

Министерство образования и науки Российской Федерации
 Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
 высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
 ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Инженерная школа ядерных технологий
 Направление подготовки: Прикладная математика и информатика
 Отделение экспериментальной физики

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема работы
Ядерная оценка риск-нейтральной плотности вероятности для CEV модели

УДК 519..876:336.763

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
0BM71	Савченко Полина Алексеевна		

Руководитель

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Крицкий О. Л.	Кандидат ф-м. наук		

КОНСУЛЬТАНТЫ:

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Меньшикова Е.В.	Кандидат фило-софских наук		

По разделу «Социальная ответственность»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Ст. преподаватель	Исаева Е.С.			

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ:

Руководитель ООП	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор ОЭФ	Трифонов А. Ю.	Доктор физико-математических наук		

Планируемые результаты обучения

Код результата	Результат обучения (выпускник должен быть готов)
<i>Профессиональные компетенции</i>	
ПК-1	К самостоятельной работе
ПК-2	Использовать современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования
ПК-3	Использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на ЭВМ, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение
ПК-4	Настраивать, тестировать и осуществлять проверку вычислительной техники и программных средств
ПК-5	Демонстрировать знание современных языков программирования, операционных систем, офисных приложений, Интернета, способов и механизмов управления данными; принципов организации, состава и схемы работы операционных систем
ПК-6	Решать проблемы, брать на себя ответственность
ПК-7	Проводить организационно-управленческие расчеты, осуществлять организацию и техническое оснащение рабочих мест
ПК-8	Организовывать работу малых групп исполнителей
ПК-9	Определять экономическую целесообразность принимаемых технических и организационных решений
ПК-10	Владеть основными методами защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий
ПК-11	Знать основные положения законов и методы естественных наук; выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат
ПК-12	Применять математический аппарат для решения поставленных задач, способен применять соответствующую процессу математическую модель и проверять ее адекватность
ПК-13	Применять знания и навыки управления информацией
ПК-14	Самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук
<i>Универсальные компетенции</i>	
УК-1	Владеть культурой мышления, иметь способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения
УК-2	Логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь
УК-3	Уважительно и бережно относиться к историческому наследию и культурным традициям, толерантно воспринимать социальные и культурные различия; понимать движущие силы и закономерности исторического процесса, место человека в историческом процессе, политической организации общества
УК-4	Понимать и анализировать мировоззренческие, социально и лично значимые философские проблемы
УК-5	Владеть одним из иностранных языков на уровне бытового общения, а также переводить профессиональные тексты с иностранного языка
УК-6	К кооперации с коллегами, работе в коллективе

УК-7	Находить организационно-управленческие решения в нестандартных ситуациях и готов нести за них ответственность
УК-8	Использовать нормативно-правовые документы в своей деятельности
УК-9	Стремиться к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства
УК-10	Осознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности
УК-11	Использовать основные положения и методы социальных, гуманитарных и экономических наук при решении социальных и профессиональных задач
УК-12	Анализировать социально значимые проблемы и процессы
УК-13	Использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования
УК-14	Понимать сущность и значение информации в развитии современного информационного общества, осознавать опасности и угрозы, возникающие в этом процессе, соблюдать основные требования информационной безопасности, в том числе защиты государственной тайны
УК-15	Оформлять, представлять и докладывать результаты выполненной работы
УК-16	Создавать и редактировать тексты профессионального назначения
УК-17	Использовать для решения коммуникативных задач современные технические средства и информационные технологии
УК-18	Эффективно работать индивидуально и в коллективе, демонстрировать ответственность за результаты работы и готовность следовать корпоративной культуре организации.

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Инженерная школа ядерных технологий
Направление подготовки: Прикладная математика и информатика
Отделение экспериментальной физики

УТВЕРЖДАЮ:
Руководитель ООП
_____ Трифонов А.Ю.
(Подпись) (Дата) (Ф.И.О.)

ЗАДАНИЕ
на выполнение выпускной квалификационной работы

В форме:

магистерской диссертации

Студенту:

Группа	ФИО
0BM71	Савченко Полине Алексеевне

Тема работы:

Ядерная оценка риск-нейтральной плотности вероятности для CEV модели

Утверждена приказом директора (дата, номер)	
---	--

Срок сдачи студентом выполненной работы:	
--	--

ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ:

Исходные данные к работе

В качестве предмета анализа были выбраны европейские опционы и значения тайваньского индекса TAIEH.

Перечень подлежащих исследованию, проектированию и разработке вопросов

Цель работы – построение ядерной оценки риск-нейтральной плотности вероятности для CEV модели и расчет справедливой цены европейского опциона.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1. Провести аналитический сбор существующих методов и алгоритмов решения задачи;*
- 2. Сформировать выборку исходных данных;*
- 3. Рассчитать извлеченную волатильность опционов в рамках CEV модели;*
- 4. Построить ядерную оценку волатильности, подобрать оптимальные параметры (ядро и ширину окна);*
- 5. На основе построенной ядерной оценки рассчитать риск-нейтральную плотность вероятности в рамках CEV модели;*
- 6. Рассчитать справедливую цену европейского опциона типа call для CEV модели;*
- 7. Провести анализ полученных результатов.*

В результате исследования была получена ядерная оценка риск-нейтральной плотности вероятности для CEV модели с оптимальными параметрами. Также была вычислена справедливая цена европейского опциона типа call с помощью ядерной оценки риск-нейтральной плотности.

Перечень графического материала

1. Эмпирическая плотность распределения для опциона покупателя (*call option*) на фьючерсный контракт на акции РАО ЕЭС РТС с котировками в рублях;
2. Области определения ядерных функций;

Консультанты по разделам выпускной квалификационной работы

Раздел	Консультант
Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	Меньшикова Екатерина Валентиновна, кандидат философских наук, профессор отделение общетехнических дисциплин
Социальная ответственность	Исаева Елизавета Сергеевна, старший преподаватель отделения общетехнических дисциплин
Иностранный язык	Кабрышева Оксана Павловна, старший преподаватель отделения иностранных языков

Названия разделов, которые должны быть написаны на иностранном языке:

Теоретическая часть

Дата выдачи задания на выполнение выпускной квалификационной работы по линейному графику	
--	--

Задание выдал руководитель:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент отделения экспериментальной физики	Крицкий Олег Леонидович	Кандидат ф-м. наук		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
0BM71	Савченко Полина Алексеевна		

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА «ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ, РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТЬ И РЕСУРСОСБЕ- РЕЖЕНИЕ»

Студенту:

Группа	ФИО
0BM71	Савченко Полине Алексеевне

Школа	Инженерная школа ядерных технологий	Отделение школы (НОЦ)	Отделение экспериментальной физики
Уровень образования	Магистр	Направление/специальность	01.04.02 Прикладная математика и информатика

Исходные данные к разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»:

1. Стоимость ресурсов научного исследования (НИ): материально-технических, энергетических, финансовых, информационных и человеческих	1. Стоимость расходных материалов 2. Стоимость расхода электроэнергии 3. Норматив заработной платы
2. Нормы и нормативы расходования ресурсов	1. Тариф на электроэнергию 2. Коэффициенты для расчета заработной платы
3. Используемая система налогообложения, ставки налогов, отчислений, дисконтирования и кредитования	1. Отчисления во внебюджетные фонды (27,1%) 2. Расчет дополнительной заработной платы (12%)

Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:

1. Оценка коммерческого и инновационного потенциала НТИ	1. Потенциальные потребители результатов исследования 2. Анализ конкурентных решений 3. SWOT-анализ
2. Разработка устава научно-технического проекта	1. Цели и результаты научно-технического проекта 2. Организационная структура научно-технического проекта 3. Ограничения и допущения научно-технического проекта
3. Планирование процесса управления НТИ: структура и график проведения, бюджет, риски и организация закупок	1. Структура работ в рамках научного исследования 2. Определение трудоемкости выполнения работ и разработка графика проведения научного исследования 3. Бюджет научно-технического исследования
4. Определение ресурсной, финансовой, экономической эффективности	1. Определение интегрального финансового показателя разработки; 2. Определение интегрального показателя ресурсоэффективности разработки; 3. Определение интегрального показателя эффективности

Перечень графического материала (с точным указанием обязательных чертежей):

1. Матрица SWOT
2. Оценка конкурентоспособности технических решений
3. График проведения и бюджет НТИ
4. Оценка ресурсной, финансовой и экономической эффективности НТИ
5. Потенциальные риски

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОСГН ШБИП	Меньшикова Екате- рина Валентиновна	кандидат фило- софских наук		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
0ВМ71	Савченко Полина Алексеевна		

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА «СОЦИАЛЬНАЯ ОТВЕТСТВЕННОСТЬ»

Студенту:

Группа	ФИО
0BM71	Савченко Полине Алексеевне

Школа	Инженерная школа ядерных технологий	Отделение (НОЦ)	Отделение экспериментальной физики
Уровень образования	Магистр	Направление/специальность	01.04.02 Прикладная математика и информатика

Тема ВКР:

Ядерная оценка риск-нейтральной плотности вероятности для CEV модели	
Исходные данные к разделу «Социальная ответственность»:	
1. Характеристика объекта исследования (вещество, материал, прибор, алгоритм, методика, рабочая зона) и области его применения	<i>Построена ядерная оценка риск-нейтральной плотности вероятности для CEV модели. С помощью данной оценки на исторических данных вычислена справедливая цена европейского опциона типа call.</i>
Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:	
1. Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности: — специальные (характерные при эксплуатации объекта исследования, проектируемой рабочей зоны) правовые нормы трудового законодательства; — организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны.	— Типовая инструкция по охране труда № Р-45-084-01; — СанПиН 2.2.2./2.4. 1340-03; — Приказ Минздравсоцразвития РФ №302н; — Приказ №426-ФЗ; — Трудовой кодекс Российской Федерации от 30.12.2001 N 197-ФЗ (ред. от 01.04.2019)
2. Производственная безопасность: 2.1. Анализ выявленных вредных и опасных факторов 2.2. Обоснование мероприятий по снижению воздействия	— Воздействие электромагнитного поля и ионизирующего излучения; — Наличие электростатического поля; — Превышение уровня шума; — Отсутствие или недостаток естественного света; — Недостаточная освещенность рабочей зоны; — Психофизиологические перегрузки.
3. Экологическая безопасность:	<i>Исследовано воздействие на окружающую среду с точки зрения потребления ресурсов и перерабатывания отходов.</i>
4. Безопасность в чрезвычайных ситуациях:	<i>Возможные ЧС при разработке и эксплуатации проектируемого решения: взрывы, террористические акты и диверсии. Наиболее типичной ЧС является пожар.</i>

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	
--	--

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
-----------	-----	------------------------	---------	------

Старший преподаватель	Исаева Е.С.			
-----------------------	-------------	--	--	--

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
0BM71	Савченко Полина Алексеевна		

Реферат

Выпускная квалификационная работа магистра содержит 111 страниц, 9 рисунков, 14 таблиц, 35 источников, 3 приложения.

Ключевые слова: модель Блэка-Шоулса, CEV модель, европейский опцион, риск-нейтральная плотность вероятности, ядерная оценка, ширина спектра, извлеченная волатильность.

Объектом исследования являются европейские опционы и значения тайваньского индекса TAIEX.

Цель работы: построение ядерной оценки риск-нейтральной плотности вероятности для CEV модели и расчет справедливой цены европейского опциона.

Методы исследования: модель постоянной эластичности дисперсии, методу Рунге-Кутты, модель ядерной регрессии.

Область применения: полученные результаты исследования могут быть использованы кредиторами, инвесторами, брокерскими компаниями, трейдерами.

Определения, обозначения, сокращения

В данной работе используются следующие обозначения и сокращения:

Тайв. дол. – тайваньский доллар.

Опцион покупателя (call) – право (но не обязательств) купить базовый актив в заранее определенное время по заранее определенной цене.

Опцион продавца (put) – право (но не обязательство) продать базовый актив в заранее определенное время по заранее определенной цене.

