

УДК 519.63:621.37:621.3.049.76

## ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ НА ПОВЕДЕНИЕ ДВУХЭЛЕКТРОДНЫХ МИКРОЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**Драгунова Людмила Соломоновна,**

доцент кафедры информатики Сибирского университета потребительской кооперации, Россия, 630087, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, д. 26.

E-mail: secmet@sibupk.nsk.su

**Драгунов Валерий Павлович,**

д-р техн. наук, профессор кафедры полупроводниковых приборов и микроэлектроники Новосибирского государственного технического университета, Россия, 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, д. 20.

E-mail: drag@adm.nstu.ru

Проведен анализ особенностей функционирования двухэлектродных микроэлектромеханических систем с учетом электромеханических взаимодействий между элементами системы. В качестве примера рассмотрены микроэлектромеханические системы с плоскопараллельной и гребенчатой конструкциями электродов. Рассмотрено влияние начальных условий. На примере динамических систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, иллюстрируются три типа решений: состояние равновесия, устойчивое периодическое решение и квазипериодическое решение. Анализ проводился с помощью исследования фазовых траекторий. Показано, что допустимые значения напряжения источника питания, при которых эффект схлопывания еще не проявляется для двухэлектродных микроэлектромеханических систем с плоскопараллельной конструкцией электродов, превышают соответствующие значения для микроэлектромеханических систем с гребенчатой конструкцией электродов. Установлено, что на начальном этапе работы эффект схлопывания в данных микроэлектромеханических системах может наблюдаться и при напряжениях источника питания, существенно меньших значений  $V_{0,кр}$ , которые определяются лишь из условия статического равновесия. Получены выражения, позволяющие определить область начальных условий (смещений и скоростей), при которых эффект схлопывания электродов не проявляется. Показано, что при уменьшении напряжения применяемого источника питания область начальных условий, при которых эффект схлопывания не проявляется, расширяется. Такой подход позволяет предсказать потенциально аварийные ситуации, обнаружить неизвестные ранее режимы, предложить эффективные алгоритмы управления. Найдены аналитические выражения, позволяющие определить допустимые значения напряжения источника питания, при которых эффект схлопывания электродов не проявляется при нулевых начальных условиях. Показано, что вес подвижного электрода может существенно влиять на отсутствие и проявление эффекта схлопывания.

### Ключевые слова:

Начальные условия, микроэлектромеханическая система, фазовый портрет, критические значения, электромеханические взаимодействия, эффект схлопывания, фазовые траектории, критические значения, электростатические силы.

### Введение

При разработке микроэлектромеханических систем (МЭМС) возникает необходимость в оценке влияния электростатических полей на поведение подвижного элемента [1–6]. Как правило, именно электромеханические взаимодействия ограничивают предельно допустимые параметры и предельно достижимые характеристики системы. Электромеханические взаимодействия в МЭМС носят сугубо нелинейный характер [7, 8]. Поэтому при анализе работы и оценке максимально достижимых характеристик системы, как правило, ограничиваются определением предельно допустимого напряжения источника питания  $V_{0,кр}$  исходя лишь из условия статического равновесия [9–13]. В то же время известно, что поведение колебательных систем на начальном этапе работы во многом определяется начальными условиями (смещением и скоростью подвижного элемента в момент  $t_0=0$ ).

В данной работе проводится анализ влияния начальных условий на поведение двухэлектродных МЭМС.

### Двухэлектродная микроэлектромеханическая система с плоскопараллельными электродами

Проанализируем поведение двухэлектродной МЭМС сначала на примере простейшей механической системы (рис. 1) («mass-spring model»).

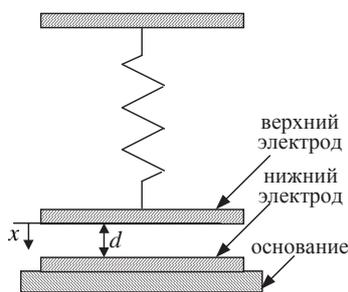


Рис. 1. Схема простейшей электромеханической системы

Fig. 1. Diagram of a simple electromechanical system

Как правило, современные МЭМС создаются с использованием технологий микроэлектроники. При этом добротность механических частей систе-

мы может достигать десятков тысяч [14–17]. В результате вклад диссипативной составляющей становится существенным за времена порядка сотен и даже тысяч периодов колебаний системы.

Анализируя роль начальных условий, мы можем ограничиться рассмотрением лишь начального момента времени длительностью всего в несколько периодов собственных колебаний системы, когда диссипативные процессы еще вносят малый вклад. Поэтому в дальнейшем будем предполагать, что на начальном этапе на подвижный электрод действуют только три силы: сила упругости пружины, электростатическая сила и сила веса  $F_0$ . В этом случае уравнение равновесия (баланс сил) в линейном приближении для силы упругости [2, 18] может быть представлено в виде

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2} \left( \frac{V_0}{d_0 - x} \right)^2 + F_0, \quad (1)$$

где  $m$  – масса подвижного электрода;  $k$  – коэффициент квазиупругой силы;  $x$  – величина смещения верхнего электрода от положения равновесия;  $d_0$  – начальное расстояние между электродами;  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная;  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость,  $S$  – площадь электрода;  $V_0$  – величина приложенного напряжения.

