

# Теплоэнергетика

УДК 536. 24.01

## ВОЛНОВОЕ ТЕЧЕНИЕ ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ

**Актершев Сергей Петрович,**

канд. физ.-мат. наук, доцент, ст. науч. сотр. Института теплофизики СО РАН,  
Россия, 630090, г. Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 1.  
E-mail: sergey-aktershev@mail.ru

**Алексеенко Сергей Владимирович,**

д-р физ.-мат. наук, профессор, член-корр. РАН, директор Института  
теплофизики СО РАН, Россия, 630090, г. Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 1.  
E-mail: aleks@itp.nsc.ru

*Численным методом исследованы волнообразование и теплоперенос в ламинарной стекающей пленке жидкости при наличии испарения. Для описания нелинейных волн в жидкой пленке применена интегральная модель, модифицированная с учетом фазового превращения. Проведено численное моделирование волновых режимов течения неизотермической пленки при наличии испарения на межфазной поверхности. Показано, что на поверхности испаряющейся пленки развиваются естественные волны, обусловленные неустойчивостью течения. Впервые изучена эволюция возбужденных волн в испаряющейся пленке в широком частотном диапазоне. Показано, что возбужденные волны начинают развиваться на значительно меньшем расстоянии, чем естественные. Амплитуда развитых волн падает с увеличением расстояния. Интенсификация теплопереноса волнами происходит в основном из-за уменьшения толщины пленки между пиками. Локальное число Нуссельта определяется длиной участка между пиками, которая возрастает в процессе взаимодействия и слияния отдельных пиков. Показано, что в определенном диапазоне частоты возбуждения волны существенно интенсифицируют теплоперенос по сравнению с естественными волнами.*

### **Ключевые слова:**

*Пленка жидкости, испарение, нелинейные волны, теплоперенос, численное моделирование.*

### **Введение**

Течения тонкой пленки жидкости реализуются в различных технологических процессах и присутствуют в технологических установках различного назначения, таких как испарители, конденсаторы, абсорберы, дистилляционные колонны и т. п. В большинстве практически важных случаев течение пленки неустойчиво и на поверхности жидкости развиваются волны. Известно, что даже при ламинарном течении наличие волн на поверхности пленки существенно интенсифицирует тепломассоперенос. Так, в работах [1–4] были экспериментально измерены коэффициенты теплоотдачи в процессах испарения и конденсации для ламинарно-волнового режима течения. Результаты измерений на 40...80 % превышают теоретическое значение для гладкой пленки, что объясняется влиянием волн на поверхности жидкости. Теоретический подход к исследованию волн в изотермических

пленках, предложенный в работах [5, 6], был использован в работе [7] для выведения модельных уравнений, описывающих эволюцию длинноволновых нелинейных возмущений в пленке. Гидродинамика двумерных волновых режимов течения изотермических пленок в настоящее время исследована достаточно полно; результаты этих исследований представлены и обобщены в монографиях [8, 9]. Гораздо в меньшей степени изучены нелинейные волны в неизотермических пленках. В работах [10–15], посвященных исследованию устойчивости пленки с фазовым переходом, было показано, что поток массы на межфазной поверхности существенно влияет на устойчивость течения, причем конденсация оказывает стабилизирующее воздействие, а испарение дестабилизирует течение. В [16, 17] для описания волнового течения пленки конденсата применена модель [7], модифицированная с учетом фазового превращения. Были по-

лучены дисперсионные зависимости, кривые нейтральной устойчивости и характеристики волн максимального роста.

Анализ устойчивости проводится, как правило, на основе временного подхода исходя из локальных параметров течения – числа Рейнольдса  $Re = gh^3/3\nu^2$  и безразмерного волнового числа  $k = 2\pi h/l_{wave}$  (здесь  $h$  – толщина пленки,  $l_{wave}$  – длина волны). Результаты анализа [11, 15] показали, что в случае испарения пленочное течение неустойчиво для всех чисел Рейнольдса при  $0 < k < k_n$ . Значение нейтрального волнового числа  $k_n$  зависит от параметра  $\varepsilon = c_p \Delta T / (r \cdot Pr)$ , характеризующего интенсивность испарения, и растет с увеличением  $\varepsilon$ . Здесь  $\Delta T = T_w - T_s$  – температурный напор,  $c_p$  – теплоемкость,  $r$  – теплота испарения,  $Pr$  – число Прандтля. Для типичных условий течения в технологических аппаратах параметр  $\varepsilon \ll 1$ .

Проблемы гидродинамики и теплопереноса волновых течений пленок достаточно сложны и остаются мало изученными как в экспериментальном, так и в теоретическом плане. Численному моделированию теплопереноса при волновом течении пленки посвящено сравнительно небольшое число работ, и почти все исследования проводились для пленки без фазового превращения. Так, в [18–22] численными методами решалась система уравнений Навье–Стокса, уравнения неразрывности и уравнения энергии. В этих исследованиях расчеты проведены только для некоторых жидкостей и значений числа Рейнольдса. В [23] проведено систематическое исследование влияния параметров течения на интенсификацию теплопереноса волнами. Интенсификация теплопереноса волнами объясняется двумя факторами – утонением пленки между гребнями волн и конвективным переносом в зоне циркуляции, которая появляется для волн большой амплитуды [20, 23, 24]. В работах [18, 21], посвященных численному моделированию ламинарного течения пленки конденсата R11, наблюдались естественные волны, которые появляются при достаточно больших числах Рейнольдса. В работах [25, 26] численным методом исследована динамика нелинейных волн в пленке воды при наличии конденсации на межфазной поверхности. Было показано, что в пленке конденсата развиваются естественные волны, обусловленные неустойчивостью течения, которые существенно интенсифицируют теплоперенос. Впервые было проведено моделирование возбужденных волн и показано, что за счет периодического воздействия в определенном диапазоне частот можно интенсифицировать теплоперенос.

В настоящее время в литературе отсутствует систематическое исследование волновых режимов течения жидкой пленки при наличии испарения. Цель данной работы – методом математического моделирования изучить динамику волн в испаряющейся пленке жидкости и их влияние на теплоперенос.

