

УДК 338.24.519.863

## ПРОЦЕДУРА РЕФОРМИРОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ ПЕНСИОННЫХ НАКОПЛЕНИЙ С УЧЕТОМ ТРАНСАКЦИОННЫХ ИЗДЕРЖЕК

**Рекундаль Ольга Игоревна,**

ст. преподаватель кафедры высшей математики Физико-технического  
института ТПУ, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.

E-mail: rek\_olga@mail.ru

**Мицель Артур Александрович,**

д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры высшей математики  
и математической физики Физико-технического института ТПУ, Россия,  
634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; профессор кафедры автоматизированных  
систем управления Томского Государственного университета систем  
управления и радиоэлектроники, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40.

E-mail: maa@asu.tusur.ru

**Мальцев Дмитрий Борисович,**

канд. экон. наук, доцент кафедры «Налоги и налогообложение» Томского  
Государственного университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36;  
управляющий отделением Пенсионного фонда Российской Федерации,  
Россия, 634051, г. Томск, пр. Кирова, 41/1. E-mail: oir@tpu.ru

*Развитие пенсионной системы, основной компонентой которой является обязательное пенсионное страхование, представляет собой ключевую гарантию общества. В связи с увеличением совокупного объема средств пенсионных накоплений, переданных в доверительное управление уполномоченным институтам; нестабильностью финансового рынка и т. п. возникает необходимость развития альтернативных методик и моделей инвестирования средств пенсионных накоплений, которые позволили бы повысить эффективность накопительной компоненты пенсионной системы России. Ранее авторами была предложена модель формирования инвестиционного портфеля пенсионных накоплений, учитывающая основные законодательные требования и позволяющая защитить подпортфель облигаций от риска изменения процентных ставок за счет включения в модель стратегии иммунизации. После того как инвестиционный портфель сформирован, перед управляющим встает задача управления данным портфелем. В данной статье предложена модель, позволяющая реформировать полученный ранее инвестиционный портфель с минимальными транзакционными издержками, взимаемыми биржей за сделки купли-продажи ценных бумаг.*

**Цель работы:** на основании предложенной ранее модели формирования инвестиционного портфеля пенсионных накоплений предложить математическую модель реформирования полученного инвестиционного портфеля, минимизирующую транзакционные расходы; по результатам, полученным в ходе работы с предложенной моделью, доказать, что наличие транзакционных издержек влечет за собой снижение прибыли от инвестирования.

**Методы исследования:** экономико-математическое моделирование, методы оптимизации, компьютерное моделирование.

**Результаты.** Получена модель реформирования ранее сформированного инвестиционного портфеля. Проведенная численная апробация для случая учета транзакционных расходов и без них позволила установить, что частый пересмотр портфеля влечет снижение прибыли от инвестирования из-за наличия транзакционных издержек.

### **Ключевые слова:**

Пенсионный фонд, инвестиционный портфель, пенсионные накопления, стратегия иммунизации, управление.

### **Введение**

Усиление контроля пенсионного учета, влияние выбранной политики инвестирования средств пенсионных накоплений, а также способы уполномоченных институтов исполнения своих обязательств привели к переосмыслению вопросов инвестирования средств пенсионных накоплений [1, 2]. Среди множества идей и мнений массовое обсуждение получило предложение о том, что управляющие средствами пенсионных накоплений должны полностью перейти от инвестирования в акции к инвестированию в облигации либо до минимума сократить рисковую часть инвестиционного портфеля, тем самым добившись максимально консервативной стратегии управления. В связи с этим актуальной явля-

ется задача формирования и сопровождения инвестиционного портфеля пенсионных накоплений, который обеспечивал бы максимальный доход при минимальном инвестиционном риске [3–6].

На сегодняшний день в научной литературе существуют разные модели, позволяющие сформировать инвестиционный портфель:

- а) минимизирующие риск от вложений;
- б) максимизирующие доходность;
- в) объединенные а), б);
- г) слежения за эталонным портфелем или индексом;
- д) др. [7–13].

