.
2. Gaivoronski, A.A. and Pflug, G. (2004) *Value at risk in portfolio optimization: Properties and computational approach*. The Journal of Risk, V. 7, P. 1–31.
3. Benati, S. and Rzzi, R. (2007) *A mixed integer linear programming formulation of the optimal mean/Value-at-Risk portfolio problem*. European Journal of Operational Research, V. 176, Issue 1, P. 423-434.

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ 2D И 3D МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ
КОНВЕКЦИИ И ТЕПЛОВОГО ПОВЕРХНОСТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЗАМКНУТЫХ
ОБЛАСТЯХ**

И.В. Мирошниченко

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: miroshnichenko@mail.tsu.ru

**COMPARATIVE ANALYSIS OF 2D AND 3D MODELS OF TURBULENT NATURAL
CONVECTION AND THERMAL SURFACE RADIATION IN CLOSED AREAS**

I.V. Miroshnichenko

Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: miroshnichenko@mail.tsu.ru

***Abstract.** Turbulent natural convection with surface thermal radiation in air-filled enclosures has been investigated. The equations of conservation of mass, momentum and energy are solved using both finite difference and control volume methods. It should be noted that the working medium is Newtonian and heat conducting fluid, where the Boussinesq approximation is valid. The walls are supposed to be gray, diffuse emitters and reflectors of radiation. The left and right surfaces of the enclosure are isothermal walls, while other surfaces are adiabatic walls. The considered fluid flow is turbulent. The main aim of the present research is to compare the heat transfer process in 2D and 3D enclosures. Detailed results including flow profiles, temperature fields, and average Nusselt numbers have been presented.*

Исследования турбулентных режимов свободной конвекции и теплового поверхностного излучения в замкнутых областях активно развиваются в последнее время [1, 2]. Это обусловлено необходимостью изучения протекающих процессов переноса тепла и массы в различных инженерных приложениях, которые требуют передачи больших тепловых потоков в ограниченном объеме, например, в пассивных системах охлаждения электроники. Как правило, для получения наиболее точных, с физической точки зрения, результатов численный анализ необходимо проводить в трехмерной постановке. Это в свою очередь требует большого количества вычислительных ресурсов и времени для проведения расчетов. Поэтому естественным образом возникает желание использовать двумерную постановку, как наиболее эффективную с вычислительной точки зрения.

Цель данной работы заключается в сравнении результатов и численном анализе турбулентных режимов естественной конвекции и теплового поверхностного излучения в замкнутых 2D и 3D областях. Область решения представлена на рис.1. Внутри полости находится газ, который считается ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Внутренние поверхности твердых стенок являются диффузно-серыми. На внешней поверхности одной из вертикальных стенок $x = 0$ поддерживается постоянная температура T_h , а на внешней поверхности противоположной

вертикальной стенки – $T_c < T_h$. На оставшихся стенках задано условие теплоизоляции. Теплообмен излучением моделируется на основе приближения поверхностного излучения. В качестве модели турбулентности используется стандартная k - ε модель.

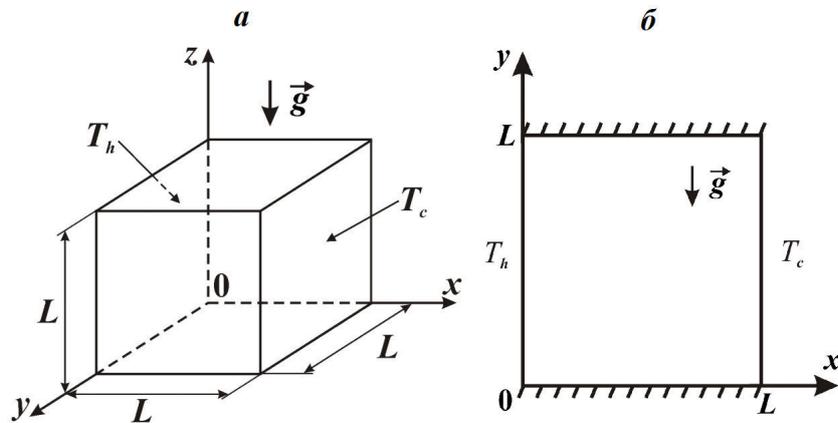


Рис.1. Трехмерная (а) и двумерная (б) области решения

В трехмерной постановке краевая задача решалась методом контрольного объема, в двумерной – методом конечных разностей. Для нахождения безразмерной плотности радиационного потока Q_{rad} применялся метод решения с использованием плотности потока эффективного излучения. Данный метод заключается в разрешении двух разностных дифференциальных уравнений (1) и (2) методом последовательной верхней релаксации.

$$Q_{rad,k} = R_k - \sum_{i=1}^N F_{k-i} R_i; \quad (1)$$

$$R_k = (1 - \tilde{\varepsilon}_k) \sum_{i=1}^N F_{k-i} R_i + \tilde{\varepsilon}_k (1 - \zeta)^4 \left(\Theta_k + 0.5 \frac{1 + \zeta}{1 - \zeta} \right)^4. \quad (2)$$

Здесь $Q_{rad,k}$ – безразмерная плотность радиационного потока, подводимого к k -ой поверхности; R_k – безразмерная плотность эффективного излучения k -ой поверхности; F_{k-i} – угловой коэффициент между поверхностями “ k ” и “ i ”; ε – приведенная степень черноты ограждающих стенок; ε_k – приведенная степень черноты k -ой поверхности; Θ_k – безразмерная температура k -ой поверхности; $\xi = T_c/T_h$ – температурный параметр.

Угловой коэффициент F_{k-j} представляет собой отношение энергии излучения, испускаемого элементарной площадкой A_k и непосредственно достигающего элементарной площадки A_j , к энергии излучения, испускаемого площадкой A_k в пределах полусферического телесного угла. Угловые коэффициенты F_{k-j} вычислялись с использованием метода Хоттеля [3,4] и по определению путем интегрирования по соответствующим поверхностям [3,5].

Процесс переноса импульса, массы и энергии для данной задачи описывается системой нестационарных уравнений Навье-Стокса. Дифференциальные уравнения с соответствующими граничными условиями для двумерной и трехмерной постановок детально описаны в [4-6].

При решении краевой задачи в естественных переменных методом контрольного объема для аппроксимации конвективных слагаемых применялся степенной закон, для диффузионных слагаемых — центральные разности. Разностные уравнения движения и энергии разрешались на основе итерационного метода переменных направлений. Для поиска поля давления, согласованного с полем скорости, применялась процедура SIMPLE. В случае метода конечных разностей и преобразованных переменных “функция тока-завихренность” для аппроксимации конвективных слагаемых применялась монотонная схема Самарского, для диффузионных слагаемых — центральные разности. Значения завихренности на поверхностях стенок определялись по формулам второго порядка точности. Уравнения дисперсии вихря и энергии решались с использованием локально одномерной схемы А.А. Самарского. Полученная таким образом система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей разрешалась методом прогонки. Для дискретизации уравнения Пуассона применялся пятиточечный шаблон “крест” на основе формул симметричной аппроксимации вторых производных. При этом полученная СЛАУ разрешалась методом последовательной верхней релаксации. Оптимальное значение параметра релаксации подбиралось на основе вычислительных экспериментов. Параметры стандартной $k-\varepsilon$ модели турбулентности подробно описаны в [4, 6].

В результате проведенных исследований получены распределения как локальных (изолинии функции тока, температуры и турбулентных характеристик), так и интегральных (средние радиационное и конвективное числа Нуссельта) характеристик. Проведено детальное сравнение результатов 2D и 3D моделирования. Показано, что увеличение степени черноты ограждающих поверхностей проявляется в изменении структуры течения и интенсификации теплопереноса.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (Номер проекта 17-79-20141).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Xaman J., Arce J., Alvarez G., Chavez Y. Laminar and turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity with a glass wall // *International Journal of Thermal Sciences*. – 2008. – Vol. 47. – Pp. 1630–1638.
2. Wu T., Lei C. On numerical modelling of conjugate turbulent natural convection and radiation in a differentially heated cavity // *Int. J. Heat Mass Transfer*. – 2015. – Vol. 91. – Pp. 454–466.
3. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. – М.: Мир, 1975. – 935 с.
4. Miroshnichenko I. V., Sheremet M. A. Numerical simulation of turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity // *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. – 2015. – Vol. 25. – No. 7. – Pp. 1600-1618.
5. Мартюшев С.Г., Мирошниченко И.В., Шерemet М.А. Численный анализ пространственных нестационарных режимов сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутом объеме с источником энергии // *Инженерно-физический журнал*. – 2014. – Т. 87, № 1. – С. 119–128.
6. Sheremet M.A., Miroshnichenko I.V. Numerical study of turbulent natural convection in a cube having finite thickness heat-conducting walls // *Heat Mass Transfer*. – 2015. – Vol. 51. – Pp. 1559–1569.

**СМЕШАННАЯ КОНВЕКЦИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОРИСТОЙ ПОЛОСТИ
С ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩИМ ИСТОЧНИКОМ**

С.А. Михайленко

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: stepanmihaylenko@gmail.com

MIXED CONVECTION IN A ROTATING POROUS CAVITY HAVING LOCAL HEATER

S.A. Mihaylenko

Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: stepanmihaylenko@gmail.com

Abstract. Numerical simulation of convective heat transfer inside a rotating porous square cavity with local heater of constant temperature has been performed. Governing equations formulated on the basis of mass, momentum and energy conservation laws written using the dimensionless stream function, vorticity and temperature have been solved by the finite difference method. The effects of Rayleigh and Taylor numbers on periodic flow and heat transfer have been studied.

Введение. Изучение смешанной конвекции во вращающихся системах имеет большое значение при решении различных технических задач. Например, при проектировании пассивных систем охлаждения сложных технических устройств. Целью данной работы является численный анализ режимов конвективного теплопереноса в квадратной вращающейся полости при наличии локального источника энергии и пористой вставки. Полость, изображенная на рис. 1, наполнена водой и вращается против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω_0 . В полости находится пористый слой высоты h и локальный источник энергии температуры T_h , расположенный на нижней стенке. Горизонтальные стенки являются адиабатическими, вертикальные поддерживаются при постоянной температуре T_c .

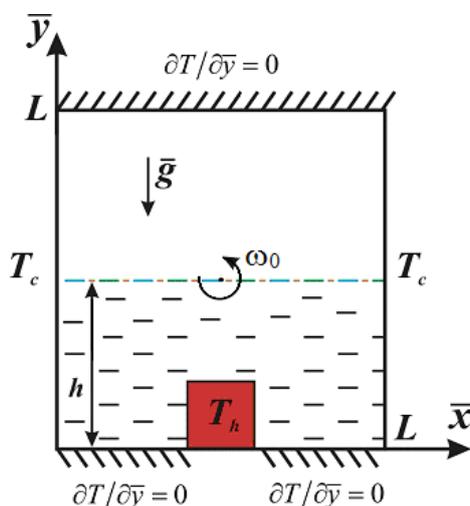


Рис. 1. Область решения задачи

Уравнения и методы. Уравнения, сформулированные на основе законов сохранения массы, импульса и энергии, записываются в безразмерном виде в переменных «функция тока–завихренность»:

- для чистой среды

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{Ta}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{Ra}{Pr \cdot Ta} \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \cos(\tau) - \frac{\partial \theta}{\partial y} \sin(\tau) \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Pr \cdot \sqrt{Ta}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

- для пористой вставки

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (4)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{Ta}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \varepsilon \frac{\omega}{Da} \right) + \frac{\varepsilon^2 \cdot Ra}{Pr \cdot Ta} \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \cos(\tau) - \frac{\partial \theta}{\partial y} \sin(\tau) \right] \quad (5)$$

$$\eta \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{a_{pm}/a_f}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

Здесь Ra – число Рэлея, Pr – число Прандтля, Ta – число Тейлора, Da – число Дарси, a_{pm} – коэффициент температуропроводности пористой среды, a_f – коэффициент температуропроводности жидкости, ε – пористость, η – относительный коэффициент объемной теплоемкости пористой среды.

Начальные и граничные условия:

- в начальный момент времени: $\Psi(x, y, 0) = 0$, $\omega(x, y, 0) = 0$, $\theta(x, y, 0) = 0.5$;

- при $x = 0$ и $x = 1$: $\Psi = 0$, $\omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$, $\theta = 0$;

- при $y = 0$ и $y = 1$: $\Psi = 0$, $\omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}$, $\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$;

- на поверхности источника: $\Psi = 0$, $\omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial n^2}$, $\theta = 1$;

- на границе жидкой и пористой сред $y = \delta = h/L$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi|_{pm} = \Psi|_f \\ \frac{\partial \Psi}{\partial y}|_{pm} = \frac{\partial \Psi}{\partial y}|_f \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \omega|_{pm} = \omega|_f \\ \frac{\partial \omega}{\partial y}|_{pm} = \frac{\partial \omega}{\partial y}|_f \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \theta|_{pm} = \theta|_f \\ \lambda_{pm} \frac{\partial \theta}{\partial y}|_{pm} = \lambda_f \frac{\partial \theta}{\partial y}|_f \end{array} \right.$$

Для решения уравнений математической физики используется метод конечных разностей. Разностные уравнения Пуассона для функции тока (1), (4) решаются на основе метода последовательной верхней релаксации. Уравнения дисперсии завихренности (2), (5) и уравнения энергии (3), (6) решаются с применением локально-одномерной схемы Самарского [1, 2]. В результате был разработан

программный код, протестированный при различных сеточных параметрах. Следует отметить, что было проведено удовлетворительное сравнение с данными эксперимента [3, 4].

Результаты и выводы. Численные результаты получены для различных значений определяющих параметров: $10^3 < Ta < 10^6$, $10^3 < Ra < 10^6$, $10^{-1} < Da < 10^{-7}$, $0 < h < 1$. Представленные результаты получены после установления периодических изменений в полости, что можно наблюдать на рис. 2: показана зависимость среднего числа Нуссельта на источнике энергии от угла поворота полости.

