ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ЧАСТИЦ С УЧЁТОМ ИХ ОБЪЕМНОЙ ДОЛИ

Н.В. Гольдина
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Л.Л. Миньков
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: alche0809@mail.ru

PECULIARITIES OF A NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF SHOCK WAVE PROPAGATION OVER GAS-PARTICLE SUSPENSION CONSIDERING THE VOLUME FRACTION

N.V. Goldina
Scientific Supervisor: Prof., Dr. L.L. Minkov
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: alche0809@mail.ru

Abstract. *Numerical solution of the one-dimensional problem of shock wave propagation over gas-particle suspension considering the volume fraction is obtained. The solution is found using the approach of interpenetrating continua. Impact of particle volume fraction to the shock wave propagation is shown. Comparison of numerical solutions taking into account the volume fraction and without that for the problem is discussed.*

Введение. На протяжении многих лет человечество сталкивалось с катастрофами, связанными со взрывами. Физические процессы, возникающие при подобных чрезвычайных ситуациях, необходимо моделировать, чтобы предотвращать их. Рассмотрение задач о распространении детонационных волн является актуальным на сегодняшний день. Поэтому возникает необходимость исследования поведения ударных волн в газодисперсных средах. Проведение экспериментов является затратным и опасным, поэтому численное моделирование позволяет без угрозы для жизни человека и окружающей среды проводить исследования, а в связи с развитием современной вычислительной техники еще и с необходимой степенью точности. Анализ результатов моделирования таких задач даёт возможность оценить проблемы взрывов на производствах, помещения которых склонны к запылению, и в местах добычи полезных ископаемых, в том числе и угля, как закрытым, так и открытым способами. Моделирование проводится с получением решения системы уравнений Эйлера, которое описывает течение газовзвеси. Численно её можно решить, прибегая к приближенным методам, основанным на разностных схемах типа Годунова [1]. Целью данной научно-исследовательской работы является численное моделирование распространения ударной волны в газодисперсной среде с учётом объемной доли частиц.

Постановка задачи. Имеется замкнутый объем, состоящий из двух областей, разделенных перегородкой. Слева от перегородки сосредоточены частицы. Рассматривается одномерная задача о распаде произвольного разрыва в газовзвеси с твёрдыми частицами в замкнутом объеме после того, как в начальный момент времени перегородка убирается. Учитывается объёмная доля частиц. Также вводятся следующие допущения для решения данной задачи: 1) газ идеальный и химический нереагирующий; 2) частицы представляют собой сферы одного радиуса; 3) столкновения частиц не учитывается; 4) давление создается только газом; 5) фазовые переходы между газовой и дисперсной фазами отсутствует.

Если ввести масштабы плотности – ρ_*, скорости – u_*, длины – x_*, а масштабы времени, давления и температуры определить как: $t_* = x_*/u_*$, $P_* = \rho_* u_*^2$, $T_* = u_*^2/C_b$, то безразмерная система уравнений, описывающая течение газодисперсной среды в рамках вышеупомянутых допущений (с учетом скоростного и температурного отставания частиц от газа), принимает вид:

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial x} = \boldsymbol{G}, \qquad (1)$$

где

$$\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \cdot u \\ \rho \cdot E \\ \rho_s \\ \rho_s \cdot u_s \\ \rho_s \cdot E_s \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \rho \cdot u \\ p + \rho \cdot u^2 \\ \rho \cdot u \cdot E \\ \rho_s \cdot u_s \\ \rho_s \cdot u_s^2 \\ \rho_s \cdot u_s \cdot E_s \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{G}_1 + \boldsymbol{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho_s \cdot \varphi_f \cdot (u_s - u) \\ \rho_s \cdot \varphi_q \cdot (T_s - T) + \rho_s \cdot u_s \cdot \varphi_f \cdot (u_s - u) \\ 0 \\ \rho_s \cdot \varphi_f \cdot (u - u_s) \\ \rho_s \cdot \varphi_q \cdot (T - T_s) + \rho_s \cdot u_s \cdot \varphi_f \cdot (u - u_s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial(\alpha \cdot p \cdot u)}{\partial x} - p \cdot \frac{\partial(\alpha \cdot u)}{\partial x} \\ 0 \\ -\alpha \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \\ -\frac{\partial(\alpha \cdot p \cdot u_s)}{\partial x} + p \cdot \frac{\partial(\alpha \cdot u_s)}{\partial x} \end{bmatrix},$$