Вводя безразмерные переменные  $\lambda_{sp} = CV_0^2 / 2kd^2$ ,  $z = (xF_0/k)/d$  и  $\tau = \omega_0 t$  (здесь  $d = d_0(1 - Sp)$ ,  $C = \varepsilon_0 \varepsilon S/d$ ,  $Sp = F_0/(kd_0)$ ,  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ), выражение (1) можно представить в виде

$$\frac{d^2 z}{d\tau^2} + z = \frac{\lambda_{sp}}{(1 - z)^2}. \quad (2)$$

В этих обозначениях поведение системы определяется одним параметром  $\lambda_{sp}$ , а уравнение, связывающее  $\lambda_{sp}$  с координатой положения равновесия  $\bar{z}$ , принимает вид:

$$\Phi(\bar{z}, \lambda_{sp}) = \bar{z}(1 - \bar{z})^2 - \lambda_{sp} = 0. \quad (3)$$

Выражение (3) при  $\lambda_{sp} = 4/27$  имеет кратный корень  $\bar{z} = 1/3$ , следовательно,  $\lambda_{sp} = 4/27$  есть бифуркационное значение параметра. Таким образом, если значение  $\lambda_{sp}$  будет больше  $4/27 \approx 0,1481481\dots$ , то при любых начальных условиях подвижный электрод, в конце концов, приблизится к неподвижному с предельно возможной скоростью, и произойдет соприкосновение электродов (схлопывание).

Как правило, в большинстве работ, где рассматриваются электромеханические взаимодействия в МЭМС, на определении этого критического значения  $\lambda_{sp}$  (точнее  $V_{0,кп} = \sqrt{2kd\lambda_{sp}/C_0}$ ), соответствующего условию статического равновесия, и останавливаются. При этом остается неясным будет ли система устойчивой при произвольных начальных условиях, если значение  $\lambda_{sp}$  меньше  $4/27$ .

Анализ поведения электромеханической системы, описываемой уравнением (2), проведем с помощью исследования фазовых траекторий [19]. Для этого введем фазовые координаты

$$v = \frac{dz}{d\tau} \text{ и } \frac{dv}{d\tau} = \frac{\lambda_{sp}}{(1 - z)^2} - z. \quad (4)$$

В этих обозначениях (4) уравнение для интегральных кривых принимает вид

$$v^2 = \frac{2\lambda_{sp}}{1 - z} - z^2 + C, \quad (5)$$

здесь  $C$  – константа интегрирования.

На рис. 2 приведены интегральные кривые, рассчитанные с использованием (5) для  $\lambda_{sp} = 0,08$ . Вблизи особой точки типа центр (точка  $a$ ) траектории представляют собой замкнутые кривые, близкие к окружностям, что соответствует колебаниям, близким к гармоническим. Так как система нелинейна, то при увеличении амплитуды колебаний её фазовый портрет усложняется. Если представляющая точка в начальный момент времени находится внутри области, ограниченной сепаратрисой (в данном случае кривая 2), то подвижный электрод будет совершать периодические колебания. Если же представляющая точка в начальный момент времени находится вне области, ограниченной сепаратрисой, то подвижный электрод будет двигаться со всевозрастающей скоростью по направлению к неподвижному, пока не произойдет соприкосновение электродов (эффект схлопывания).

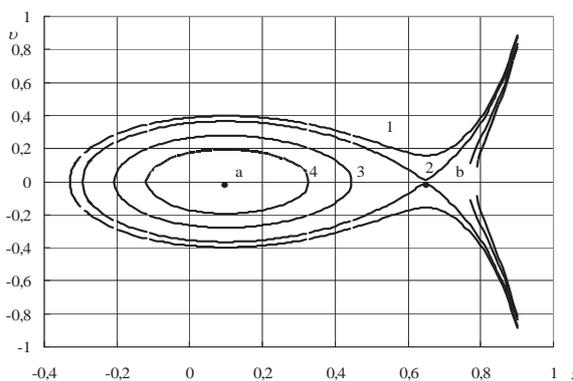


Рис. 2. Фазовый портрет колебаний двухэлектродной МЭМС при  $\lambda_{sp} = 0,08$  и  $C$ : 1)  $-0,01$ ; 2)  $-0,0346$ ; 3)  $-0,09$ ; 4)  $-0,13$

Fig. 2. Phase portrait of oscillations of double-electrode micro-electromechanical system (MEMS) at  $\lambda_{sp} = 0,08$  and  $C$ : 1)  $-0,01$ ; 2)  $-0,0346$ ; 3)  $-0,09$ ; 4)  $-0,13$

Уравнение сепаратрисы получим, подставив в (5) условие, что сепаратриса проходит через особую точку типа седло (в нашем случае точка  $b$ ). При этом уравнение сепаратрисы принимает вид:

$$v^2 = \frac{2\lambda_{sp}}{1 - z} - z^2 + b(\lambda_{sp})^2 - \frac{2\lambda_{sp}}{1 - b(\lambda_{sp})}, \quad (6)$$

здесь  $b(\lambda_{sp}) - z$  координата точки  $b$ . В нашем случае

$$b(\lambda_{sp}) = -\frac{1}{12} A(\lambda_{sp}) - \frac{1}{3A(\lambda_{sp})} + \frac{2}{3} - i\sqrt{3} \left[ \frac{1}{12} A(\lambda_{sp}) - \frac{1}{3A(\lambda_{sp})} \right], \quad (7)$$