### Уравнения нестационарного течения пленки при наличии испарения

Рассмотрим течение ламинарной неизотермической пленки жидкости на вертикальной пластине. Введем декартову систему координат  $Oxy$  так, что ось  $Ox$  направлена вниз, а ось  $Oy$  перпендикулярна пластине (рис. 1), и примем следующие общепринятые упрощения, правомерные для широкого диапазона практически важных условий течения.

- 1) Температура пластины  $T_w = \text{const}$ ; поверхность жидкости контактирует с неподвижным насыщенным паром, температура которого равна  $T_s = \text{const}$ .
- 2) Пленка жидкости вносит основной вклад в термическое сопротивление.
- 3) Вкладом реактивной силы, обусловленной фазовым переходом, в нормальное напряжение на межфазной поверхности пренебрегаем.
- 4) Возмущение поверхности пленки считаем длинноволновым (характерная длина возмущения  $l_{wave}$  много больше толщины пленки  $h$ ).
- 5) Плотность  $\rho$ , динамическую вязкость  $\mu$ , теплопроводность  $\lambda$  жидкости, поверхностное натяжение  $\sigma$ , теплоту испарения  $r$  считаем постоянными.

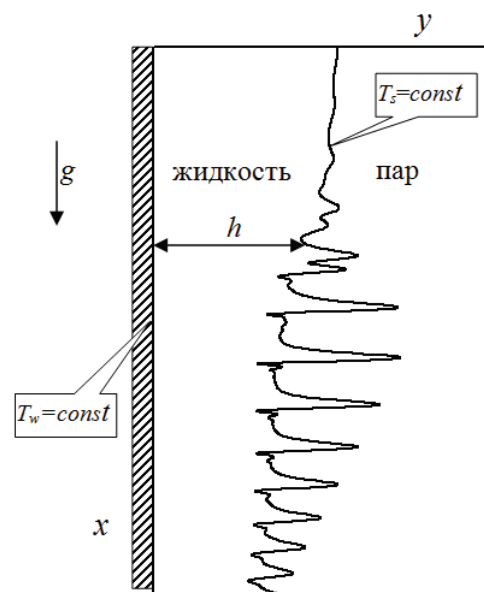


Рис. 1. Схема волнового течения испаряющейся пленки жидкости

Наличие испарения приводит к появлению на поверхности пленки потока массы  $j = -(\lambda/r) \partial T / \partial y|_{y=h}$  и касательного напряжения  $\tau_s = -j u_s$ , где  $u_s$  – скорость жидкости на поверхности пленки. С учетом сделанных упрощений в [16, 17] выведена система уравнений для толщины пленки  $h$  и расхода  $q = \int_0^h u dy$ , которая описывает нестационарное течение жидкости в пленке. В случае вертикальной пленки эти уравнения имеют вид:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{6F_0 q^2}{5h} \right) = gh - \frac{vF_1 q}{h^2} + \frac{h\sigma}{\rho} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = -\frac{j}{\rho}. \quad (2)$$

При выводе уравнений (1), (2) профиль скорости в пленке задавался в виде полинома второй степени, удовлетворяющего граничным условиям на стенке и на поверхности пленки:

$$u/u_s = (2+A)\eta - (1+A)\eta^2.$$

Здесь  $\eta = y/h$  – безразмерная координата,  $A = -\tau_s h / \mu \omega_s = jh / \mu$ ,  $F_0 = 1 - A / (4+A)^2$  и  $F_1 = 1 + A / (4+A)$  – коэффициенты, учитывающие влияние испарения на профиль скорости. При отсутствии фазового превращения уравнения (1), (2) переходят в интегральную модель [7] с автомодельным параболическим профилем скорости.

Теплоперенос в пленке описывается уравнением энергии, которое в погранслоном приближении имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}.$$

В этом уравнении удобнее перейти к переменным  $(x, \eta, t)$ , тогда поверхность пленки  $y = h(x, t)$  переходит в стационарную границу  $\eta = 1$ . При таком переходе уравнение энергии принимает вид [23]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{W}{h} \frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{a}{h^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}.$$

Здесь  $W = v + \eta \left( -\frac{\partial h}{\partial t} - u \frac{\partial h}{\partial x} \right)$ . Подставляя сюда  $\partial h / \partial t$  из (2), а также продольную скорость  $u = \frac{3q((2+A)\eta - (1+A)\eta^2)}{2h(1+A/4)}$  и поперечную скорость

$$v = -h \int_0^{\partial u / \partial x} d\eta, \text{ получаем}$$

$$W = \left( \eta - \frac{3\eta^2}{2} + \frac{\eta^3}{2} \right) \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{3}{2} (\eta^2 - \eta^3) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Aq}{4+A} \right) - \eta \frac{j}{\rho}.$$

Введем линейный масштаб  $l$  по оси  $Ox$ , сопоставимый с длиной волны в пленке, а в качестве линейного масштаба по оси  $Oy$  возьмем толщину пленки  $h_m$  при  $x=0$ . Введем масштаб скорости  $u_m = gh_m^2 / 3\nu$ , масштаб времени  $t_m = l / u_m$ , масштаб расхода  $q_m = u_m h_m$ , масштаб температуры  $\Delta T = T_w - T_s$  и перейдем к безразмерным переменным  $x/l$ ,  $y/h_m$ ,  $h/h_m$ ,  $q/q_m$ ,  $t/t_m$ ,  $u/u_m$ , сохраняя для них прежние обозначения. В безразмерных переменных течение пленки описывается системой из трех уравнений для толщины пленки  $h(x, t)$ , расхода  $q(x, t)$  и температуры  $\theta(x, \eta, t) = (T_w - T) / \Delta T$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{6F_0 q^2}{5h} \right) = \frac{3}{\chi \text{Re}_m} \left( h - \frac{F_1 q}{h^2} \right) + \chi^2 \text{We} h \frac{\partial^3 h}{\partial x^3},$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = -\frac{A}{\chi \text{Re}_m h},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{W}{h} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{1}{\chi \text{Re}_m \text{Pr} h^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}. \quad (3)$$

Здесь  $A = \varepsilon \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1}$ ;  $\varepsilon = c_p \Delta T / (r \cdot \text{Pr})$  – интенсив-