После того как инвестиционный портфель (а–д), удовлетворяющий требованиям инвестора,

сформирован, актуальной становится задача его переформирования. Сигналом к изменению сформированного портфеля служит факт несоответствия текущих характеристик сформированного инвестиционного портфеля заданным (например, в модели [12] падение доходности инвестиционного портфеля ниже минимальной и (или) в случае невыполнения условия равенства дюрации подпортфеля облигаций инвестиционному горизонту требуют пересмотра инвестиционного портфеля или его продажу). Известно, что за сделку по покупке или продаже ценных бумаг рынком взимается комиссия (транзакционные издержки для инвестора). Поэтому частый пересмотр портфеля может существенно снизить полученную за период владения прибыль за счет транзакционных издержек.

В данной работе авторами предложена модель инвестиционного портфеля, позволяющая переформировать исходный портфель пенсионных накоплений без учета транзакционных издержек и с их учетом. В разделе численного моделирования приведены расчеты экономического эффекта от управления портфелем и предложены рекомендации относительно частоты пересмотра инвестиционного портфеля при наличии транзакционных издержек.

**Описание модели инвестиционного портфеля без учета транзакционных издержек**

Пусть на момент времени  $t=t_0$  инвестор формирует инвестиционный портфель стоимостью  $V(t_0)$  на срок  $T$ . Структура портфеля  $X(t_0)$  на момент времени  $t=t_0$  определяется из задачи оптимального управления вида:

$$\begin{aligned} &(x''(t_0))^T \cdot \sigma(t_0) \cdot x''(t_0) \rightarrow \min_x \\ &\begin{cases} v^T(t_0)x'(t_0) + \mu^T(t_0)x''(t_0) \geq m \\ 0 \leq x(t_0) \leq b \\ y(t_0) \leq c \\ D(t_0)^T x'(t_0) = T \\ e_1^T x'(t_0) + e_2^T x''(t_0) = 1 \\ x'_i, x''_j \geq 0 (i = \overline{1, k}; j = \overline{k, N+k}), \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x'(x_1, \dots, x_k)$  – подпортфель облигаций;  $x''(x_{k+1}, \dots, x_{N+k})$  – подпортфель акций;  $m$  – заданная ожидаемая доходность портфеля;  $\sigma$  – матрица ковариаций между рисковыми активами;  $v^T=(v_1, v_2, \dots, v_k)$  – вектор доходностей облигаций;  $\mu^T=(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{N-k})$  – вектор доходностей акций;  $D^T=(D_1, D_2, \dots, D_k)$  – вектор дюраций облигаций;  $T$  – горизонт инвестирования;  $e_1, e_2$  – единичные векторы соответствующих размерностей. Ограничения 2,3 из (1) определяют согласно действующему пенсионному законодательству РФ. Неравенство  $0 \leq x(t) \leq b$  накладывает ограничения на минимальную и максимальную доли одного актива в портфеле. Неравенство  $y(t) \leq c$  накладывает ограничения на величину каждого вида активов (напри-

мер, суммарно доля акций не может превышать 65 % совокупного портфеля). Подробнее с этими ограничениями можно ознакомиться в [14–16].

**Переформирование инвестиционного портфеля**

В момент времени  $t=t_1$  перед инвестором встает задача переформирования инвестиционного портфеля  $X(t_0)$  в случае поступления планового дохода от портфеля (например, купонный доход или погашение части номинала облигации) или в случае отклонения дюрации портфеля от инвестиционного горизонта. Чтобы подпортфель облигаций был иммунизирован (защищен) от изменений процентных ставок после момента времени  $t=t_1$ , необходимо, чтобы дюрация портфеля в момент  $t=t_1$  совпала с его инвестиционным горизонтом  $(T-t_1)$  [17]. Таким образом, инвестиционный портфель  $X(t_0)$  должен быть заново сбалансирован в соответствии с моделью [1] (отметим, что поступивший за период времени от  $t_0$  до  $t_1$  доход тоже должен быть реинвестирован). Для решения этой задачи необходимо найти оптимальное решение следующей задачи:

