

# СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ МЕТОДОВ СИНТЕЗА РЕГУЛЯТОРОВ

А.К. Кудайбергенов  
Томский политехнический университет  
Akk23@tpu.ru

Интерполяционные методы синтеза регуляторов построены на той же идеологии, что и обычные частотные методы. Для одномерной системы они предполагают выбор желаемой разомкнутой или замкнутой передаточной функции, а затем, параметрический синтез регулятора так, чтобы желаемая и синтезированная передаточные функции совпадали при некоторых значениях аргументов.

Пусть система управления представлена рис. 1.

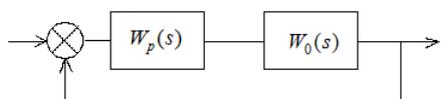


Рис. 1. Структура системы управления

Известна модель объекта управления в форме передаточной функции  $W_0(s)$  и модель желаемой системы в форме передаточной функции замкнутой  $W_{з.жел.}(s)$  или разомкнутой  $W_{р.жел.}(s)$  системы. Поскольку связь между  $W_{з.жел.}(s)$  и  $W_{р.жел.}(s)$ , в рамках заданной структуры, однозначна, обычно используется  $W_{р.жел.}(s)$ , так как это приводит к более простым соотношениям.

Передаточная функция регулятора может быть вычислена по формуле

$$W_p(s) = \frac{W_{з.жел.}(s)}{W_0(s)(1 - W_{з.жел.}(s))}, \quad (1)$$

если используется  $W_{з.жел.}(s)$ , или

$$W_p(s) = \frac{W_{р.жел.}(s)}{W_0(s)}, \quad (2)$$

если используется  $W_{р.жел.}(s)$ .

Особенность интерполяционных методов в том, что приведенные равенства (1,2) должны выполняться, в общем случае, только в некоторых заданных точках, при некоторых значениях аргумента, которые называются узлами интерполяции. Выражение (2) приобретает вид

$$W_p(s_i) = W_0^{-1}(s_i) W_{р.жел.}(s_i), \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $s_i$  - узлы интерполирования.

Таким образом, интерполяционные подходы нацелены на достижение приближенного решения, что позволяет, в принципе, обеспечить как приемлемые динамические характеристики, так и устойчивость и грубость синтезированных систем. Они позволяют формализовать задачу синтеза и, что не менее важно, решать на единой методологической основе задачи синтеза одномерных и многомерных

систем управления. Из-за своей приближенности они обычно реализуются в рамках итерационных процедур синтеза регуляторов на ЭВМ, [1].

Конкретные реализации интерполяционного метода зависят, прежде всего, от выбора узлов интерполирования. Отмечаются следующие варианты выбора узлов интерполирования:

1. Расположение всех узлов на мнимой оси. Это соответствует приближению частотных характеристик желаемой и синтезируемой систем. В этом случае аргументы выражений (1), (2) принимают чисто мнимые значения комплексной частоты, а сами равенства (1), (2) представляют собой комплексные уравнения относительно коэффициентов регулятора  $k_1, k_2, \dots, k_n$ .

Для численных расчетов от комплексных выражений переходят в область действительных чисел, записывая каждое равенство для действительной и мнимой составляющих, т.е. для ВЧХ и МЧХ. Результатом является система линейных или нелинейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов регулятора.

Обычно число узлов интерполирования выбирается так, чтобы полученная система имела однозначное решение. При этом число уравнений принимается равным числу неизвестных коэффициентов.

2. Расположение всех полюсов на вещественной оси (положительные вещественные числа). Данный подход позволяет использовать в качестве желаемой временную характеристику замкнутой системы [2].

Такая замена приводит к тому, что роль частотной характеристики в вещественном интерполяционном методе выполняет некоторая вещественная передаточная функция  $W(\delta)$ , называемая численной характеристикой. Предполагается, что эта характеристика, являясь результатом интегрального преобразования, несет ту же информацию об объекте, что и обычные частотные характеристики. Однако, поскольку численная характеристика  $W(\delta)$  функция вещественная, работать с ней при синтезе систем управления значительно проще [3].

Проведем сравнение двух указанных подходов к синтезу регуляторов на простом примере.

Передаточная функция объекта управления имеет вид:

$$W_{0y} = \frac{15}{s^2 + s + 15}$$

Принимаем в качестве желаемой передаточную функцию второго порядка.