ность испарения;  $\text{We} = (3Fi / \text{Re}_m^5)^{1/3}$ ;  $\text{Re}_m = gh_m^3 / 3\nu^2$  – число Рейнольдса на входе;  $\chi = h_m / l$  – отношение линейных масштабов;  $Fi = \sigma^3 / \rho^3 g \nu^4$  – число Капицы;

$$W = \left( \eta - \frac{3\eta^2}{2} + \frac{\eta^3}{2} \right) \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{3}{2} (\eta^2 - \eta^3) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{qA}{4+A} \right) - \frac{A\eta}{\chi \text{Re}_m h}.$$

Граничные условия для уравнения энергии будут

$$\theta \Big|_{\eta=1} = 1, \quad \theta \Big|_{\eta=0} = 0.$$

Для стационарного течения (без волн) эффектом поверхностного натяжения можно пренебречь. В этом случае два первых уравнения (3) примут вид

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{6F_0 q^2}{5h} \right) = \frac{3}{\chi \text{Re}_m} \left( h - \frac{F_1 q}{h^2} \right),$$

$$\frac{dq}{dx} = -\frac{A}{\chi \text{Re}_m h}. \quad (4)$$

Если принять линейный профиль температуры  $\theta = \eta$  (т. е.  $A = \varepsilon$ ), то решениями уравнений (4) будут:

$$h_{\text{steady}} = \left( 1 - \frac{4\varepsilon (F_1 + 2F_0\varepsilon/3)x}{3\chi \text{Re}_m} \right)^{1/4}, \quad (5)$$

$$q_{\text{steady}} = \frac{h^3}{F_1 + 2F_0\varepsilon/3}. \quad (6)$$

Формулы (5), (6) учитывают конвективные члены в уравнении импульса посредством коэффициентов  $F_0, F_1$ . Для большинства жидкостей и типичных условий течения параметр  $\varepsilon \ll 1$ , поэтому коэффициенты  $F_0, F_1$  близки к единице. Из (5) видно, что толщина пленки монотонно падает с увеличением координаты  $x$ ; пленка полностью испаряется на расстоянии (в размерном виде)

$$x_* = 3 \text{Re}_m h_m / 4\varepsilon. \quad (7)$$

Локальный тепловой поток на пластине характеризуют коэффициентом теплоотдачи  $\alpha = (\lambda/h) \partial \theta / \partial \eta \Big|_{\eta=0}$ . В приближении линейного профиля температуры имеем  $\alpha = \lambda/h(x)$ . Обычно тепловой поток определяют посредством безразмерного числа Нуссельта  $Nu = \alpha l_v / \lambda$ , где  $l_v$  – характерный масштаб. Если взять в качестве линейного масштаба величину  $l_v = (\nu^2/g)^{1/3}$ , получим  $Nu = \alpha (\nu^2/g)^{1/3} / \lambda = (\nu^2/g)^{1/3} / h$ . Выразив здесь толщину пленки через локальное число Рейнольдса, получаем критериальную зависимость  $Nu(\text{Re})$  для гладкой пленки:

$$Nu = 1 / (3 Re)^{1/3}. \quad (8)$$

Волновые режимы течения испаряющейся пленки получены численным решением уравнений (3) конечноразностным методом. Алгоритм численного решения подробно описан в [25]. Об установлении волнового режима свидетельствовал тот факт, что для любого значения координаты расход и толщина пленки периодически зависят от времени.

**Граничные условия.** Возбужденные волны генерировались малым возмущением расхода на входе:  $q(0, t) = q_0(1 + Q_a \sin 2\pi ft)$ . Здесь  $q_0$  – невозмущенный расход,  $Q_a$  – малая амплитуда,  $f$  – заданная частота колебаний расхода. На входе задавались постоянная толщина пленки  $h(0, t) = 1$  и линейный профиль температуры  $\theta(0, \eta, t) = \eta$ . На выходе никаких специальных условий не задавалось, т. к. численная схема позволяла вычислять искомые функции  $h, q, \theta$ .

**Начальные условия.** В начальный момент времени на участке счета задавался линейный профиль температуры  $\theta(x, \eta, 0) = \eta$ ; распределения  $h(x, 0)$  и  $q(x, 0)$  задавались формулами (5), (6).

**Тепловой поток на пластине.** Для расчета теплопередачи от жидкости к изотермической пластине вычислялось среднее по времени локальное число Нуссельта

$$\langle Nu_x \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t Nu(x, t) dt,$$

$$\text{где } Nu(x, t) = \frac{1}{(3 Re_m)^{1/3}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0}.$$

Одновременно вычислялось среднее по времени локальное число Рейнольдса, которое характеризует расход жидкости в пленке:

$$\langle Re_x \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t Re(x, t) dt,$$

$$\text{где } Re(x, t) = q(x, t) Re_m.$$

### Результаты расчетов

Все расчеты проведены для воды при температуре 373 К ( $Pr = 1,75$ ,  $Fi^{1/3} = 14700$ ) при  $Re_m = 40$ ,  $\varepsilon = 0,005$ , что соответствует температурному напору  $\Delta T = 4,7$  К. Указанные значения параметров течения по порядку величины типичны для большинства технологических устройств. В качестве масштаба по оси  $Ox$  взята величина  $l = 10^{-2}$  м; длина участка счета составляла 0,4 м, что составляет 2/3 расстояния (7), на котором пленка полностью испаряется.

**Естественные волны.** При отсутствии возмущений на входе в испаряющейся пленке развиваются естественные волны. Использование начального условия (5), (6), в котором не учитывается эффект поверхностного натяжения, эквивалентно заданию начального возмущения. Величина этого возмущения становится существенной при малой тол-

щине пленки, т. е. на достаточно большом расстоянии от входа. Это начальное возмущение пленочного течения приводит к развитию нерегулярных волн, обусловленных неустойчивостью пленки. На расстоянии 0,25–0,28 м от входа малые возмущения поверхности быстро развиваются в нелинейные волны большой амплитуды, имеющие характерный вид пика с крутым передним склоном; среднее расстояние между пиками составляет 0,8 см. Такие естественным образом появляющиеся волны наблюдались в работах [18, 21, 25] при численном моделировании течения ламинарной пленки конденсата. Эволюция естественных волн по прошествии значительного времени с момента начала счета показана на рис. 2, на котором можно проследить перемещение отдельных пиков и их взаимодействие.