$$\begin{aligned} &(x''(t_1))^T \cdot \sigma(t_1) \cdot x''(t_1) \rightarrow \min_x \\ &\begin{cases} v^T(t_1)x'(t_1) + \mu^T(t_1)x''(t_1) \geq m \\ 0 \leq x(t_1) \leq b \\ y(t_1) \leq c \\ D(t_1)^T x'(t_1) = T - t_1 \\ e_1^T x'(t_1) + e_2^T x''(t_1) = 1 \\ x'_i, x''_j \geq 0 (i = \overline{1, k}; j = \overline{k, N+k}). \end{cases} \end{aligned}$$

Процесс переформирования инвестиционного портфеля можно повторить в момент времени  $t=t_2$ , когда поступит очередной платеж от портфеля  $X(t_1)$ . Если в какой-то момент времени нельзя сформировать подпортфель с требуемой дюрацией, то имеющийся подпортфель продается.

**Учет транзакционных издержек при формировании портфеля**

Пусть на момент времени  $t=t_0$  инвестор формирует инвестиционный портфель стоимостью  $V(t_0)$  на срок  $T$ . Обозначим величину транзакционных расходов на приобретение ценных бумаг  $C_b$  и на продажу ценных бумаг –  $C_a$ . Тогда на формирование портфеля стоимостью  $V(t_0)$  инвестору понадобится сумма  $V(t_0) \cdot (1 + C_b)$ . Структура портфеля  $X(t_0)$  на момент времени  $t=t_0$  определяется из задачи оптимального управления (1).

**Переформирование инвестиционного портфеля с учетом транзакционных издержек**

Пусть в момент времени  $t_1$  от портфеля  $X(t_0)$  поступает первый платеж, дюрация портфеля отклоняется от инвестиционного горизонта  $T-t_1$ . Условия, в которых осуществляется переформирование инвестиционного портфеля, следующие:

- 1) переформирование портфеля требует от инвестора транзакционных расходов;
- 2) цены финансовых инструментов (акций и облигаций), включенных в инвестиционный портфель изменились до значений  $S_j(t_1)$  ( $j=\overline{1, N+k}$ ); дюрации облигаций изменились до значений  $D_i(t_1)$  ( $i=\overline{1, k}$ ).

Чтобы сформировать портфель, дюрация подпортфеля облигаций которого равна  $T-t_1$  годам, необходимо решить систему

$$\begin{cases} (x''(t_1))^T \cdot \sigma(t_1) \cdot x''(t_1) \rightarrow \min_x \\ v^T(t_1)x'(t_1) + \mu^T(t_1)x''(t_1) \geq m \\ 0 \leq x(t_1) \leq b \\ y(t_1) \leq c \\ D(t_1)^T x' = T - t_1 \\ e_1^T x'(t_1) + e_2^T x''(t_1) = 1. \end{cases}$$

Пусть  $x_1^1, x_2^1 \dots x_k^1, x_{k+1}^1 \dots x_{N+k}^1$  – решение этой системы. Для переформирования портфеля часть облигаций придется продать, часть – купить. В соответствии с этим часть стоимости  $V(t_1)$  пойдет на транзакционные издержки, связанные с переформированием портфеля. Обозначим  $C$  величину транзакционных издержек,  $q_i, z_i$  – денежные суммы, затраченные на покупку ценных бумаг и полученные при продаже ценных бумаг, соответственно.

Чтобы минимизировать транзакционные издержки, необходимо решить задачу линейного программирования:

$$\begin{cases} \min C \\ C = C_b \sum_{i=1}^{N+k} q_i + C_a \sum_{i=1}^{N+k} z_i \\ \frac{V(t_0)_i}{S_i^0} S_i^1 + q_i - z_i = x_i^1 \cdot (V(t_1) - C), i = \overline{1, N+k}, \end{cases}$$

где  $S_i^0$  и  $S_i^1$  – стоимость ценных бумаг  $i$ -го типа в моменты  $t=t_0$  и  $t=t_1$  соответственно. Обозначим за

$$q_1^1, q_2^1, \dots, q_k^1, \dots, q_{N+k}^1, z_1^1, z_2^1, \dots, z_k^1, \dots, z_{N+k}^1, C^1$$

решение задачи (2). Тогда в момент времени  $t=t_1$  сформирован инвестиционный портфель  $X(t_1)$  стоимостью  $\tilde{V}(t_1)=V(t_1)-C^1$ .