Оглавление

Введение.....	14
Обзор литературы	16
1 Теоретическая часть.....	19
1.1 Модель Блэка-Шоулса	19
1.2 Модель постоянной эластичности дисперсии	20
1.3 Волатильность	23
1.4 Риск – нейтральная функция плотности	27
1.5 Модель ядерной регрессии	31
1.5.1 Выбор ядра $K(u)$ и оптимальной ширины окна h	33
2 Практическая часть	36
2.1 Среда моделирования	36
2.2 Расчет извлеченной волатильности и построение ядерной оценки.....	36
2.3 Расчет справедливой цены европейского опциона в рамках CEV модели.....	41
3 Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	44
3.1 Потенциальные потребители результатов исследования	44
3.2 Анализ конкурентных решений.....	44
3.3 SWOT-анализ.....	46
3.4 Оценка готовности проекта к коммерциализации	47
3.5 Инициация проекта	48
3.6 Цели и результаты проекта	49
3.7 Организационная структура проекта	50
3.8 Ограничения и допущения проекта.....	51
3.9 Планирование научно-исследовательских работ	52
3.9.1 Структура работ в рамках научного исследования.....	52
3.10 Бюджет научно-технического исследования.....	52
3.10.1 Основная заработная плата	53
3.10.2 Дополнительная заработная плата научно-производственного персонала	55
3.10.3 Отчисления на социальные нужды.....	55
3.10.4 Накладные расходы.....	56
3.10.5 Расходы на электроэнергию	56
3.10.6 Сырье, материалы, покупные изделия и полуфабрикаты (за вычетом отходов)	57
3.10.7 Группировка затрат по статьям.....	57
3.11 Реестр рисков проекта	58
3.12 Оценка сравнительной эффективности исследования.....	58
4 Социальная ответственность.....	62

4.1	Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности.	63
4.2	Организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны.	65
4.3	Производственная безопасность.....	67
4.4	Анализ опасных и вредных факторов	69
4.4.1	Воздействие электромагнитного поля и ионизирующего излучения	69
4.4.2	Наличие электростатического поля.....	70
4.4.3	Превышение уровня шума.....	71
4.4.4	Недостаточная освещенность рабочей зоны	72
4.4.5	Психофизиологические перегрузки.....	72
4.5	Обоснование мероприятий по снижению уровней воздействия опасных и вредных факторов на исследователя	73
4.6	Электробезопасность	78
4.7	Экологическая безопасность.....	80
4.8	Защита в чрезвычайных ситуациях	81
4.8.1	Пожарная безопасность	82
4.9	Выводы и рекомендации	84
	Заключение	85
	Список публикаций.....	86
	Список используемых источников.....	87
	Приложение А	90
	Приложение Б.....	93
	Приложение В	95

Введение

На данный момент рынок опционов один из самых быстро растущих и развивающихся финансовых рынков. Опцион — это вид ценной бумаги, который дает право продать или купить определенный актив (акций, облигаций, фьючерсов и т.п.). Различают два вида опционов: американские и европейские. Отличие заключается в том, что американские опционы позволяют затребовать исполнение в любой момент его существования, а европейские опционы дают возможность сделать это только в конкретную дату.

Акции на данный момент являются наиболее распространенным видом ценных бумаг. В России, где торговля на бирже только набирает обороты, на данный момент насчитывается более 800 тыс. акционеров (для сравнения в США — 5 млн. человек).

Опцион доступен широкому кругу инвесторов и частных трейдеров. Основным уравнением, используемым при моделировании продажи или покупки опционов, является уравнение Блэка-Шоулса [1]. Однако основным недостатком данной модели является предположение о постоянном уровне волатильности, что является ограничением для анализ рисков активов, торгуемых на фондовых рынках.

Частным случаем модели стохастической волатильности является модель постоянной эластичности дисперсии (*constant elasticity of variance (CEV)*) [2], которая учитывает не только изменяющуюся волатильность, но и эффект «левереджинга». CEV модель нашла широкое применение для решения ряда проблем ценообразования финансовых опционов.

Целью работы является построение ядерной оценки риск-нейтральной функции плотности для CEV модели.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Провести аналитический сбор существующих методов и алгоритмов решения задачи;
2. Сформировать выборку исходных данных;
3. Рассчитать извлеченную волатильность опционов в рамках CEV модели;
4. Построить ядерную оценку волатильности, подобрать оптимальные параметры (ядро и ширину окна);
5. На основе построенной ядерной оценки рассчитать риск-нейтральную плотность вероятности в рамках CEV модели;
6. Рассчитать справедливую цену европейского опциона типа call для CEV модели;
7. Провести анализ полученных результатов.

Обзор литературы

История опционов начинается с 1630 года. В те времена существовали фьючерсы и опционы на покупку, и продажу луковиц тюльпанов. Эти срочные контракты позволяли вести торговлю людям, у которых не было средств для приобретения даже одной луковицы. Первые опционы на акции предприятий появились в первой половине XIX века и обращались они на Лондонской бирже. В Соединенные Штаты опционы пришли уже во второй половине XX века, а к началу XXI века международный рынок опционов принял тот многообразный внешний вид, который мы можем наблюдать сегодня. Крайне передовой по вопросам обращения опционов считается Московская Биржа и ее площадка FORTS.

Научные основы теории производных финансовых инструментов были заложены в монографии Д. Халла «Опционы фьючерсы и другие производные финансовые инструменты» [3]. В данной работе также рассказывается о торговых стратегиях опционов: бычий спрэд, «спрэд бабочка», straddle.

Книга кандидата экономических наук С. Вайна [4], руководителя Инвестиционно-банковского блока «Альфа-Банка», отличается практической направленностью по теории опционов. В работе представлены не только теория деривативов, но и практические рекомендации по использованию для трейдеров, инвесторов, специалистов по финансовым рискам корпораций.

В работе [5] приведены ключевые моменты модели Блэка-Шоулса. Данная модель дает аналитическую формулу для европейских опционов типа put и call. Для того, чтобы вывести свою модель ценообразования опционов, ученые сделали некоторые предположения. Например, что дивиденды по базисному активу опционов не выплачиваются в течение всего срока действия опциона и т.п. Сама модель основывается на концепции безрискового хеджирования. Покупая

акции и продавая опционы типа call на эти акции, инвестор может создавать безрисковую позицию, где прибыли по акциям будут компенсировать убытки по опционам, и наоборот.

В статье 1975 года [6] Коксом была предложена модель постоянной эластичности дисперсии (CEV модель), являющаяся частным случаем модели стохастической волатильности. Данная модель учитывает эффект «левереджинга», когда росту цен акций соответствует падение уровня волатильности. Модель, предложенная Коксом, в отличие от классической модели Блэка-Шоулса, использующей в качестве генератора цен геометрическое броуновское движение и строящейся в предположении о постоянстве ожидаемой доходности акций и волатильности цен.

Авторы работы [7] предлагают альтернативные методы вычисления хвостового нецентрированного χ^2 -распределение, необходимого для расчета справедливой цены опциона по модели постоянной эластичности дисперсии. В статье также представлены расчеты «греческих» показателей для CEV модели, которые необходимы для анализа на рынках опционов.

Термин «волатильность» рассматривается в статье [8]. Авторы исследуют относительную важность различных факторов в объяснении скачка волатильности. В работе [9] рассказывается о противоречии эффекта улыбки (скачка) волатильности и предположения о геометрическом броуновском движении, которое подразумевает плоскую линию. В данной работе рассказывается так же о предполагаемой (implied) волатильности. Implied volatility так важна, что об опционах часто говорят в терминах волатильности, а не в терминах цены, особенно между профессиональными трейдерами.

Идея ядерного сглаживания впервые была предложена в техническом докладе военно-воздушных сил США. Ядерное оценивание даёт возможность освободить дискриминантный анализ от необходимости строгой параметрической классификации. Первая статья по данной теме была опубликована позже в 1956

году [10]. Сама идея ядерного сглаживания как область науки испытала колоссальный рост в зарубежных университетах за последние годы.

Основы теории непараметрической регрессии представлены в работе [11]. Непараметрические методы представляют собой такие статистические приемы, которые не требуют спецификации функциональных форм оцениваемых объектов, вместо этого данные сами определенным способом формируют модель. В работе показано как применять непараметрические методы на практике и как определять оптимальные параметры для построения ядерной оценки (ширина окна, ядерная функция). Данная статья является одним из самых исчерпывающих источников в вопросе ядерной оценки.

В статье [12] сравниваются непараметрические ядерные оценки Р. Стэнтона, вычисленные при различных значениях параметра ширины спектра, а также их линейная комбинация Jackknife [13] с разработанной авторами асимптотической оценкой функции доходности.

В работе [14] рассматривается риск-нейтральная функция плотности. В статье приводится теорема и ее доказательство, согласно которой для CEV модели существует функция плотности, не зависящая от риска, для опционов европейского типа. О существовании риск-нейтральной плотности для экзотических и более сложных опционов можно прочесть в [15].

Ядерная оценка волатильности предложена в статье [16]. Данная оценка была построена с использованием ядерных функций с шириной спектра плотности оценки, зависимой от неприятия риска инвестора. Данная оценка используется для нахождения справедливых цен опционов на фьючерс.

1 Теоретическая часть

1.1 Модель Блэка-Шоулса

Базовый актив может принимать разную форму: акции, нефть, валюта, некие товары и пр. Кроме того, очевидно, что чем ближе цена базового актива к уровню, с которого начнется выплата страховки, тем дороже становится сама страховка (так выплата по ней становится вероятнее).

Блэк и Шоулс в 1973 году [5] получили основную формулу для определения цены контракта, которая основана на предположении, что цена базового актива S непрерывно изменяется со временем t , а ее будущее значение имеют логарифмическое нормальное распределение. Уравнение описанного процесса имеет вид:

$$dS = \mu S dt + \delta S dW, \quad (1)$$

где, μ – ожидаемая доходность базового актива, δ – волатильность, dW – винеровский процесс, который управляет стохастическим изменением цены. Согласно такой модели процентная ставка доходности ds/S на интервале dt имеет нормальное распределение со средним μ и дисперсией σ^2 .

Модель Блэка – Шоулса построена в предположении о нормальном законе распределения прибыли от торговли. Это означает, что предполагается выполнение логнормального распределения для решения дифференциального уравнения (1).

В рамках модели Блэка-Шоулса справедливая цена опциона определяется как

$$C(S, t) = S \cdot \Phi(d_1) - E \cdot e^{-r(T-t)} \Phi(d_2), \quad (2)$$

где r - безрисковая процентная ставка, T - время исполнения опциона,

$$d_1 = \frac{\ln S - \ln E + (r + 0.5\sigma^2)(T-t)}{\sqrt{(T-t)}\sigma}, \quad d_2 = \frac{\ln S - \ln E + (r - 0.5\sigma^2)(T-t)}{\sqrt{(T-t)}\sigma} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t},$$

$\Phi(d_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d_i} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ - функция распределения стандартной нормальной случайной величины.

Основным недостатком модели Блэка – Шоулса является предположение о постоянном уровне волатильности $\sigma = \text{const}$. Оно наиболее существенно ограничивает анализ реальных рискованных активов, торгуемых на фондовых рынках, так как зачастую эти финансовые инструменты обладают переменной волатильностью с функциональной зависимостью вида $\sigma = \sigma(t, S)$ или более сложной, когда σ является стохастическим процессом.

1.2 Модель постоянной эластичности дисперсии

Модель постоянной эластичности дисперсии (CEV модель) основана на предположении [18], что риск-нейтральный процесс, описывающий поведение цены базового актива S , имеет вид

$$dS = \mu S dt + \delta S^{\frac{\beta}{2}} dW, \quad (3)$$

где μ – ожидаемая доходность базового актива, δ – параметр волатильности (изменчивости), dW – винеровский процесс, $0 < \beta < 2$ – некоторый коэффициент. Модель постоянной эластичности дисперсии работает в предположении о существовании взаимосвязи между ценой и волатильностью.

От значения параметра β зависит, какой вид примет модель:

- $\beta = 0$ - процесс абсолютной диффузии (уравнение Орнштейна-Уленбека) [18];
- $\beta = 2$ - процесс Ито (геометрическое броуновское движение);
- $\beta = 1$ - модель Кокса-Росса (1976).

Если $\beta < 2$, то при уменьшении цены базового актива ее волатильность увеличивается. Это создает распределение вероятностей с тяжелым левым хвостом и менее тяжелым правым хвостом.

Если $\beta > 2$, то при увеличении цены базового актива ее волатильность растет, создавая распределение вероятностей с тяжелым правым хвостом и менее тяжелым левым хвостом [7]. Это соответствует «улыбки волатильности», то есть волатильность является возрастающей функцией, зависящей от цены акций [8].

Недостатком этой модели является математический аппарат, который усложняется за счет того, что данное уравнение не имеет явного аналитического решения, следовательно, относительно S уравнение может быть разрешено только численно, например, с помощью метода Рунге-Кутты [19].

Пусть $\nu = (2 - \beta)^{-1}$, $\tau = T - t$ и $m = \exp(r(2 - \beta)\tau)$. В рамках CEV-модели вычисление цены опциона *call* (C) определено как [1]:

$$C = S Q\left(2y; 2 + \frac{2}{2 - \beta}, 2x\right) - E e^{-r(T-t)} \left(1 - Q\left(2x; \frac{2}{2 - \beta}, 2y\right)\right), \quad (4)$$

где:

$$x = mkS^{2-\beta};$$

$$y = kE^{2-\beta};$$

$$k = \frac{2r}{\sigma^2(2 - \beta)(m - 1)};$$

$Q(2y; 2\nu, 2x)$ – хвостовое нецентрированное X^2 -распределение с числом степеней свободы 2ν и параметром сдвига $2x$. Данное определение задается формулой:

$$Q(2y; 2\nu, 2x) = \frac{1}{2} \int_{2y}^{\infty} e^{-(2x+u)/2} \left(\frac{u}{2x}\right)^{(\nu-1)/2} I_{\nu-1}(\sqrt{2xu}) du = \sum_{n=1}^{\infty} g(n, x) G(n + \nu - 1, y)$$

где:

- $g(n, x) = \frac{e^{-x} x^{n-1}}{\Gamma(n)}$ – плотность хвостового (дополнительного) Гамма-

распределения;

- $\Gamma(n)$ – гамма-функция;
- $G(n + \nu - 1, y) = \int_y^\infty g(n + \nu - 1, t) dt$ – хвостовое Гамма-распределение;
- $I_q(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^q \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(z^2/4)^j}{j! \Gamma(q + j + 1)}$ – модифицированная функция Бесселя

первого рода порядка q .