где

$$A(\lambda_{sp}) = \sqrt[3]{108\lambda_{sp} - 8 + 12\sqrt{81\lambda_{sp}^2 - 12\lambda_{sp}}}$$

На рис. 3 приведены интегральные кривые – сепаратрисы, рассчитанные с использованием (6) и (7) для нескольких значений  $\lambda_{sp}$ . Видно, что при увеличении  $\lambda_{sp}$  обе особые точки сближаются, область начальных условий, соответствующих периодическим колебаниям, сокращается, и при  $\lambda_{sp}=4/27$  остается одна особая точка (результат слияния центра с седлом). Такая особая точка соответствует неустойчивому состоянию равновесия. В этом случае при любых начальных условиях подвижный электрод будет двигаться со всевозрастающей скоростью по направлению к неподвижному до соприкосновения электродов.

Отметим, что согласно (6) и рис. 3 эффект схлопывания может иметь место и при  $\lambda_{sp} < 4/27$ , если координаты представляющей точки, соответствующие начальным условиям ( $z_{нач}, v_{нач}$ ), будут находиться вне области, ограниченной соответствующей сепаратрисой.

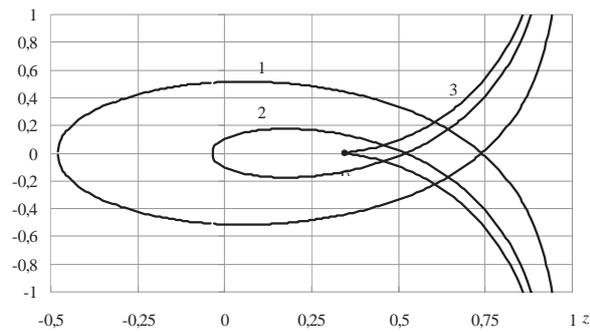


Рис. 3. Интегральные кривые – сепаратрисы двухэлектродной МЭМС, рассчитанные с использованием (6) для  $\lambda$ : 1) 0,05; 2) 0,12; 3) 4/27

Fig. 3. Integral curves – separatrices of double-electrode MEMS calculated by (6) for  $\lambda$ : 1) 0,05; 2) 0,12; 3) 4/27

На рис. 4 приведены зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные с использованием (2) при  $\lambda_{sp}=0,13$ , нулевой начальной скорости ( $v_{нач}=0$ ), но не нулевом начальном смещении ( $z_{нач} \neq 0$ ). Видно, что колебательный режим системы наблюдается лишь тогда, когда координата представляющей точки, соответствующая начальным условиям ( $z_{нач}, 0$ ), находится в области, ограниченной сепаратрисой, соответствующей  $\lambda_{sp}=0,13$ .

Выражение (6), в частности, позволяет сделать заключение и о том, при каком максимальном значении  $\lambda_{sp}$  эффект схлопывания не проявится при нулевых начальных условиях. Решая систему (3), (6) с учетом того, что данная сепаратриса должна проходить через точку (0,0), получим, что при нулевых начальных условиях эффект схлопывания не будет иметь место в случае, если  $\lambda_{sp} < 1/8$ . При этом относительная амплитуда собственных колебаний не превысит 0,5.

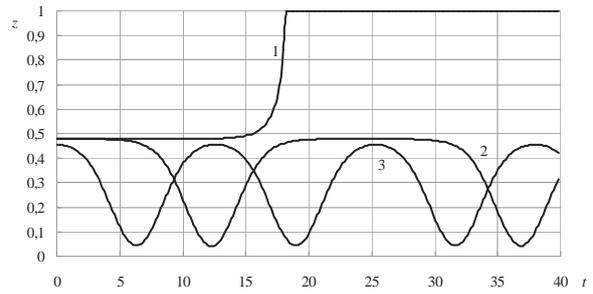


Рис. 4. Зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные при  $\lambda_{sp}=0,13$  и начальных условиях: 1)  $z_{max}, 0$ ; 2)  $0,9998z_{max}, 0$ ; 3)  $0,95z_{max}, 0$ . Здесь  $z_{max}=b(\lambda_{sp})=0,4790889$  – максимально допустимое значение начального смещения соответствующее  $\lambda_{sp}=0,13$

Fig. 4. Time dependences of mobile electrode bias calculated at  $\lambda_{sp}=0,13$  and initial conditions: 1)  $z_{max}, 0$ ; 2)  $0,9998z_{max}, 0$ ; 3)  $0,95z_{max}, 0$ .  $z_{max}=b(\lambda_{sp})=0,4790889$  is maximum permitted value of initial displacement corresponding to  $\lambda_{sp}=0,13$

На рис. 5 приведены зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные с использованием (2) при нулевых начальных условиях (0,0) для нескольких значений  $\lambda_{sp}$ .