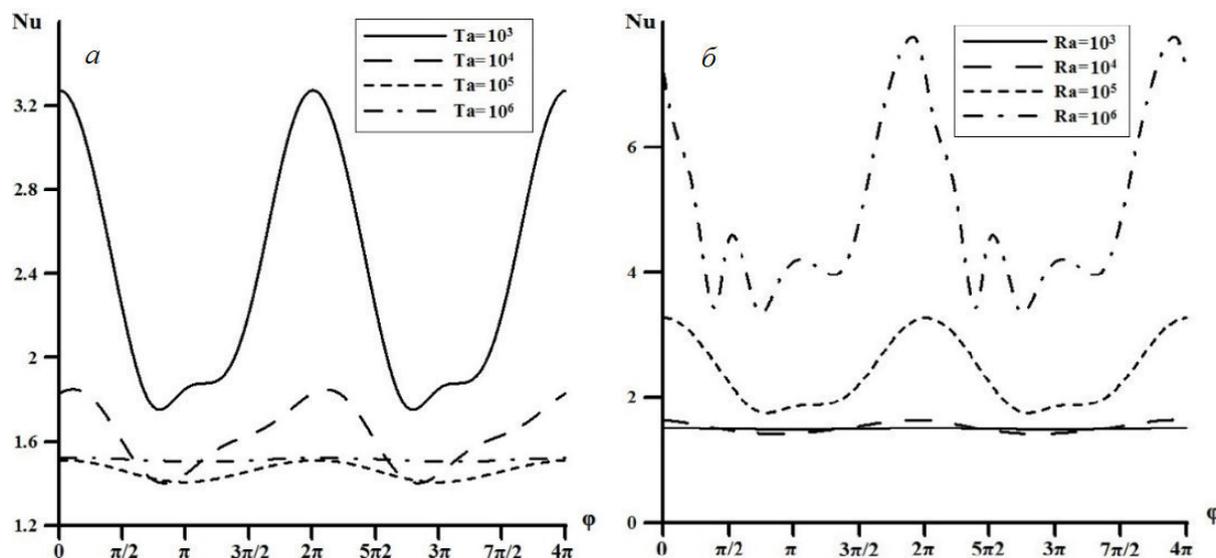


Рис. 2. Зависимость среднего числа Нуссельта при а) $Ra=10^5$, $Da=10^{-3}$, б) $Ta=10^3$, $Da=10^{-3}$

Можно заметить, что с ростом угловой скорости вращения полости понижается интенсивность теплоотдачи с поверхности источника. При этом при высоких значениях числа Тейлора амплитуда колебаний числа Нуссельта очень мала в сравнении с небольшими скоростями вращения. Так же можно заметить, что с ростом числа Рэлея происходит увеличение теплоотдачи с поверхности источника. Так же получены распределения изолиний функции тока и температуры для различных углов поворота полости.

Работа выполнена в рамках реализации проекта Российского научного фонда (соглашение № 17-79-20141).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mikhailenko S.A., Sheremet M.A. Convective heat transfer combined with surface radiation in a rotating square cavity with local heater // Numerical Heat Transfer A. – 2017. – VOL. 72. – N 9. – P. 697-707.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
3. Hamady F.J., Lloyd J.R., Yang K.T., Yang H.Q. A Study of Natural Convection in a Rotating Enclosure // J. Heat Transfer. – 1994. – N 116. – P. 136–143
4. Tso C.P., Jin L.F., Tou S.K.W. Numerical Segregation of the Effects of Body Forces in a Rotating, Differentially Heated Enclosure // Numerical Heat Transfer. – 2013. – N 51. – P. 85–107.

**К СОЗДАНИЮ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ ПСИХОЛОГИЧЕСКОЙ
БЕЗОПАСНОСТИ ПАЦИЕНТОВ С НЕВРОЛОГИЧЕСКОЙ ПАТОЛОГИЕЙ**

В.Б. Обуховская^{1,2}

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.Е. Янковская^{1,3,4,5}, профессор, д.п.н. Э.И. Мещерякова¹

¹Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36, 634050

²Сибирский государственный медицинский университет,

Россия, г.Томск, Московский тракт, 2, 634050

³Томский государственный архитектурно-строительный университет

Россия, г.Томск, пл. Соляная, 2, 634003

⁴Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 40, 634034

⁵Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина 2, Томск, 634050

E-mail: diada1991@gmail.com, mei22@mail.ru, avyankov@gmail.com

**TO THE CREATION OF INTELLIGENT SYSTEM OF DIAGNOSTICS OF PATIENTS
PSYCHOLOGICAL SAFETY WITH NEUROLOGICAL PATHOLOGY**

V.B. Obukhovskaya^{1,2}

Scientific Supervisor: Prof., Dr. of Science A.E. Yankovskaya^{1,3,4,5}, Prof., Dr. of Science E.I. Mescheryakova¹

¹National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

²Siberian Medical University Russia, Tomsk, Moskovskiy tr., 2, 634050

³State University of Architecture and Building, Solyanaya Square, 634003, Tomsk, Russia

⁴Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634034

⁵National Research Tomsk Polytechnic University, 2, Lenin str., Tomsk, 634050,

E-mail: diada1991@gmail.com, mei22@mail.ru, avyankov@gmail.com

Abstract. *The expediency of constructing the intelligent system of psychological safety for the patients with neuropathology (IS DIPSIB) is given. IS DIPSIB is based on an intelligent tool IMSLOG, created for revealing of various types in data and knowledge, for decision-making and its justification with use of cognitive graphic tools. The matrix model of data and knowledge representation in the problem area under consideration and the main stages of IS DIPSIB design are presented. Using IS DIPSIB will allow to reveal different types of regularities of psychological safety of the patients based on the parameters (features) that define hardness, psychological well-being and world assumptions. IS DIPSIB will be very useful for revealing different types of regularities, practical activities of clinical psychologists and medics for decision-making and its justification using cognitive graphic tools. It can also be used for the research in the problem area under consideration as well as in education.*

Введение. Разработка интеллектуальной системы (ИС) диагностики психологической безопасности (ДИПСИБ) актуальна, поскольку имеет важное значение в лечении и профилактике

наиболее распространенных заболеваний, особенно у больных с неврологической патологией, влекущей для больного и его окружения тяжелые психологические, социальные и соматические последствия, утрату трудоспособности и инвалидизацию [1]. Необходимость разработки диагностического инструментария определения психологической безопасности связана с экономическими и социальными последствиями неврологической патологии.

Анализ современного состояния исследований в области создания ИС диагностики в рассматриваемом направлении показал, что для принятия и обоснования решения по диагностике психологической безопасности целесообразно использование тестовых методов распознавания образов и создание на их основе ИС ДИПСИБ, предназначенной для выявления различного рода закономерностей между параметрами (признаками) психологической безопасности (жизнестойкость, психологического благополучие, базисные убеждения), влияющими на многоуровневую, иерархическую, динамическую систему, структурные компоненты которой включают когнитивно-познавательный, эмоционально-волевой, мотивационно-потребностный и активно-деятельностный смысл. Конструирование ИС ДИПСИБ предлагается осуществить на основе интеллектуального инструментального средства (ИИС) ИМСЛОГ [2], ранее применяемого для конструирования более тридцати прикладных интеллектуальных систем принятия диагностических решений в различных проблемных областях.

Матричное представление данных и знаний в ИС ДИПСИБ. Конструируемая на базе ИИС ИМСЛОГ [3] интеллектуальная система диагностики психологической безопасности пациента основана на матричной модели представления данных и знаний [5], включающей целочисленную матрицу описаний Q и матрицу различий R , формируемую на основе знаний высококвалифицированных экспертов и данных из научных источников, описывающих психологическую безопасность.

Строки матрицы описаний Q сопоставлены обучающим объектам – пациентам с различной неврологической патологией в соответствии с кодом, принятым в медицинской классификации болезней МКБ-10: болезнь Паркинсона (G20), рассеянный склероз (G35), остеохондроз позвоночника (M42), последствия инсульта (I69), головокружения и нарушения устойчивости (R42).

Столбцы матрицы описаний Q сопоставлены характеристическим признакам (ХП) психологической безопасности: психологическое благополучие (позитивные отношения, автономия, управление окружением, личностный рост, цель в жизни, самопринятие), базисные убеждения (благоклонность, осмысленность, ценность собственного я), жизнестойкость (вовлеченность, контроль, принятие риска). Элемент q_{ij} матрицы Q задает значение j -го признака для i -го объекта. Если значение признака несущественно для объекта, то данный факт отмечается прочерком ("–") в соответствующем элементе матрицы Q . Для каждого признака z_j ($j=\{1,2,\dots, m\}$) задается либо интервалы изменения его значений, либо целочисленное значение

Строки матрицы различий R сопоставлены строкам матрицы Q , столбцы — классификационным признакам (КП), разбивающим обучающие объекты на классы эквивалентности [4]. Множество всех неповторяющихся строк матрицы различий сопоставлено множеству выделенных образов, представленных одностолбцовой матрицей R' , элементами которой являются номера образов.

Отметим, что данная модель позволяет представлять не только данные, но и знания экспертов, поскольку одной строкой матрицы Q можно задавать в интервальной форме (с использованием значения прочерк "–") подмножество объектов, для которых характерно одно и то же итоговое решение,

задаваемое соответствующей строкой матрицы \mathbf{R} . Рамки доклада не позволяют привести иллюстрирующий пример.

Согласно вышеприведенной матричной модели осуществлена структуризация данных и знаний в области клинической психологии. Строки матрицы \mathbf{Q} представляют собой различные комбинации значений ХП. В число ХП психологической безопасности входят ХП жизнестойкости, психологического благополучия и базисных убеждений. ХП жизнестойкости: z_1 – вовлеченность (количество признаков – 18), z_2 – контроль (количество признаков – 17), z_3 – принятие риска (количество признаков – 10); ХП психологического благополучия: z_4 – позитивные отношения (количество признаков – 14), z_5 – автономия (количество признаков – 15), z_6 – управление средой (количество признаков – 14), z_7 – личностный рост (количество признаков – 14), z_8 – цели в жизни (количество признаков – 14), z_9 – самопринятие (количество признаков – 14); ХП базисных убеждений: z_{10} – благосклонность мира (количество признаков – 4), z_{11} – доброта людей (количество признаков – 4), z_{12} – справедливость мира (количество признаков – 4), z_{13} – контролируемость мира (количество признаков – 4), z_{14} – случайность происходящего (количество признаков – 4), z_{15} – ценность собственного «Я» (количество признаков – 4), z_{16} – степень самоконтроля (количество признаков – 4) z_{17} – степень удачи (количество признаков – 4).

Сформированная матрица \mathbf{R} диагностического типа содержит 5 КП. Наименование и значения КП таковы: 1-ый КП – уровень психологической безопасности (низкий, средний, высокий); 2-ой КП – признаки уязвимости (жизнестойкость, психологическое благополучие, базисные убеждения); 3-ий КП – компоненты жизнестойкости (количество – 3); 4-ый КП – компоненты психологического благополучия (количество – 6); 5-ый КП – компоненты базисных убеждений (количество – 7).

База данных и знаний будет создана на основе результатов исследования пациентов с неврологической патологией, находящийся на лечении в клиниках неврологического профиля.

Краткое описание математических основ ИС ДИПСИБ. Интеллектуальная система диагностики психологической безопасности основана на выявлении различного рода закономерностей, логико-комбинаторных тестовых методах распознавания образов, принятия и обоснования решений с применением когнитивных средств [4]. Под закономерностями в знаниях будем понимать следующие подмножества признаков [4]: константные (принимающие одно и тоже значение для всех образов), устойчивые (константные внутри образа, но не являющиеся константными), неинформативные (не различающие ни одной пары объектов), альтернативные (в смысле включения в диагностические тесты (ДТ)), зависимые (в смысле включения подмножеств различимых пар объектов), несущественные (не входящие ни в один безызбыточный ДТ), обязательные (входящие во все ББДТ), псевдообязательные (входящие в множество используемых при распознавании ББДТ и не являющиеся обязательными), отказоустойчивые (признаки устойчивые к ошибкам измерения), а также все минимальные и все (либо часть – при большом признаковом пространстве) безызбыточные различающие подмножества признаков, являющиеся, по сути, соответственно минимальными и ББДТ. Выявление различного рода закономерностей, построение оптимального количества ББДТ, в случае обеспечения надежности оптимального количества отказоустойчивых ББДТ, принятие и обоснование решений с использованием графических, включая когнитивных, средств приведено в [4]. Рамки доклада не позволяют привести даже основные алгоритмы.

Конструирование ИС ДИПСИБ на основе инструментального средства ИМСЛОГ-2002.

Конструирование ИС ДИПСИБ на основе ИИС ИМСЛОГ [3] осуществляется в 4 этапа: 1) систематизация и структуризация данных и знаний в области клинической психологии, определение функционального состава ИС ДИПСИБ, её архитектуры и методов, наиболее подходящих для выявления закономерностей в данных и знаниях и принятия решений относительно психологической безопасности пациентов с неврологической патологией; 2) компоновка требуемой конфигурации ИС ДИПСИБ путем подключения к ядру (с автоматической регистрацией) соответствующих программных модулей; 3) создание модуля базы знаний, выявление закономерностей, его оптимизация, формирование набора решающих правил, используемого в дальнейшем модулем принятия и обоснования решений с применением когнитивных средств для анализа психологической безопасности пациентов с неврологической патологией; 4) настройка ИС ДИПСИБ для передачи заказчику.

Заключение. На основе проведённого анализа современного состояния исследований в области психологической безопасности пациентов с неврологической патологией впервые предложено использование матричной модели представления данных и знаний в области клинической психологии, сформировано характеристическое и классификационное признаковое пространство и рекомендовано создание интеллектуальной системы диагностики психологической безопасности пациента, предназначенной для выявления различного рода закономерностей между параметрами (признаками) психологической безопасности (жизнестойкость, психологического благополучие, базисные убеждения), а также для принятия и обоснования решения по диагностике психологической безопасности пациентов с неврологической патологией.

Для конструирования ИС ДИПСИБ обоснована целесообразность использования ИИС ИМСЛОГ [3], основанного на матричном представлении данных и знаний и предназначенного для выявления закономерностей и принятия решений.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проекты № 16-07-00859а, 18-013-00937а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Neurological disorders: public health challenges. WHO Library Cataloguing-in-Publication Data: World Health Organization; 2006. 232 p.
2. Yankovskaya A.E., Gedike A.I., Ametov R.V., Bleikher A.M. IMSLOG-2002 Software Tool for Supporting Information Technologies of Test Pattern Recognition// Pattern Recognition and Image Analysis. – 2003. – Vol. 13. – No. 2. – pp. 243-246.
3. Янковская А.Е., Гедике А.И., Аметов Р.В. Конструирование прикладных интеллектуальных систем на базе инструментального средства ИМСЛОГ-2002// Вестник ТГУ. Приложение. – 2002. – № 1(II). – С. 185-190.
4. Янковская А.Е. Логические тесты и средства когнитивной графики. – Saarbrücken, Germany: LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2011. – 92 с.