#### Численное моделирование

Пусть на момент времени  $t=t_0$  сформирован инвестиционный портфель

$$X(t_0) = (0,00 \ 0,07 \ 0,03 \ 0,25 \ 0,25 \ 0,00 \ 0,25 \ 0,00 \ 0,01 \ 0,07 \ 0,07)$$

(рис. 1) стоимостью  $V(t_0)=1000000$  (р.)

$$V(t_0) = (0 \ 70000 \ 30000 \ 250000 \ 250000 \ 0 \ 250000 \ 0 \ 10000 \ 70000 \ 70000)$$

из акций (ОАО Лукойл, ОАО Номос-Банк и ОАО Аэрофлот) и облигаций (Томской, Волгоградской, Липецкой и Свердловской областей, а также корпоративных облигаций АИЖК, ЕвроХолд и РЖД), при начальных данных

$$D^T(t_0) = (309 \ 343 \ 724 \ 773 \ 872 \ 1110 \ 1097 \ 1221) \text{ (дней);}$$

$$v^T = (7,80 \ 8,28 \ 8,45 \ 8,71 \ 8,78 \ 8,56 \ 10,1 \ 7,68) \text{ (% годовых);}$$

$$\mu^T = (10 \ 33 \ 67) \text{ (% годовых),}$$

$$S(t_0) = (1031,6 \ 994,0 \ 971,1 \ 1009,5 \ 1012,4 \ 1015,9 \ 962,8 \ 1028,2 \ 2022,8 \ 801,2 \ 46,0)$$

$T=730$  дней [18–20]. Дюрация портфеля при таких долях вложений в выбранные активы совпадает с горизонтом инвестирования.

В момент  $t=t_1$  (через полгода после формирования исходного портфеля):

$$D^T(t_1) = (147 \ 332 \ 576 \ 791 \ 733 \ 989 \ 965 \ 1092),$$

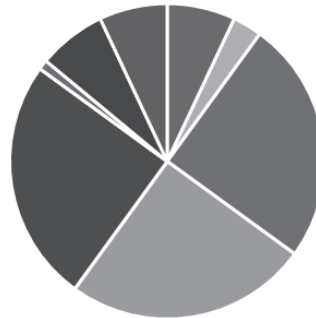
$$v^T = (7,43 \ 8,85 \ 7,54 \ 8,50 \ 8,28 \ 7,16 \ 9,40 \ 7,98),$$

$$\mu^T = (10 \ 33 \ 67), \ T - t_1 = 549.$$

В результате очередного переформирования портфеля  $X(t_0)$  получим портфель

$$X(t_1) = (0,05 \ 0,24 \ 0,00 \ 0,19 \ 0,20 \ 0,00 \ 0,17 \ 0,00 \ 0,01 \ 0,07 \ 0,07)$$

стоимостью  $V(t_1)=1150000$ , подпортфель облигаций которого иммунизирован от изменений рыночных ставок и принесет гарантированный доход.



- Томск.Об-7
- ВолгогрОб9
- ВолгогрОб10
- ЛипецкОбл7
- СвердловОб2
- АИЖК 21об
- ЕврХолдФ5
- РЖД-12
- Лукойл
- Номос-Б
- Аэрофлот