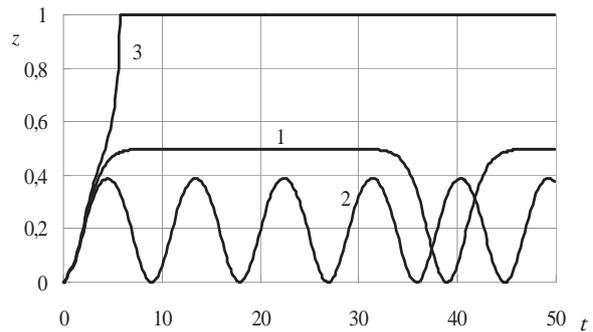


Рис. 5. Зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные при нулевых начальных условиях для  $\lambda$ : 1) 0,125; 2) 0,119; 3) 0,131

Fig. 5. Time dependences of mobile electrode bias calculated at zero-initial conditions for  $\lambda$ : 1) 0,125; 2) 0,119; 3) 0,131

Видно, что по мере увеличения  $\lambda_{sp}$  форма колебаний все более отличается от гармонической (оставаясь периодической), а при  $\lambda_{sp} > 1/8$  проявляется эффект схлопывания.

#### Двухэлектродная микроэлектромеханическая система с гребенчатой конструкцией электродов

В ряде случаев при изготовлении одноконденсаторных МЭМС применяется гребенчатая, или встречно-штыревая, конструкция электродов [20–23]. При такой конструкции подвижный электрод перемещается между двумя неподвижными электродами, электрически соединенными между собой. В этом случае при сделанных ранее допущениях и отсутствии силы  $F_0$  уравнение равновесия (аналог (2)) принимает вид:

$$\frac{d^2z}{d\tau^2} + z = \frac{4\lambda \cdot z}{(1 - z^2)^2}, \quad (8)$$

здесь  $z=x/d_0$ , а  $\lambda=CV_0^2/2kd_0^2$ . Видно, что поведение данной системы также определяется одним параметром  $\lambda$ , а уравнение, связывающее параметр  $\lambda$  с координатой положения равновесия  $\bar{z}$ , принимает вид:

$$\Phi(\bar{z}, \lambda) = \bar{z}(1 - \bar{z}^2)^2 - 4\lambda\bar{z} = 0. \quad (9)$$

Выражение (9) при  $\lambda=1/4$  имеет кратный корень. Таким образом, в этом случае бифуркационное значение параметра  $\lambda=1/4$ . Отметим, что это значение превышает соответствующее значение для двухэлектродных МЭМС с плоскопараллельной конструкцией электродов. Следовательно, если значение  $\lambda$  будет больше  $1/4$ , то при любых начальных условиях подвижный электрод, в конце концов, приблизится к неподвижному, и произойдет соприкосновение электродов (схлопывание).

Проведем анализ, будет ли система устойчивой при произвольных начальных условиях, если значение  $\lambda$  меньше  $1/4$ .

Для этого опять введем фазовые координаты

$$v = \frac{dz}{d\tau} \text{ и } \frac{dv}{d\tau} = \frac{4\lambda \cdot z}{(1 - z^2)^2} - z. \quad (10)$$

В этих обозначениях (10) уравнение для интегральных кривых принимает вид

$$v^2 = \frac{4\lambda}{1 - z^2} - z^2 + C, \quad (11)$$

здесь  $C$  – константа интегрирования.

Уравнение сепаратрисы для данного случая получим, подставив в (11), условие прохождения сепаратрисы через особую точку типа седло. При этом уравнение сепаратрисы принимает вид:

$$v^2 = \frac{4\lambda}{1 - z^2} - z^2 + 1 - 4\sqrt{\lambda}. \quad (12)$$

На рис. 6 приведены интегральные кривые – сепаратрисы, рассчитанные с использованием (12) для нескольких значений  $\lambda$ . Видно, что при увеличении  $\lambda$  особые точки (центр (a) и седло (b) с координатами (0,0) и  $(\pm\sqrt{1-2\sqrt{\lambda}}, 0)$ , соответственно) сближаются, область начальных условий, соответствующая периодическим колебаниям, сокращается, и при  $\lambda=1/4$  остается одна особая точка (седло). Она соответствует неустойчивому состоянию равновесия. В этом случае при любых начальных условиях подвижный электрод будет двигаться со всевозрастающей скоростью по направлению к неподвижному.

Используя (12), при заданном  $\lambda$  можно установить, какие начальные условия попадают в область, ограниченную соответствующей сепаратрисой, и, следовательно, гарантируют отсутствие эффекта схлопывания. Например, согласно (12) при  $v_{нач}=0$  эффект схлопывания будет отсутствовать, если начальное смещение  $z_{нач} < z_{max} = \sqrt{1-2\sqrt{\lambda}}$ .

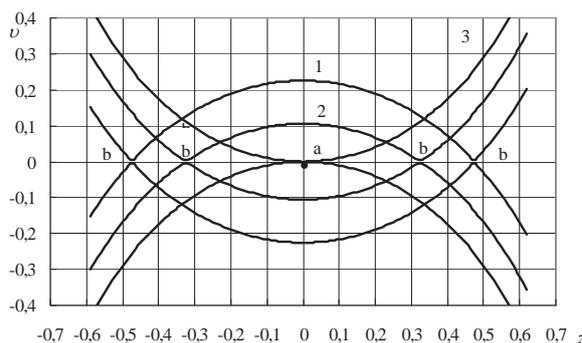


Рис. 6. Интегральные кривые – сепаратрисы двухэлектродной МЭМС с гребенчатыми электродами, рассчитанные с использованием (12) для  $\lambda$ : 1) 0,15; 2) 0,2; 3) 1/4

Fig. 6. Integral curves – separatrices of double-electrode MEMS with interdigitated-finger electrodes calculated by (12) for  $\lambda$ : 1) 0,15; 2) 0,2; 3) 1/4

На рис. 7 приведены зависимости смещения подвижного электрода от нормированного времени, рассчитанные с использованием (8) при  $\lambda=0,15$ , нулевой начальной скорости, но не нулевым начальном смещении.