При больших значениях параметров [3] x, y функция $Q(2y; 2\nu; 2x)$, выраженная через $G(n + \nu - 1, y)$ и $g(n, x)$, достаточно медленно сходится. Поэтому для вычисления $Q(2y; 2\nu; 2x)$ можно использовать аппроксимацию вида:

$$Q(2y; 2\nu, 2x) = \Phi(R),$$

$$\text{где } R = \frac{1 - hp \left(1 - h + \left(1 - \frac{h}{2} \right) mp \right) - \left(\frac{y}{\nu + x} \right)^h}{h \sqrt{2p(1 + mp)}}, \quad h = 1 - \frac{2(\nu + x)(\nu + 3x)}{3(\nu + 2x)^2},$$

$$p = \frac{(\nu + 2x)}{2(\nu + x)^2}, \quad m = (h - 1)(1 - 3h).$$

Цену опциона *put* (P) можно найти из соотношения:

$$P_t = Ke^{-rt} Q(2x; 2\nu, 2y) - S(1 - Q(2y; 2 + 2\nu, 2x)).$$

1.3 Волатильность

Прогнозирование волатильности рискованных активов является важным этапом для построения математических моделей финансовой математики. Оно используется для расчета справедливой цены опционов, применяется для разработки различных прибыльных стратегий портфелей ценных бумаг.

Первые работы по исследованию волатильности были основаны на предположении нормальности дневных приращений цен акций. Но данное предположение в дальнейшем было опровергнуто[1]. У эмпирической функции плотности распределения, построенной на основе исторических данных (Рисунок 1), существует ненулевой эксцесс (*kurtosis*) и асимметрия (*skew*). Кроме того, присутствует вытянутость функции плотности в ε -окрестности точки математического ожидания, а также наблюдаются так называемые «толстые хвосты» (*fat-tails*), когда вероятность значительных изменений ценовых приращений выше, чем для нормального распределения. Математически это означает, что случайный процесс является негауссовым, немарковским с долговременной корреляцией между данными.

Для изучения распределений таких случайных процессов и прогнозирования будущего уровня их волатильности было предложено большое количество моделей.

Наиболее изученной является модель Блэка – Шоулса для опционов. Она базируется на формуле Блэка – Шоулса расчета равновесной цены опционов покупателя и продавца. Фиксируя в ней различные цены исполнения E (*strike prices*) и сроки окончания действия контрактов T (*times to maturity*), получают так называемую «предполагаемую волатильность» (*implied volatility*), которую сравнивают с эмпирическими оценками σ по историческим данным. Данная модель позволяет построить новое распределение (*implied*–распределение) приращений временного ряда, которое уже будет иметь более толстые хвосты (Рисунок 1) по

сравнению с нормальным распределением и, как следствие, дает возможность рассчитать волатильность более точно. Тем не менее, хвосты остаются достаточно «тонкими» по сравнению с распределениями данных реальных финансовых рынков.

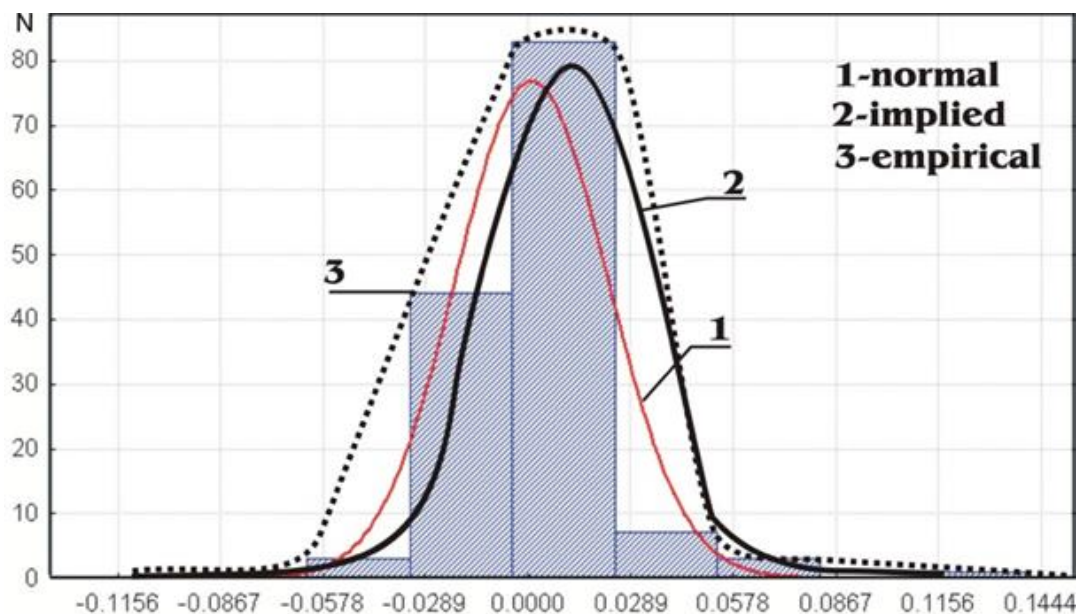


Рисунок 1 - Эмпирическая плотность распределения для опциона покупателя (call option) на фьючерсный контракт на акции ПАО ЕЭС РТС с котировками в рублях (код ES7000F5, торги проходили с 01 декабря 2004 по 05 июля 2005 года, всего 143 котировки) в сравнении с другими плотностями (1 – нормальная плотность с $a=10^{-3}$, $\sigma=4,5 \times 10^{-4}$; 2 – implied –плотность; 3 – эмпирическая плотность с $a=10^{-3}$, $\sigma=4,5 \times 10^{-4}$), N – число наблюдений, попавших в соответствующий интервал [1].

Часто «предполагаемая волатильность» опциона бывает более полезной оценкой, чем цена опциона. Причина в том, что цена опциона зависит напрямую от цены базового актива. Если опцион держится в составе дельта-нейтрального портфеля (то есть портфеля, который захеджирован против небольших движений базового актива), следующим по важности фактором в цене опциона будет вмененная волатильность.

Implied volatility так важна, что об опционах часто говорят в терминах волатильности, а не в терминах цены, особенно между профессиональными трейдерами.

Для вычисления «предполагаемой волатильности» опциона нет конкретной формулы [20], поэтому для ее нахождения необходимо решить уравнение

$$C(S, t, \sigma, r, E, T) = C_{real}, \quad (5)$$

где $C(S, t, \sigma, r, E, T)$ - теоретическая справедливая цена опциона типа call, рассчитанная по формуле Блэка-Шоулса или в рамках CEV модели, C_{real} - реальная цена опциона на рынке. В уравнении (5) известно всё, кроме σ , однако его решение является отдельной сложной задачей. Например, при выборе формулы Блэка-Шоулса (2) для расчета справедливой цены опциона необходимо использовать аппроксимацию Шапиро для функции распределения $\Phi(x)$

$$\Phi(x) \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}} (AD + BD^2 + CD^3),$$

$$\text{где } A = 0,43613; B = -0,120167; C = 0,937298; D = (1 + 0.33267x)^{-1}.$$

В случае использования модели постоянной эластичности дисперсии для расчета справедливой цены опциона, «предполагаемая волатильность» рассчитывается по уравнению (5), где $C(S, t, \sigma, r, E, T)$ - теоретическая справедливая цена опциона типа call, рассчитанная по формуле (4). Для расчета $Q(2y; 2\nu, 2x)$ целесообразно использовать ее асимптотики:

$$1. \quad \tau \rightarrow 0$$

$$\begin{aligned} Q(2y; 2 + 2\nu, 2x) &= \frac{1}{2} \int_{2y}^{\infty} e^{-(2x+u)/2} \left(\frac{u}{2x} \right)^{\nu/2} I_{\nu}(\sqrt{2xu}) du = (\text{sub } u=2xz^2) = \\ &= 2x \int_{\sqrt{y/x}}^{\infty} e^{-x(1+z^2)} z^{\nu+1} I_{\nu}(2xz) dz, \end{aligned} \quad (6)$$

$$Q(2x; 2\nu, 2y) = \frac{1}{2} \int_{2x}^{\infty} e^{-(2y+u)/2} \left(\frac{u}{2y} \right)^{(\nu-1)/2} I_{\nu-1}(\sqrt{2yu}) du = (\text{sub } u=2yz^2) =$$

$$= 2y \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-y(1+z^2)} z^v I_{v-1}(2yz) dz, \quad (7)$$

Используем асимптотику для модифицированной функции Бесселя, когда аргумент $z \rightarrow \infty$:

$$I_v(z) \sim \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}}.$$

Тогда (6) и (7) переписывается в виде:

$$\begin{aligned} Q(2y; 2+2v, 2x) &\sim \sqrt{\frac{x}{\pi}} \int_{\sqrt{y/x}}^{\infty} e^{-x(z-1)^2} z^{v+1/2} dz = (\text{sub } z = 1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}) = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}\right)^{v+1/2} dp = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp + O\left(\frac{1}{\sqrt{2x}}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Q(2x; 2v, 2y) &= \sqrt{\frac{y}{\pi}} \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-y(z-1)^2} z^{v-1/2} dz = (\text{sub } z = 1 + \frac{p}{\sqrt{2y}}) = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2y}(\sqrt{x/y}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{2y}}\right)^{v-1/2} dp = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2y}(\sqrt{x/y}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp + O\left(\frac{1}{\sqrt{2y}}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

2. $\sigma \rightarrow \infty$

В данном случае используется следующая асимптотика функции Бесселя при $z \rightarrow 0$:

$$I_v(2z) \sim \frac{z^v}{\Gamma(v+1)}.$$

Тогда

$$Q(2y; 2+2v, 2x) \sim 2 \frac{x^{v+1} e^{-x}}{\Gamma(v+1)} \int_{\sqrt{y/x}}^{\infty} e^{-xz^2} z^{2v+1} dz = (\text{sub } z = \sqrt{t/x}) = \frac{e^{-x}}{\Gamma(v+1)} \int_y^{\infty} e^{-t} t^v dt, \quad (10)$$

$$Q(2x; 2v, 2y) \sim \frac{2y^v e^{-y}}{\Gamma(v)} \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-yz^2} z^{2v-1} dz = (\text{sub } z = \sqrt{t/y}) = \frac{e^{-y}}{\Gamma(v)} \int_x^{\infty} e^{-t} t^{v-1} dt. \quad (11)$$

3. $E \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned}
Q(2y; 2+2v, 2x) &\sim \sqrt{\frac{x}{\pi}} \int_{\sqrt{y/x}}^{\infty} e^{-x(z-1)^2} z^{v+1/2} dz = (\text{sub } z = 1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}) = \\
&= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}\right)^{v+1/2} dp = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp + O\left(\frac{1}{\sqrt{2x}}\right), \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q(2x; 2v, 2y) &= \sqrt{\frac{y}{\pi}} \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-y(z-1)^2} z^{v-1/2} dz = (\text{sub } z = 1 + \frac{p}{\sqrt{2y}}) = \\
&= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2y}(\sqrt{x/y}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{2y}}\right)^{v-1/2} dp = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2y}(\sqrt{x/y}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp + O\left(\frac{1}{\sqrt{2y}}\right). \quad (13)
\end{aligned}$$

4. $r \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned}
Q(2y; 2+2v, 2x) &\sim \sqrt{\frac{x}{\pi}} \int_{\sqrt{y/x}}^{\infty} e^{-x(z-1)^2} z^{v+1/2} dz = (\text{sub } z = 1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}) = \\
&= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}\right)^{v+1/2} dp = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp + O\left(\frac{1}{\sqrt{2x}}\right); \quad (14)
\end{aligned}$$

$$Q(2x; 2v, 2y) \sim \frac{2y^v e^{-y}}{\Gamma(v)} \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-yz^2} z^{2v-1} dz = (\text{sub } z = \sqrt{t/y}) = \frac{e^{-y}}{\Gamma(v)} \int_x^{\infty} e^{-t} t^{v-1} dt. \quad (15)$$

5. $T \rightarrow \infty$

$$Q(2y; 2+2v, 2x) \rightarrow 2C \int_0^{\infty} e^{-C(1+z^2)} z^{v+1} I_v(2Cz) dz = (\text{sub } z = \sqrt{t}) = C e^{-C} \int_0^{\infty} e^{-Ct} t^{v/2} I_v(2C\sqrt{t}) dt$$

$$Q(2x; 2v, 2y) = 2y \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-y(1+z^2)} z^v I_{v-1}(2yz) dz \sim \frac{2y^v e^{-y}}{\Gamma(v)} \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-yz^2} z^{2v-1} dz = (\text{sub } z = p(2y)^{-1/2})$$

$$= \frac{e^{-y}}{2^{v-1} \Gamma(v)} \int_{\sqrt{2x}}^{\infty} e^{-p^2/2} p^{2v-1} dp \rightarrow \frac{1}{2^{v-1} \Gamma(v)} \int_{\sqrt{2C}}^{\infty} e^{-p^2/2} p^{2v-1} dp = \text{const}.$$

1.4 Риск – нейтральная функция плотности

Рассмотрим портфель, который состоит из двух купленных опционов покупателя с ценами исполнения $E - \varepsilon$ и $E + \varepsilon$, где ε – бесконечно малая величина. Если базовый актив имеет цену, выходящую за границы интервала $[E - \varepsilon; E +$

$\varepsilon]$, контрагент не получает ничего. Если устремить ε к нулю, то можно заметить, что функция выплаты f_T в момент времени T стремится к дельта функции с центром в точке E .