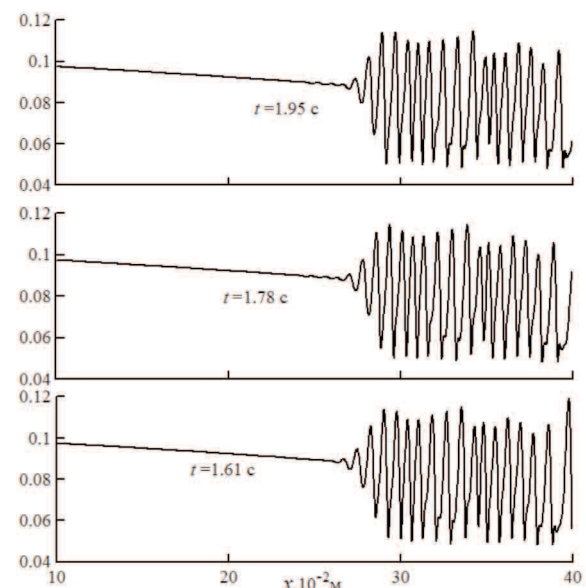


Рис. 2. Развитие естественных волн в испаряющейся пленке ( $Re_m = 40$ ;  $\varepsilon = 0,005$ ). Время указано с момента начала счета

На рис. 3 показана зависимость локального расхода от времени при  $x = 0,35$  м.

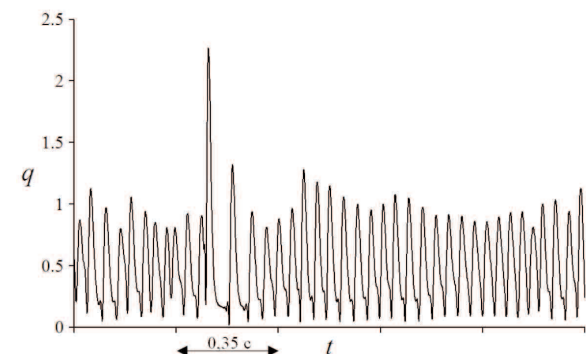


Рис. 3. Естественные волны. Зависимость локального расхода  $q(t)$  при  $x = 0,35$  м

Из рисунка видно, что высота пиков меняется во времени нерегулярным образом. Также видно, что из-за различия в скорости распространения

происходит слияние отдельных пиков. В результате появляются отдельные пики с амплитудой значительно больше, чем среднее значение.

**Возбужденные волны.** Возбужденные волны генерировались при амплитуде пульсации расхода на входе  $Q_a=0,01$ ; время счета выбиралось достаточно большим, чтобы волновой режим успел установиться на всем участке счета.

На рис. 4 показана волновая поверхность пленки для частоты 18 Гц.

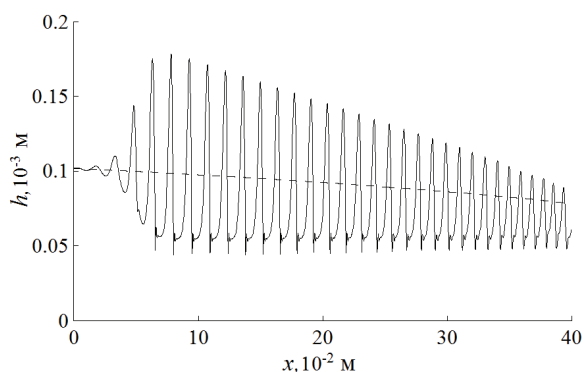


Рис. 4. Возбужденные волны;  $f=18$  Гц; штриховой линией показана невозмущенная толщина пленки

Возбужденные волны имеют регулярный характер и развиваются значительно раньше, чем естественные – на расстоянии  $0,03-0,06$  м от входа, что составляет 4–5 длины волны. Как видно из рисунка, амплитуда развитых волн в испаряющейся пленке плавно уменьшается с расстоянием, в отличие от пленки конденсата, для которой амплитуда возбужденных волн нарастала вниз по потоку [25]. Временной период  $1/f$  соответствует расстоянию между соседними пиками. Отметим, что термин «длина волны» в данной ситуации довольно условен. Поскольку толщина невозмущенной пленки уменьшается с расстоянием, здесь нет строгой пространственной периодичности волны. Так, например, для частоты 18 Гц пространственный интервал между пиками плавно уменьшается от 1,5 см на входе до 0,9 см на расстоянии 0,4 м в соответствии с уменьшением скорости движения пиков.

На рис. 5 показана поверхность пленки для более низкой частоты 10 Гц.

Здесь, в отличие от 18 Гц, наблюдается пространственная нерегулярность: между высокими пиками расположены дополнительные более низкие пики. «Длина волны», показанная на рис. 5 отрезком со стрелками, соответствует не одному интервалу между пиками, а двум таким интервалам. Появление дополнительных пиков при низких частотах возбуждения отмечалось в [27] для пленки постоянной толщины и объясняется быстрым ростом высших гармоник в спектре нелинейных колебаний. Эффект формирования дополнительных пиков при низких частотах наблюдается также для пленки с конденсацией [25]. На рисунке видно, что в результате взаимодействия соседних пиков на некотором расстоянии от входа

происходит поглощение промежуточных пиков более высокими основными пиками.

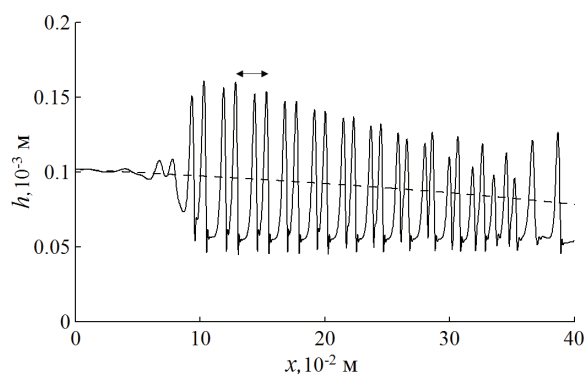


Рис. 5. Возбужденные волны;  $f=10$  Гц. Отрезком со стрелками показана длина волны, соответствующая частоте 10 Гц; штриховой линией показана невозмущенная толщина пленки

Для частоты 10 Гц периодическая зависимость  $q(t)$  при двух значениях координаты показана на рис. 6.