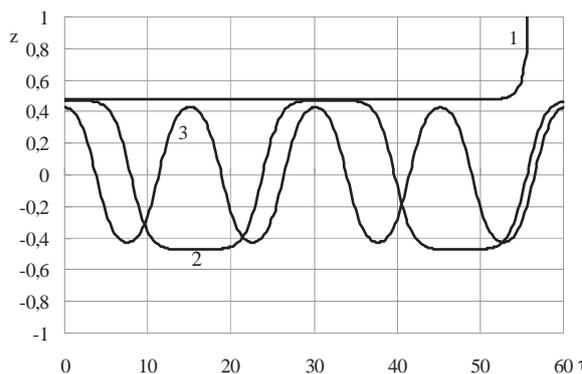


Рис. 7. Зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные при  $\lambda=0,15$  и начальных условиях: 1)  $z_{max}, 0$ ; 2)  $0,999z_{max}, 0$ ; 3)  $0,95z_{max}, 0$ . Здесь  $z_{max}=0,4747666$  – максимально допустимое значение начального смещения  $z$ , соответствующее  $\lambda=0,15$

Fig. 7. Time dependences of mobile electrode bias calculated at  $\lambda=0,15$  and initial conditions: 1)  $z_{max}, 0$ ; 2)  $0,999z_{max}, 0$ ; 3)  $0,95z_{max}, 0$ .  $z_{max}=0,4747666$  is maximum permitted value of initial displacement  $z$  corresponding to  $\lambda=0,15$

Видно, что если начальное смещение подвижного электрода превышает  $z_{max}$ , в системе наблюдается эффект схлопывания.

Если на работу одноконденсаторной МЭМС с гребенчатой конструкцией электродов влияет еще и постоянная сила  $F_0$ , то соответствующее уравнение равновесия принимает вид

$$\frac{d^2z}{d\tau^2} + z - Sp = \frac{4\lambda \cdot z}{(1 - z^2)^2}. \quad (13)$$

В данном случае поведение системы определяется двумя параметрами  $-\lambda$  и  $Sp$ , а уравнение, связывающее  $-\lambda$  и  $Sp$  с координатой положения равновесия  $\bar{z}$ , принимает вид:

$$\Phi(\bar{z}, \lambda) = (\bar{z} - Sp)(1 - \bar{z}^2)^2 - 4\lambda\bar{z} = 0. \quad (14)$$

Анализ (14) показывает, что равновесие в системе возможно, только если  $\lambda \leq 1/4$ . Максимальное значение  $\lambda = 1/4$  соответствует случаю отсутствия внешней силы  $Sp = 0$ . С увеличением  $Sp$  допустимое значение  $\lambda$  уменьшается, как показано на рис. 8. Видно, что сила веса может существенно влиять на поведение системы.

В данном случае уравнение для интегральных кривых принимает вид:

$$v^2 = \frac{4\lambda}{1-z^2} - z^2 + 2zSp + C,$$

а уравнение сепаратрисы можно представить в виде:

$$v^2 = \frac{4\lambda}{1-z^2} - (z^2 - b^2) + 2(z - b)Sp - \frac{4\lambda}{1-b^2}, \quad (15)$$

здесь  $b$  – корень уравнения (14).

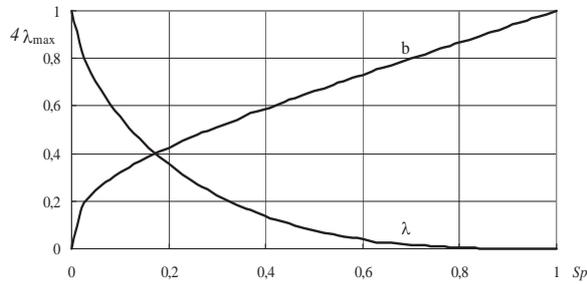


Рис. 8. Зависимости  $4\lambda_{\max}$  и  $b$  от приведенной внешней силы  $Sp$

Fig. 8. Dependence of  $4\lambda_{\max}$  and  $b$  on equivalent external force  $Sp$

Выражение (15) позволяет сделать заключение и о том, при каком максимальном значении  $\lambda$  для заданного значения внешней силы  $Sp$  эффект схлопывания не проявится при нулевых начальных условиях. Решая систему (14), (15) с учетом того, что соответствующая сепаратриса должна проходить через точку  $(0,0)$ , получим, что при нулевых начальных условиях эффект схлопывания не будет иметь место в случае, если  $\lambda$  будет меньше

$$\hat{\lambda} = 0,25(\hat{b} - 2Sp) \frac{1 - \hat{b}^2}{\hat{b}}. \quad (16)$$

При этом относительная амплитуда колебаний не превысит значения

$$\hat{b} = \frac{1}{6} A_0 + \frac{2}{3} \frac{Sp^2}{A_0} + \frac{1}{3} Sp, \quad (17)$$

здесь

$$A_0 = \sqrt[3]{108Sp + 8Sp^3 + 12Sp\sqrt{12Sp^2 + 81}}.$$

На рис. 9 приведены зависимости  $\hat{\lambda}$  и  $\hat{b}$  от приведенной силы  $Sp$ , рассчитанные с использованием (16) и (17). Видно, что при нулевых начальных условиях диапазон допустимых значений приведенной силы оказывается ограниченным значением  $Sp = 0,5$ .