Цена опциона покупателя $C(S_T, E, \tau)$ с базовым активом стоимостью S_T , ценой исполнения X в произвольный момент времени t равна

$$C(S_T, E, t) = E^* \left(\frac{f_T}{e^{rt}} \right),$$

где r - безрисковая процентная ставка;

E^* - риск-нейтральное математическое ожидание с плотностью f^* .

Перейдем к пределу при $\varepsilon \rightarrow 0$ и получим

$$C(S_T, E, t) = e^{-rt} f^*(X).$$

С другой стороны, цена справедливого опциона покупателя может быть записаны в виде

$$\frac{1}{\varepsilon^2} [-2C(S_T, E, t) + C(S_T, E - \varepsilon, t) + C(S_T, E + \varepsilon, t)] \rightarrow C''_{EE}(S_T, E, t).$$

Таким образом риск-нейтральную плотность можно записать в виде

$$f^*(X) = e^{rt} C''_{EE}(S_T, E, t). \quad (16)$$

Теорема

В рамках модели постоянной эластичности дисперсии существует функция риск-нейтральной плотности $f^*(S_t, E, T)$ для опционов европейского типа с ценой исполнения $S_T = E$

$$f^*(S_t, S_T, T) = e^{rt} \frac{\partial^2 C_t^*(S_t, E, T)}{\partial E^2} \Big|_{E=S_T}, \quad (17)$$

$$\text{где } \frac{\partial^2 C_t^*(S_t, E, T)}{\partial E^2} = \frac{2S(2-\beta)^2}{E^2} y(y-1+\nu) p(2y; 2+2\nu, 2x) - \frac{2S(2-\beta)}{E} y p(2y; 2\nu, 2x) +$$

$$+ e^{-rt} \frac{2(2-\beta)^2}{E} y(1+\nu-y) p(2x; 2+2\nu, 2y) + e^{-rt} \frac{2(2-\beta)^2}{E} y^2 p(2x; 4+2\nu, 2y), \quad (18)$$

где $p(\omega; \nu, \lambda)$ - нецентрированная функция плотности χ^2 -распределения, которая определяется формулой

$$p(\omega; \nu, \lambda) = \frac{1}{2} e^{-(\lambda+\omega)/2} (\omega/\lambda)^{(\nu-2)/4} I_{(\nu-2)/2}(\sqrt{\lambda\omega}).$$

С помощью риск-нейтральной плотности вероятности можно найти справедливую цену европейского опциона

$$C(S_T, E, \tau, \sigma) = e^{-r\tau} \int_R \max[S_T - E, 0] f^*(S_t) dS_t. \quad (19)$$

Рассмотрим асимптотики $p(\omega; \nu, \lambda)$ при $\tau \rightarrow 0$, $\sigma \rightarrow \infty$, $K \rightarrow \infty$, $r \rightarrow \infty$, $T \rightarrow \infty$.

1. $\tau \rightarrow 0$

$$p(2x; 2\nu; 2y) \sim e^{-x} e^{-y} e^{2\sqrt{x}\sqrt{y}} C \frac{1}{\sqrt[4]{xy}} \sim \frac{C}{e^{k(\sqrt{mS^{2-\beta}} - \sqrt{E^{2-\beta}})^2} \sqrt[4]{xy}},$$

$$p(2y; 4+2\nu, 2x) \sim e^{-x} e^{-y} e^{2\sqrt{x}\sqrt{y}} C_1 \frac{1}{\sqrt[4]{xy}} \sim \frac{C_1}{\sqrt[4]{xy}} e^{-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2} \sim \frac{C_1}{e^{k(\sqrt{mS^{2-\beta}} - \sqrt{E^{2-\beta}})^2} \sqrt[4]{xy}},$$

$$p(2y; 4+2\nu, 2x) \sim p(2y; 6+2\nu, 2x),$$

$$p(2x; 2\nu; 2y) \sim p(2x; 2+2\nu; 2y),$$

где C и C_1 константы зависящие от τ .

2. $\sigma \rightarrow \infty$

$$p(2y; 4+2\nu, 2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(\nu+2)} y^{\nu+1},$$

$$p(2x; 2\nu, 2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(\nu)} x^{\nu-1},$$

$$p(2y;6+2v,2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+3)} y^{v+2},$$

$$p(2x;2+2v,2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+1)} x^v.$$

3. $E \rightarrow \infty$

$$p(2y;4+2v,2x) \sim \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}}{\sqrt[4]{xy}} \left(\frac{y}{x}\right)^{(v+1)/2}, \quad (20)$$

$$p(2y;6+2v,2x) \sim \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}}{\sqrt[4]{xy}} \left(\frac{y}{x}\right)^{(v+2)/2}, \quad (21)$$

$$p(2x;2v,2y) \sim \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}}{\sqrt[4]{xy}} \left(\frac{x}{y}\right)^{(v-1)/2}, \quad (22)$$

$$p(2x;2+2v,2y) \sim \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}}{\sqrt[4]{xy}} \left(\frac{x}{y}\right)^{v/2}. \quad (23)$$

4. $r \rightarrow \infty$

$$p(2y;4+2v,2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+2)} y^{v+1},$$

$$p(2x;2v,2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v)} x^{v-1},$$

$$p(2y;6+2v,2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+3)} y^{v+2},$$

$$p(2x;2+2v,2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+1)} x^v.$$

5. $T \rightarrow \infty$

$$p(2y; 4 + 2v, 2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+2)} y^{v+1},$$

$$p(2x; 2v, 2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v)} x^{v-1},$$

$$p(2y; 6 + 2v, 2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+3)} y^{v+2},$$

$$p(2x; 2 + 2v, 2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+1)} x^v.$$

В случае опциона произвольного типа плотность f^* не возможно представить в виде явной аналитической формулы. В работе [21] было предложено оценивать плотность с помощью непараметрических подходов. Для практических вычислений подход неудобен, так как необходимо восстановить непрерывную функцию f^* по значениям второй производной $C_{EE}''(S_T, X, \tau)$ лишь в нескольких известных точках X (страйки фиксируются с определенным шагом согласно спецификации контрактов). Таким образом данный подход связан с высокой вычислительной погрешностью.

1.5 Модель ядерной регрессии

Пусть задано пространство объектов X и множество возможных ответов Y . Существует неизвестная целевая зависимость $f: X \rightarrow Y$, значения которой известны только на объектах имеющейся выборки $(X_i, Y_i), i = \overline{1, n}$. Требуется построить алгоритм $\hat{f}: X \rightarrow Y$, аппроксимирующий целевую зависимость f .

Непараметрические методы представляют собой такие статистические приемы, которые не требуют спецификации функциональных форм оцениваемых объектов, вместо этого данные сами определенным способом формируют модель.

Идея ядерного сглаживания состоит в представлении последовательности весов $\{W_i(x)\}, i = \overline{1, n}$, где форма весовой функции $W_i(x)$ описывается посредством функции плотности со скалярным параметром h (ширина окна), который регулирует размер и форму весов около x . Эту функцию формы принято называть ядром K [10].

Ядро – ограниченная, вещественная функция K с единичным интегралом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(z) dz = 1.$$

Последовательность весов для ядерных оценок определяется как:

$$W_i(x) = \frac{K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)}{\sum_{j=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)}.$$

Для сглаживания в многомерном случае в основном применяют произведение одномерных ядер. В этом случае ядерная оценка регрессии имеет вид:

$$\hat{r}(x) = \sum_{i=1}^n Y_i W_i(x) = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \prod_{j=1}^m K\left(\frac{x_j - X_{ij}}{h}\right)}{\sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^m K\left(\frac{x_j - X_{ij}}{h}\right)}, \quad (24)$$

где j – номер фактора.

1.5.1 Выбор ядра $K(u)$ и оптимальной ширины окна h

Обычно в качестве ядерных функций рассматривают:

- Равномерное

$$K(u) = \frac{1}{2}I\{|u| \leq 1\};$$

- Треугольное

$$K(u) = (1 - |u|)I\{|u| \leq 1\};$$

- Епанечниково

$$K(u) = \frac{3}{4}(1 - u^2)I\{|u| \leq 1\};$$

- Гауссово (нормальное) ядро

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-u^2}{2}}.$$

Следует отметить, что областью определения первых трех ядер является отрезок $[-1,1]$, в то время как последнее имеет бесконечный носитель (Рисунок 2). Следовательно, при использовании равномерного, треугольного или Епанечникова ядра оценка будет использовать информацию в ограниченном окне в окрестности X , а оценка, использующая гауссово ядро, будет использовать информацию из всех наблюдений.

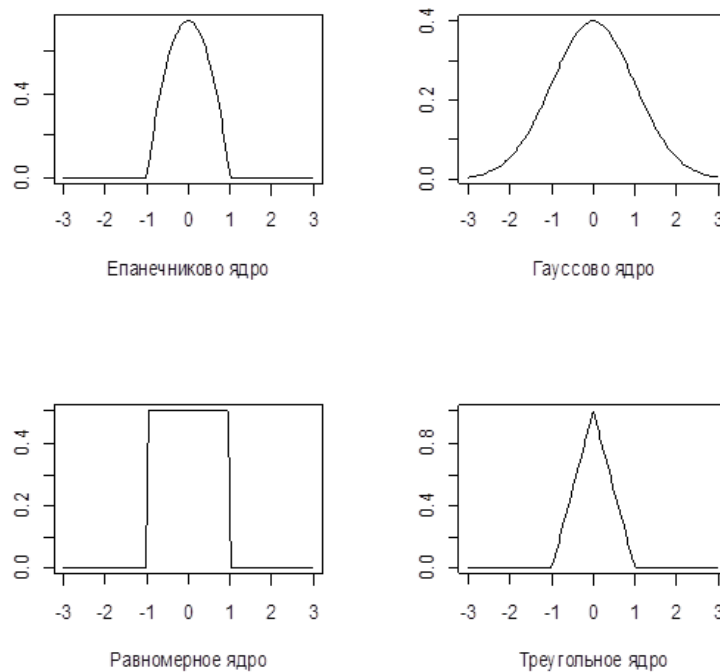


Рисунок 2 – Области определения ядерных функций

Исходя из этого, для расчета ядерной оценки будет использоваться нормальное ядро [22]:

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}. \quad (25)$$

Ещё одним важным фактором в проведении качественного непараметрического оценивания является выбор подходящей ширины окна для имеющейся задачи. Хотя ядерная функция остается важной, ее главная роль состоит в обеспечении дифференцируемости и гладкости получающихся оценок. Ширина окна, с другой стороны, определяет поведение оценки в конечных выборках, что ядерная функция сделать просто не в состоянии. Рассмотрим два подхода к определению параметра размытости (ширины спектра):

1. Параметр размытости определяется как полуразмах выборки:

$$h_j = \frac{x_{max}^j - x_{min}^j}{2}, j = \overline{1, m}.$$

2. Ширина спектра определяется как [21]:

$$h_j = s_j n^{\frac{-1(8+2q)}{\ln(n)}}, \quad (26)$$

где q – порядок ядерной функции, s_j - безусловное стандартное отклонение для фактора j .

2 Практическая часть

2.1 Среда моделирования

Одним из важных аспектов качественной реализации модели является выбор оптимальной программной среды. В настоящее время существует большое количество языков программирования и сред разработки. Для проведения научных исследований в области математического моделирования и программирования под какие-либо математические задачи часто применяется MATLAB, Microsoft Excel, Mathcad, R и другие.

В рамках выполнения поставленных задач работы были выбраны две программные среды: Mathcad и Microsoft Excel. В первом пакете писались и тестировались блоки программирования, а в Microsoft Excel велась первичная обработка и анализ исходных данных.

2.2 Расчет извлеченной волатильность и построение ядерной оценки

В качестве исходных данных использовались значения тайваньского индекса TAIEX (единица измерения – тайв. дол.) в период с 1 марта по 17 апреля 2019. Индекс TAIEX (Taiwan Capitalization Weighted Stock Index) ключевой фондовый индекс Тайваньской фондовой биржи со штаб-квартирой в Тайбэе. Он является одним из самых старых в мире и действует с 05 января 1967 года. Особенностью данного индекса является привязка к предприятиям высокотехнологичного сектора, а также особый экономический режим, связанный с КНР.