**КВАНТОВО-ХИМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК
ЭЛЕКТРОННОЙ СТРУКТУРЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ**

А.С. Попов, А.Н. Трифонов

Научный руководитель: доцент, к.т.н. А.В. Обходский

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: asp5@tpu.ru

**QUANTUM-CHEMICAL CALCULATION OF CHARACTERISTICS OF
ELECTRONIC STRUCTURE OF SOLID BODIES**

A.S. Popov, A.N. Trifonov

Scientific Supervisor: Associate Professor, Ph.D. A.V. Obkhodkiy

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: asp5@tpu.ru

***Abstract.** The report presents the main provisions of quantum-chemical calculations using the Hartree-Fock method. The concentration of quantum chemical calculations for materials possessing a crystal lattice is described. The concept of application of methods of molecular dynamics in the conduct of quantum chemical calculations is formulated. On its basis, the concept of performing automated calculations using certain automation algorithms is constructed.*

Введение. Прикладная задача квантовой химии – расчет свойств молекул, сплавов, кристаллов и т.д. Могут быть рассчитаны как микросвойства (атомные заселенности, дипольный, квадрупольный момент и т.д.), так и макросвойства (зонная структура, ширина запрещенной зоны, электропроводность, диэлектрическая проницаемость и т.д.). Однако интерес к квантовой механике проявляется не только в ее способности к расчету большого спектра свойств практически для любых структур, но и проведение вычислений без каких-либо эмпирических данных. Именно поэтому расчеты с использованием методов квантовой химии называют неэмпирическими (нет необходимости в экспериментальных данных для проведения расчетов).

Таким образом, зная геометрическую структуру и химические элементы в этой структуре, можно произвести расчеты интересующих свойств, не прибегая к дорогостоящему эксперименту. Квантовая химия, на сегодняшний день, обладает самыми точными методами расчета свойств материалов, поскольку опирается на квантовую механику и, следовательно, учитывает квантово-механические эффекты. Несмотря на это, погрешность расчетов и эксперимента несопоставимы, однако расчет может снять начальную неопределенность исследователя и направить его в нужное направление исследования, опираясь на вероятностные рассчитанные характеристики.

Теоретическое исследование. Предполагается проведение квантово-химических расчетов по методу Хартри-Фока с использованием уравнений Рутаана в приближении МО ЛКАО (Молекулярные Орбитали как Линейная Комбинация Атомных Орбиталей) [1]. Метод заключается в решении уравнения Шредингера с использованием ряда приближений, основными из которых являются:

1. Ядра атомов являются неподвижными и их координаты определены с заданной точностью.

2. Из всех физических эффектов в расчете учитываются только притяжение электронов к ядру и отталкивание друг от друга не учитываются.

3. Атомная система стационарна (ее энергия не зависит от времени).

Третье условие называется адиабатическим приближением и, не смотря на противоречие принципу неопределенности (невозможно одновременно знать координаты и импульс), является приближением, согласно которому ядра достаточно тяжелые и электроны успевают «подстраиваться» под положения атомов, не влияя на их координаты.

Для расчета электронной структуры материалов, обладающих кристаллической решеткой, необходимо воспользоваться приближением КО ЛКАО (Кристаллические Орбитали как Линейная Комбинация Атомных Орбиталей). Приближение КО ЛКАО отличается от классического МО ЛКАО тем, что в системах с трансляционной симметрией кристаллические орбитали записываются в виде блоховских сумм атомных функций [2-3].

В результате анализа литературных источников была сформирована концепция расчета электронной структуры в условиях полной начальной неопределенности – в том числе неизвестны параметры кристаллической решетки.

Суть концепции заключается в применении методов молекулярной динамики перед началом проведения квантово-химических расчетов (рис. 1). Методы молекулярной динамики позволяют предсказать кристаллическую структуру вещества с заданным давлением и температурой. При данной концепции не обязательно знать кристаллическую структуру исследуемого материала.

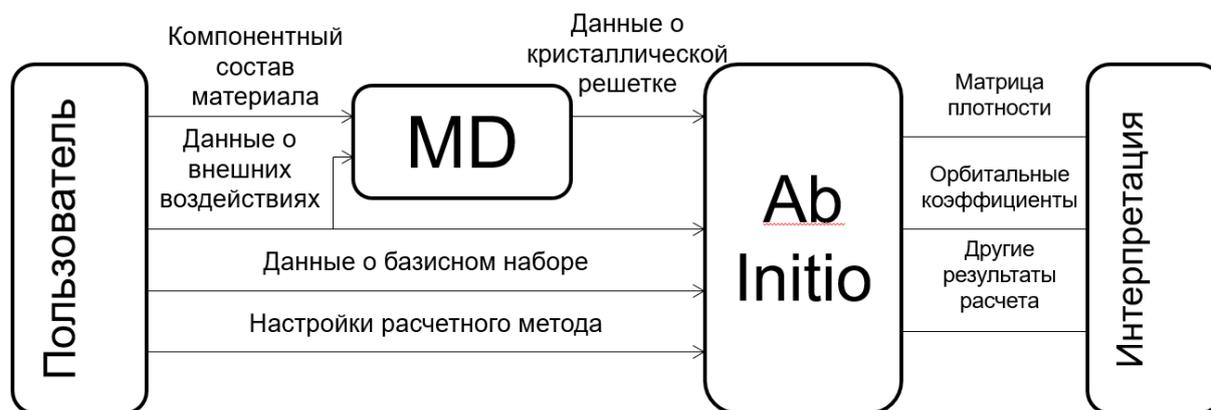


Рис. 1. Концепция квантово-химических расчетов с использованием методов молекулярной динамики

Предлагается добавить еще один блок в концепцию расчетов свойств материалов. Это «Алгоритмы автоматизации» (рис. 2). При его успешной разработке и интеграции пользователь может не обладать знаниями квантовой химии для того, чтобы производить расчеты ее методами. Он может задать диапазон пропорций, внешних воздействий, выбрать шаг и запустить расчеты. На основе полученных результатов, алгоритмы, возможно, будут сами определять, в какую сторону увеличения или уменьшения концентрации химического элемента двигаться.

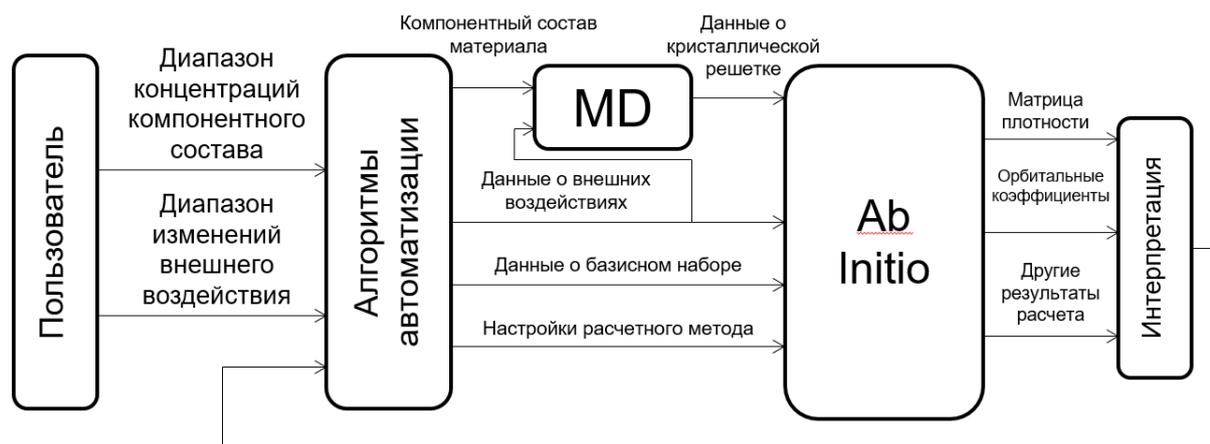


Рис. 2. Концепция проведения автоматизированных квантово-химических вычислений

Таким образом, пользователь задает диапазон концентраций и диапазон внешних воздействий. На основе диапазона концентраций, комплекс будет пошагово рассчитывать каждую кристаллическую структуру, сначала определяя геометрические параметры, а затем и необходимые свойства.

Алгоритмы автоматизации основаны на изменении свойств материала после расчетной итерации в следствии изменениях контрольных параметров. Контрольными параметрами могут являться как внешний факторы, так и изменения в процентном составе элементов, составляющих атомную структуру.

Закключение. Автоматизация научных исследований подвергается более пристальному исследованию пропорционально развитию вычислительных систем. Эта корреляция особенно заметна в контексте квантовой химии, поскольку для проведения расчетов кристаллических структур необходимо большое количество вычислительных ресурсов на одну итерацию. Приняв это во внимание, становится очевидным необходимость в расширении стандартных алгоритмов проведения расчетов с учетом темпа роста производительности компьютеров.

В настоящей работе представлена концепция проведения автоматизированных расчетов электронной структуры и ее интерпретации по методу Хартри-Фока с использованием уравнений Рутаана в приближении МО ЛКАО и КО ЛКАО и интеграцией методов молекулярной динамики и алгоритмов автоматизации.

Исследования проводились при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации. Соглашение RFMEFI57816X0198.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Timothy J. Giese. Density functional theory. – Department of Chemistry, Minnesota 55455, USA: University of Minnesota Minneapolis, 2008 – 26
2. Эварестов Р. А., Тупицын И. И. Методы Хартри-Фока и функционала плотности для бесконечного кристалла и циклического кластера // Физика твердого тела. – 2002. – № 9. – С. 1582-1595.
3. Верязов В. А., Леко А. В., Эварестов Р. А. Локальные характеристики электронной структуры кристалла в методе Хартри-Фока // Физика твердого тела. – 1999. – № 8. – С. 1407-1411.

**ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ
НА ОСНОВЕ КОФЕНЕТИЧЕСКОЙ КОРРЕЛЯЦИИ**А.Ю. Тимофеева, С.Б. Цыренжапова

Новосибирский государственный технический университет,

Россия, г. Новосибирск, пр. К.Маркса, 20, 630073

E-mail: a.timofeeva@corp.nstu.ru, tsyrenzhapova.sb@gmail.com

**ASSESSMENT OF THE ROBUSTNESS OF HIERARCHICAL CLUSTERING
BASED ON COPENETIC CORRELATION**A.Yu. Timofeeva, S.B. Tsyrenzhapova

Novosibirsk State Technical University, Russia, Novosibirsk, Prospekt K. Marksa, 20, 630073

E-mail: a.timofeeva@corp.nstu.ru, tsyrenzhapova.sb@gmail.com

***Abstract.** If there are any outliers in the data, hierarchical clustering can produce poor results. In addition, the dendrogram is sensitive to a set of characteristics by which objects are compared. Therefore, it is required to investigate two types of robustness of hierarchical clustering – to a set of objects and to a set of characteristics. For this, an original approach based on the use of bootstrapping is proposed. As an internal criterion for the reliability of hierarchical clustering, the copenetic correlation coefficient is used. In the simulation study, various methods of hierarchical clustering are compared for robustness of two types. Recommendations are given on the applicability of methods of hierarchical clustering.*

Введение. При решении задач разбиения объектов, описываемых множеством признаков, на однородные группы для визуального представления результатов часто используется дендрограмма. Она представляет собой дерево, отражающее близость исследуемых объектов, которая определяется на основе различных мер сходства (различия). Для построения такого дерева применим целый набор методов. На практике аналитику необходимо выбрать меру близости и метод построения дендрограмм. Так в работе [1] в качестве критерия выбора предлагается кофенетический коэффициент корреляции, выступающий мерой близости попарных расстояний между объектами. При расчете этого коэффициента исходная матрица расстояний сопоставляется с воспроизведенной с помощью дендрограммы. Авторами статьи [1] смоделированы две ситуации (без выбросов и с выбросами) и рекомендованы лучшие методы кластеризации для разных мер расстояний. Ими оказались метод средней связи и центроидный метод, обеспечивающие высокие значения кофенетической корреляции в обеих ситуациях.

Однако используемый критерий качества построения дендрограммы не гарантирует устойчивость полученных результатов. Иными словами, с его помощью не удастся обнаружить, что в выборочных данных есть искажающие наблюдения и идентифицировать их. Наоборот, при наличии выбросов коэффициент кофенетической корреляции закономерно больше, чем для аналогичной модели без аномальных наблюдений. Эта особенность отмечена в работах [1, 2] и связана с тем, что дендрограмма подстраивается под резко выделяющиеся наблюдения, сильно удаленные от остальных точек. Значит, при высоких значениях кофенетической корреляции есть опасность ложного вывода об отличном качестве дендрограммы, обусловленного наличием аномальных наблюдений.

Подходы к исследованию устойчивости. В этой связи предлагается другой критерий качества, характеризующий дендрограмму с точки зрения устойчивости результатов. Он так же основан на кофенетической корреляции, но сопоставление производится на псевдовыборках, сформированных с использованием бутстрэппинга. Самый простой вариант построения псевдовыборок – это отбрасывание одного наблюдения (признака). В случае если исключается резко выделяющееся наблюдение (или признак), очевидно, построенная дендрограмма будет сильно отличаться от исходной, что свидетельствует о неустойчивости результатов. Тем самым для исследования устойчивости к набору признаков разработан следующий подход.

Шаг 0. По исходным данным строится дендрограмма.

Шаг 1. Из набора данных исключается j -й признак. Строится дендрограмма по новым данным.

Шаг 2. Вычисляется кофенетический коэффициент корреляции между дендрограммами, построенными на шагах 0 и 1.

Шаги 1 и 2 повторяются для всех $j = 1, \dots, m$, где m – число признаков. Тем самым получаем набор из m коэффициентов кофенетической корреляции. Если эти коэффициенты практически не меняются, то можно дать заключение об устойчивости результатов, в противном случае, наиболее выделяющиеся коэффициенты указывают на признаки, которые можно считать аномальными.

Некоторую сложность представляет расширение этого подхода для исследования устойчивости к множеству объектов. Дело в том, что дендрограммы сопоставимы только при одинаковом числе объектов. Значит, нельзя вычислить кофенетическую корреляцию между дендрограммами, построенными по исходным данным и с удалением одного наблюдения. Поэтому для сопоставимости предлагается удалять из исходной выборки ближайшего соседа. Ближайший сосед определяется на основе той же меры близости, что и при построении дендрограммы. Тогда подход к исследованию устойчивости к множеству объектов можно представить следующим образом.

Шаг 0. Вычисляется матрица расстояний между объектами, для каждого объекта определяется ближайший сосед.

Шаг 1. Из исходного множества объектов удаляется ближайший к i -му объекту сосед. По полученным данным строится дендрограмма.

Шаг 2. В исходных данных i -й объект заменяется на его ближайшего соседа, ближайший сосед удаляется из данных. Строится дендрограмма по новому набору данных.

Шаг 3. Вычисляется кофенетический коэффициент корреляции между дендрограммами, построенными на шагах 1 и 2.

Шаги 1-3 повторяются для всех $i = 1, \dots, n$, где n – число объектов.

Результаты экспериментов. Для сравнения различных методов иерархического кластерного анализа на основе предложенных подходов проведены вычислительные эксперименты. Для исследования устойчивости к множеству объектов наблюдения моделировались с использованием нормальной смеси с функцией распределения вида $F(x) = (1 - \lambda)\Phi(x; 0, \sigma^2) + \lambda\Phi(x; 0, k\sigma^2)$, где $\Phi(x; 0, \sigma^2)$ – функция нормального распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 . Величина $k > 1$ определяет степень неоднородности данных, связанную с наличием выбросов;

$k = 10$, $\sigma^2 = 1$. Параметр $\lambda \in [0,1]$ характеризует степень засорения данных аномальными наблюдениями и задан равным 0,05.