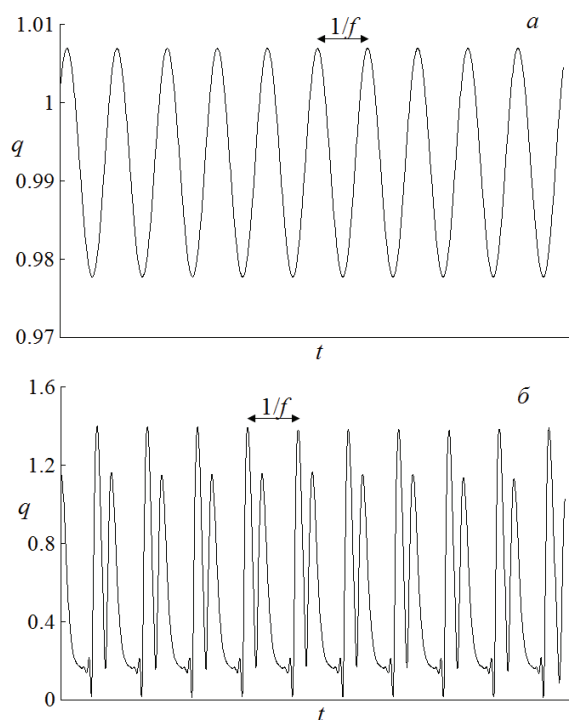


Рис. 6. Зависимость  $q(t)$  при  $f=10$  Гц для значений  $x$ : а) 0,01; б) 0,30 м. Отрезком со стрелками показан период

Из рисунка видно, что на небольшом расстоянии от входа, где амплитуда волн мала, колебания мало отличаются от синусоиды (рис. 6, а). В зоне развитых волн зависимость  $q(t)$  имеет другой вид: на каждом периоде волны появляется промежуточный пик несколько меньшей амплитуды (рис. 6, б). Быстрый рост высших гармоник на участке развития нелинейных волн имеет место для всех частот, существенно меньших, чем 18 Гц.

На рис. 7 показана волновая поверхность пленки для частоты 5 Гц.

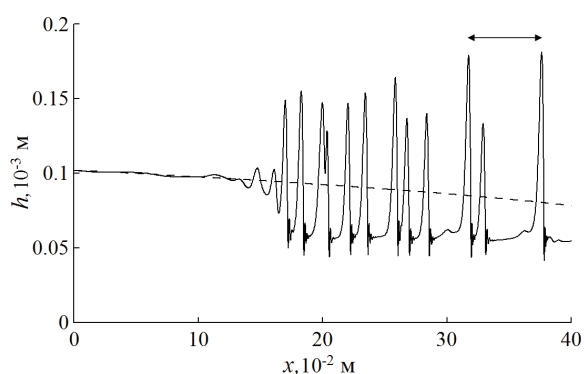


Рис. 7. Возбужденные волны;  $f=5$  Гц. Отрезком со стрелками показана длина волны, соответствующая частоте 5 Гц; штриховой линией показана невозмущенная толщина пленки

Здесь промежуточные пики так же, как на рис. 5, появляются уже на линейной стадии одновременно с основными пиками. На интервале в одну «длину волны» формируются два дополнительных пика. В отличие от частоты 10 Гц, поглощение промежуточных пиков начинается значительно раньше: видно слияние соседних пиков при  $x=0,20$  м. В результате поглощения промежуточных пиков амплитуда основных пиков заметно растет.

В целом для пленки с испарением наблюдаются те же особенности эволюции возбужденных волн, что и для пленки с конденсацией. При частоте, сопоставимой с частотой естественных волн, реализуется квазиустановившийся волновой режим с монотонно и плавно меняющейся амплитудой вниз по потоку. При частоте существенно меньшей, чем частота естественных волн, уже на линейной стадии формируются более низкие промежуточные пики. Высокие пики движутся быстрее, чем низкие, и «поглощают» их при взаимодействии, вследствие чего интервалы между пиками возрастают. В отличие от случая конденсации, амплитуда волн в испаряющейся пленке уменьшается с расстоянием, а толщина остаточного слоя несколько возрастает вниз по течению.

#### Влияние волн на теплоперенос

На рис. 8 для частоты 5 Гц показаны профили температуры в различных сечениях на один момент времени.

Из рисунка видно, что профиль температуры меняется в соответствии с фазой колебания и заметно отличается от линейного профиля. Это свидетельствует о заметном конвективном вкладе в теплоперенос. Наибольший конвективный вклад дает относительно узкая зона циркуляции, которая развивается вблизи максимума волны большой амплитуды [19, 23–25]. Вместе с тем, основной вклад в интенсификацию теплопереноса волнами дает участок между пиками (как и в случае конденсации), поскольку там толщина пленки минимальна, а протяженность этого участка существенно больше, чем протяженность пика.

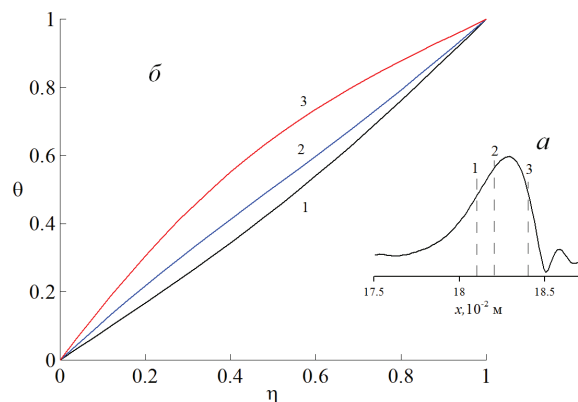


Рис. 8. Форма волны частотой 5 Гц (а); штриховыми линиями 1–3 показаны сечения, для которых приведены профили температуры (б)

На рис. 9 приведены зависимости среднего по времени локального числа Нуссельта от координаты для различных значений частоты.