Для данного базового актива существует европейский опцион с тикером группы ТХО. Для исследования выбран опциона с ценой исполнения $E=10\,500$ тайв.дол. , безрисковая процентная ставка $r=0.1$, $T=0.25$ (квартал).

На рисунке 3 представлен график зависимости стоимости базового актива от номера рабочего дня.

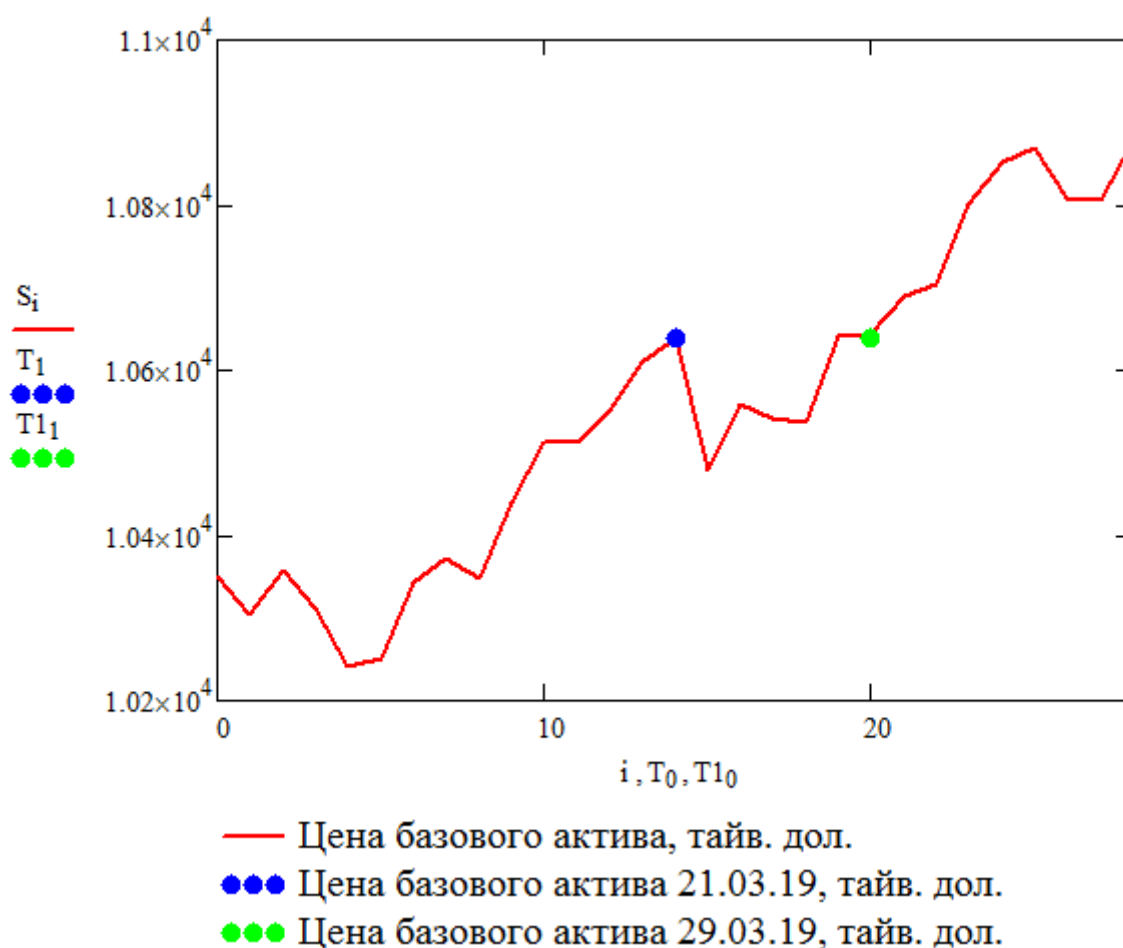


Рисунок 3 – График зависимости цены базового актив от номера рабочего дня

Для дальнейшего исследования важно отметить специфику исходных данных. На данный момент между США и Китаем идет так называемая «торговая война», обострившаяся в 2018-2019 годах. Еще в ходе своей предвыборной кампании Дональд Трамп заявлял, что торговые отношения с Китаем вредят США. Вступив на пост президента Трамп звонил напрямую президенту Тайваня, инициировал расследование о краже интеллектуальной собственности США Китаем. Все эти поступки были предпосылками разгоревшейся торговый войны. С

начала 2018 года начались активные действия по установке пошлин на ввоз товаров из Китая. В свою очередь КНР также отвечали введением дополнительных пошлин на импортируемые из США продукты. Несмотря на то, что с конца 2018 года страны вышли на «тропу переговоров», экономические новости, связанные с заявлениями глав государства выходят практически каждые две недели. Так 20 марта 2019 года Дональд Трамп заявил, что Вашингтон рассматривает вопрос о сохранении торговых пошлин на существенный период. 29 марта между США и Китаем завершился один из важных этапов переговоров в Пекине. В ходе встречи страны добились некоторого прогресса в вопросе технологий, однако Китай отказался удовлетворить требования Вашингтона о структурных экономических реформах. Китай достаточно жестко выразил свое нежелание идти на уступки в ключевых моментах. Стоит отметить, что прекращение войны и новый торговый договор необходим как США, так и КНР. Для Китая Соединённые штаты – главный рынок внешней торговли, а Китай – главный кредитор США. Почти 20% американского госдолга сосредоточено в руках Китая. И если китайские власти решат продать крупную долю американских облигаций, это может обрушить не только американскую экономику, но и мировые рынки.

Несмотря на то, что переговоры стран могут продлиться еще месяц или два, в марте индексы деловой активности обеих стран выросли. Так как экономика Тайвани тесно связана с экономикой Китая, данная политическая ситуация непосредственно влияет на тайваньскую биржу.

Все расчеты в данной работе проводились в рамках модели с постоянной эластичностью дисперсии (CEV модель).

В рамках CEV модели произведен подбор параметра $\beta = 1.84$ из условия минимума евклидова расстояния между исходными данными и найденными численно данными в тех же узлах. Численное решение проведено методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности, в котором число узлов взято в 50 раз больше числа торговых дней.

Расчет извлеченной волатильности проводится по формуле (5), где $C(S, t, \sigma, r, E, T)$ представляется с помощью асимптотики $E \rightarrow \infty$ (14)-(15) $Q(2y; 2v, 2x)$ хвостового нецентрированного χ^2 -распределение с числом степеней свободы $2v$ и параметром сдвига $2x$. Таким образом, формула (5) приняла вид:

$$C(S, t, \sigma, r, E, T) = C_{real},$$

$$\text{где } C(S, t, \sigma, r, E, T) = S \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp - E e^{-r(T-t)} \left[1 - \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2y}(\sqrt{x/y}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp \right]$$

На рисунке 4 представлен график зависимости извлеченной волатильности от номера рабочего дня тайваньской биржи.

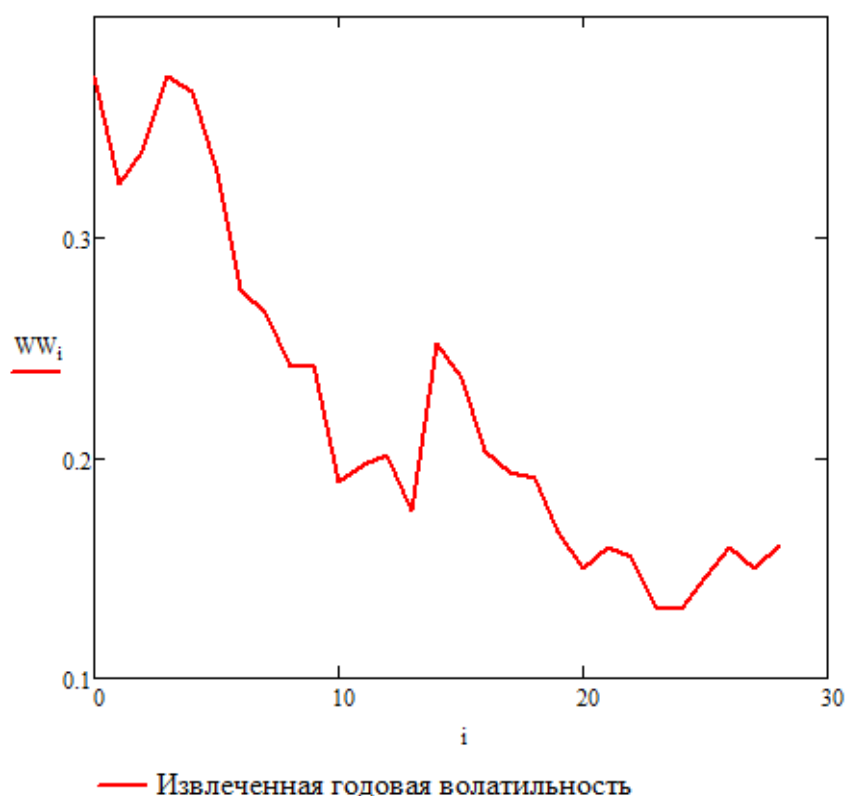


Рисунок 4 – График зависимости извлеченной волатильности в долях от номера рабочего дня

Из Рисунка 4 видно, что волатильность уменьшается ближе к времени исполнения, следовательно, и рискованность вложений падает. Рост извлечен-

ной волатильности 21 марта совпадает с выходом важных экономических новостей на мировом рынка. Также подтверждается тот факт, что при $\beta < 2$, при уменьшении цены базового актива ее волатильность увеличивается.

Для оценивания $\hat{\sigma}(X/S_\tau, \tau)$ используется ядерная оценка Надарая – Уотсона (24):

$$\hat{\sigma}(X/S_\tau, \tau) = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot k_{X/S} \left(\frac{X/S_\tau - X_i/S_{i,\tau_i}}{h_{X/S}} \right) k_\tau \left(\frac{\tau - \tau_i}{h_\tau} \right)}{\sum_{i=1}^n k_{X/S} \left(\frac{X/S_\tau - X_i/S_{i,\tau_i}}{h_{X/S}} \right) k_\tau \left(\frac{\tau - \tau_i}{h_\tau} \right)},$$

где σ_i - выше извлеченная волатильность. Ядерные функции $k(u)$ рассчитываются по алгоритму, предложенному в [21] порядков $q = 2$ и $q = 4$ соответственно, тогда (25) запишется в виде

$$k_{(2)}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}}, \quad k_{(4)}(z) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} (3 - z^2) e^{\frac{-z^2}{2}}.$$

Ширина спектра (окна) рассчитывается по формуле (26). Значение вычисленной ядерной оценки волатильности варьируется от 13,4% до 36,5%. Ядерная оценка извлеченной волатильности строится для получения непрерывной функции.

На рисунке 5 представлены графики извлеченной волатильности и ядерной оценки.



Рисунок 5 – Графики зависимости извлеченной волатильности и ядерной оценки Надарая – Уотсона в долях от номера рабочего дня

2.3 Расчет справедливой цены европейского опциона в рамках CEV модели

Справедливая стоимость опциона рассчитывается по формуле (19) с помощью построенной ядерной оценки волатильности. Тогда формула (19) будет иметь вид

$$C(S_T, E, \tau, \sigma) = e^{-r\tau} \int_R \max[S_T - E, 0] f^*(S_t) dS_T = e^{-r\tau} \int_R \max[S_T - E, 0] e^{r\tau} \frac{\partial^2 C_t^*(S_t, E, T, \hat{\sigma})}{\partial E^2} \Big|_{E=S_T} dS_T =$$

$$= \int_R \max[S_T - E, 0] \frac{\partial^2 C_t^*(S_t, E, T, \hat{\sigma})}{\partial E^2} \Big|_{E=S_T} dS_T$$

где $\frac{\partial^2 C_t^*(S_t, E, T, \hat{\sigma})}{\partial E^2}$ считается по формуле (18) с помощью асимптотики для

$p(\omega; \nu, \lambda)$ при $E \rightarrow \infty$ (20)-(23).