Для исследования устойчивости к набору признаков моделировались совокупности из десяти признаков. Значения первого признака X_1 генерировались из стандартного нормального распределения. Значения остальных, кроме последнего, определялись из соотношения $X_j = X_1 + 0.5\varepsilon_j$, $j = 2, \dots, 9$, где ε_j – независимые случайные величины, имеющие стандартное нормальное распределение. Тем самым девять признаков коррелировали друг с другом. Последний признак представлял собой случайный шум.

Число объектов во всех экспериментах взято равным 100. Результаты усреднялись по 500 повторениям. В качестве меры различия использовалось Евклидово расстояние. В таблице 1 представлена сводная информация по кофенетическим коэффициентам корреляции, рассчитанным с помощью пакета dendextend статистической среды R [3].

Таблица 1

Результаты исследования устойчивости методов иерархической кластеризации

Методы	Устойчивость к множеству объектов		Устойчивость к набору признаков			
	Среднее	Минимум	Медиана	Минимум	Квартиль 25%	Квартиль 75%
Средней связи	0,996	0,269	0,802	0,379	0,664	0,903
Центроидный	0,997	0,201	0,849	0,196	0,737	0,932
Полной связи	0,971	0,193	0,549	0,174	0,409	0,773
Медианный	0,969	0,040	0,396	-0,043	0,221	0,608
Одиночной связи	0,997	0,085	0,942	0,357	0,913	0,962
Уорда	0,984	0,399	0,748	0,286	0,538	0,878

Заключение. При исследовании устойчивости к множеству объектов кофенетическая корреляция в большинстве случаев близка к единице, поэтому судить о неустойчивости результатов следует по минимальным значениям. Наибольшее из них обеспечивается при использовании метода Уорда. При изменении набора признаков коэффициент кофенетической корреляции больше варьируется, поэтому его изменчивость можно охарактеризовать, например, с помощью межквартильного размаха. Наименьшее его значение достигается при применении метода одиночной связи. Таким образом, методы Уорда и одиночной связи могут быть рекомендованы как наиболее устойчивые методы иерархического кластерного анализа.

Работа поддержана грантом Министерства образования и науки РФ в рамках проектной части государственного задания, проект № 2.2327.2017/4.6 «Интеграция моделей представления знаний на основе интеллектуального анализа больших данных для поддержки принятия решений в области программной инженерии».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Saraçlı S., Doğan N., Doğan İ. Comparison of hierarchical cluster analysis methods by cophenetic correlation // Journal of Inequalities and Applications. – 2013. – 2013:203.
2. Johnson R.A., Wichern D.W. Applied Multivariate Statistical Analysis. – New York: Prentice Hall, 2002.
3. Galili T. Dendextend: an R package for visualizing, adjusting and comparing trees of hierarchical clustering // Bioinformatics. – 2015. – Т. 31. – № 22. – С. 3718-3720.

**ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ
ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ТРУБОПРОВОДОВ**

А.Ю. Травков⁴

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.Е. Янковская^{1,2,3,4}

¹Томский государственный архитектурно-строительный университет

634003, Томск, пл. Соляная, 2

²Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 40, 634034

³Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36, 634050

⁴Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина 2, Томск, 634050

E-mail: alexdrav@gmail.com

**BASES OF INTELLIGENT SYSTEM CONSTRUCTION OF THE PIPELINE TECHNICAL
CONDITION DIAGNOSTICS**

A.Y.Travkov⁴

Scientific Supervisor: Prof., Dr. of Science A.E. Yankovskaya^{1,2,3,4}

¹Tomsk State University of Architecture and Building,

2, Solyanaya Square, 634003, Tomsk, Russia

²Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634034

³National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

⁴National Research Tomsk Polytechnic University, 2, Lenin str., Tomsk, 634050,

Phone: (3822) 650782

E-mail: alexdrav@gmail.com

Abstract. *The urgent of creating the intelligent systems for revealing different kinds of regularities and decision-making in the problem area of pipeline technical condition diagnostics is considered. The technical condition diagnostics of pipeline is strongly dependent on the pipeline parameters, hydrodynamic characteristics of the pipeline-transported substance and that of environment (ambient medium). The advisability for the construction of the intelligent system for the pipeline technical condition diagnostics (IS PTCD) based on intelligent instrumental software (IIS) IMSLOG, aimed at revealing different types of regularities in data and knowledge, decision-making and its justification with using cognitive tools, is shown. The matrix way of data and knowledge representation in the problem area and the main stages of IS PTCD constructing based on IIS IMSLOG IS PTCD are given. This will allow to reveal different types of regularities in data and knowledge on the base of the features that influence on the technical condition of the pipeline and, as well as make-decisions of the diagnostic and repair- prophylactic character. IS PTCD is essentially useful for the engineers in the problem area of pipeline-transported substance for decision-making and its justification with using cognitive tools, as well as for research activities and also for student training programs in the problem area.*

Введение. Разработка интеллектуальных систем диагностики технического состояния трубопровода (ИС ДТСТ), безусловно, актуально направление в целях обеспечения надежности и безопасности при транспортировке нефти и нефтепродуктов. Эти исследования включены в приоритетное направление инновационного развития нефте- и газодобывающих компаний. Правильно подобранный метод диагностики технического состояния, точное определение остаточного ресурса, обоснованное составление плана-графика производства работ на трубопроводе, а также прогнозирование состояния и поведения трубопровода позволяет избежать ряд проблем, к которым относятся, инциденты, аварии, остановки в процессе транспортировки углеводородов и исключить нежелательные финансовые затраты. Используемые на практике методы и сочетание методов определения технического состояния трубопровода не в полной мере учитывают особенности применяемых в настоящее время средств диагностики, которые влияют на достоверность получаемых результатов о состоянии трубопровода [1].

Анализ методов диагностики технического состояния показал, что сочетание используемых методов и их применение на практике не обладают достаточной эффективностью и не в полной мере учитывают всевозможные параметры (признаки), влияющие на диагностику технического состояния трубопровода. Для принятия и обоснования решения по диагностике технического состояния предлагается использовать тестовые методы распознавания образов и создать на их основе ИС ДТСТ, предназначенную и для выявления различного рода закономерностей между параметрами, влияющими на техническое состояние трубопровода. Для конструирования ИС ДТСТ целесообразно использование интеллектуального инструментального средства (ИИС) ИМСЛОГ [3].

Матричное представление данных и знаний в ИС ДТСТ. Конструируемая на основе ИИС ИМСЛОГ [4] ИС ДТСТ основана на матричной модели представления данных и знаний, включающей целочисленную матрицу описаний Q , и матрицу различий R_1 , диагностического типа, матрицу различий R_2 организационно-управленческого типа. Строки матрицы Q сопоставляются обучающим объектам (различным признакам, влияющим на состояния трубопровода), столбцы — характеристическим признакам (ХП). Строка матрицы Q представляет собой ту или иную комбинацию значений ХП, описывающих параметры трубопровода, гидродинамики транспортируемого в нём вещества, окружающей среды. Элемент q_{ij} матрицы Q задает значение j -го признака для i -го объекта. Если значение признака несущественно для объекта, то данный факт отмечается прочерком ("—") в соответствующем элементе матрицы Q . Для каждого признака z_j ($j \in \{1, 2, \dots, m\}$) задается либо интервалы изменения его значений, либо целочисленное значение.

Матрица различий R_1 диагностического типа, строки которой сопоставлены строкам матрицы Q , а столбцы — классификационным признакам (КП), разбивающим обучающие объекты на классы эквивалентности, причем каждый последующий столбец разбивает предыдущий на классы эквивалентности, предназначена для диагностики технического состояния трубопровода [5]. КП принимают целочисленные значения, либо отмечается символом «←» (прочерк).

Матрица различий R_2 организационно-управленческого типа, строки которой сопоставлены строкам матрицы Q и R_1 , а столбцы — классификационным признакам (КП), разбивающим обучающие объекты на классы эквивалентности, предназначена для определения последовательности ремонтно-профилактических мероприятий на трубопроводе (ОППМТ) [5]. Аналогично, как для матрицы R_1 , КП принимают целочисленные значения, либо отмечается символом «←» (прочерк).

Множество всех неповторяющихся строк матрицы различения R_1 сопоставлено множеству выделенных образов, представляющих собой 1-столбцовую матрицу R' , элементами которой являются номера образов.

Данная модель позволяет представлять не только данные, но и знания экспертов, поскольку одной строкой матрицы Q можно задавать в интервальной форме (с использованием значения прочерк "-") подмножество объектов, для которых характерно одно и то же итоговое решение, задаваемое соответствующей строкой матрицы R_1 . Рамки доклада не позволяют привести иллюстрирующий пример.

Согласно вышеприведенной матричной модели осуществлена структуризация данных и знаний в области гидравлики. Строки матрицы Q сопоставлены параметрам трубопровода, гидродинамики транспортируемого в нём вещества и окружающей среды и представляют собой только часть различных комбинаций значений ХП. Для формирования характеристического и классификационного признакового пространства использовался ряд источников, в том числе и государственные стандарты [1, 2]. Вещественные (приведенные к целочисленным), также как и целочисленные при большом их количестве (более 30) перекодируются. ХП могут быть представлены интервалами изменения их значений. В число ХП входят такие ХП, как z_1 – линейная скорость движения жидкости, z_2 – способ прокладки трубопровода, z_3 – плотность, z_4 – площадь поперечного сечения, z_5 – срок службы, z_6 – температура, z_7 – тип транспортируемого вещества, z_8 – шероховатость, z_9 – давление, z_{10} – участок трубопровода (общее количество не превышает 30).

Для матрицы диагностического типа R_1 сформированы следующие КП и их значения:

k_1 – 1 – определенного вида на участке секции; 2 –комбинированные дефекты; 3 – определенного вида в области сварных швов; 4 – дефект на секциях с 2-мя и более ремонтными конструкциями;

k_2 – 1 – дефекты геометрии; 2 –дефекты стенки трубы; 3 – сварного соединения; 4 – недопустимые соединительные детали; 5 – недопустимые конструктивные детали и приварные элементы;

Для матрицы ремонтно-профилактических мероприятий по результатам диагностики R_2 сформированы 2 КП и их значения:

k_1 – метод диагностики: 1 – чистка трубопровода; 2 – внутритрубная диагностика; 3 – визуально-измерительный 4 – ультразвуковой; 5 – вихретоковый контроль; 6 – магнитопорошковый; 7 – капиллярная дефектоскопия;

k_2 – метод ремонта: 1 – шлифовка; 2 – заварка; 3 – установка ремонтные конструкции; 4 – вырезка дефекта; 5 – замена участка;

Краткое описание математических основ ИС ДТСТ. ИС ДТСТ основана на выявлении различного рода закономерностей, логико-комбинаторных тестовых методах распознавания образов, принятия и обоснования решений с применением когнитивных средств [5]. Под закономерностями в знаниях [5] будем понимать следующие подмножества признаков [5]: константные (принимающие одно и тоже значение для всех образов), устойчивые (константные внутри образа, но не являющиеся константными), неинформативные (не различающие ни одной пары объектов), альтернативные (в смысле включения в диагностические тесты (ДТ)), зависимые (в смысле включения подмножеств различных пар объектов), несущественные (не входящие ни в один безызбыточный ДТ), обязательные (входящие во все ББДТ), псевдообязательные (входящие в множество используемых при распознавании ББДТ и не являющиеся обязательными), отказоустойчивые (признаки устойчивые к ошибкам измерения),

а также все минимальные и все (либо часть – при большом признаковом пространстве) безызбыточные различающие подмножества признаков, являющиеся, по сути, соответственно минимальными и ББДТ.

Конструирование ИС ДРТСТ на основе инструментального средства ИМСЛОГ-2002.

Конструирование прикладных интеллектуальных систем на основе ИИС ИМСЛОГ [4] осуществляется в 4 этапа: 1) систематизация и структуризация данных и знаний в области гидродинамики, определяются функциональный состав ИС ДТСТ, её архитектура и методы, наиболее подходящие для выявления закономерностей в данных и знаниях и принятия решений относительно режимов течения жидкости; 2) компоновке требуемой конфигурации ИС ДТСТ путем подключения к ядру (с автоматической регистрацией) соответствующих программных модулей; 3) создается модуль базы знаний, средствами модуля анализа и оптимизации базы знаний проводится обработка модуля знаний на предмет выявления закономерностей, по которым формируется набор решающих правил, используемый в дальнейшем модулем принятия и обоснования решений с применением когнитивных средств для анализа распознаваемых режимов течения жидкости; 4) настройка ИС ДТСТ для передачи заказчику.

Заключение. На основе анализа современного состояния исследований в области диагностики технического состояния трубопровода впервые предложено использование матричной модели представления данных и знаний в области обеспечения надежности и безопасности при транспортировке нефти и нефтепродуктов, сформировано характеристическое и классификационное признаковое пространство и рекомендовано создание ИС ДТСТ, предназначенной для выявления различного рода закономерностей между параметрами гидродинамики, влияющими на режимы движения жидкости, а также для принятия и обоснования решения по диагностике технического состояния трубопровода и (ОПРПМТ). Для конструирования ИС ДТСТ обоснована целесообразность использования ИИС ИМСЛОГ [3], основанного на матричном представлении данных и знаний и предназначенного для выявления закономерностей и принятия решений.

Создаваемая ИС ДТСТ может быть применена на предприятиях, а также использована в целях обучения специалистов в области обеспечения надежности и безопасности трубопроводного транспорта.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-07-00859а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ Р 56542-2015 «Контроль неразрушающий. Классификация видов и методов». – М.: Стандартинформ, 2016. – 15 с.
2. ГОСТ Р 55809-2013 «Контроль неразрушающий. Дефектоскопы ультразвуковые. Методы измерений основных параметров». – М.: Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии, 2013. – 20 с
3. Yankovskaya A.E., Gedike A.I., Ametov R.V., Bleikher A.M. IMSLOG-2002 Software Tool for Supporting Information Technologies of Test Pattern Recognition// Pattern Recognition and Image Analysis. – 2003. – Vol. 13. – No. 2. – pp. 243-246.
4. Yankovskaya A., Travkov A. Matrix model of data and knowledge presentation to revealing regularities of the fluid flow regime in a pipeline based on hydrodynamics parameters //CEUR Workshop Proceedings. 2017. Т. 1903. С. 54-58.
5. Янковская А.Е. Логические тесты и средства когнитивной графики. – Saarbrucken, Germany: LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2011. – 92 с.

**МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ
РЕЗУЛЬТАТОВ КВАНТОВО-ХИМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ**

А.Н. Трифонов, А.С. Попов

Научный руководитель: доцент, к.т.н. А.В. Обходский

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: ant9@tpu.ru

**METHOD OF CALCULATION OF ELECTRICAL PROPERTIES OF MATERIALS BASED
ON THE RESULTS OF QUANTUM-CHEMICAL CALCULATIONS**

A.N. Trifonov, A.S. Popov

Scientific Supervisor: Associate Professor, Ph.D. A.V. Obkhodkiy

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: ant9@tpu.ru

***Abstract.** The work is devoted to a literary analysis of methods for interpreting the results of quantum-chemical calculations of the electronic structure. The concept of calculating the density of electronic states on the basis of the results obtained by the Hartree-Fock method is given. The structural scheme of the software based on the constructed concept is presented.*

Введение. В связи с постоянным развитием вычислительных машин, интерес к моделированию начинает возникать во многих областях. Преимущества проведения расчетных экспериментов перед натурными позволяют значительно сэкономить на количестве экспериментов путем определения направления исследований. В контексте химии моделирование уже очень долгое время привлекает интерес своей гибкостью и точностью, которую может дать инструменты квантовой химии [1]. Однако исследователей данной отрасли привлекают, в основном, свойства, характерные для микроскопических соединений. В то время как математический аппарат квантовой химии давно справляется с расчетом кристаллических структур, расчету свойств, присущих кристаллам, уделено довольно малое количество исследований, и еще меньше программных продуктов с узким перечнем предлагаемых свойств. Возможность получения свойств, характерных для материалов, обладающих кристаллической решеткой, расширит сферу использования квантовой химии, при помощи которой можно рассчитывать любые материалы с высокой точностью, ограничиваясь лишь вычислительными ресурсами [2].

Моделирование материалов на основе квантовой химии делится на три основных этапа: формирование входных данных, квантово-химический расчет и интерпретация результатов. Под интерпретацией понимается перевод массивов данных результатов квантово-химических расчетов в понятные графики, рисунки и числа. Предполагается, что расширение свойств, доступных для расчета, привлечет внимание многих исследователей, для которых эти свойства актуальны.

Методы исследования. Плотность состояний (англ. density of the states, DOS) – важное понятие физики твердого тела, которое представляет собой количество состояний в единичном энергетическом

интервале. График DOS может использоваться как ценный инструмент для анализа природы электронной структуры [3-4].

Основным назначением разрабатываемой программы является расчет плотности состояний с возможностью внесения модификаций в рамках заданной математической модели и графическая интерпретация полученных в ходе данного расчета результатов.

Входные данные программы являются орбитальные энергии, числа заполнения и количество орбиталей исследуемого соединения. Эти данные об исследуемой молекуле получены в ходе предварительных квантово-химических расчетов по методу Хартри-Фока с использованием уравнений Рутана в приближении МО ЛКАО, производимых с помощью программного комплекса моделирования материалов [5].

Программное обеспечение включает в себя набор программ-модулей, каждый из которых выполняет свои определенные функции. Условно всю программу можно разделить по функциональному признаку на четыре части: взаимодействие с базой данных, настройка, расчет, формирование результата и модуль формирования отчетов об ошибках, который интегрирован в работу каждой части, проверяя правильность выполнения программы на всех этапах.

Рассмотрим структурную схему программы, представленную на рисунке 1. Весь процесс работы программы представлен последовательным набором действий, каждое из которых по функциональному признаку формирует определенный программный модуль. Программные модули взаимодействуют последовательно друг с другом, составляя полный цикл работы программы, который условно можно разделить на этапы:

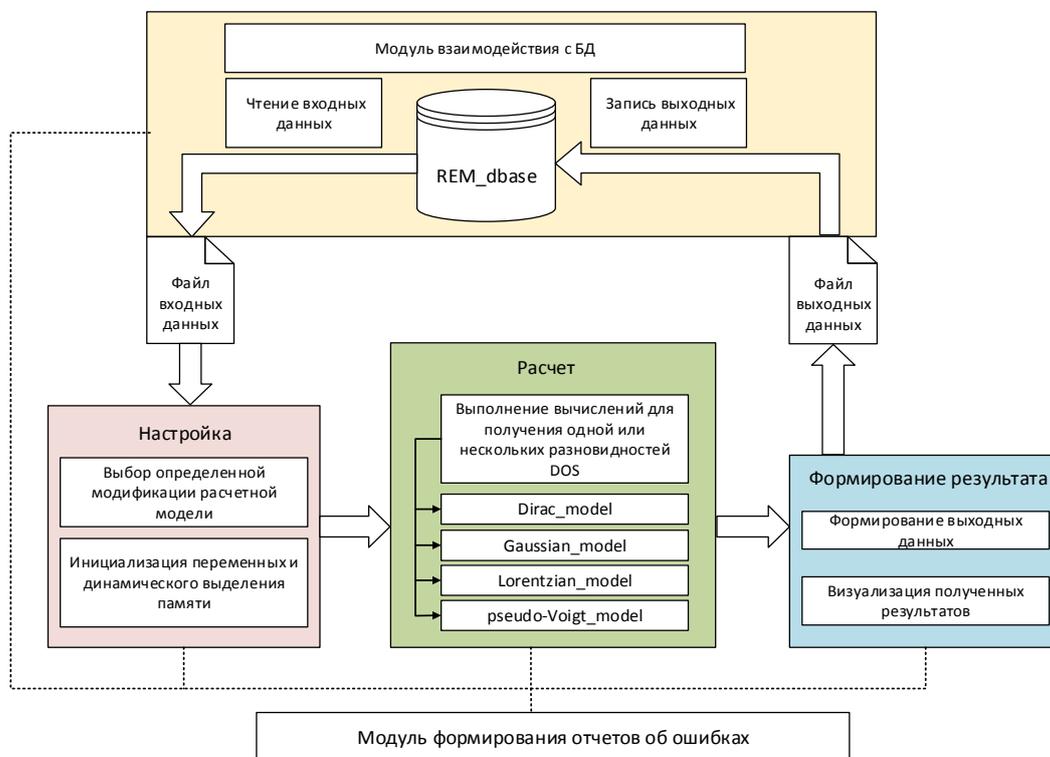


Рис. 1. Структурная схема программного обеспечения

Алгоритм программы начинается с настройки взаимодействия с базой данных REM_dbase, в которой хранятся результаты предварительных квантово-химических расчетов. Далее пользователю необходимо выбрать определенную модификацию математической модели, которая будет использоваться для получения соответствующей разновидности плотности состояний. Стоит отметить, что для более детального анализа исследуемого соединения, может быть выбрано одновременно несколько вариантов расчетной модели. После этого производится инициализация всех необходимых переменных и массивов с динамическим выделением памяти.

Первым шагом в расчетах математической модели является формирование массивов промежуточных данных, которые затем используются при расчете плотности состояний. Следующим шагом является непосредственно вычисление плотности состояний исследуемого образца с применением методов Дирака, Гаусса, Лоренца и др. (в зависимости от выбора модификации математического аппарата расчетов). Полученные массивы значений плотности состояний, вместе с сформированными значениями орбитальной энергии (которые образуют ось абсцисс график DOS), поступают на вход программного модуля, выполняющего функции графической интерпретации произведенных расчетов. Завершающим этапом программы является формирование выходного файла программы и его запись в БД REM_dbase.

Заключение. В настоящей работе осуществлялся литературный обзор математического аппарата для получения зонной структуры и плотности состояний исследуемого соединения, исходя из предварительных квантово-химических расчетов, выполняемых по методу Хартри–Фока–Рутана. Разработана методика формирования и графической отображения плотности состояний. Составлен алгоритм функционирования и структура программного модуля для интерпретации квантово-химических расчетов, сформированы требования к входным и выходным файлам.

Исследования проводились при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации. Соглашение RFMEFI57816X0198.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барановский В.И. Квантовая механика и квантовая химия. – Москва: «Академия», 2008. – 382 с.
2. Кларк Т. Компьютерная химия. – Москва: «Мир», 1990 – 371 с.
3. Kuruvilla, T.K., Prasana, J.C., Muthu, S., George, J. & Mathew, S.A. Quantum mechanical and spectroscopic (FT-IR, FT-Raman) study, NBO analysis, HOMO-LUMO, first order hyperpolarizability and molecular docking study of methyl[(3R)-3-(2-methylphenoxy)-3-phenylpropyl]amine by density functional method // Spectrochimica Acta - Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy. – 2018. – Vol. 188. – pp. 382-393.
4. Vennila, P., Govindaraju, M., Venkatesh, G., Kamal, C., Mary, Y.S., Panicker, C.Y., Kaya, S., Armaković, S. & Armaković, S.J. A complete computational and spectroscopic study of 2-bromo-1, 4-dichlorobenzene – A frequently used benzene derivative // Journal of Molecular Structure. – 2018. – Vol. 1151. – pp. 245-255.
5. Timothy J. Giese. Density functional theory. – Department of Chemistry, Minnesota 55455, USA: University of Minnesota Minneapolis, 2008 – 26 с.

**ВЫБОР МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ПАКЕТЕ MATHCAD
НА ОСНОВЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ДАННЫХ**

У Даньни

Научный руководитель: доцент, к.т.н. Е. А. Кочегурова

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: danni_0815@163.com

**THE CHOICE OF THE RELIABILITY MODEL OF TECHNICAL SYSTEMS IN THE MATHCAD
PACKAGE BASED ON OPERATIONAL DATA**

Danny Wu

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. E.A. Kochegurova

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: danni_0815@163.com

***Abstract.** The subject of the research includes selection procedures, which allows determining the most adequate reliability model. Various goodness-of-fit tests and information criteria are objects of the research. Work objective is to select from predefined set the reliability model which represents given failure data sample best, by application of various statistical and information criteria.*

Введение. На протяжении многих лет теория надежности является важной составляющей промышленного производства. Определяющим фактором для использования методов теории надежности и приемов повышения безотказности систем является выбор наиболее адекватной модели надежности (МН).

Отличительным признаком «хорошей» МН является ее гибкость, т.е. возможность получить большое разнообразие форм функции интенсивности отказов [1]. В настоящее время ведется большая работа по поиску и анализу свойств различных сложных распределений случайных величин, способных служить в качестве МН. Одним из таких законов распределения является комплементарное Вейбулл-геометрическое распределение Кумарасвами (Kumaraswamy complementary Weibull geometric distribution, Kw-CWG), впервые введенное в работе [2].

Функция вероятности отказа распределения Kw-CWG определяется следующим выражением:

$$F_{KwCWG}(x) = 1 - \left\{ 1 - \left[\frac{\alpha \cdot (1 - e^{-(\gamma x)^\beta})}{\alpha + (1 - \alpha) \cdot e^{-(\gamma x)^\beta}} \right]^a \right\}^b, \quad (1)$$

где $0 < \alpha < 1$ и $\beta, a, b > 0$ – параметры формы, а γ – параметр масштаба.

Распределение Kw-CWG является очень гибкой пятипараметрической моделью. Приравнивая к единице параметры формы, мы можем получать разнообразные подмодели. Для данного исследования были выбраны 5 подмоделей этого распределения, в том числе экспоненциально-Вейбулловское распределение (EW) и распределение Вейбулла. В целях исследования в список исследуемых МН были включены распределения с разным числом параметров, которые при этом не являются подмоделями МН Kw-CWG, например, би-Вейбулловское распределение (BW).

Для анализа и проверки была сгенерирована выборка, представляющая собой времена отказов системы с дублированием и холодным резервом; при этом времена отказов компонентов системы являлись случайными числами, распределенными по закону Вейбулла. После этого с помощью метода максимального правдоподобия получены оценки параметров МН из заданного списка моделей. Выбор наилучшей МН проводился на основе расчета численных значений критериев, таких как информационный критерий Акаике (AIC), и критериев согласия, например, критерий Ватсона [3].

В общем случае значение AIC рассчитывается как:

$$AIC = -2\Lambda(\hat{\Theta}) + 2k \quad (2)$$

где k – количество параметров модели, $\Lambda(\hat{\Theta})$ – максимизированное значение функции правдоподобия модели. Слагаемое $-2\Lambda(\hat{\Theta})$ определяет меру точности (адекватности) модели.

После получения численных значений, используем методы ранжирования чтобы определить лучшую модель. Ниже приведена суть методов ранжирования.

Методы ранжирования моделей. Общий подход к ранжированию моделей предполагает присвоение наилучшей модели согласно одному из критериев максимального количества баллов (10). Максимальная сумма баллов, полученных по всем критериям, определит наилучшую модель.

Введем множество $\mathbf{M} = \{m_1, m_2, \dots, m_p\}$ моделей надежности, а также множество $\mathbf{K} = \{k_1, k_2, \dots, k_q\}$ критериев качества моделей. Таким образом, можно определить $E_{i,j}$ ($i = 1..p; j = 1..q$) как значение j -го критерия для i -й модели, а $R_{i,j}$ ($i = 1..p; j = 1..q$) как балл, полученный i -й моделью в соответствии с j -м критерием. Тривиальный метод балльных оценок заключается в получении баллов:

$$R_{i,j} = \frac{\max(E_{i,j}) - E_{i,j}}{\max(E_{i,j}) - \min(E_{i,j})} \cdot 10 \quad (3)$$

Во втором методе вместо значений $E_{i,j}$ критериев предлагается брать их натуральные логарифмы.

Тогда балл, полученный моделями, можно будет рассчитать по следующей формуле:

$$R_{i,j} = \frac{\ln(\max(E_{i,j})) - \ln E_{i,j}}{\ln(\max(E_{i,j})) - \ln(\min(E_{i,j}))} \cdot 10 \quad (4)$$

В третьем методе баллы выставляются в зависимости от логарифма разницы между максимальным и минимальным значениями критериев. Формула выглядит следующим образом:

$$R_{i,j} = \frac{\ln(\max(E_{i,j}) - \ln E_{i,j})}{\pm \ln(\max(E_{i,j}) - \min(E_{i,j}))} \cdot 10 \quad (5)$$

После того как получены баллы по разным критериям с помощью разных методов, суммируются все баллы и получают итоговые оценки критериев (таблица 1). Модель, которая получает самый высокий балл, считается наилучшей моделей. В таблице 1 были представлены три распределения, которые получили самые высокие баллы. Если все три метода указывают на одну и ту же модель, то она является наилучшей. Если же каждый метод показывает разный результат, то найти необходимо модель, которая чаще занимает высшее место или повторить эксперимент с другими выборками.