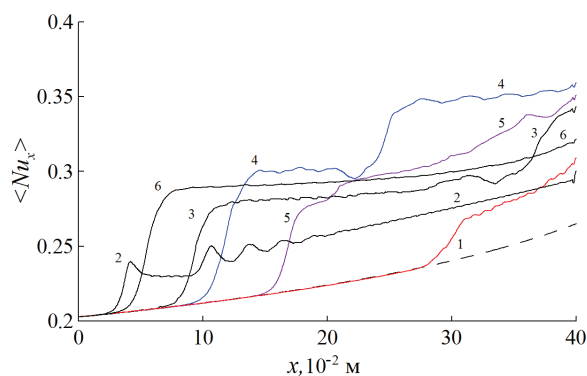


Рис. 9. Зависимость локального числа Нуссельта от координаты для различных значений частоты: 1) естественные волны; 2) 30; 3) 10; 4) 8; 5) 5; 6) 18 Гц; штриховая линия – теоретическое значение для гладкой пленки

На участке гладкой пленки расчет совпадает с теоретической зависимостью (8), а на участке развития нелинейных волн значение  $\langle Nu_x \rangle$  скачкообразно возрастает. Из рисунка видно, что координата, при которой начинается развитие нелинейных волн, зависит от частоты, но во всех случаях возбужденные волны развиваются значительно раньше, чем естественные. Анализ профилей  $h(x)$  показал, что величина  $\langle Nu_x \rangle$  определяется в основном протяженностью участка между пиками. Так, например, для кривой 4 в зоне развитых волн наблюдается второе скачкообразное увеличение значения  $\langle Nu_x \rangle$  при  $x \approx 0,23$  м. Это объясняется тем, что для частоты 8 Гц все промежуточные пики на расстоянии 0,23 м поглотились основными пиками, в результате чего интервал между пиками скачкообразно увеличился. Для частоты 10 Гц поглощение промежуточных пиков происходит при  $x \approx 0,36$  м, что также приводит к скачкообразному росту  $\langle Nu_x \rangle$ . Для частоты более 15 Гц промежуточные пики не формируются, поэтому в зоне развитых волн значение  $\langle Nu_x \rangle$  монотонно растет с увеличением координаты. Для высоких частот

(кривая 2) расстояние между пиками существенно меньше, поэтому значения  $\langle Nu_x \rangle$  меньше, чем для низких частот.

На рис. 10 показаны зависимости среднего по времени локального числа Рейнольдса от координаты для различных значений частоты.

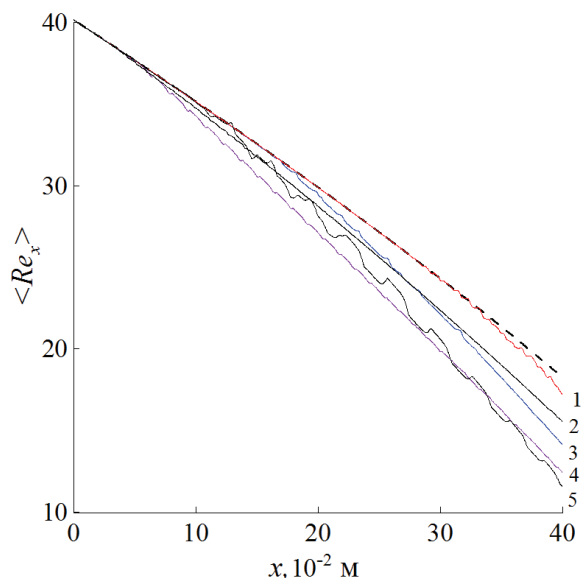


Рис. 10. Зависимость локального числа Рейнольдса от координаты для различных значений частоты: 1) естественные волны; 2) 30; 3) 5; 4) 18; 5) 8 Гц; штриховая линия — теоретическое значение для гладкой пленки

Вследствие испарения расход жидкости в пленке падает с увеличением расстояния. Интенсификация теплопереноса за счет волн приводит к более резкому падению значений  $\langle Re_x \rangle$ , при этом крутизна кривых на рис. 10 зависит от частоты. Наименьшее значение  $\langle Re_x \rangle$  в конце участка счета достигается для частоты 8 Гц, для которой реализуется максимальное значение  $\langle Nu_x \rangle$ . Близкое к этому значение  $\langle Re_x \rangle$  получается для частоты

18 Гц за счет того, что нелинейные волны развиваются несколько раньше, чем для 8 Гц.

Для пленки с испарением точно так же, как и в случае конденсации, локальное число Нуссельта определяется в основном минимальной толщиной пленки на участке между пиками и длиной этого участка, которая растет вследствие слияния отдельных пиков.

### Заключение

Численным методом исследована динамика нелинейных волн в испаряющейся пленке воды и их влияние на теплоперенос. Показано, что при умеренных значениях числа Рейнольдса на поверхности пленки развиваются естественные волны, обусловленные неустойчивостью течения. Впервые изучена эволюция возбужденных волн в широком диапазоне частот. Проведенные расчеты выявили следующие закономерности.