E – полная энергия газа, $E = \frac{C_v}{C_b} T + \frac{u^2}{2}$; E_s – полная энергия частиц, $E_s = T_s + \frac{u_s^2}{2}$; φ_f – обратное время динамической релаксации частицы, $\varphi_f = \frac{18 \cdot \mu \cdot f_d}{d^2 \cdot \rho_{ss}}$; φ_q – обратное время тепловой релаксации частицы, $\varphi_q = \frac{Nu \cdot \lambda \cdot \varphi_f}{3 \cdot \mu \cdot C_b \cdot f_d}$; d – размер частиц, μ – коэффициент динамической вязкости газа; λ – коэффициент теплопроводности газа; C_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; C_b – удельная теплоемкость частиц; u – скорость, ρ – плотность; p – давление; T – температура; параметры с индексом s относятся к дисперсной фазе; f_d – функция взаимодействия, которая учитывает влияние эффектов сжимаемости и инерционности на силу сопротивления частицы; R_d – радиус частиц, $R_d = \sqrt[3]{\frac{\rho_s}{n_s}}$; α – объемная доля частиц, $\alpha = \rho_s/\rho_{0s}$. Значения $\boldsymbol{G}_1$ соответствуют учёту взаимодействия между газом и частицами, а значения $\boldsymbol{G}_2$ – объемной доле частиц.

Метод решения. Для численного решения системы уравнений (1) был использован метод конечных объемов, основанный на вычислении потоков консервативных переменных на границах конечно-разностных ячеек. Потоки $\boldsymbol{F}$ на гранях ячеек для газа найдены по методу Ван Лира [2,3], а для потоков частиц использовался метод Крайко для решения задачи распада разрыва в среде лишённой собственного давления [4]. Потоки вектора $\boldsymbol{G}$ выражены через верхний временной слой, кроме слагаемых, содержащих в себе объемную долю α. Разностная схема в таком случае выглядит следующим образом:

$$\boldsymbol{U}_i^{n+1} = \boldsymbol{U}_i^n - \frac{\tau}{h}\left(\boldsymbol{F}_{i+1/2} - \boldsymbol{F}_{i-1/2}\right) + \tau \cdot \left(\boldsymbol{G}_{1i}^{n+1} + \boldsymbol{G}_{2i}^n\right),$$

где параметрам в центрах ячеек присвоены целые индексы i, а параметрам на гранях ячеек – полуцелые индексы i+1/2 и i–1/2, τ – шаг по времени, h – шаг по пространству.

Выводы. В ходе исследования была численно решена система уравнений (1), описывающая одномерное течение газодисперсной среды по слою частиц с учётом их объемной доли. Получены численные результаты для параметров газа и частиц. Исследовано влияние объёмной доли на поведение распространения ударной волны. Приведено сравнение результатов, полученных для данной задачи и аналогичной ей без учёта объемной доли, где рассматривается влияние на поведение частиц массовой доли.

Исследование выполнено за счёт гранта РНФ (проект No. 17-79-20011).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 464 с.
2. Van Leer B. Flux-Vector Splitting for the Euler Equation // Lecture Notes in Physics. 1982. V.170. P.507–512.
3. Toro E. F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. London New York: Springer–Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
4. Крайко А.Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной собственного давления // Прикладная математика и механика. – 1979. – Т.43. – №3. – С. 500–510.