Рис. 1. Структура инвестиционного портфеля в момент времени  $t=t_0$

Fig. 1. Structure of investment portfolio at the moment  $t=t_0$

Покажем, как изменится стоимость инвестиционного портфеля, если учесть транзакционные расходы. Положим расходы на покупку и продажу ценных бумаг  $C_a=C_b=0,5\%$ . Тогда, чтобы на момент времени  $t=t_0$  сформировать портфель стоимостью 1000000 р., нужно инвестировать сумму  $V(t_0)=1050000$  (р.). Структуру портфеля  $X(t_0)$  примем ту же (см. выше по тексту). В момент времени  $t=t_1$  при описанных выше изменениях доходностей и дюраций ценных бумаг структура инвестиционного портфеля определяется как

$$X(t_1) = (0,05 \ 0,24 \ 0,00 \ 0,19 \ 0,20 \ 0,00 \ 0,17 \ 0,00 \ 0,01 \ 0,07 \ 0,07)$$

(рис. 2).

Рассчитаем минимальный размер транзакционных издержек, требуемых для получения портфеля  $X(t_1)$ . На момент времени  $t=t_1$  цены изменились

$$S(t_1) = (1020,2 \ 1000,1 \ 993,9 \ 1021 \ 1018,4 \ 1028,2 \ 982,9 \ 1018,5 \ 1901,0 \ 927,5 \ 56)$$



- Томск.Об-7   ■ ВолгогрОб9   ■ ВолгогрОб10   ■ ЛипецкОбл7
- Свердлов2   ■ АИЖК 21об   ■ ЕврХолдФ5   ■ РЖД-12
- Лукойл   ■ Номос-Б   ■ Аэрофлот

**Рис. 2.** Структура инвестиционного портфеля в момент времени  $t=t_1$

**Fig. 2.** Structure of investment portfolio at the moment  $t=t_1$

и соответственно изменилась стоимость портфеля  $V(t_1)=1031483$  (р.). В результате решения системы (2) получим результат  $C=5479,9$  (р.). Таким образом, в момент времени  $t=t_1$  стоимость инвестиционного портфеля составит