Естественные и возбужденные волны на некотором расстоянии от входа быстро развиваются в нелинейные волны большой амплитуды. Возбужденные волны начинают развиваться на значительно меньшем расстоянии, чем естественные. Амплитуда развитых волн падает с увеличением расстояния. Интенсификация теплопереноса волнами происходит в основном из-за уменьшения толщины пленки между пиками. Так же, как и в случае конденсации, локальное число Нуссельта определяется в основном длиной участка между пиками, которая возрастает в процессе взаимодействия и слияния отдельных пиков. Развитие нелинейных волн в испаряющейся пленке очень чувствительно к внешнему периодическому воздействию. Таким образом, за счет периодического воздействия в определенном диапазоне частот можно интенсифицировать процесс испарения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 12-01-00360-а и гранта Президента РФ по господдержке ведущих научных школ РФ (№ НШ-5762.2014.8).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chun K.R., Seban R.A. Heat transfer to evaporating liquid films // Trans. ASME J. Heat Transfer. – 1971. – V. 93. – P. 391–396.
2. Hirshburg R.I., Florschuetz L.W. Laminar wavy-film flow. P. II. Condensation and evaporation // Trans. ASME J. Heat Transfer. – 1982. – V. 104. – P. 459–464.
3. Wave frequency of falling liquid films and the effect on reflux condensation in vertical tubes / U. Gross, Th. Storch, Ch. Philipp, A. Doeg // Int. J. Multiphase Flow. – 2009. – V. 35. – P. 398–409.
4. Теплообмен при пленочной конденсации и пленочном кипении в элементах оборудования АЭС / И.И. Гогонин, И.А. Шемагин, В.М. Будов, А.Р. Дорохов / под ред. В.Е. Накорякова. – М.: Энергоиздат, 1993. – 208 с.
5. Капица П.Л. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости // ЖЭТФ. – 1948. – Т. 18. – № 1. – С. 3–28.
6. Капица П.Л., Капица С.П. Волновые течения тонких слоев вязкой жидкости // ЖЭТФ. – 1949. – Т. 19. – № 2. – С. 105–120.
7. Шкадов В.Я. Волновые режимы течения тонкого слоя вязкой жидкости под действием силы тяжести // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1967. – № 1. – С. 43–51.
8. Alekseenko S.V., Nakoryakov V.E., Pokusaev B.G. Wave Flow of Liquid Films. – NY: Begell House, 1994. – 313 p.
9. Chang H.-C., Demekhin E.A. Complex wave dynamics on thin films. – Amsterdam, Elsevier, 2002. – 402 p.
10. Bankoff S.G. Stability of liquid flow down a heated inclined plane // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1971. – V. 14. – № 1. – P. 377–385.
11. Spindler B. Linear stability of liquid films with interfacial phase change // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1982. – V. 25 – № 2. – P. 161–173.
12. Marshall E., Lee C.Y. Stability of condensate flow down a vertical wall // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1973. – V. 116. – № 1. – P. 41–48.
13. Unsal M., Thomas W.C. Linear stability analysis of film condensation // ASME Journal of Heat Transfer. – 1978. – V. 100. – № 4. – P. 629–634.
14. Трифонов Ю.Я. Волнообразование при стекании пленки вдоль наклонной поверхности при наличии фазового перехода и ка-

- сательного напряжения на свободной поверхности // Прик. Мех. и Техн. Физ. – 1996. – Т. 37. – № 2. – С. 109–119.
15. Актершев С.П., Алексеенко С.В. Влияние фазового превращения на устойчивость пленки жидкости, движущейся под действием гравитации и турбулентного потока пара // VI Минский междунар. форум по тепло- и массообмену: тезисы докладов и сообщений. – Минск, 19–23 мая 2008. – Т. 2. – С. 3–5.
  16. Aktershev S.P., Alekseenko S.V. Influence of condensation on the stability of a liquid film moving under the effect of gravity and turbulent vapor flow // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2005. – V. 48. – P. 1039–1052.
  17. Актершев С.П., Алексеенко С.В. Устойчивость пленки конденсата, движущейся под действием гравитации и турбулентного потока пара // Теплофизика высоких температур. – 2003. – Т. 41. – № 1. – С. 89–97.
  18. Stuhltrager E., Miyara A., Uehara H. Flow dynamics and heat transfer of a condensate film on a vertical wall. P. II. Flow dynamics and heat transfer // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1995. – V. 38. – P. 2715–2722.
  19. Miyara A. Numerical analysis on flow dynamics and heat transfer of falling liquid films with interfacial waves // Heat Mass Transfer. – 1999. – V. 35. – P. 298–306.
  20. Miyara A. Numerical analysis on heat transfer enhancement by waves on falling liquid film // J. of Thermal Science. – 2000. – V. 9. – № 3. – P. 236–242.
  21. Miyara A. Flow dynamics and heat transfer of wavy condensate film // ASME, J. Heat Transfer. – 2001. – V. 123. – P. 492–500.
  22. Serifi K., Malamataris N.A., Bontozoglou V. Transient flow and heat transfer phenomena in inclined wavy film // J. Thermal Sciences. – 2004. – V. 43. – P. 761–767.
  23. Актершев С.П. Теплоперенос в ламинарно-волновых стекающих пленках жидкости // Теплофизика и аэромеханика. – 2010. – Т. 17. – № 3. – С. 385–396.
  24. Malamataris N.A., Balakotaiah V. Flow structure underneath the large amplitude waves of a vertically falling film // AIChE. – 2008. – V. 54. – № 7. – P. 1725–1740.
  25. Aktershev S.P., Alekseenko S.V. Nonlinear waves and heat transfer in a falling film of condensate // Phys. Fluids. – 2013. – V. 25. – P. 1–20.
  26. Актершев С.П., Алексеенко С.В. Волновое течение пленки конденсата // Теплофизика высоких температур. – 2014. – Т. 52. – № 1. – С. 84–92.
  27. Argyriadi K., Serifi K., Bontozoglou V. Nonlinear dynamics of inclined films under low-frequency forcing // Phys. Fluids. – 2004. – V. 16. – P. 2457–2468.

Поступила 30.01.2014 г.

UDC 536. 24.01

## WAVE FLOW OF THE EVAPORATING LIQUID FILM

**Sergey P. Aktershev,**

Cand. Sc., Institute of Thermophysics SB RAS, Russia, 630090, Novosibirsk,  
Ac. Lavrentyev avenue, 1. E-mail: sergey-aktershev@mail.ru

**Sergey V. Alekseenko,**

Dr. Sc., Institute of Thermophysics SB RAS, Russia, 630090, Novosibirsk,  
Ac. Lavrentyev avenue, 1. E-mail: aleks@itp.nsc.ru

*Nonlinear wave formation and heat transfer in a laminar falling liquid film in the presence of evaporation are studied numerically. The integral-boundary-layer model, modified with account of the phase change has been used to describe the wave motion. Numerical simulation of waves in a non isothermal film flow in the presence of evaporation on an interface is carried out. It is shown that the natural waves caused by instability of flow occur on a surface of evaporating liquid film. For the first time the authors studied the evolution of excited waves in an evaporating film. It is shown that the forced waves occur on smaller distance, than natural ones. The amplitude of the developed waves drops with distance increase. Heat transfer wave intensification is mainly caused by decrease of a film thickness between peaks. Local Nusselt number is determined by distance between the peaks which increases at interaction and merging of some peaks. It is shown that the forced waves intensify essentially heat transfer within a certain range of frequencies in comparison with the naturally occurred waves.*

### Key words:

*Liquid film, evaporation, nonlinear waves, heat transfer, numerical simulation.*