На рисунке 6 представлен график зависимости справедливой цены европейского опциона в рамках модели CEV со страйком 10 500 тайв.дол. :

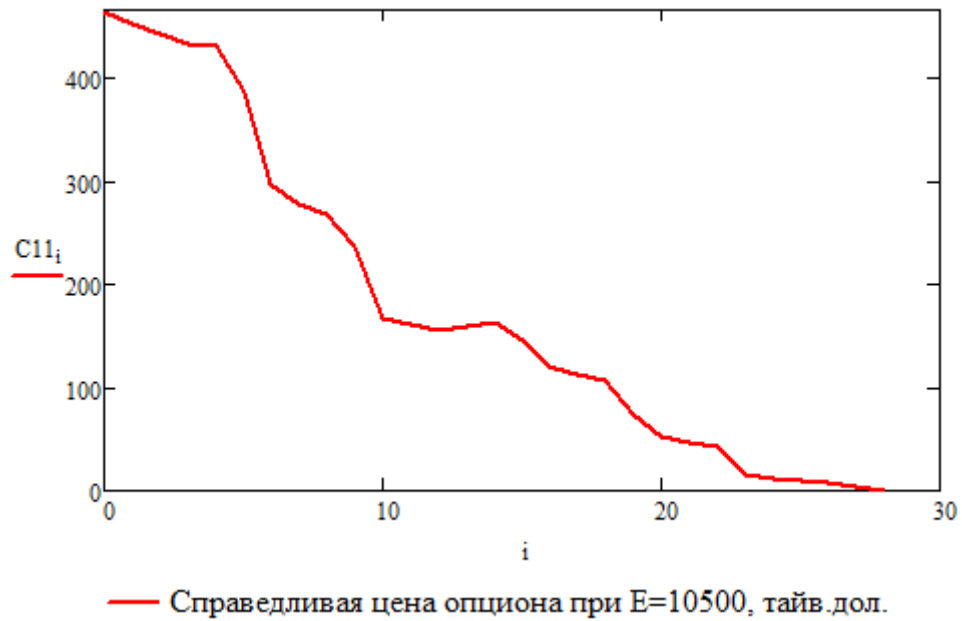


Рисунок 6 – Справедливая цена европейского опциона call, посчитанная с помощью ядерной оценки волатильности и риск-нейтральной плотности

Для проверки написанного кода на адекватность, рассмотрим асимптотику при $\tau \rightarrow 0$. В этом случае будут справедливы следующие предельные значения:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} C_t = S \begin{cases} 0, S < E \\ 1, S > E \end{cases} - E \begin{cases} 0, S < E \\ 1, S > E \end{cases} = \begin{cases} 0, S < E \\ (S - E), S > E \end{cases}.$$

На рисунках 7 и 8 представлены графики для двух предельных случаев, описанных выше

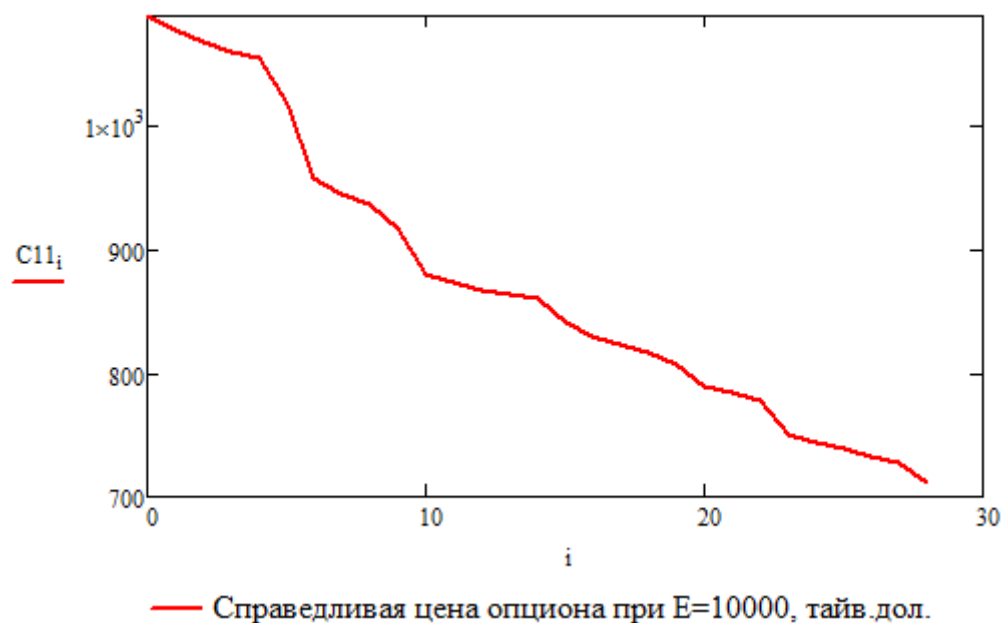


Рисунок 7 – Справедливая цена европейского опциона call, посчитанная с помощью ядерной оценки волатильности и риск-нейтральной плотности со страйком $E=10\ 000$ тайв. дол.

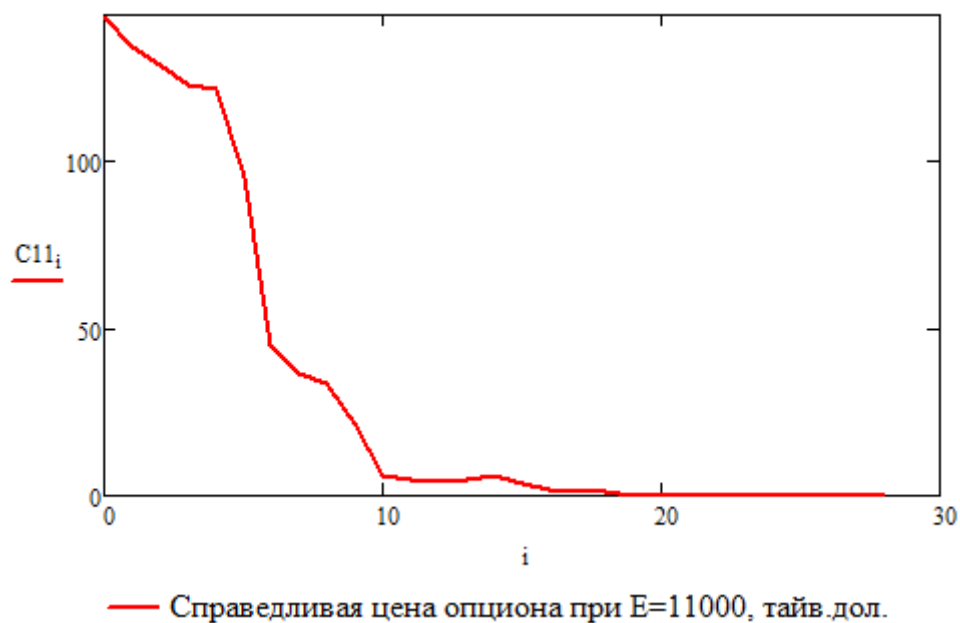


Рисунок 8 – Справедливая цена европейского опциона call, посчитанная с помощью ядерной оценки волатильности и риск-нейтральной плотности со страйком $E=11\ 000$ тайв. дол.

Из рисунков 7 и 8 можно сделать вывод о том, что предельные случаи в рамках построенной модели выполняются.

3 Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение

3.1 Потенциальные потребители результатов исследования

Для анализа потребителей результатов исследования необходимо рассмотреть целевой рынок и провести его сегментирование.

Целевой рынок – сегменты рынка, на котором будет продаваться в будущем разработка.

Сегмент рынка – это особым образом выделенная часть рынка, группы потребителей, обладающих определенными общими признаками.

Сегментирование – это разделение покупателей на однородные группы, для каждой из которых может потребоваться определенный товар (услуга). Могут быть применены критерии сегментирования рынка потребителей, как географический, демографический, поведенческий и иные.

В процессе написания выпускной квалификационной работы были определены следующие потенциальные потребители разработанного продукта: инвестиционные банки («Премьер БКС»), консалтинговые компании (АО «Инвестиционные холдинг ФИНАМ»), трейдеры (торгующие европейскими опционами на акции), брокеры («Открытие Брокер»).

3.2 Анализ конкурентных решений

Существуют различные модели для ценообразования опционов европейского типа. В данной работе мы используем CEV-модель (модель постоянной эластичности дисперсии (Φ)). Также существует модель Блэка-Шоулса (K_1), являющейся частным случаем CEV-модели. Каждая из них имеет свои особые признаки, анализ которых представлен в Таблице 1.

Таблица 1 - Оценочная карта для сравнения конкурентных решений

Критерии оценки	Вес критерия	Баллы		Конкурентоспособность	
		Б _{К1}	Б _Ф	К _{К1}	К _Ф
Технические критерии оценки эффективности					
1. Анализ реальных рисков активов	0,5	2	4	1	2
2. Учитывает случайность и изменчивость функции волатильности	0,3	3	5	0,9	1,5
3. Риск-нейтральный подход	0,1	5	5	0,5	0,5
4.Эффект «левереджинга»	0,1	1	5	0,1	0,5
Итого	1	1	9	2,5	4,5

Позиция разработки оценивается по каждому показателю экспертным путем по пятибалльной шкале, где 1 – наиболее слабая позиция, а 5 – наиболее сильная. Анализ конкурентных решений определяется по формуле:

$$K = \sum B_i \cdot B_i,$$

где K – конкурентоспособность решения или конкурента, B_i – вес показателя (в долях единицы), B_i – балл i -го показателя.

Таким образом, можно сделать вывод, что SEV-модель по многим показателям является более предпочтительной, чем другие модели ценообразования опционов (значение 5 является максимальным).

3.3 SWOT-анализ

SWOT-анализ применяют для исследования внешней и внутренней среды проекта. Приведем матрицу SWOT-анализа для CEV-модели.

Таблица 2 - Матрица SWOT-анализа

	Сильные стороны научно-исследовательского проекта:	Сильные стороны научно-исследовательского проекта:
	C1.Используется локальная волатильность C2.Существует аналитическая формула цены (не для всех моделей она есть)	Сл1. Используется сложный математический аппарат Бесселевых функций Сл2. Сложность численного вычисления (при большом количестве итераций возникает неопределенность)
Возможности В1.Заинтересованность со стороны инвесторов в расчете справедливой цены опциона В2.Опционные программы вознаграждения В3.Адаптивная программа для расчета на реальных данных	В1С2 Определение аналитической цены опциона В1С1 Высчитывается более точная справедливая цена опциона, так как модель учитывает параметры базового актива	В1Сл2 Ограничить число данных для уменьшения погрешности при расчете цены опциона или использовать другой математический аппарат для вычисления (ядерные функции)
Угрозы У1. Финансовый кризис У2. Изменение ставки ФРС (безрисковая процентная ставка)	У2С1С2 Получить большее преимущество для трейдера при наличии сильных движений	У1Сл1 Развитие новых финансовых инструментов

3.4 Оценка готовности проекта к коммерциализации

На какой бы стадии жизненного цикла не находилась научная разработка полезно оценить степень ее готовности к коммерциализации и выяснить уровень собственных знаний для ее проведения (или завершения).

Таблица 3 – Оценка степени готовности научного проекта к коммерциализации

№ п/п	Наименование	Степень прорабо- танности научного проекта	Уровень имеющихся знаний у раз- работчика
1	Определен имеющийся научно-технический задел	3	5
2	Определены перспективные направления коммерциализации научно-технического раздела	3	4
3	Определена товарная форма научно-технического задела для представления на рынок	3	4
4	Определены авторы и осуществлена охрана их прав	4	5
5	Проведена оценка стоимости интеллектуальной собственности	3	3
6	Проведены маркетинговые исследования рынков сбыта	2	2
7	Разработан бизнес-план коммерциализации научной разработки	1	2
8	Определены пути продвижения научной разработки на рынок	2	3
9	Разработана стратегия (форма) реализации научной разработки	2	2
10	Проработаны вопросы использования услуг инфраструктуры поддержки, получения льгот	1	2
11	Проработаны вопросы финансирования коммерциализации научной разработки	2	2
12	Имеется команда для коммерциализации научной разработки	1	2
13	Проработан механизм реализации научного проекта	2	3
	ИТОГО БАЛЛОВ	32	43

При проведении анализа по таблице, приведенной выше, по каждому показателю ставится оценка по пятибалльной шкале. При этом система измерения по каждому направлению (степень проработанности научного проекта, уровень имеющихся знаний у разработчика) отличается.

Так, при оценке степени проработанности научного проекта 1 балл означает не проработанность проекта, 2 балла – слабую проработанность, 3 балла – выполнено, но в качестве не уверен, 4 балла – выполнено качественно, 5 баллов – имеется положительное заключение независимого эксперта. Для оценки уровня имеющихся знаний у разработчика система баллов принимает следующий вид: 1 означает не знаком или мало знаю, 2 – в объеме теоретических знаний, 3 – знаю теорию и практические примеры применения, 4 – знаю теорию и самостоятельно выполняю, 5 – знаю теорию, выполняю и могу консультировать.

Оценка готовности научного проекта к коммерциализации (или уровень имеющихся знаний у разработчика) определяется по формуле:

$$B_{\text{сум}} = \sum B_i ,$$

где $B_{\text{сум}}$ – суммарное количество баллов по каждому направлению;

B_i – балл по i -му показателю.

Значение $B_{\text{сум}}$ позволяет говорить о мере готовности научной разработки и ее разработчика к коммерциализации.

Как видим, в нашем случае перспективность уровня разработки – средняя, как и знания разработчика для коммерциализации.

3.5 Инициация проекта

Группа процессов инициации состоит из процессов, которые выполняются для определения нового проекта или новой фазы существующего. В рамках процессов инициации определяются изначальные цели и содержание и фиксируются изначальные финансовые ресурсы. Определяются внутренние и внешние

заинтересованные стороны проекта, которые будут взаимодействовать и влиять на общий результат.

