

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФАКТОРОВ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ИТОГОВОЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧЕНИКОВ ИЗ РАЗНЫХ СТРАН

В.А. Клековкин

Научный руководитель – Ю.Я. Кацман, к.т.н., с.н.с.

Томский политехнический университет

vak37@tpu.ru

Введение

Стохастическое моделирование позволяет сгенерировать множество равновероятных реализаций, обладающих свойствами исходного распределения [1]:

- одинаковой с исходным распределением плотностью распределения;
- точным воспроизведением исходных данных;
- одинаковой с исходным распределением пространственной структурой.

Стохастические методы основываются на предположении, что анализируемые данные являются реализациями случайного процесса. Это позволяет, используя имеющиеся измерения как

зафиксированные значения, получить бесконечно много значений переменной в точке оценивания [2].

Факторный анализ - многомерный метод, применяемый для изучения взаимосвязей между значениями переменных. Предполагается, что известные переменные зависят от меньшего количества неизвестных переменных и случайной ошибки [3].

Анализ результатов контрольной работы

Имеется выборка, которая содержит результаты выполнения итоговой контрольной работы по информатике выпускников из разных стран. Были построены гистограммы по суммарному баллу учеников из разных городов. Что касается среднего балла, который набрали ученики из всех стран за выполнение данной работы, он равен 58,5. Гистограмма суммарных баллов показана на рисунке 1.

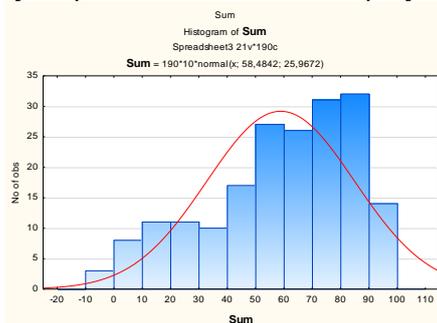


Рис. 1. Оценка качества выполнения контрольной работы

На рис. 1 для сравнения приведена кривая нормального распределения с соответствующими параметрами. Опытные данные значительно отличаются от нормального распределения (критерий "хи квадрат", что делает не корректным применение дисперсионного анализа) [4].

Выполнена проверка критерия (рангового) Краскела-Уоллиса для выборки (рис.2), причем нулевая гипотеза – качество выполнения работ у выпускников разных стран – одинаково.

Анализируя средние значения рангов, представленные в результирующем отчете, можно говорить о значительном влиянии фактора на успешность выполнения контрольной.

Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks: Суммарный балл (Spreadsheet3)				
Independent (grouping) variable: Страна				
Kruskal-Wallis test: H (4, N= 190) =47,04292 p =,0000				
Depend.:	Code	Valid N	Sum of Ranks	Mean Rank
Суммарный балл				
Казахстан	101	98	10542,00	107,571
Киргизия	102	20	794,50	39,725
Таджикистан	103	15	1105,50	73,700
Узбекистан	104	16	788,00	49,250
Россия	105	41	4915,00	119,878

Рис. 2 Результаты теста Краскела-Уоллиса по странам

Из результатов следует, что лучшие показатели у учеников из России (119,9), а худшие – у учеников из Киргизии (39,7). В нашем случае статистика $H = 47,04$ и нулевую гипотезу можно принять с вероятностью $p = 0.000$. Поскольку заданный нами уровень значимости много больше $\alpha = 0.05$, то нулевую гипотезу следует отвергнуть в пользу альтернативной гипотезы H_1 – влияние фактора существенное, т.е. качество выполнения контрольной работы у выпускников разных стран – различно.

На следующем этапе исследований была проведена параллельность (равносильность) вариантов контрольной работы по информатике. Для проверки равносильности вариантов применен критерий Манна-Уитни [5]. В критерии Манна – Уитни сформулируем нулевую гипотезу H_0 исходные две выборки – однородны, соответственно гипотеза H_1 утверждает, что выборки не однородны, т. е. влияние фактора значимо. Результаты теста представлены на рисунке 3.

Mann-Whitney U Test (Spreadsheet5)										
By variable Variant										
Marked tests are significant at p < .05000										
variable	Rank Sum	Rank Sum	U	Z	p-value	Z	p-value	Valid N	Valid N	2*1sided
	Group 1	Group 2			adjusted		adjusted	Group 1	Group 2	exact p
Sum	3541,500	3718,500	1711,500	-0,461880	0,644168	-0,461899	0,644088	60	60	0,643457

Mann-Whitney U Test (Spreadsheet5)										
By variable Variant										
Marked tests are significant at p < .05000										
variable	Rank Sum	Rank Sum	U	Z	p-value	Z	p-value	Valid N	Valid N	2*1sided
	Group 1	Group 3			adjusted		adjusted	Group 1	Group 2	exact p
Sum	4010,500	4504,500	2019,500	0,373612	0,708694	0,373700	0,708624	60	70	0,707890

Mann-Whitney U Test (Spreadsheet5)										
By variable Variant										
Marked tests are significant at p < .05000										
variable	Rank Sum	Rank Sum	U	Z	p-value	Z	p-value	Valid N	Valid N	2*1sided
	Group 2	Group 3			adjusted		adjusted	Group 1	Group 2	exact p
Sum	4172,000	4343,000	1858,000	1,127840	0,259386	1,128074	0,259296	60	70	0,260358

Рис. 3 Результаты теста Манна-Уитни по вариантам заданий

Для вариантов 1 и 2 нулевую гипотезу можно принять с вероятностью $p = 0,644168$. При 5% уровне значимости следует принять гипотезу H_0 , варианты 1 и 2 можно признать равносильными.