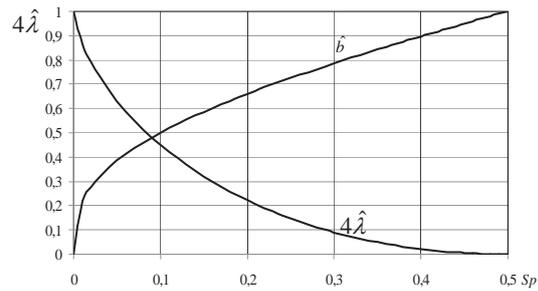


Рис. 9. Зависимости параметра  $\hat{\lambda}$  и смещения  $\hat{b}$  от приведенной силы  $Sp$

Fig. 9. Dependence of parameter  $\hat{\lambda}$  and bias  $\hat{b}$  on equivalent external force  $Sp$

На рис. 10 приведены зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные с использованием (13) при нулевых начальных условиях и  $Sp = 0,4$  для нескольких значений  $\lambda$ . Для наглядности момент  $t_0$  смещен в точку  $0,2$ .

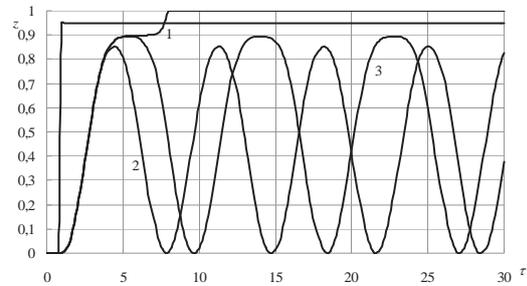


Рис. 10. Зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные при нулевых начальных условиях и  $Sp = 0,4$  для  $\lambda$ , равных: 1)  $\hat{\lambda}$ , 2)  $0,8\hat{\lambda}$ , 3)  $0,999\hat{\lambda}$

Fig. 10. Time dependences of mobile electrode bias calculated at zero-initial conditions and  $Sp = 0,4$  for  $\lambda$ , equal to 1)  $\hat{\lambda}$ , 2)  $0,8\hat{\lambda}$ , 3)  $0,999\hat{\lambda}$

Видно, что по мере увеличения  $\lambda$  форма колебаний все более отличается от гармонической (оставаясь периодической), а при  $\lambda = \hat{\lambda}$  проявляется эффект схлопывания.

### Заключение

Проведен анализ влияния начальных условий на поведение одноконденсаторных МЭМС с плоскопараллельной и гребенчатой конструкциями электродов с учетом электромеханических взаимодействий.

Показано, что эффект схлопывания может наблюдаться в данных МЭМС на начальном этапе работы и при напряжениях источника питания меньших  $V_{0,кр}$ , которые определяются из условия статического равновесия.

Получены выражения, позволяющие определить область начальных условий (смещений и скоростей), при которых эффект схлопывания электродов не проявляется.