Данная информация закрепляется в Уставе проекта.

Устав проекта документирует бизнес-потребности, текущее понимание потребностей заказчика проекта, а также новый продукт, услугу или результат, который планируется создать.

Устав проекта данной ВКР имеет следующую структуру:

- цели и результат проекта;
- организационная структура проекта;
- ограничения и допущения проекта.

3.6 Цели и результаты проекта

Под заинтересованными сторонами проекта понимаются лица или организации, которые активно участвуют в проекте или интересы которых могут быть затронуты как положительно, так и отрицательно в ходе исполнения или в результате завершения проекта. Информацию по заинтересованным сторонам приведём в таблице 4.

Таблица 4 – Заинтересованные стороны проекта

Заинтересованные стороны проекта	Ожидания заинтересованных сторон
• «Открытие Брокер»»; • Трейдеры, работающие на бирже TAIFEX.	Программа для расчета справедливой стоимости опциона на базовый актив, учитывающая случайность и изменчивость функции волатильности, и применяемая для реальных данных

Под целями и результатом проекта необходимо приведем информацию о заинтересованных сторонах проекта, иерархии целей проекта и критериях достижения целей согласно таблице 5.

Таблица 5 – Цели и результаты проекта

Цели проекта:	Получение ядерной оценки для CEV модели, анализ и сравнение с другими моделями и методиками расчета, моделирование на реальных данных.
Ожидаемые результаты проекта:	– Построена ядерная оценка CEV модели – Проведено сравнение с моделью Блэка-Шоулса – Моделирование на реальных данных тайваньской биржи TAIFEX
Критерии приемки результата проекта	
Требования к результату проекта:	Требование:
	– Подбор оптимальных параметров – Вычисленные справедливые цены опционов должны отличаться от реальных не более чем на 5-10%

3.7 Организационная структура проекта

В части «организационная структура проекта» необходимо принять решение о количестве человек, которые будут входить в рабочую группу, определить роль каждого участника в данном проекте, а также прописать функции, выполняемые каждым из участников и их трудозатраты в проекте. Эта информация представлена в таблице 6.

В ходе реализации научного проекта, помимо магистранта, задействован ряд специалистов:

Руководитель проекта – отвечает за реализацию проекта в пределах заданных ограничений по ресурсам, координирует деятельность участников проекта. В большинстве случаев эту роль выполняет руководитель магистерской диссертации.

Исполнитель по проекту – специалист, выполняющий отдельные работы по проекту. В случае, если магистерская работа является законченным научным

исследованием – исполнителем проекта является магистрант. В случае, если магистерская работа является частью научного проекта, исполнителей может быть несколько.

Таблица 6 – Рабочая группа проекта

№п/п	ФИО, основное место работы, должность	Роль в проекте	Функции	Трудозатраты, час.
1	Крицкий Олег Леонидович, ТПУ, доцент	Руководитель	Составление и утверждение научного задания, оценка эффективности полученных результатов	42
2	Савченко Полина Алексеевна, ТПУ, инженер	Исполнитель	Выполнение поставленных задач, составление пояснительной записки к ВКР	474
ИТОГО:				516

3.8 Ограничения и допущения проекта

Ограничения проекта – это все факторы, которые могут послужить ограничением степени свободы участников команды проекта, а также «границы проекта» - параметры проекта или его продукта, которые не будут реализованных в рамках данного проекта.

Таблица 7 – Ограничения проекта

Фактор	Ограничения/ допущения
3.1. Бюджет проекта	199 501,79 руб.
3.1.1.Источник финансирования	НИ ТПУ
3.2. Сроки проекта:	С 29.01.2019 до 27.05.2019
3.2.1. Дата утверждения плана управления проектом	06.02.2019
3.2.2. Дата завершения проекта	27.05.2019
3.3. Прочие ограничения и допущения	отсутствуют

3.9 Планирование научно-исследовательских работ

3.9.1 Структура работ в рамках научного исследования

Планирование выполнения комплекса работ по ВКР осуществляется в следующем порядке: определение структуры работ в рамках научного исследования, определение участников каждой работы, установление продолжительности работ, построение графика проведения научных исследований. Для выполнения работы должна быть сформирована рабочая группа, в состав которой входит научный руководитель проекта (НР) и инженер (И). После чего, в рамках проведения научного исследования, необходимо было выполнить ряд основных этапов, представленных в приложении А.

Диаграмма Ганта – это тип столбчатых диаграмм (гистограмм), который используется для иллюстрации календарного плана проекта, на котором работы по теме представляются протяженными во времени отрезками, характеризующимися датами начала и окончания выполнения данных работ. Диаграмма Ганта, иллюстрирующая календарный план научно-исследовательского проекта представлен в Приложении А.

Итого длительность работ в календарных днях руководителя составляет 22 дня, а инженера - 79 дней.

3.10 Бюджет научно-технического исследования

При планировании бюджета научного исследования должно быть обеспечено полное и достоверное отражение всех видов планируемых расходов, необходимых для его выполнения.

3.10.1 Основная заработная плата

В настоящую статью включается основная заработная плата инженера и научного руководителя, непосредственно участвующих в выполнении работ по данной теме. Величина расходов по заработной плате определяется исходя из трудоемкости выполняемых работ и действующей системы оплаты труда. В состав основной заработной платы включается премия, выплачиваемая ежемесячно из фонда заработной платы (размер определяется Положением об оплате труда).

Статья включает основную заработную плату работников, непосредственно занятых выполнением НИИ, (включая премии, доплаты) и дополнительную заработную плату:

$$З_{\text{зп}} = З_{\text{осн}} + З_{\text{доп}},$$

где $З_{\text{осн}}$ – основная заработная плата;

$З_{\text{доп}}$ – дополнительная заработная плата (12-20 % от $З_{\text{осн}}$).

Основная заработная плата ($З_{\text{осн}}$) руководителя (лаборанта, инженера) от предприятия (при наличии руководителя от предприятия) рассчитывается по следующей формуле:

$$З_{\text{осн}} = З_{\text{дн}} \cdot T_p$$

$$З_{\text{осн_рук}} = 1\,813,3 \cdot 7 = 12\,693,10 \text{ (руб.)}$$

$$З_{\text{осн_ниж}} = 682,09 \cdot 79 = 53\,885,11 \text{ (руб.)}$$

где $З_{\text{осн}}$ – основная заработная плата одного работника;

$З_{\text{дн}}$ – среднедневная заработная плата работника;

T_p – продолжительность работ, выполняемых научно-техническим работником, рабочих дней.;

Среднедневная заработная плата рассчитывается по формуле:

$$З_{\text{дн}} = \frac{З_{\text{м}} \cdot M}{F_{\text{д}}}$$

$$З_{\text{дн_рук}} = \frac{43\,763,2 \cdot 10,4}{251} = 1\,813,30 \text{ (руб.)}$$

$$З_{\text{дн_инж}} = \frac{16\,461,90 \cdot 10,4}{251} = 682,09 \text{ (руб.)}$$

где $З_{\text{м}}$ – месячный должностной оклад работника, руб.;

$М$ – количество месяцев работы без отпуска в течение года: в нашем случае, при отпуске в 48 рабочих дней: $М=10,4$ месяца, 6-дневная неделя;

$Г_{\text{д}}$ – действительный годовой фонд рабочего времени научно-технического персонала, рабочих дней (таблица 8).

Таблица 8 – Баланс рабочего времени

Показатели рабочего времени	Руководитель	Инженер
Календарное число дней	365	365
Количество нерабочих дней		
- выходные дни	52	52
- праздничные дни	14	14
Потери рабочего времени		
- отпуск	48	48
- невыходы по болезни		
Действительный годовой фонд рабочего времени	251	251

Месячный должностной оклад работника:

$$З_{\text{м}} = З_{\text{б}} \cdot (k_{\text{пр}} + k_{\text{д}}) \cdot k_{\text{р}},$$

где $З_{\text{б}}$ – базовый оклад, руб.;

$k_{\text{пр}}$ – премиальный коэффициент, (определяется Положением об оплате труда);

$k_{\text{д}}$ – коэффициент доплат и надбавок (в НИИ и на промышленных предприятиях – за расширение сфер обслуживания, за профессиональное мастерство, за вредные условия: определяется Положением об оплате труда);

$k_{\text{р}}$ – районный коэффициент, равный 1,3 для города Томска.

Таблица 9 – Расчёт основной заработной платы

Исполнители	З _{тс} , руб	k _р	З _м ,руб	З _{дн} ,руб	Т _р ,дни	З _{осн} ,руб
Руководитель	33 664,0	1,3	43 763,2	1 813,30	7	12 693,10
Инженер	12 663,0	1,3	16 461,90	682,09	79	53 885,11
ИТОГО З_{осн}						66 578,21

3.10.2 Дополнительная заработная плата научно-производственного персонала

В данную статью включается сумма выплат, предусмотренных законодательством о труде, например, оплата очередных и дополнительных отпусков; оплата времени, связанного с выполнением государственных и общественных обязанностей; выплата вознаграждения за выслугу лет и т.п. (в среднем – 12 % от суммы основной заработной платы).

$$З_{\text{доп}} = k_{\text{доп}} \cdot З_{\text{осн}}$$

$$З_{\text{доп_рук}} = 12\% \cdot 12\,693,10 = 1\,523,17$$

$$З_{\text{доп_инж}} = 12\% \cdot 53\,885,11 = 6\,466,21$$

где $З_{\text{доп}}$ – дополнительная заработная плата, руб.;

$k_{\text{доп}}$ – коэффициент дополнительной зарплаты;

$З_{\text{осн}}$ – основная заработная плата, руб.

3.10.3 Отчисления на социальные нужды

Статья включает в себя отчисления во внебюджетные фонды. (27,1%)

$$C_{\text{внеб}} = k_{\text{внеб}} \cdot (З_{\text{осн}} + З_{\text{доп}}),$$

где $k_{\text{внеб}}$ – коэффициент отчислений на уплату во внебюджетные фонды (пенсионный фонд, фонд обязательного медицинского страхования и пр.).

Отчисления во внебюджетные фонды для руководителя:

$$27,1\% \cdot (12\,693,1 + 1\,523,17) = 3\,852,61 \text{ (руб.)}$$

Отчисления во внебюджетные фонды для инженера:

$$27,1\% \cdot (53\,885,11 + 6\,466,21) = 16\,355,21 \text{ (руб.)}$$

3.10.4 Накладные расходы

Накладные расходы составляют:

$$C_{\text{накл}} = (Z_{\text{осн}} + Z_{\text{внеб}}) \cdot 40\% ,$$

Тогда, накладные расходы для руководителя:

$$(12\,693,1 + 3\,852,61) \cdot 40\% = 6\,618,28 \text{ (руб.)};$$

для инженера:

$$(53\,885,11 + 16\,355,21) \cdot 40\% = 28\,096,13 \text{ (руб.)}.$$

3.10.5 Расходы на электроэнергию

Основным потребляемым сырьем в данной научной разработке является потребление электроэнергии компьютером. Для расчета стоимости потребляемой электроэнергии необходимо знать потребляемую мощность компьютером, время работы и текущий тариф на электроэнергию.

Расчет потребления электроэнергии в один день производится по формуле:

$$C_{\text{эз}} = 6 \cdot D \cdot T \cdot M$$

$$C_{\text{эз_инж}} = 6 \cdot 79 \cdot 5,8 \cdot 0,064 = 175,95$$

где «6» – 6-часовой рабочий день;

D – продолжительность работ;

T – тариф на электроэнергию, стоимость одного киловатт-часа электроэнергии составляет 5,8 рублей;

M – мощность, потребляемая ноутбуком равна 0,064 кВт.

3.10.6 Сырье, материалы, покупные изделия и полуфабрикаты (за вычетом отходов)

Расчет стоимости материальных затрат производится по действующим прейскурантам или договорным ценам. В стоимость материальных затрат включают транспортно-заготовительные расходы (3 – 5 % от цены). В эту же статью включаются затраты на оформление документации (канцелярские принадлежности, тиражирование материалов). Результаты по данной статье заносятся в таблице 10.

Таблица 10 – Сырье, материалы, комплектующие изделия и покупные полуфабрикаты

Наименование	Марка, размер	Кол-во	Цена за единицу, руб.	Сумма, руб.
Ноутбук	Lenovo V130	1	19 760	19 760
Внешний жесткий диск	Adata HC660 1TB	1	3 970	3 970
Лицензия ПО на 1 год	Mathcad	1	41 382	41 382
Доступ в интернет	-	4 месяца	350	1 400
Всего за материалы				66 512
Транспортно-заготовительные расходы (3-5%)				3 325,6
Итого по статье C_m				69 837,6

3.10.7 Группировка затрат по статьям

В процессе формирования бюджета, планируемые затраты группируются по статьям, представленным в таблице 11.