$$V(t_1) = 1031483 - 5479,9 = 1026003,1 \text{ (р.)}$$

В статье предложена модель инвестиционного портфеля пенсионных накоплений, с помощью которой может быть осуществлена процедура его переформирования в случае изменения характеристик портфеля. В задаче управления портфелем учитываются транзакционные издержки, взимаемые биржей за совершение сделок купли-продажи ценных бумаг. В результате численного моделирования установлено, что полученная в конце срока инвестирования стоимость портфеля будет меньше той, которая была бы при их отсутствии. Таким образом, при наличии транзакционных издержек инвестор сталкивается с проблемой определения частоты пересмотра сформированного портфеля.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Моделирование пенсионной системы: возмещение утраченного заработка / В. Баскаков, Е. Крылова, А. Селиванова, Е. Яненко // Актуарий. – 2007. – № 1. – С. 15–24.
2. Соловьев А.К. Пенсионная реформа как фактор долгосрочного экономического роста // Государственное управление. Электронный вестник. – Декабрь 2011. – Вып. 29. – С. 1–6.
3. Могилко С.В., Недосекин А.О. Реформирование систем пенсионного обеспечения: мировой опыт // Лаборатория Пенсионной Реформы. URL: <http://pensionreform.ru/58599> (дата обращения: 14.06.2014).
4. Максимов М. Управление инвестиционным портфелем негосударственного пенсионного фонда // Рынок ценных бумаг. – 2012. – № 4. – С. 65–69.
5. Arefjevs I., Lindemane M. The Market Potential Assessment Model for Private Pension Savings // Contemporary Issues in Business, Management and Education 2013: the 2<sup>nd</sup> International Scientific conference. Procedia – Social and Behavioral Sciences. URL: [http://ac.els-cdn.com/S1877042813055602/1-s2.0-S1877042813055602-main.pdf?\\_tid=87fee98a-6efb-11e4-814e-00000aab0f27&acdnat=1416298912\\_9880aba83fd311a4dd7937aa8fa76cf6](http://ac.els-cdn.com/S1877042813055602/1-s2.0-S1877042813055602-main.pdf?_tid=87fee98a-6efb-11e4-814e-00000aab0f27&acdnat=1416298912_9880aba83fd311a4dd7937aa8fa76cf6) (дата обращения: 14.06.2014).
6. Heer B., Irmen A. Population, pensions, and endogenous economic growth // Journal of Economic Dynamics and Control. – 2014. – V. 46. – P. 50–72.
7. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. – М.: Фазис, 1998. – 488 с.
8. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции / пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 444 с.
9. Markowitz H.M. Portfolio selection // Journal of Finance. – 1952. – V. 7. – № 1. – P. 77–91.
10. Касимов Ю.Ф. Введение в теорию оптимального портфеля ценных бумаг. – М.: Анкил, 2005. – 140 с.
11. Панков А.Р., Платонов Е.Н., Семенхин К.В. Минимаксная оптимизация инвестиционного портфеля по квантильному критерию // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 7. – С. 117–134.
12. Мицель А.А., Рекундаль О.И. Инвестиционный портфель пенсионных накоплений // Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2011. – № 40 (82). – С. 2–6.
13. Тертышный С.А. Рынок ценных бумаг и методы его анализа. – СПб.: Питер, 2004. – 220 с.
14. Об установлении дополнительных ограничений на инвестирование средств пенсионных накоплений в отдельные классы активов и определении максимальной доли отдельных классов активов в инвестиционном портфеле в соответствии со статьями 26 и 28 Федерального закона «Об инвестировании средств для финансирования накопительной части трудовой пенсии в Российской Федерации» и статьей 36.15 Федерального закона «О негосударственных пенсионных фондах». Постановление Правительства РФ от 30 июня 2003 г. № 379 // Консультант-Плюс: справ. правовая система. Версия Проф. 2005. URL: <http://base.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc; base=LAW; n=160240> (дата обращения: 14.06.2014).
15. Об утверждении правил инвестирования средств страховых взносов на финансирование накопительной части трудовой пенсии, поступивших в течение финансового года в Пенсионный фонд Российской Федерации. Постановление от 31 августа 2002 г. № 652 // КонсультантПлюс: справ. правовая система. Версия Проф. –2005. URL: <http://base.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc; base=LAW; n=93285> (дата обращения: 14.06.2014).
16. Об инвестировании средств для финансирования накопительной части трудовой пенсии в Российской Федерации. Федеральный закон от 24 июля 2002 г. № 111-ФЗ // Консультант-Плюс: справ. правовая система. Версия Проф. 2005. URL: <http://base.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc; base=LAW; n=166108> (дата обращения: 14.06.2014).
17. Redington F. Review of the principles of life-office valuations // Journal of the Institute of Actuaries. – 1952. – V. 78. – № 3. – P. 16–27.
18. Котировки // Сайт Общества с ограниченной ответственностью «Финам.ру». 1999. URL: <http://www.finam.ru/analysis/quotes/?0=&t=395624> (дата обращения: 28.05.2014).
19. Индексы и котировки // Сайт Закрытого акционерного общества «Фондовая биржа ММБВ». 1999. URL: [http://www.micex.ru/marketdata/quotes?group=stock\\_shares&data\\_type=history](http://www.micex.ru/marketdata/quotes?group=stock_shares&data_type=history) (дата обращения: 28.05.2014).
20. Котировки облигаций // Сайт Общества с ограниченной ответственностью «Сбондс.ру». 2004. URL: <http://ru.cbonds.info/quotes/> (дата обращения: 28.05.2014).

Поступила 20.06.2014 г.

UDC 338.24.519.863

**REGROUPING A PENSION CAPITAL INVESTMENT PORTFOLIO CONSIDERING TRANSACTION COSTS****Olga I. Rekundal,**Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue,  
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: rek\_olga@mail.ru.**Artur A. Mitsel,**Dr. Sc., Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue,  
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: maa@asu.tusur.ru.**Dmitry B. Maltsev,**Cand. Sc., Tomsk State University, 36, Lenin Avenue,  
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: oir@tpu.ru

Due to the instability of the financial market, there is a need to develop alternative methods and models investing pension savings, which would increase the efficiency of the funded component of the pension system in Russia. The authors have previously proposed the model of pension capital investment portfolio, taking into account the basic legal requirements and protecting the sub-portfolios of bonds interest rate risk including the immunization strategy into the model. The paper introduces the model that allows rebuilding the investment portfolio generated with minimal transaction costs charged by the exchange for the purchase and sale of securities.