Показано, что вес подвижного электрода может существенно влиять на отсутствие и проявление эффекта схлопывания, что необходимо учитывать при проектировании.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nemirovsky Y., Vochobza-Degani O. A methodology and model for the pull-in parameters of electrostatic actuators // *Jour. of microelectromechanical system.* – 2001. – V. 10. – № 4. – P. 601–615.
2. Драгунов В.П. Нелинейная динамическая модель упругого элемента микромеханических систем // *Нано- и микросистемная техника.* – 2004. – № 10. – С. 2–29.
3. Драгунов В.П. Микромеханический электростатический преобразователь // *Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации.* – 2007. – № 1. – С. 5–66.
4. Dragunov V.P., Kostsov E.G. Specific features of operation of electrostatic microgenerators of energy // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing.* – 2009. – Т. 45. – № 3. – С. 234–242.
5. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Microelectromechanical Converters // *Russian Microelectronics.* – 2012. – V. 41. – № 2. – P. 107–121.
6. Драгунов В.П., Доржиев В.Ю. Трехэлектродная двухконденсаторная МЭМС со встроенным зарядом // *Нано- и микросистемная техника.* – 2014. – № 2. – С. 33–38.
7. Драгунов В.П., Остертак Д.И. Электростатические взаимодействия в МЭМС с плоскопараллельными электродами. Ч. II. Расчет электростатических сил // *Нано- и микросистемная техника.* – 2010. – № 8. – С. 40–47.
8. Драгунов В.П., Доржиев В.Ю. Анализ влияния pull-in эффекта на параметры трехэлектродных МЭМС // *Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации.* – 2013. – № 2 (21). – С. 87–97.
9. Pamidighantam S., Puers R., Baert K., Harrier A.C. Tilmans. Pull-in voltage analysis of electrostatically actuated beam structures with fixed–fixed and fixed–free end conditions // *Jour. of micromechanics and microengineering.* – 2002. – V. 12. – P. 458–464.
10. Degani Ofir, Nemirovsky Yael. Design considerations of rectangular electrostatic torsion actuators based on new analytical pull-in expressions // *Jour. of microelectromechanical systems.* – 2002. – V. 11. – № 1. – P. 20–26.
11. An energy-based electroelastic beam model for MEMS applications // *Sensors and actuators A.* – 2005. – V. 121. – № 2. – P. 500–507.
12. Electrical stability of a MEMS-based AC voltage reference // *A. Karkkainen, N. Nisnek, A. Manninen, N. Pesonen et al. // Sensors and actuators A.* – 2007. – V. 137. – № 1. – P. 169–174.
13. Lu Miao, Lu Xuekun, Jang Min-Woo, Stephen A. Characterization of carbon nanotube nanoswitches with gigahertz resonance frequency and low pull-in voltages using electrostatic force microscopy // *Jour. of micromechanics and microengineering.* – 2010. – V. 20. – № 10. – P. 105016–105023.
14. Rast S., Wattinger C., Gysin U., Meyr E. Dynamics of damped cantilevers // *Review of scientific instruments.* – 2000. – V. 71. – № 7. – P. 2772–2775.
15. Quality factors in micron- and submicron-thick cantilevers // *K.Y. Yasumara, T.D. Stowe, E.M. Chow et al. // Jour. of microelectromechanical systems.* – 2000. – V. 9. – № 1. – P. 117–125.
16. Micromachined variable capacitors with wide tuning range // *Xiao Zhixiong, Peng Wuyong, P.F. Wolfenbittel, K.R. Farmer // Sensors and actuators A.* – 2003. – V. 104. – № 3. – P. 299–305.
17. Halvorsen E. Energy harvesters driven by broadband random vibrations // *Jour. of 4microelectromechanical systems.* – 2008. – V. 17. – № 5. – P. 1061–1070.
18. Драгунов В.П. Нелинейность упругих элементов микромеханических систем // *Нано- и микросистемная техника.* – 2004. – № 5. – С. 7–13.
19. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Наука, 1981. – 568 с.
20. Lee Ki Bang, Cho Young-Ho. A triangular electrostatic comb array for micromechanical resonant frequency tuning // *Sensors and actuators A.* – 1998. – V. 70. – № 1–2. – P. 112–117.
21. Forke R., Scheibner D., Mehner J.E., Gessner T., Dotzel W. Electrostatic force coupling of MEMS oscillators for spectral vibration measurements // *Sensors and actuators A.* – 2008. – V. 142. – № 1. – P. 276–283.
22. Chiu Y., Tseng V.F.G. A capacitive vibration-to-electricity energy converter with integrated mechanical switches // *Jour. of micromechanics and microengineering.* – 2008. – V. 18. – № 10. – P. 10404–10412.
23. Драгунов В.П., Остертак Д.И. Предельные характеристики микроэлектромеханических преобразователей энергии // *Научный вестник Новосибирского государственного технического университета.* – 2009. – № 1 (34). – С. 129–141.

*Поступила 14.05.2014 г.*

UDC 519.63:621.37:621.3.049.76

## INFLUENCE OF INITIAL CONDITIONS ON THE BEHAVIOR OF TWO-ELECTRODE MICROELECTROMECHANICAL SYSTEMS

**Ludmila S. Dragunova,**

Siberian University of Consumer Cooperation, 26, K. Marx prospect, Novosibirsk, 630087, Russia. E-mail: secmet@sibupk.nsk.su

**Valeryi P. Dragunov,**

Dr. Sc., Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx prospect, Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: drag@adm.nstu.ru

The authors have analyzed the areas of functioning of two-electrode microelectromechanical systems taking into account the electro-mechanical interactions between system elements. As an example, the paper considers the systems with a plane-parallel and interdigitated electrode structure and the influence of the initial conditions. For the dynamic systems described by ordinary differential equations, three types of solution are illustrated: equilibrium state, stable periodic and quasiperiodic solutions. The analysis was carried out by examining the phase trajectories. It is shown that the allowable values of power supply voltage, where the pull-in-effect has not manifested for two-electrode for microelectromechanical systems with plane-parallel electrodes design, are higher than the corresponding values for microelectromechanical systems with comb electrodes. It was found out that at the initial stage of operation the pull-in-effect in microelectromechanical systems data can be observed in the power supply voltage, significantly lower values of  $V_{0, \text{кр}}$ , which are determined only by the conditions of static equilibrium. The authors obtained the expressions which allow defining the field of initial conditions (displacement and velocity), where the electrode pull-in-effect does not occur. It is shown that when decreasing voltages of the applied power source, the initial conditions domain, under which the pull-in-effect does not occur, is expanded. In some cases such an approach allows predicting potential emergencies, revealing new, previously unknown, modes and elaborating the effective algorithms to control the system. The authors found out the analytical expressions which allow determining the allowable values of power source voltage, where the pull-in-effect of the electrodes does not occur with zero initial conditions. It is shown that the weight of the movable electrode can significantly influence the manifestation and the lack of the pull-in-effect.

#### Key words:

Initial conditions, micromechanical system, phase portrait, critical values, electromechanical interaction, pull-in-effect, phase trajectories, electrostatic forces.