Желаемая передаточная функция синтезируемой системы имеет вид:

$$W_{ж.з.} c(s) = \frac{5}{s^2 + 4s + 3}$$

Из (1) определим передаточную функцию желаемой замкнутой системы системы:

$$W_{з}(s) = \frac{\frac{5}{s^2 + 4s + 3}}{1 + \frac{5}{s^2 + 4s + 3}} = \frac{5}{s^2 + 4s + 3}$$

Также известно, что

$$W_{ж.з.} c(s) = W_{пее}(s) \cdot W_{оу}(s), \quad (3) \quad (60)$$

где  $W_{пее}(s)$  – передаточная функция регулятора;  $W_{оу}(s)$  – передаточная функция объекта управления.

Выбираем желаемый вид передаточной функции регулятора:

$$W_{пер}(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \cdot \frac{15}{s^2 + s + 15} = \frac{5}{s^2 + 4s + 3} \quad (4)$$

Далее для синтеза регулятора по данному методу необходимо заменить  $s$  на  $\delta$ :

$$W_{пер}(s) = \frac{5}{\delta^2 + 4\delta + 3}$$

В уравнении (4) имеем пять неизвестных:  $b_1, b_2, b_0$  и  $a_1, a_2$ . Для того чтобы их определить, необходимо выбрать пять значений  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5$  подставить их по очереди в уравнение (4). Таким образом, получаем систему линейных алгебраических уравнений размерности пять с пятью неизвестными.

$$\begin{aligned} b_2 \delta_1^2 + b_1 \delta_1 + b_0 &= c_1 a_2 \delta_1^2 + c_1 a_1 \delta_1 + c_1 \\ b_2 \delta_2^2 + b_1 \delta_2 + b_0 &= c_1 a_2 \delta_2^2 + c_1 a_1 \delta_2 + c_1 \\ b_2 \delta_3^2 + b_1 \delta_3 + b_0 &= c_1 a_2 \delta_3^2 + c_1 a_1 \delta_3 + c_1 \\ b_2 \delta_4^2 + b_1 \delta_4 + b_0 &= c_1 a_2 \delta_4^2 + c_1 a_1 \delta_4 + c_1 \\ b_2 \delta_5^2 + b_1 \delta_5 + b_0 &= c_1 a_2 \delta_5^2 + c_1 a_1 \delta_5 + c_1 \end{aligned}$$

По такому же принципу находим уравнения, используя частотный интерполяционный метод:

Присвоим  $s = j\omega$

Тогда желаемый вид передаточной функции регулятора будет выглядеть следующим образом:

$$W_{пер}(j\omega) = \frac{b_2 j\omega^2 + b_1 j\omega + b_0}{a_2 j\omega^2 + a_1 j\omega + 1} \cdot \frac{15}{j\omega^2 + j\omega + 15} = \frac{5}{j\omega^2 + 4j\omega + 3} \quad (5)$$

Выберем три уравнения и выделим действительную и мнимую части:

$$b_2 j\omega_1^2 + b_1 j\omega_1 + b_0 = c_1 a_2 j\omega_1^2 + c_1 a_1 j\omega_1 + c_1$$

$$Im = b_1 \omega_1 = c_1 a_1 \omega_1$$

$$Re = -b_2 \omega_2 + b_0 = -c_1 a_2 \omega_2 + c_1$$

$$b_2 j\omega_2^2 + b_1 j\omega_2 + b_0 = c_1 a_2 j\omega_2^2 + c_1 a_1 j\omega_2 + c_1$$

$$Im = b_1 \omega_2 = c_1 a_1 \omega_2$$

$$Re = -b_2 \omega_2 + b_0 = -c_1 a_2 \omega_2 + c_1$$

$$b_2 j\omega_1^2 + b_1 j\omega_1 + b_0 = c_1 a_2 j\omega_1^2 + c_1 a_1 j\omega_1 + c_1$$

$$Im = b_1 \omega_1 = c_1 a_1 \omega_1$$

$$Re = -b_2 \omega_2 + b_0 = -c_1 a_2 \omega_2 + c_1$$

В результате сравнения двух методов синтеза регуляторов можно выдвинуть следующее:

Достоинством вещественного интерполяционного метода является возможность и простота приближенного решения задач.

Достоинством частотного подхода является достаточно прозрачная связь частотной характеристики желаемой системы с ее устойчивостью и качеством. Приближение может обеспечиваться по АЧХ и ФЧХ. Но лучше по ВЧХ и МЧХ, т.к. это приводит к линейным уравнениям.

#### Список использованных источников

1. Вещественный интерполяционный метод в задачах автоматического управления: учебное пособие /А.С Алексеев, А.А Антропов, С.В Замятин, 2009, -219с.
2. Мясковский И.Г. Основы автоматизации производства
3. Никулин А.Е. Основы теории автоматического управления. – Санкт-Петербург, 2004, - 631 с.