**The main aim of study** is to propose the mathematical model of reforming the investment portfolio already formed, which minimizes transaction costs, based on the previously proposed models for forming the investment portfolio of pension savings; to prove that the presence of transaction costs leads to reduction of investment income according to the results obtained when using the proposed model.

**The method used in the study:** the economic and mathematical modeling, methods of optimization, simulation.

**The results.** The authors obtained the reorganization model of the previously formed investment portfolio. The numerical testing for the case of accounting transaction costs and without them revealed that frequent revision of the portfolio implies reduction of investment income owing to the presence of transaction costs.

**Key words:**

Pension fund, investment portfolio, pension capital, strategy of immunization, management.

**REFERENCES**

- Baskakov V., Krylova E., Selivanova A., Yanenko E. Modelirovaniye pensionnoy sistemy: vozmeshchenie utrachennogo zarabotka [Simulation of the pension system: compensation for lost earnings]. *Aktuariy*, 2007. no. 1, pp. 15–24.
- Solovyev A.K. Pensionnaya reforma kak faktor dolgosrochnogo ekonomicheskogo rosta [Pension reform as a factor in long-term economic growth]. *Gosudarstvennoe upravlenie. Elektronny vestnik*, 2011, no. 29, pp. 1–6.
- Mogilko S.V., Nedosekin A.O. Reformirovaniye sistem pensionnogo obespecheniya: mirovoy opyt [Pension system reforming: world experience]. *Laboratoriya Pensionnoy Reformy* [Laboratory of pension reform]. Available at: <http://pensionreform.ru/58599> (accessed 14 June 2014).
- Maksimov M. Upravleniye investitsionnyim portfelem negosudarstvennogo pensionnogo fonda [Management of non-state pension fund investment portfolio]. *Rynok tsennykh bumag*, 2012. no. 4, pp. 65–69.
- Arefjevs I., Lindemane M. The Market Potential Assessment Model for Private Pension Savings. *Procedia – Social and Behavioral Sciences. Contemporary Issues in Business, Management and Education 2013. The 2<sup>nd</sup> International Scientific conference*. Available at: [http://ac.els-cdn.com/S1877042813055602/1-s2.0-S1877042813055602-main.pdf?\\_tid=87fee98a-6efb-11e4-814e-00000aab0f27&acdnat=1416298912\\_9880aba83fd311a4dd7937aa8fa76cf6](http://ac.els-cdn.com/S1877042813055602/1-s2.0-S1877042813055602-main.pdf?_tid=87fee98a-6efb-11e4-814e-00000aab0f27&acdnat=1416298912_9880aba83fd311a4dd7937aa8fa76cf6) (accessed 14 June 2014).
- Heer B., Irmen A. Population, pensions, and endogenous economic growth. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2014, vol. 46, pp. 50–72.
- Shiryayev A.N. *Osnovy stokhasticheskoy finansovoy matematiki* [Essentials of Stochastic Finance]. Moscow, Fakis Publ., 1998. Vol. 1, 488 p.
- Sharp U., Aleksander G., Beyli Dzh. Investitsii [Investment]. Translated from English. Moscow, INFRA-M Publ., 2001. 444 p.
- Markowitz H.M. Portfolio selection. *Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77–91.
- Kasimov Yu.F. *Vvedeniye v teoriyu optimalnogo portfelya tsennykh bumag* [Introduction to the theory of optimal portfolio of securities]. Moscow, Ankil Publ., 2005. 140 p.
- Pankov A.R., Platonov E.N., Semenikhin K.V. Minimaksnaya optimizatsiya investitsionnogo portfelya po kvantilnomu kriteriyu [Minimax optimization of the investment portfolio by the quintile criterion]. *Avtomatika i telemekhanika*, 2003, no. 7, pp. 117–134.
- Mitsel A.A., Rekundal O.I. Investitsionny portfel pensionnykh nakopleniy [Investment portfolio of pension capital]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya*, 2011, no. 40 (82), pp. 2–6.
- Tertyishny S.A. *Rynok tsennykh bumag i metody ego analiza* [Securities market and methods of its analysis]. St. Petersburg, Piter Publ., 2004. 220 p.
- Postanovleniye Pravitelstva RF ot 30 iyunya 2003 g. № 379 «Ob ustanovlenii dopolnitelnykh ogranicheniy na investirovaniye sredstv pensionnykh nakopleniy v otdelnye klassy aktivov i opredelenii maksimalnoy doli otdelnykh klassov aktivov v investitsionnom portfele v sootvetstvii so statyami 26 i 28 Federalnogo zakona «Ob investirovaniy sredstv dlya finansirovaniya nakopitelnoy chasti trudovoy pensii v Rossiyskoy Federatsii» i statey 36.15 Federalnogo zakona «O negosudarstvennykh pensionnykh fondah» [The Russian Federation Government Decree of 30 June no. 379 «On extra restrictions on the pension capital investment into various asset classes and determination of the maximum fraction of separate asset classes in the investment portfolio in accordance with Articles 26 and 28 of the Federal Statute «On capital investment for financing the funded component of the retirement pen-