Сравнивая варианты 1 и 3, мы также убедились, что изменение незначимо и две выборки можно

признать однородными. Что касается вариантов 2 и 3, то нулевую гипотезу можно принять с вероятностью $p = 0,259388$, что больше уровня значимости. На основании этого принимаем нулевую гипотезу, две выборки можно признать однородными. Исходя из анализа, можно сделать вывод, что варианты заданий одинаковы по сложности, так как все выборки являются однородными и отличаются незначимо.

Контрольная работа состоит из 11 задач. Произведена оценка уровня сложности выполнения задач, а также выявлены минимальные и максимальные баллы за задания (рис. 4).

Variable	Descriptive Statistics (Spreadsheet5)						
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Variance	Std.Dev.	Standard Error
1 задача	190	3,83157	0,00	5,00000	3,44231	1,85536	0,13460
2 задача	190	4,44736	0,00	7,00000	9,62421	3,10228	0,22506
3 задача	190	3,43684	0,00	5,00000	4,74461	2,17822	0,15802
4 задача	190	5,06842	0,00	10,00000	20,18041	4,49226	0,32590
5 задача	190	4,93157	0,00	7,00000	9,66191	3,10836	0,22550
6 задача	190	6,75789	0,00	12,00000	31,5495	5,61689	0,40749
7 задача	190	6,11578	0,00	12,00000	28,8436	5,37063	0,38962
8 задача	190	4,52105	0,00	8,00000	1,9969	1,41312	0,10251
9 задача	190	9,31052	0,00	11,00000	14,0882	3,75343	0,27230
10 задача	190	6,14210	0,00	15,00000	23,8156	4,88013	0,35404
11 задача	190	3,75263	0,00	15,00000	30,9914	5,56699	0,40387

Рис. 4. Сводная таблица данных по всем заданиям

Исходя из данной таблицы, можно сделать вывод, что ученики наиболее успешно справились с заданиями 1 и 9 (средний балл минимально отличается от максимума). Самой сложной задачей для учеников стала 11 (средний балл слишком далек от максимума). Что касается 6, 7, 11 задач, то можно убедиться, что данные задания были выполнены неоднозначно, с большим разбросом в плане результатов (об этом говорят высокие значения дисперсии). Наиболее одинаково была решена 8 задача.

Также был проведен анализ выполненных заданий по странам. На рисунке 5, для примера, представлены результаты по 1 и 6 задачам. Можно сделать вывод, что и с 1 и с 6 задачей лучшего всего справились ученики из России, а хуже всего 1 задачу выполнили ученики из Узбекистана, а 6 из Таджикистана и Узбекистана.

Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks: 1 задача (Spreadsheet5)				
Independent (grouping) variable: Страна				
Kruskal-Wallis test: H (4, N= 190) =20,91988 p =.0003				
Depend:	Code	Valid N	Sum of Ranks	Mean Rank
1 задача				
	Kazakhstan	106	9765,000	99,6429
	Kirghizia	107	1518,000	75,9000
	Tadzhikistan	108	15276,500	85,1000
	Uzbekistan	109	950,000	59,3750
	Russia	110	4635,500	113,0610

Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks: 6 задача (Spreadsheet5)				
Independent (grouping) variable: Страна				
Kruskal-Wallis test: H (4, N= 190) =54,36793 p =.0000				
Depend:	Code	Valid N	Sum of Ranks	Mean Rank
6 задача				
	Kazakhstan	106	9602,500	97,9847
	Kirghizia	107	1429,500	71,4750
	Tadzhikistan	108	747,500	49,8333
	Uzbekistan	109	829,500	51,8438
	Russia	110	41536,000	135,0244

Рис. 5. Сравнение по странам, 1 и 6 задачи

Заключение

Практическим результатом работы стало проведение статистического анализа результатов итоговой контрольной работы по информатике выпускников из следующих стран: Казахстан, Киргизия, Таджикистан, Узбекистан, Россия, с применением факторного анализа. Выявлены существующие связи и проверены гипотезы. Построены гистограммы для выявления уровня подготовки учеников, выявлен уровень сложности контрольной работы путем определения среднего суммарного балла всех учеников, произведен сравнительный анализ показателей выполнения работы учениками по странам, произведено ранжирование, выявлены лучшие и худшие показатели. Также выявлен уровень сложности выполнения задач, произведена проверка зависимости успешного выполнения контрольной работы от варианта. Работа выполнялась в прикладном математическом пакете Statistica.

Список использованных источников

1. Каневский М.Ф., Демьянов В.В. Непараметрическая геостатистика, стохастическое моделирование и анализ радиоэкологических данных. Препринт ИБРАЭ, IBRAE-95-10, Москва 1994.
2. Нехороших Д.С., Демьянов В.В., Каневский М.Ф., Чернов С.Ю., Савельева Е.А. Стохастическое моделирование пространственно распределенных данных по окружающей среде. Препринт № IBRAE-2000-05. Москва: Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН. Апрель 2000. 28 с.
3. Кобзарь, А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь – М.: Физматлит, 2006. – 816 с.
4. Кацман, Юлий Янович. Статистический анализ индивидуальных заданий по теории вероятностей [Электронный ресурс] / Ю. Я. Кацман // Известия Томского политехнического университета [Известия ТПУ] / Томский политехнический университет (ТПУ). — 2014. — Т. 325, № 5: Информационные технологии. — [С. 84-90].
5. Кацман, Юлий Янович. Влияние контекстных факторов на оценку эффективности работы школ Томской области [Электронный ресурс] = The influence of contextual factors on the assesment of the effectiveness of work of schools in the Tomsk Region / Ю. Я. Кацман, А. В. Лепуштин, Б. В. Илюхин // Современные проблемы науки и образования. — 2014. — № 6. — [11 с.].