#### REFERENCES

- Nemirovsky Y., Bochobza-Degani O. A methodology and model for the pull-in parameters of electrostatic actuators. *Jour. of microelectromechanical system*, 2001, vol. 10, no. 4. pp. 601–615.
- Dragunov V.P. Nelineynaya dinamicheskaya model uprugogo elementa mikromekhanicheskikh sistem [Nonlinear dynamic model of the elastic element of micromechanical systems]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of nano and microsystem technique*, 2004, no. 10, pp. 23–29.
- Dragunov V.P. Mikromekhanichesky elektrostatchesky preobrazovatel [Micromachined electrostatic transducer]. *Doklady Akademii nauk vysshey shkoly Rossiyskoy Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2007, no. 1, pp. 56–66.
- Dragunov V.P., Kostov E.G. Specific features of operation of electrostatic microgenerators of energy. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2009, vol. 45, no. 3, pp. 234–242.
- Dragunov V.P., Ostertak D.I. Microelectromechanical Converters. *Russian Microelectronics*, 2012, vol. 41, no. 2, pp. 107–121.
- Dragunov V.P., Dorzhiev V.Yu. Trekhelektrodnaya dvukhkondensatornaya MEMS so vstroennym zaryadom [Three-electrode two-capacitor MEMS with built-in charge]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of nano and microsystem technique*, 2014, no. 2, pp. 33–38.
- Dragunov V.P., Ostertak D.I. Elektrostatcheskie vzaimodeystviya v MEMS s ploskoparallelnymi elektrodami. Ch. II. Raschet elektrostatcheskikh sil [Electrostatic interactions in MEMS with parallel plate electrodes. P. II. Calculation of electrostatic forces]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of nano and microsystem technique*, 2010, no. 8, pp. 40–47.
- Dragunov V.P., Dorzhiev V.Yu. Analiz vliyaniya pull-in efekta na parametry trekhelektroodnykh MEMS [Analysis of pull-in effect influence on the parameters of three-electrode MEMS]. *Doklady Akademii nauk vysshey shkoly Rossiyskoy Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2013, no. 2 (21), pp. 87–97.
- Pamidighantam S., Puers R., Baert K., Harrier A.C. Tilmans. Pull-in voltage analysis of electrostatically actuated beam structures with fixed–fixed and fixed–free end conditions. *Jour. of micro-mechanics and microengineering*, 2002, vol. 12, pp. 458–464.
- Degani Ofir, Nemirovsky Yael. Design considerations of rectangular electrostatic torsion actuators based on new analytical pull-in expressions. *Jour. of microelectromechanical systems*, 2002, vol. 11, no. 1, pp. 20–26.
- Ligterink N.E., Patrascu M., Breedveld P.C., Stramigioli S. An energy-based electroelastic beam model for MEMS applicatios. *Sensors and actuators A*, 2005, vol. 121, no. 2, pp. 500–507.
- Karkkainen A., Nisnek N., Manninen A., Pesonen N., Oja A., Seppa H. Electrical stability of a MEMS-based AC voltage reference. *Sensors and actuators A*, 2007, vol. 137, no. 1, pp. 169–174.
- Lu Miao, Lu Xuekun, Jang Min-Woo, Stephen A. Characterization of carbon nanotube nanoswitches with gigahertz resonance frequency and low pull-in voltages using electrostatic force macroscopy. *Jour. of micromechanics and microengineering*, 2010, vol. 20, no. 10, pp. 105016–105023.
- Rast S., Wattering C., Gysin U., Meyr E. Dynamics of damped cantilevers. *Review of scientific instruments*, 2000, vol. 71, no. 7, pp. 2772–2775.
- Yasumara K.Y., Stowe T.D., Chow E.M. Quality factors in micron- and submicron-thick cantilevers. *Jour. of microelectromechanical systems*, 2000, vol. 9, no. 1, pp. 117–125.
- Xiao Zhixiong, Peng Wuyong, Wolffenbuttel P.F., Farmer K.R. Micromachined variable capacitors with wide tuning range. *Sensors and actuators A*, 2003, vol. 104, no. 3, pp. 299–305.
- Halvorsen E. Energy harvesters driven by broadband random vibrations. *Jour. of microelectromechanical systems*, 2008, vol. 17, no. 5, pp. 1061–1070.
- Dragunov V.P. Nelineynost uprugikh elementov mikromekhanicheskikh sistem [Nonlinearity of elastic elements of micromechanical systems]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of nano and microsystem technique*, 2004, no. 15, pp. 7–13.
- Andronov A.A., Vitt A.A., Khaykin S.E. *Teoriya kolebaniy* [Theory of oscillations]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 568 p.
- Lee Ki Bang, Cho Young-Ho. A triangular electrostatic comb array for micromechanical resonant frequency tuning. *Sensors and actuators A*, 1998, vol. 70, no. 1–2, pp. 112–117.
- Forke R., Scheibner D., Mehner J.E., Gessner T., Dotzel W. Electrostatic force coupling of MEMS oscillators for spectral vibration measurements. *Sensors and actuators A*, 2008, vol. 142, no. 1, pp. 276–283.
- Chiu Y., Tseng V.F.G. A capacitive vibration-to-electricity energy converter with integrated mechanical switches. *Jour. of micro-mechanics and microengineering*, 2008, vol. 18, no. 10, pp. 10404–10412.
- Dragunov V.P., Ostertak D.I. Predelnye kharakteristiki mikroelektromekhanicheskikh preobrazovateley energii [Limiting characteristics of MEMS energy converters]. *Nauchny Vestnik Novosibirskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta – Science Bulletin of Novosibirsk State Technical University*, 2009, no. 1 (34), pp. 129–141.

Received: 14 May 2014.