Таблица 1

Итоговые оценки критериев исследуемой выборки данных, $n=150$

Модель	Метод ранжирования		
	1	2	3
Кумарасвами-экспоненциальное распределение (Kw-E)	66,4092	65,4722	43,8385
Экспоненциально-Вейбулловское распределение (EW)	65,8665	67,4016	49,3085
Распределение Вейбулла	69,9434	69,9413	49,8941

Заключение. В результате выполнения работы был предложен метод выбора модели надежности по имеющимся данным об отказах оборудования и создан шаблон в Mathcad, позволяющий выбирать лучшую модель надежности, основываясь на различных процедурах ранжирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко, Борис Владимирович. Математические методы в теории надежности. / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М: Либроком, 2013. — 582 с.
2. Afify A Z, Cordeiro G M, Butt N S, Ortega E M M and Suzuki A K. A new lifetime model with variable shapes for the hazard rate // Brazilian Journal of Probability and Statistics, 2016, Vol. 30, Iss. 3, pp. 366-384.
3. Akaike, H. A new look at the statistical model identification // IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, Vol. 19, Iss. 6, pp. 716-723.

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИСКРИМИНАНТНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ФИНАНСОВО
НЕУСТОЙЧИВЫХ БАНКОВ РОССИИ И МИРА**

А.П. Чумаченко

Научный руководитель: доцент, к. ф.-м. н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: lica.ru@list.ru

**USING DISCRIMINANT ANALYSIS
TO IDENTIFY FINANCIALLY UNSTABLE BANKS OF RUSSIA AND THE WORLD**

A.P. Chumachenko

Scientific Supervisor: Associate Professor, PhD O.L. Kritsky

National research Tomsk Polytechnic University,

Russia, Tomsk, Lenin ave., 30, 634050

E-mail: lica.ru@list.ru

***Abstract.** In this article the financial reporting is considered and the mathematical model for identification of financially unstable banks of Russia and the world is under construction. Special attention is paid to data collection. They shall be written down correctly and in one dimension for the further analysis. Presently, even more often use mathematical modeling in the analysis of any processes. There is such threshold value or limits of data when which crossing the organization, in our case bank, begins to work at a loss. By means of models the forecast for a future period is done the same. In the bank sphere of Russia since 2013 there were changes and the Bank of Russia toughened control over credit institutions. It became the beginning to mass verification of the reporting of credit institutions and mass revocations of licenses.*

Введение: В общем случае устойчивость предприятия – это состояние баланса самого предприятия, которое подразумевает адаптацию к изменениям внутренней и внешней среды развития и функционирования, при условии сохранении основных законов развития, таких как управляемость, динамика, адаптивность и целенаправленность. Общая устойчивость предприятия включает в себя и финансовую устойчивость, которая является одним из главных компонентов общей устойчивости.

Оценка финансовой устойчивости и платежеспособности является базовым элементом анализа финансового состояния, необходимого для контроля, позволяющего оценить риск нарушения обязательств по расчетам банков действующих и банков, у которых отзывали лицензию. В этом и заключается актуальность выполнения данной работы.

Банковская сфера была выбрана неслучайно, т.к. с ноября 2013 года, на основании Федерального закона № 115-ФЗ «О противодействии легализации (отмыванию) доходов, полученных преступным путем, и финансированию терроризма», начались массовые отзывы лицензий у банков и ужесточение контроля над кредитными организациями со стороны Банка России [1, 2].

Материалы и методы исследования. Практическая значимость данной работы охватывает определение дальнейших путей развития предприятия, формирование и проведение ряда мероприятий по устранению причин финансовой нестабильности, повышение прибыльности и платежеспособности путем оценки вероятности финансовой несостоятельности кредитных организаций.

Объектом исследования являются документы бухгалтерской отчетности, отчет о прибылях и убытках (форма 2), бухгалтерский баланс (форма 1), данные бухгалтерской отчетности банков с отозванной лицензией из периодического издания «Вестник банка России» и финансовая отчетность мировых банков.

Предметом исследования являются статистические методы оценки финансовой устойчивости кредитных организаций, т.е. банков, в частности, дискриминантный анализ и регрессионная модель.

Делаем сбор данных российских банков, используя периодическое издание «Вестник Банка России» и сеть интернет, где содержится финансовая информация по всем банкам и статистические данные прошлых периодов. Сортируем российские банки по двум категориям: 1. банки, у которых отозвали лицензию с 2014 по 2017 год; 2. действующие банки из ТОП-50 по величине активов.

Результаты исследования. Проведен линейный дискриминантный анализ для ТОП-50 по величине активов действующих российских банков и для банков с отозванной лицензией в 2016 г. (всего 77 банков). Построена линейная дискриминантная модель для функционирующих банков и для банков с отозванной лицензией. Она имеет следующий вид:

$$Y = -2X_1 + 8,63X_2 - 9,45X_3 + 0,69X_5 + 7,98X_6, \quad (1)$$

где Y – результирующий показатель, отражающий рентабельность активов, X_1 – прочие финансовые активы, X_2 – средства клиентов, X_3 – итого обязательств, X_4 – уставный капитал, X_5 – итого собственных средств, X_6 – прибыль до налогообложения.

За результирующий показатель взят показатель рентабельности активов. Рентабельность активов — индикатор доходности и эффективности деятельности компании. Применяется для сравнения предприятия одной отрасли и вычисляется, как отношение чистой прибыли за период к величине активов.

Модель (1) адекватна данным (коэффициент детерминации $R^2 = 0,78$), все коэффициенты модели значимы, стандартное отклонение ошибки не превосходит 1 152 млн. рублей.

В результате проверки функционирующих банков и банков, у которых отозвали лицензию, получили граничное значение $Y = -4,86$. Таким образом, если значение Y , рассчитанное по модели (1):

- а) $Y > -4,86$, то банк считается финансово неустойчивым;
- б) $Y < -4,86$, то банк считается финансово устойчивым.

Для банков, у которых отозвали лицензию уровень $Y = -4,86$, пробивается в 67 случаях из 77 наблюдений, то получается, что модель работает с вероятностью 0,87 [3]. Вероятность ошибки модели при данном исследовании составляет 0,13.

Таким образом, для группы «действующие банки из ТОП-50 по величине активов» этот уровень пробивается с вероятностью 0,94, что соответствует вероятности ошибки модели 0,06.

При исследовании результирующего показателя в списке действующих банков из ТОП-50 по величине активов присутствуют банки, которые получают помощь от государства в том или ином

процентном соотношении. Так как они обладают бесконечным административным и денежным ресурсом, то их необходимо исключить. Так же исключили банки, находящиеся на реорганизации из-за присоединения к ним других банков или подразделений.

Была исследована модель Банка России, на основании которой, принимаются решения об отзыве лицензии. Этой «моделью» являются нормативы. То есть, Банк России утверждает нормативы, которые обязуются реализовать каждый банк (кредитная организация) в Российской Федерации. Напрямую повторить методику Банка России невозможно, т.к. модель Банка России не представлена в виде линейных дискриминантных функций и зависит от выполнения каждого из нормативов. Если один из нормативов не выполняется, то кредитная организация получает предписание от Банка России на устранение нарушения или другие меры санкций, установленные законодательством Российской Федерации.

Применим модель (1) для мировых банков из ТОП-50, отсортированных по величине активам. Это возможно сделать, так как модель строится на данных МСФО. Чтобы модифицировать модель для мировых банков, заменим один из показателей. На смену уставному капиталу возьмем коэффициент капитализации.

Коэффициент капитализации представляет собой произведение количества акций в обращении на цену одной акции на исследуемую дату.

Заключение. В итоге: получим математическую модель для выявления финансово неустойчивых мировых банков и сравним ее с моделью для банков России. Для результирующего показателя выявлено пороговое значение, равное -4,86. Для группы «действующие банки из ТОП-50 по величине активов» этот показатель пробивается с вероятностью 0,94. А для группы «банки с отзыванной лицензией ЦБ в 2016 г.» результирующий показатель пробивается с вероятностью 0,87.

Дальнейший анализ позволит посмотреть, как обстоит ситуация в мировом банковском секторе. По данным 2016-2017 года спрогнозируем возможные пути развития в банковском секторе экономики на 2018 год.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Официальный отчет Банка России «О ликвидации кредитных организаций (по состоянию на 01.01.2015)» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://cbr.ru/credit/likvidbase/LikvidBase.aspx>
2. Похабова А.Е., Харламов О.В. Массовые отзывы лицензий и ликвидация банков: банковский кризис и последствия программы оздоровления банковского сектора // Развитие экономики и менеджмента в современном мире. Выпуск II. – Воронеж, 2015. – С. 165-168
3. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Теория вероятностей и прикладная статистика // М.: ЮНИТИ-ДАНА, – 2001. – С. 283
4. Список банков России. Информационный портал «banki.ru» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.banki.ru/banks/>

**РАЗРЕШИМОСТЬ И ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЙ В КЛАССЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ
С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ**

В.В. Шеметова

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. С.С. Орлов

Иркутский государственный университет,

Россия, г. Иркутск, б-р Гагарина, 20, 664003

E-mail: valentina501@mail.ru

**SOLVABILITY OF DIFFERENTIAL OPERATOR EQUATIONS WITH DEVIATING ARGUMENT
AND CONSTRUCTION OF THEIR SOLUTIONS IN THE CLASS OF DISTRIBUTIONS**

V.V. Shemetova

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., PhD S.S. Orlov

Irkutsk State University, Russia, Irkutsk, Gagarin boulevard, 20, 664003

E-mail: valentina501@mail.ru

***Abstract.** The unique solvability of the initial value problem with the initial function for a differential operator equation with a perturbed argument is studied. Researches are carried out by methods of the theory of the Sobolev–Schwartz generalized functions with values in Banach space. The concept of fundamental solution of differential operator with delay is used. This approach is used to prove the existence and uniqueness of the solution of the considered problem in the class of distributions with a left-bounded support and to construct its generalized solution. We have obtained conditions under which generalized solution are equal to the classical solution of the considered problem.*

Рассматривается функционально-дифференциальное уравнение

$$u'(t) - Au(t) - Bu(t-h) = f(t), \quad t > 0. \quad (1)$$

Здесь u и f – неизвестная и заданная функции со значениями в банаховом пространстве E соответственно, A, B – линейные непрерывные операторы из E в E , $h > 0$ – заданное число. Для уравнения (1) поставим начальную задачу

$$u(t) = \varphi(t), \quad -h \leq t \leq 0, \quad (2)$$

где $\varphi(t) \in C([-h; 0]; E)$ известна. Под *классическим* решением задачи (1), (2) будем понимать функцию $u(t) \in C(t \geq -h; E) \cap C^1(t > 0; E)$, обращающую в тождество уравнение (1) и удовлетворяющую начальному условию (2). Для исследования однозначной разрешимости начальной задачи (1), (2) используется аппарат распределений Соболева–Шварца со значениями в банаховом пространстве [1]. В пространстве $K_+(E)$ обобщенных функций с ограниченным слева носителем рассматриваемая задача принимает вид сверточного уравнения

$$(I\delta'(t) - A\delta(t) - B\delta(t-h)) * \tilde{u}(t) = \tilde{g}(t), \quad (3)$$

с правой частью

$$\tilde{g}(t) = f(t)\theta(t) - A\varphi(t)(\theta(t+h) - \theta(t)) + \delta'(t) * \varphi(t)(\theta(t+h) - \theta(t)) + \varphi(0)\delta(t).$$

Здесь $\theta(t)$ и $\delta(t)$ – функции Хэвисайда и Дирака, I – тождественный оператор в E . Единственным решением уравнения (3) (обобщенным решением начальной задачи (1), (2)) является распределение $\tilde{u}(t) = \varepsilon(t) * \tilde{g}(t)$, где обобщенная оператор-функция $\varepsilon(t)$ удовлетворяет следующим двум условиям:

$$(I\delta'(t) - A\delta(t) - B\delta(t-h)) * \varepsilon(t) * v(t) = v(t), \quad \varepsilon(t) * (I\delta'(t) - A\delta(t) - B\delta(t-h)) * v(t) = v(t),$$

при любом $v(t) \in K'_+(E)$, и называется *фундаментальным* решением дифференциального оператора $I\delta'(t) - A\delta(t) - B\delta(t-h)$ с отклоняющимся аргументом.

Теорема 1. Пусть $A, B \in L(E)$, тогда фундаментальное решение дифференциального оператора $I\delta'(t) - A\delta(t) - B\delta(t-h)$ имеет вид

$$\varepsilon(t) = e^{At}\theta(t) + \sum_{k=1}^{+\infty} e^{A(t-kh)}U_k(t-kh)\theta(t-kh),$$

где e^{At} – операторная экспонента, $\{U_{k-1}(t)\}_{k \in \mathbb{N}}$ – операторно-функциональная последовательность,

заданная рекуррентно $U_k(t) = \int_0^t V(s)U_{k-1}(s)ds$, $U_0(t) = I$, причем $V(t) = e^{-At}Be^{At}$.

Отметим, что $V(0) = B$, операторы $V(t)$ и A образуют пару Лакса, т. е. удовлетворяют уравнению $V'(t) = [V(t), A]$. По следствию из формулы Бейкера–Кемпбелла–Хаусдорфа [2] оператор-функция $V(t)$ представима равномерно сходящимся в топологии $L(E)$ операторно-функциональным рядом

$$V(t) = B + [B, A]\frac{t}{1!} + [[B, A], A]\frac{t^2}{2!} + [[[B, A], A], A]\frac{t^3}{3!} + \dots$$

Здесь $[B, A] = BA - AB$ – коммутатор операторов B и A . Если их суперпозиция коммутативна, то

$$\varepsilon(t) = e^{At}\theta(t) + \sum_{k=1}^{+\infty} e^{A(t-kh)} \frac{(t-kh)^k}{k!} B^k \theta(t-kh).$$

Этот случай подробно изучен автором в работе [3]. Начальная задача (1), (2) для дифференциально-операторного уравнения специального вида, когда $B = \alpha A$, $\alpha \in \mathbb{R}$, рассмотрена в [4].

В условиях теоремы 1 начальная задача (1), (2) имеет единственное обобщенное решение

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t) = & \varphi(t)[\theta(t+h) - \theta(t)] + \sum_{k=0}^{+\infty} \left[e^{A(t-kh)}U_k(t-kh)\varphi(0) + \int_{-h}^0 e^{A(t-(k+1)h-s)}U_k(t-(k+1)h-s)B\varphi(s)ds + \right. \\ & \left. + \int_0^{t-kh} e^{A(t-kh-s)}U_k(t)(t-kh-s)f(s)ds \right] \theta(t-kh) + \\ & + \sum_{k=0}^{+\infty} \int_{(k+1)h}^t e^{A(t-s)}U_k(t)(t-s)B\varphi(s-(k+1)h)ds [\theta(t-kh) - \theta(t-(k+1)h)], \end{aligned}$$

которое является регулярным распределением и порождено кусочно-заданной функцией $u = u(t)$, на полуинтервалах $[(k-1)h; kh)$, $k \in \{0\} \cup \mathbb{N}$. Полученная функция является классическим решением начальной задачи (1), (2) при $f(t) \in C([0; +\infty); E)$. Если $f(t) \in C^{n-1}([0; +\infty); E)$, тогда в точках $t = kh$, кратных запаздыванию, где $k = 0, 1, \dots, n-1$, решение имеет k порядок сильной гладкости, а в других точках интервала $(0; +\infty)$ порядок гладкости равен n . Установленные факты согласуются с известными сведениями о скалярных уравнениях ($E = \mathbb{R}$) запаздывающего типа [5].