- sion in the Russian Federation» and Article 36.15 of the Federal Statute «On non-state pension funds»]. *KonsultantPlus: sprav. pravovaya sistema. Versiya Prof.* 2005. Available at: <http://base.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc;base=LAW;n=160240> (accessed: 14 June 2014).
15. Postanovlenie ot 31 avgusta 2002 g. № 652 «Ob utverzhdenii pravil investirovaniya sredstv strakhovykh vznosov na finansirovanie nakopitelnoy chasti trudovoy pensii, postupivshikh v techenie finansovogo goda v Pensionny fond Rossiyskoy Federatsii» [The decree of 31 August 2002 no. 652 «On adoption of regulations for investing the funds of insurance contributions into financing the payments on funded component of retirement pension that has been received by the Pension Fund of the Russian Federation within the financial year»]. *KonsultantPlus: sprav. pravovaya sistema. Versiya Prof.* 2005. Available at: <http://base.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc;base=LAW;n=93285> (accessed: 14 June 2014).
  16. Federalnyy zakon ot 24 iyulya 2002 g. № 111-FZ «Ob investirovaniy sredstv dlya finansirovaniya nakopitelnoy chasti trudovoy pensii v Rossiyskoy Federatsii» [The Federal Statute of 24 July 2002 no. 111-FZ «On investing the capital to form the funded component of the retirement pension in the Russian Federation»]. *KonsultantPlus: sprav. pravovaya sistema. Versiya Prof.* 2005. Available at: <http://base.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc;base=LAW;n=166108> (accessed: 14.06.2014).
  17. Redington F. Review of the principles of life-office valuations. *Journal of the Institute of Actuaries*, 1952, vol. 78, no. 3, pp. 16–27.
  18. Kotirovki [Quotes]. *Sayt Obschestva s ogranichennoy otvetstvennostyu «Finam.ru»*. 1999. Available at: <http://www.finam.ru/analysis/quotes/?0=&t=395624> (accessed: 28 May 2014).
  19. *Indeksi i kotirovki* [Indexes and Quotes]. *Sayt Zakrytogo aktsionernogo obschestva «Fondovaya birzha MMVB»*. 1993. Available at: [http://www.micex.ru/marketdata/quotes?group=stock\\_shares&data\\_type=history](http://www.micex.ru/marketdata/quotes?group=stock_shares&data_type=history) (accessed: 28 May 2014).
  20. Kotirovki obligazy [Bonds quotes]. *Sayt Obschestva s ogranichennoy otvetstvennostyu «Cbonds.ru»*. 2004. Available at: <http://ru.cbonds.info/quotes/> (accessed 28 May 2014).

Received: 20 June 2014.