### REFERENCES

1. Chun K.R., Seban R.A. Heat transfer to evaporating liquid films. *Trans. ASME J. Heat Transfer*, 1971, vol. 93, pp. 391–396.
2. Hirshburg R.I., Florschuetz L.W. Laminar wavy-film flow. P. II. Condensation and evaporation. *Trans. ASME J. Heat Transfer*, 1982, vol. 104, pp. 459–464
3. Gross U., Storch Th., Philipp Ch., Doeg A. Wave frequency of falling liquid films and the effect on reflux condensation in vertical tubes. *Int. J. Multiphase Flow*, 2009, vol. 35, pp. 398–409.
4. Gogonin I.I., Shemagin I.A., Budov V.M., Dorokhov A.R. *Teploobmen pri plnochnoy kondensatsii i plnochnom kipenii v elementakh oborudovaniya AES* [Heat Transfer during Film Condensation and Film Boiling in Elements of Equipment at Nuclear Power Plants]. Ed. by V.E. Nakoryakov. Moscow, Energoizdat Publ., 1993. 208 p.
5. Kapitsa P.L. Volnovoe techenie tonkikh sloev vyazkoy zhidkosti [Wave flow of thin layers of a viscous fluid]. *Zhurnal eksperimentalnoy i teoreticheskoy fiziki*, 1948, vol. 18, no. 1, pp. 3–28.



6. Kapitsa P.L., Kapitsa S.P. Volnovye techeniya tonkikh sloev vyazkoy zhidkosti [Wave flow of thin layers of a viscous fluid]. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki*, 1949, vol. 19, no. 2, pp. 105–120.
7. Shkadov V.Ya. Volnovye rezhimy techeniya tonkogo sloya vyazkoy zhidkosti pod deystviem sily tyazhesti [Wave flow regimes of a thin layer of viscous fluid under gravity]. *Izvestiya AN SSSR*. 1967, no. 1, pp. 43–51.
8. Alekseenko S.V., Nakoryakov V.E., Pokusaev B.G. *Wave flow of Liquid films*. NY, Begell House, 1994. 313 p.
9. Chang H.-C., Demekhin E.A. *Complex wave dynamics on thin films*. Amsterdam, Elsevier, 2002. 402 p.
10. Bankoff S.G. Stability of liquid flow down a heated inclined plane. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1971, vol. 14, no. 1, pp. 377–385.
11. Spindler B. Linear stability of liquid films with interfacial phase change. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1982, vol. 25, no. 2, pp. 161–173.
12. Marshall E., Lee C.Y. Stability of condensate flow down a vertical wall. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1973, vol. 116, no. 1, pp. 41–48.
13. Unsal M., Thomas W.C. Linear stability analysis of film condensation. *ASME, Journal of Heat Transfer*, 1978, vol. 100, no. 4, pp. 629–634.
14. Trifonov Yu.Ya. Volnoobrazovanie pri stekanii plenki vdol nakhonnnoy poverkhnosti pri nalichii fazovogo perekhoda i kasatel'nogo napryazheniya na svobodnoy poverkhnosti [Wave formation at a film flowing down inclined plane with account for phase transition and shear stress on the interface]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1996, vol. 37, pp. 241–249.
15. Aktershev S.P., Alekseenko S.V. Vliyaniye fazovogo prevrashcheniya na ustoychivost plenki zhidkosti dvizhushcheysya pod deystviem gravitatsii i turbulentnogo potoka para [Influence of phase change on stability of liquid film moving under gravity and turbulent vapor flow]. *Trudy VI Minskogo Mezhdunarodnogo Forumu* [Proc. 6<sup>th</sup> International Heat and Mass Transfer Forum, MIF]. Minsk, 2008, vol. 2, pp. 3–5.
16. Aktershev S.P., Alekseenko S.V. Influence of condensation on the stability of a liquid film moving under the effect of gravity and turbulent vapor flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2005, vol. 48, pp. 1039–1052.
17. Aktershev S.P., Alekseenko S.V. Ustoychivost plenki kondensata dvizhushcheysya pod deystviem gravitatsii i turbulentnogo potoka para [The stability of a condensate film moving under gravity and turbulent vapor flow]. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2003, vol. 41, no. 1, pp. 79–87.
18. Stuhltrager E., Miyara A., Uehara H. Flow dynamics and heat transfer of a condensate film on a vertical wall—II. Flow dynamics and heat transfer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1995, vol. 38, pp. 2715–2722.
19. Miyara A. Numerical analysis on flow dynamics and heat transfer of falling liquid films with interfacial waves. *Heat Mass Transfer*, 1999, vol. 35, pp. 298–306.
20. Miyara A. Numerical analysis on heat transfer enhancement by waves on falling liquid film. *J. of Thermal Science*, 2000, vol. 9, no. 3, pp. 236–242.
21. Miyara A. Flow dynamics and heat transfer of wavy condensate film. *ASME, J. Heat Transfer*, 2001, vol. 123, pp. 492–500.
22. Serifi K., Malamataris N.A., Bontozoglou V. Transient flow and heat transfer phenomena in inclined wavy film. *J. Thermal Sciences*, 2004, vol. 43, pp. 761–767.
23. Aktershev S.P. Teploperenos v laminarno-volnovykh stekayushchikh plenkakh zhidkosti [Heat transfer in falling laminar-wavy liquid films]. *Teplofizika i aeromekhanika – Thermophysics and Aeromechanics*, 2010, vol. 17, pp. 359–370.
24. Malamataris N.A., Balakotaiah V. Flow structure underneath the large amplitude waves of a vertically falling film. *AICHE*, 2008, vol. 54, no. 7, pp. 1725–1740.
25. Aktershev S.P., Alekseenko S.V. Nonlinear waves and heat transfer in a falling film of condensate. *Physics of Fluids*, 2013, vol. 25, pp. 1–20.
26. Aktershev S.P., Alekseenko S.V. Volnovoe techenie plenki kondensata [Wave flow of the condensate film]. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2014, vol. 52, no. 1, pp. 78–85.
27. Argyriadi K., Serifi K., Bontozoglou V. Nonlinear dynamics of inclined films under low-frequency forcing. *Phys. Fluids*, 2004, vol. 16, pp. 2457–2468.