Пример 1. Рассмотрим уравнение $y'(t) = y(t-1)$, $t \geq 0$, с начальным условием $\varphi(t) = 1$, $-1 \leq t < 0$.

Здесь $E = \mathbb{R}$, $A = 0$, $B = 1$, $f(t) = 0$. Обобщенное решение данной задачи имеет вид

$$\tilde{y}(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} (t-k+1)^k \theta(t-k+1).$$

Ее классическое решение задается кусочно следующей формулой

$$y(t) = \sum_{k=0}^{n+1} \frac{1}{k!} (t-k+1)^k, \quad t \in [n, n+1).$$

Предлагаемый подход оказался применим к задаче более общего вида

$$u'(t) - Au(t) - Bu(t-h) = f(t), \quad t > 0, \quad (1)$$

$$u(t) = \varphi(t), \quad -h \leq t < 0, \quad u(0) = u_0, \quad (4)$$

где $u_0 \in E$ – заданный вектор, которую можно трактовать как задачу с начальной функцией и начальным значением, либо как задачу с разрывной в точке $t=0$ начальной функцией. В пространстве $K'_+(E)$ рассматриваемая задача (1), (4) допускает сверточное представление

$$(\mathcal{I}\delta'(t) - A\delta(t) - B\delta(t-h)) * \tilde{u}(t) = \tilde{h}(t),$$

в котором $\tilde{h}(t) \in K'_+(E)$ имеет вид

$$\tilde{h}(t) = f(t)\theta(t) - A\varphi(t)(\theta(t+h) - \theta(t)) + \delta'(t) * \varphi(t)(\theta(t+h) - \theta(t)) + u_0\delta(t).$$

Единственным обобщенным решением начальной задачи (1), (4) является распределение $\tilde{u}(t) = \varepsilon(t) * \tilde{h}(t)$, где оператор-функция $\varepsilon(t)$ из теоремы 1, которое оказывается регулярным и порождено кусочно заданной функцией $u = u(t)$, удовлетворяющей уравнению (1) и начальному условию (4). Установлено, что, если оператор B необратим, и $(u_0 - \varphi(0)) \in N(B)$, то это решение обладает такими же «хорошими» свойствами, как и классическое решение начальной задачи (1), (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sidorov N., Loginov B., Sinitsyn A., Falaleev M. Lyapunov–Schmidt Methods in Nonlinear Analysis and Applications. – Dordrecht: Kluwer Academic Publ., 2002. – 568 p.
2. Hall B.C. Lie Groups, Lie Algebras, and Representations: An Elementary Introduction. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 222. – New-York: Springer, 2015. – 453 p.
3. Шеметова В.В. Фундаментальное решение одного функционально-дифференциального оператора в банаховом пространстве // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. Выпуск 7, Часть I: Материалы Междунар. молодежн. науч. школы «Актуальные направления математического анализа и смежные вопросы». – Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2017. – С. 213–214.
4. Орлов С.С. Построение решений в классе распределений дифференциально-операторных уравнений с отклоняющимся аргументом // Тез. докл. Всерос. конф. с междунар. участием «Теория управления и математическое моделирование», посвященной памяти профессора Н. В. Азбелева и профессора Е. Л. Тонкова. – Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет», 2015. – С. 107–108.
5. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – М.: Наука, 1971. – 296 с.

**ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ
НЕПРЕРЫВНОЙ АВТОРЕГРЕССИИ**

А. О. Шерстобитова

Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент Т. В. Емельянова

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: annasherstobitova06@gmail.com

**SEQUENTIAL PARAMETER ESTIMATION
OF THE AUTOREGRESSIVE MODEL WITH CONTINUOUS TIME**

A. O. Sherstobitova

Scientific Supervisor: Associated Professor, PhD T.V. Emelyanova

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin st., 36, 634050

E-mail: annasherstobitova06@gmail.com

Abstract. This article revisits a sequential approach to the estimation of the parameter in a p -order autoregressive model (AR(p)) with continuous time. There is provided a numerical study to get a results of sequential estimations of the parameter in p -order autoregressive model with continuous time and is computed a stopping rule.

Введение. В настоящее время существует достаточно много исследований, посвященных задачам асимптотического оценивания [1-3]. Одним из подходов к задачам оценивания в неасимптотической постановке является подход с позиции последовательного анализа, который характеризуется тем, что длительность наблюдений не фиксируется заранее и определяется специальными правилами остановки.

Пусть наблюдаемый процесс описывается системой линейных дифференциальных уравнений

$$dX_t = AX_t dt + BdW_t \quad (1)$$

в которой A и B – квадратные матрицы постоянных коэффициентов размера $p \times p$, W_t – стандартный p -мерный процесс броуновского движения.

$$X_t = \begin{pmatrix} x_t^1 \\ x_t^2 \\ \dots \\ x_t^p \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \theta_p & \theta_{p-1} & \dots & \dots & \theta_1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \sigma \end{pmatrix}; \sigma > 0.$$

Задача состоит в том, чтобы оценить неизвестные коэффициенты матрицы $A = \|a_{ij}\|$ по наблюдениям процесса X_t . К этой задаче сводится задача оценивания параметров стационарного гауссовского процесса авторегрессии p -го порядка (AR(p)), описываемого уравнением

$$dx_t^{p-1} = (\theta_1 x_t^{p-1} + \dots + \theta_p x_t) dt + \sigma dw_t$$

с рациональной спектральной плотностью, имеющей вид $f(\lambda) = \frac{\sigma^2}{|Q(i\lambda)|^2}$.

Материалы и методы исследования. Предположим, что процесс авторегрессии (1) устойчив, т.е. все корни характеристического полинома $Q(z) = z^p - \theta_1 z^{p-1} - \dots - \theta_p$ лежат в единичном круге. Пусть $H > 0$.

Одним из основных методов оценивания вектора неизвестных параметров $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)'$ является метод наименьших квадратов (МНК) [4], согласно которому оценка $\hat{\theta}_T$ имеет вид

$$\hat{\theta}_T = M_T^{-1} \int_0^T X_s d\langle X_t \rangle_p \quad (2)$$

При построении последовательного плана будет использоваться лемма [1], дающая оценку нормы уклонения оценки (2) от ее истинного значения.

Лемма 1. Пусть выборочная информационная матрица Фишера M_T невырождена. Тогда квадрат нормы уклонения оценки (2) удовлетворяет неравенству

$$\|\hat{\theta}_T - \theta\|^2 \leq \|M_T^{-2}\| \cdot \|m_T\|^2,$$

где $m_T = \int_0^T X_s dW_s$. Заметим, что в силу леммы 1 [1] $\|M_T^{-2}\|^{\frac{1}{2}}$ монотонно убывает, поэтому определим длительность наблюдений процесса

$$\tau = \tau(H) = \inf\left\{t > 0: \|M_T^{-2}\|^{\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{H}\right\}, \quad (3)$$

и последовательную оценку МНК неизвестных параметров

$$\theta^*(H) = M_{\tau(H)}^{-1} \int_0^{\tau(H)} X_s d\langle X_t \rangle_p. \quad (4)$$

Последовательный план (3), (4) позволяет контролировать среднеквадратическую точность получаемых оценок за счет выбора порога процедуры H . Длительность процедуры при этом пропорциональна порогу процедуры.

Результаты исследования. Рассмотрим результаты моделирования для процесса авторегрессии первого порядка с непрерывным временем. Моделирование реализуется при условиях: $\Delta t = 0,1, X_0 = 0$, объем выборки $N = 500$, истинное значение оцениваемого параметра $\theta = 0,2$. Оценки вычисляются путем усреднения результатов оценивания по 250 реализациям.

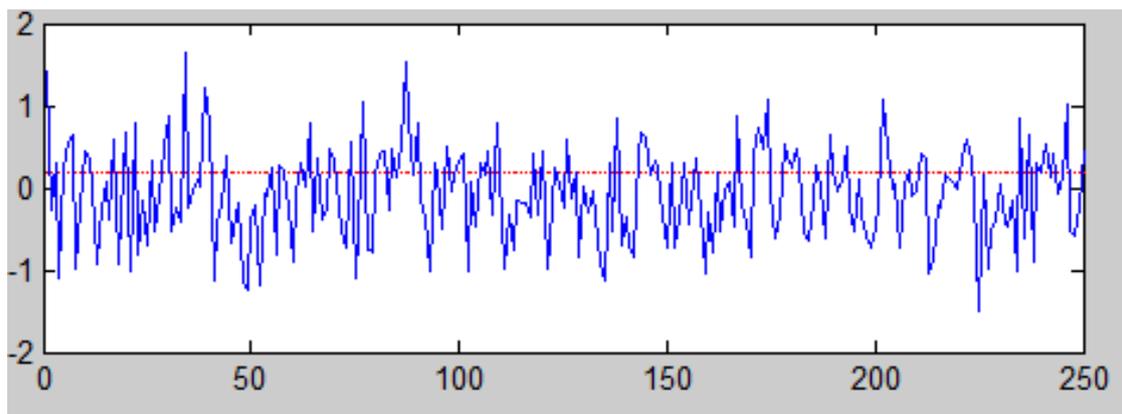


Рис. 1. Отклонение последовательных оценок, вычисленных в случайный момент остановки τ , от истинного значения параметра θ

По результатам моделирования можно говорить о том, что последовательная процедура оценивания с применением правила остановки является эффективной и позволяет получить оптимальные оценки в среднеквадратическом для модели авторегрессии ($AR(p)$) с непрерывным временем.

Также был сделан вывод об асимптотическом распределении оценок. Результаты численного моделирования показали, что полученные оценки распределены нормально: проведена проверка гипотезы о соответствии выборки оценок нормальному распределению с помощью критерия Жака-Бера с уровнем доверия $\gamma = 95\%$.

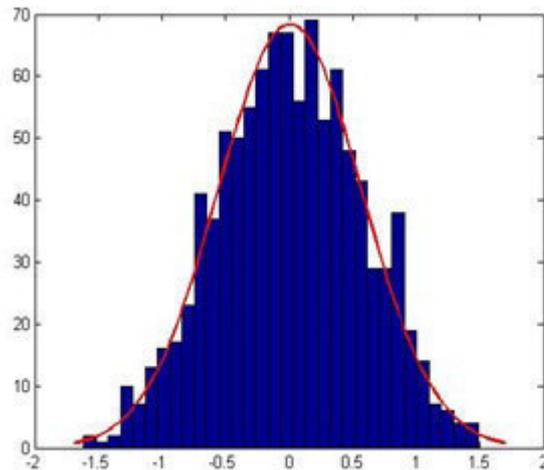


Рис. 2. Полигон частот для последовательных оценок параметра θ , иллюстрирующий принадлежность оценок нормальному распределению

Заключение. Таким образом, в результате проведенного исследования построена последовательная процедура с использованием специального правила остановки. Построенный последовательный план позволяет контролировать среднеквадратическую точность получаемых оценок за счет выбора порога процедуры. Кроме того, получаемые последовательные оценки обладают свойством асимптотической нормальности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Емельянова Т. В., Конев В. В. О последовательном оценивании параметров непрерывной авторегрессии. – Вестник Томского государственного университета: Математика и механика. №5(25). Томск, 2013, с. 12-25.
2. Линьков Ю. Н. Об оценках параметров процессов диффузионного типа. – В кн.: Теория случайных процессов. Вып. 9. Киев: Наук. думка, 1981, с.71-78.
3. Кутоянц Ю. А. Оценивание параметров случайных процессов. Ереван. Изд-во АН АрмССР, 1980.
4. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. Статистика случайных процессов. – М.: Наука, 1974.

**РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕДЯНЫХ ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛОВ,
ХАРАКТЕРНЫХ ДЛЯ ПЕРИСТЫХ ОБЛАКОВ, ВЫПОЛНЕННЫЙ В ПРИБЛИЖЕНИИ
ФИЗИЧЕСКОЙ ОПТИКИ**

В.А. Шишко^{1,2}, А.П. Попов¹, К.А. Давыдов¹

Научный руководитель: д.ф-м.н. А.В. Коношонкин^{1,2}

¹Национальный исследовательский Томский государственный университет

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050;

²Институт оптики атмосферы имени В.Е. Зуева СО РАН,

Россия, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1, 634055

E-mail: sva@iao.ru

**CALCULATION OF OPTICAL PROPERTY OF HEXAGONAL ICE CRYSTALS TYPICAL FOR
CIRRUS CLOUDS WITHIN THE PHYSICAL OPTICS APPROXIMATION**

V.A. Shishko^{1,2}, A.P. Popov¹, K.A. Davydov¹

Scientific Supervisor: Dr. A.V. Konoshonkin^{1,2}

¹National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenina Avenue, 36, 634050;

²V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics, SB RAS, Russia, Tomsk, Academician Zuev sq., 1, 634055

E-mail: sva@iao.ru

***Abstract.** The paper presents optical characteristics obtained using the normal distribution and the gamma distribution laws with respect to the distortion angle of the hexagonal ice columns. The results are obtained within the physical optics approximation for hexagonal ice columns with lengths of 10, 31.62, 100, 316.23, 562.34, 1000 microns and diameters of 7, 22.14, 69.6, 123.77, 165.05 and 220.09 microns, respectively. The calculations were carried out for the wavelengths of 532 and 1064 nm, the refractive index was assumed to be 1.3116 and 1.3004, respectively. The distortion angle of the right dihedral angle ran within the range of 0° (regular particle) to 10°. The results obtained using the chosen model of column shape distortion showed better agreement with experimental observations, as compared to the calculations obtained for regular columns.*

Введение. Перистые облака существенно влияют на процесс переноса солнечной энергии и, как следствие на формирование климата нашей планеты. Теоретическое решение задачи рассеяния света на частицах характерных для перистых облаков является необходимым для интерпретации лидарного сигнала. Оно позволяет значительно повысить качество восстанавливаемой информации, что является необходимым для улучшения качества прогноза погоды, а также объяснения явлений, происходящих в атмосфере.

Методы исследования. Наиболее приемлемым методом теоретического решения задачи рассеяния света на кристаллических частицах характерных для перистых облаков является приближение физической оптики, разработанное в ИОА СО РАН [1]. В данной работе представлены оптические характеристики идеальных и искаженных ледяных гексагональных столбиков. Оптические характеристики были получены из матриц обратного рассеяния света [2] рассчитанных в приближении физической оптики. Матрицы обратного рассеяния рассчитывались для идеальных и искаженных гексагональных столбиков высотой 10; 31,62; 100; 316,23; 562,34 и 1000 мкм, диаметром 7; 22,14; 69,6;

123,77; 165,05 и 220,09 мкм, которые соответствуют экспериментально установленной зависимости [3]. Расчеты проводились для длин волн 0,532 и 1,064 мкм, показатель преломления полагался равным 1,3116 и 1,3004, соответственно. Угол искажения ζ прямого двугранного угла столбика изменялся в диапазоне от 0° (идеальная частица) до 10° согласно модели, предложенной в работе [4].

Результаты. В качестве примера оптических характеристик представлены лидарное и деполаризационное отношения, которые определяются согласно следующим формулам:

$$LR = \frac{\sigma_e}{\sigma}; \quad \delta = \sigma_{\perp} / \sigma_{\parallel};$$

где LR – это лидарное отношение, σ_e – сечение экстинкции и δ является деполаризационным отношением, которое измеряется поляризационными лидарами, а σ_{\parallel} и σ_{\perp} – сечения обратного рассеяния для перпендикулярной и параллельной компонент относительно падающего линейно поляризованного света, усредненные по статистическому ансамблю кристаллов в облаке.

При усреднении рассчитанной матрицы обратного рассеяния света по нормальному закону распределения по углу искажения столбика использовались следующие формулы:

$$\langle M_{ij}(\zeta_{\text{eff}}) \rangle = C \cdot \int_0^{10} M_{ij} \cdot \exp[-(\xi - \mu)^2 / (2\zeta_{\text{eff}}^2)] d\xi, \quad C = \left[\int_0^{10} \exp[-(\xi - \mu)^2 / (2\zeta_{\text{eff}}^2)] d\xi \right]^{-1} \approx [\zeta_{\text{eff}} \sqrt{2\pi}]^{-1},$$

где C – нормировочный коэффициент, M_{ij} – элемент матрицы Мюллера, ζ_{eff} – эффективный угол искажения граней кристалла, $\mu = 0$. В качестве примера на рис. 1 представлены результаты, полученные на длине волны 0,532 мкм.

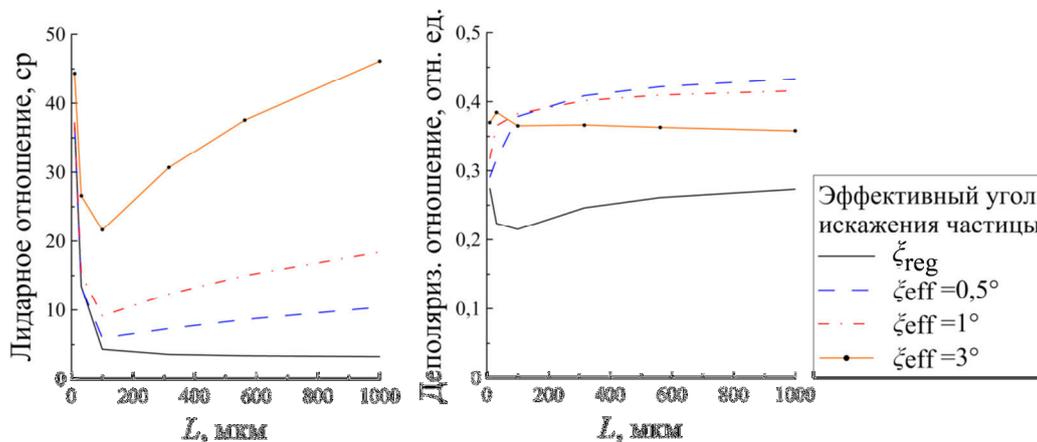


Рис. 1. Зависимость усредненных с использованием нормального закона распределения лидарного и деполаризационного отношений от длины столбика при разных эффективных углах искажения частицы. Длина волны 0,532 мкм. Кривая ζ_{reg} соответствует идеальным столбикам.

При усреднении рассчитанной матрицы обратного рассеяния света по гамма-распределению по углу искажения столбика использовалась следующая формула:

$$\langle M_{ij}(\zeta_{\text{mod}}) \rangle = C \cdot \int_0^{10} M_{ij} \cdot \zeta^{k-1} \frac{\exp(-\zeta/\theta)}{\theta^k \Gamma(k)} d\zeta, \quad C = \left[\int_0^{10} \zeta^{k-1} \frac{\exp(-\zeta/\theta)}{\theta^k \Gamma(k)} d\zeta \right]^{-1},$$

где C является нормировочным коэффициентом, M_{ij} – элемент матрицы Мюллера, $\zeta_{\text{mod}} = (k-1)\theta$ – модальный угол искажения граней кристалла, $\Gamma(k)$ – гамма-функция, $k=2$ параметр гамма-распределения. В качестве примера на рис. 2 представлены результаты, полученные на длине волны 1,064 мкм.

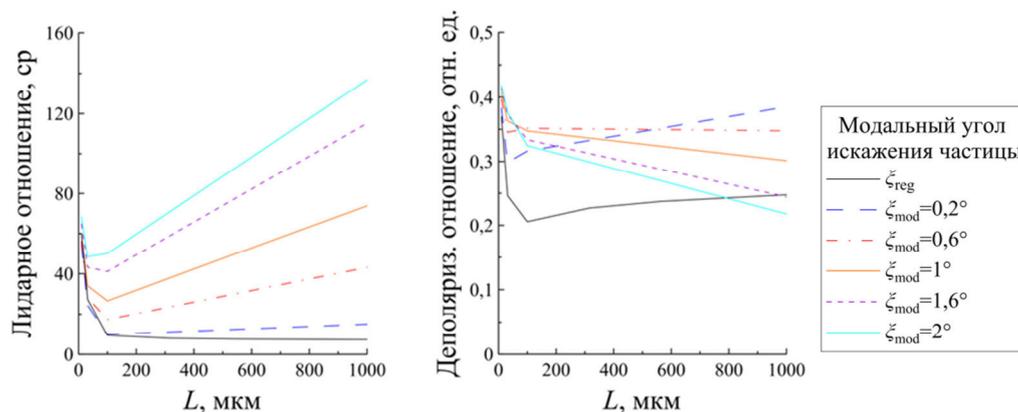


Рис. 2. Зависимость усредненных с использованием гамма-распределения лидарного и деполаризационного отношений от длины столбика при разных модальных углах искажения частицы.

Длина волны 1,064 мкм. Кривая ξ_{reg} соответствует идеальным столбикам

Экспериментальные наблюдения [5–6] оптических характеристик показывают следующие значения: для деполаризационного отношения – от 0,3 до 0,5 отн. ед. и для лидарного отношения – от 10 до 40 ср.

Сопоставление результатов экспериментальных наблюдений [5–6] с полученными в работе значениями оптических характеристик приводит к выводу, что искажение формы гексагональных столбиков позволяет добиться согласования экспериментальных наблюдений и полученных расчетов.

Заключение. Данные полученные с использованием выбранной модели искажения формы столбика, показали лучшее согласие с экспериментальными наблюдениями, по сравнению с расчетами, полученными для идеальных столбиков.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (16-35-60089, 18-05-00568, 18-55-53046) и грантов Президента РФ (МК-2495.2017.5 и НШ-8199.2016.5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Borovoi A., Konoshonkin A., Kustova N. The physical-optics approximation and its application to light backscattering by hexagonal ice crystals // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2014. – V. 146. – P. 181-189.
2. Самохвалов И.В., Кауль Б.В., Насонов С.В. и др. Матрица обратного рассеяния света зеркально отражающих слоев облаков верхнего яруса, образованных кристаллическими частицами, преимущественно ориентированными в горизонтальной плоскости // Оптика атмосферы и океана. – 2012. – Т. 25. – № 05. – С. 403–411.
3. Mitchell D.L. A model predicting the evolution of ice particle size spectra and radiative properties of cirrus clouds. Part 1. Microphysics // J. Atmos. Sci. – 1994. – V. 51. – P. 797–816.
4. Borovoi A., Kustova N., Konoshonkin A. Interference phenomena at backscattering by ice crystals of cirrus clouds // Opt. Express. – 2015. – V. 23. – P. 24557 – 24571.
5. Sassen K., Zhu J. A global survey of CALIPSO linear depolarization ratios in ice clouds: Initial findings // J. Geophys. Res. – 2009. – V. 114. – D00H07.
6. Kuehn R., Holz R., Eloranta E., etc. Developing a Climatology of Cirrus Lidar Ratios Using University of Wisconsin HSRL Observations // The 27th International Laser Radar Conference. – New York City, 2016. – V. 119. – id.16009.



Компания Хеликон обеспечивает полный рабочий процесс необходимым оборудованием и расходными материалами для молекулярной и клеточной биологии и прикладных исследований.

ДЕЛАЕМ ВОЗМОЖНОЙ РАБОТУ ЛАБОРАТОРИЙ В РОССИИ НА МИРОВОМ УРОВНЕ



ООО «Компания Хеликон» поставляет передовые решения ведущих мировых брендов и производит лабораторное оборудование для молекулярной биологии.

Подробнее на сайте www.helicon.ru



ДОСТАВКА



ОБУЧЕНИЕ



**СЕРВИСНОЕ
ОБСЛУЖИВАНИЕ**



**МЕТОДИЧЕСКАЯ
ПОДДЕРЖКА**

Центральный офис:

119991 г. Москва, Ленинские Горы, МГУ, д. 1, стр. 40
Тел. 8 [800] 770-71-21 Факс +7 [495] 930-00-84
mail@helicon.ru

www.helicon.ru

Представительство в Сибирском регионе:
630090 г. Новосибирск, ул. Инженерная, 28
Тел. +7 [383] 207-84-85, novosibirsk@helicon.ru

Представительство в Северо-Западном Регионе:
195220 г. Санкт-Петербург, ул. Гжатская д. 22 корп. 1
Тел. +7 [812] 244-85-52, spb@helicon.ru

Представительство в Приволжском регионе:
420021 г. Казань, ул. Татарстан, д. 14/59, оф. 201
Тел. +7 [843] 202-33-37, volga@helicon.ru

Представительство в Южном регионе:
344116 г. Ростов-на-Дону, ул. 2-ая Володарская, д. 76/23а
Тел. +7 [863] 294-87-66, rostov@helicon.ru



Компания СкайДжин предлагает к поставке со склада в Москве и под заказ наборы реагентов, оборудование, расходные материалы, реактивы, а также специализируется на сервисном обслуживании и поверке дозаторов, лабораторных весов различных производителей. Мы предлагаем гибкие условия работы и очень большой ассортимент продукции.

Поставляемая нашей компанией продукция широко используется в научно-исследовательских лабораториях и R&D центрах, лабораториях секвенирования, при решении практически любых молекулярно-биологических задач.

Большая часть производителей в нашем портфолио - это прямые, эксклюзивные поставки. Мы являемся первым звеном в поставках для таких компаний как New England Biolabs, Agilent Technologies, Oxford Nanopore Technologies, QIAGEN, 10x Genomics, NIMAGEN, Integrated DNA Technologies, Thermo Fisher Scientific, SIGMA-ALDRICH, BioSan, Gilson.

К флагманским продуктам наших линеек относятся:

- Набор для пробоподготовки образцов от New England Biolabs ULTRA II FS с интегрированной системой фрагментации и другие наборы серии ULTRA для образцов ДНК, РНК и микроРНК;
- Digital NGS: готовые панели и наборы для обогащения на основе ПЦП от QIAGEN с мономолекулярным баркодированием;
- Специализированные наборы для работы с микроРНК и анализа экспрессии от QIAGEN-Exiqon;
- Уникальная система Chromium производства 10x Genomics для автоматической пробоподготовки геномов и транскриптомов единичных клеток.

За дополнительной информацией о производителях, товарах, ценах и условиях поставки обращайтесь к нашим квалифицированным специалистам:

Тел: 8 (495) 215 02 22

info@skygen.com

Бесплатная линия: 8 (800) 333 12 26

www.skygen.com

Будем рады ответить на Ваши вопросы и помочь выбрать качественное и недорогое решение для Ваших задач!





**Магистерская программа по направлению 22.04.01
Материаловедение и технология материалов**

Производство изделий из наноструктурных материалов



- **Магистерская программа двойного диплома Double-Degree:** магистрант может получить два диплома: диплом ТПУ и диплом Université Grenoble Alpes
- **Индивидуальный подход в обучении:** мы предлагаем вам обучаться по индивидуальному учебному плану и освоить ряд дисциплин дистанционно.
- **Лучшие условия для научной работы:** 40 единиц высокотехнологичного и аналитического оборудования, исследования с зарубежными партнерами
- **Практика в ведущих университетах мира:** Université Grenoble Alpes, France; Université de Montreal, Canada; Feng Chia University, Republic of China; Université de Lorraine, France; НИТУ «МИСиС», Москва
- **Места работы наших выпускников:** MERZ Freedom Technologies, Germany; Казахский национальный университет, Казахстан; Карагандинский государственный университет, Казахстан; Гжельский завод «Электроизолятор», Москва; ООО «Уралспецтранс», Екатеринбург; ЗАО «НЭВЗ-КЕРАМИКС», Новосибирск; ОАО «ТомскНИПИнефть», Томск; НПФ «МИКРАН», Томск; ООО «Томскнефтехим», Томск; НПЦ ОАО «Полюс», Томск; ОАО «Манотомь», Томск; АО «Сибхимкомбинат», Северск и др.

Приглашаем на экскурсию и беседу

Хасанов Олег Леонидович, директор Нано-Центра ТПУ, +7 (3822) 42-72-42, khasanov@tpu.ru
Годымчук Анна Юрьевна, доцент ТПУ, +7-906-947-50-27, vk.com/annagodymchuk, godymchuk@tpu.ru
 г.Томск, 634050, проспект Ленина, 2, корпус 15 ТПУ

 <https://vk.com/nanotpu>  <http://web.tpu.ru/webcenter/portal/nano/>  <https://www.facebook.com/nanotpu>



Научное издание

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Том 3. Математика

Сборник научных трудов
XV Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

Компьютерная верстка *С.А. Поробова*

Подписано к печати 29.06.2018 г. Формат 60×84¹/₈.

Бумага для офисной техники. Гарнитура Times.

Усл. печ. л. 13,5.

Тираж 500 экз. Заказ № 3320.

Отпечатано на оборудовании

Издательского Дома

Томского государственного университета

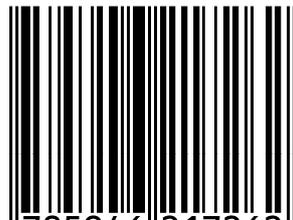
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36

Тел.: 8+(382-2)–52-98-49

Сайт: <http://publish.tsu.ru>

E-mail: rio.tsu@mail.ru

ISBN 978-5-94621-726-2



9 785946 217262