Таблица 11 – Группировка затрат по статьям

Статья расходов	Руководитель	Инженер
Основная заработная плата	12 693,10	53 885,11
Дополнительная заработная плата	1 523,17	6 466,21
Отчисления на социальные нужды	3 852,61	16 355,21
Накладные расходы	6 618,28	28 096,13
Расходы на электроэнергию	-	175,95
Расходные материалы	69 837,6	
Итого		199503,37

3.11 Реестр рисков проекта

Идентифицированные риски проекта включают в себя возможные неопределенные события, которые могут возникнуть в проекте и вызвать последствия, которые повлекут за собой нежелательные эффекты. Информацию по данному разделу необходимо свести в Приложении А2.

3.12 Оценка сравнительной эффективности исследования

Определение эффективности происходит на основе расчета интегрального показателя эффективности научного исследования. Его нахождение связано с определением двух средневзвешенных величин: финансовой эффективности и ресурсоэффективности.

Интегральный показатель финансовой эффективности научного исследования получают в ходе оценки бюджета затрат трех (или более) вариантов исполнения научного исследования. Для этого наибольший интегральный показатель реализации технической задачи принимается за базу расчета (как знаменатель), с которым соотносятся финансовые значения по всем вариантам исполнения.

Интегральный финансовый показатель разработки определяется как:

$$I_{\phi}^{исп} = \frac{\Phi_{pi}}{\Phi_{max}},$$

где $I_{\phi}^{исп}$ - интегральный финансовый показатель разработки;

Φ_{pi} – стоимость i-го варианта исполнения;

Φ_{max} – максимальная стоимость исполнения научно-исследовательского проекта (в т. ч. аналоги).

Полученная величина интегрального финансового показателя разработки отражает соответствующее численное увеличение бюджета затрат разработки в размах (значение больше единицы), либо соответствующее численное удешевление стоимости разработки в размах (значение меньше единицы, но больше нуля).

Интегральный показатель ресурсоэффективности вариантов исполнения объекта исследования можно определить следующим образом:

$$I_m^a = \sum_{i=1}^n a_i b_i^a$$

где I_m – интегральный показатель ресурсоэффективности вариантов;

a_i – весовой коэффициент i-го параметра;

b_i^a, b_i^p – бальная оценка i-го параметра для аналога и разработки, устанавливается экспертным путем по выбранной шкале оценивания;

n – число параметров сравнения.

Расчет интегрального показателя ресурсоэффективности рекомендуется проводить в форме таблицы, пример которой приведен ниже.

Таблица 12 – Сравнительная оценка характеристик вариантов исполнения проекта

Критерии ПО	Весовой коэффициент параметра	Текущий проект	Аналог 1	Аналог 2
1. Способствует росту производительности труда пользователя	0,24	5	4	3
2. Удобство в эксплуатации (соответствует требованиям потребителей)	0,26	4	5	4
3. Экономичность	0,26	5	4	4
4. Материалоемкость	0,24	5	4	3
ИТОГО	1	19	17	14

$$I_p = 0,24 \cdot 5 + 0,26 \cdot 4 + 0,26 \cdot 5 + 0,24 \cdot 5 = 4,74$$

$$I_{a1} = 0,24 \cdot 4 + 0,26 \cdot 5 + 0,26 \cdot 4 + 0,24 \cdot 4 = 4,26$$

$$I_{a2} = 0,24 \cdot 3 + 0,26 \cdot 4 + 0,26 \cdot 4 + 0,24 \cdot 3 = 3,52$$

Интегральный показатель эффективности разработки определяется на основании интегрального показателя ресурсоэффективности и интегрального финансового показателя по формуле:

$$I_{финр}^p = \frac{I_m^p}{I_{\phi}^p}$$

$$\text{В результате: } I_{финр}^p = 4,74 \quad I_{финр}^{a1} = 4,26 \quad I_{финр}^{a2} = 3,52$$

Сравнение интегрального показателя эффективности текущего проекта и аналогов позволит определить сравнительную эффективность проекта. Сравнительная эффективность проекта:

$$\mathcal{E}_{cp} = \frac{I_{финр}^p}{I_{финр}^a},$$

где $\mathcal{E}_{cp}$ – сравнительная эффективность проекта;

$I_{тэ}^p$ – интегральный показатель разработки;

$I_{тэ}^a$ – интегральный технико-экономический показатель аналога.

Таблица 13 – Сравнительная эффективность разработки

N	Показатели	Аналог 1	Аналог 2	Разработка
1	Интегральный финансовый показатель разработки	1	1	1
2	Интегральный показатель ресурсоэффективности разработки	4,26	3,52	4,74
3	Интегральный показатель эффективности	4,26	3,52	4,74
4	Сравнительная эффективность вариантов исполнения	1,11	1,34	1,00

4 Социальная ответственность

В ходе выполнения магистерской диссертации была построена ядерная оценка риск-нейтральной плотности вероятности для CEV модели. Были подобраны оптимальные параметры ядерной оценки такие как: ядерная функция и ширина окна. С помощью построенной оценки были рассчитаны справедливые цены опционов типа call на реальных данных тайваньской биржи TAIEX.

Охрана и обеспечение безопасности условий труда для работников, а также ликвидация заболеваний, возникших в ходе профессиональной деятельности, является неотъемлемым условием организации рабочего процесса в современном обществе. В настоящее время персональные ЭВМ (ПЭВМ) находят все большее применение во всех сферах человеческой деятельности. Их можно встретить в сфере образования, производстве, научно-исследовательских работах и т.д. Однако, не смотря на свою полезность и многофункциональность, компьютер является еще и источником вредного воздействия на организм человека, благодаря чему возникают многие профессиональные заболевания.

Объектом исследования является рабочее место (РМ) и помещение, в котором оно находится. Характеристика помещения, где была разработана магистерская диссертация: ширина, составляет $b = 3$ м, длина комнаты $a = 6$ м, высота $h = 3,5$ м. Тогда площадь помещения будет составлять $S = ab = 18 \text{ м}^2$, объем равен $V = abh = 63 \text{ м}^3$. Также в нем присутствует одно окно, через которое осуществляется вентиляция помещения, с параметрами: ширина 1,5 м, высота 2 м. Количество РМ, $n = 2$. В помещении используется комбинированное освещение – искусственное (люминесцентные лампы типа ЛБ) и естественное (свет из окна). В зимнее время помещение отапливается. Электроснабжение сети переменного напряжения 220В. Помещение без повышенной опасности в отношении поражения человека электрическим током по ГОСТ 12.1.013-78. Компьютер, расположенный на рабочей поверхности высотой 0,77м., обладает следующими характеристиками: процессор AMD A8, оперативная память 8 ГБ, система Microsoft

Windows 8.1, частота процессора – 2,00 ГГц, PnP 15,6-и дюймовый монитор с разрешением 1366 на 768 точек и частотой 60 Гц.

4.1 Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности.

Безопасность условий труда – это главное условие при создании рабочих мест. В Типовой инструкции по ОТ № Р-45-084-01 [23] закреплены негативные факторы, которые могут оказывать воздействие на организм служащих, продолжительное время работающих с компьютером:

1. Низкий уровень ионизации воздуха;
2. Увеличенные показатели электромагнитных излучений и статического электричества;
3. Повышенные нагрузки на зрение трудящегося;
4. Длительное статическое физическое напряжение.

Помимо этого, длительное нахождение в сидячем положении нередко приводит к венозной недостаточности, искривлению позвоночника, ухудшению зрения и хроническому стрессу. Впрочем, большинства этих проблем можно избежать при правильной организации рабочего пространства. Поэтому требования касающиеся оборудования трудовых мест пользователей ПК включают обеспечение правильной мебелью, создание комфортных микроклиматических условий и необходимого уровня освещения.

Среди нормативных актов, регулирующих санитарно гигиенические условия труда с компьютерами, помимо указанной выше Типовой инструкции: СанПиН 2.2.2./2.4. 1340-03 [24], Приказ Минздравсоцразвития РФ №302н [25], Приказ №426-ФЗ [26].

В Трудовом кодексе РФ закреплены правила, касающиеся продолжительности рабочих смен и обязательных перерывов на отдых (ст.108 ТК РФ [27]). Если на предприятии в процессе проведения оценки данные рабочие площадки были определены, как имеющие вредные факторы воздействия, то согласно ст.117 ТК, служащие, трудящиеся на них, имеют право на получение дополнительных дней ежегодного отдыха, в количестве не менее семи. Работодатель имеет право увеличить продолжительностью дополнительного отпуска путем фиксирования данного правила в локальных актах предприятия. Отзыв из дополнительного отдыха не допускается, как и замена его, денежной компенсацией. Исключением является только канальный расчет при увольнении служащего.

Конкретные правила работы с ПК установлены СанПиНом 2.2.2/2.4.1340-03 "Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы", утвержденным в 2003 году. В нем оговариваются правила работы с компьютерной техникой. Нормативы, прописанные в СанПиНе, устанавливают, что в зависимости от степени нагрузки работник обязан получать дополнительное время отдыха, которое в отличие от перерыва на обед не может увеличить общее время труда.

Санитарные нормы предполагают совокупную продолжительность времени отдыха на протяжении одной рабочей смены от 50 до 140 минут. Более конкретные определения зависят от вида выполняемой на компьютере работы и уровня нагрузки. 1 июля 2001 года была введена в действие типовая инструкция ТОО Р-45-084-01 по охране труда при работе на персональном компьютере. В ней более детально расписан вопрос кратковременных перерывов. В частности, оговорено, что отдыхать следует с интервалом не менее одного раза в два часа. При этом отдых подразумевает отвлечение от монитора и физическую разминку.

4.2 Организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны.

Наиболее правильная организация рабочего места позволяет значительно снять напряженность в работе, уменьшить неблагоприятные чрезмерные нагрузки на организм и, как следствие, повысить производительность труда.

Место для работы на компьютере и взаиморасположение всех его элементов должно соответствовать антропометрическим, физическим и психологическим требованиям. При устройстве рабочего места человека, работающего за ПК необходимо соблюсти следующие основные условия: наилучшее местоположение оборудования и свободное рабочее пространство.

Основными элементами рабочего места являются стол и стул, т.к. рабочим положением является положение сидя. Рациональная планировка рабочего места определяет порядок и местоположение предметов, в особенности тех, которые для работ необходимы чаще.

Основные зоны досягаемости рук в горизонтальной плоскости показаны на Рисунке 9.

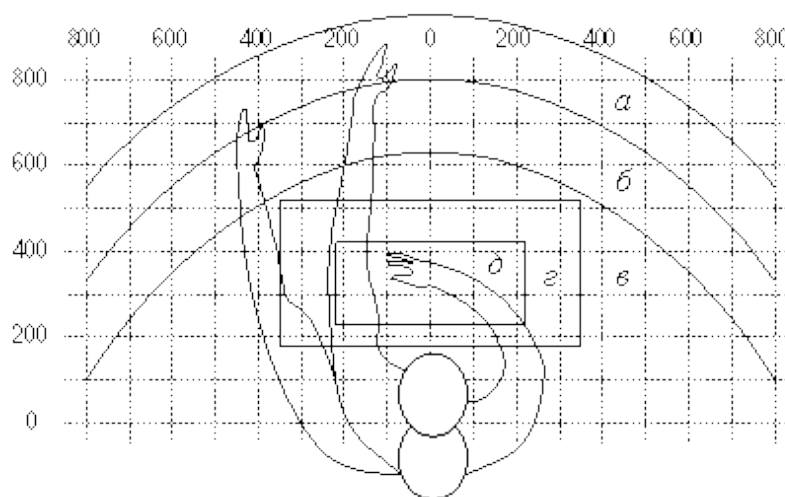


Рисунок 9— Зоны досягаемости рук в горизонтальной плоскости: а — зона максимальной досягаемости; б — зона досягаемости пальцев при вытянутой руке; в — зона легкой досягаемости ладони; г — оптимальное пространство для грубой работы; д — оптимальное пространство для тонкой работы

В соответствии с этим, принимается следующее оптимальное размещение предметов труда и документации в зонах досягаемости:

1. дисплей размещается в зоне а (в центре);
2. системный блок размещается в предусмотренной нише стола;
3. клавиатура - в зоне г/д;
4. манипулятор «компьютерная мышь» - в зоне в справа;
5. сканер в зоне а/б (слева);
6. принтер находится в зоне а (справа);
7. документация, необходимая при работе в зоне в, а в выдвижных ящиках стола - литература, используемая не постоянно.

При проектировании письменного стола должны быть учтены следующие требования. Высота рабочей поверхности стола рекомендуется в пределах 680–800 мм. Высота рабочей поверхности, на которую устанавливается клавиатура, должна быть 650 мм. Рабочий стол должен быть шириной не менее 700 мм и длиной не менее 1400 мм. Должно иметься пространство для ног высотой не менее 600 мм, шириной — не менее 500 мм, глубиной на уровне колен — не менее 450 мм и на уровне вытянутых ног — не менее 650 мм.

Рабочее кресло должно быть подъёмно-поворотным и регулируемым по высоте и углам наклона сиденья и спинки, а также расстоянию спинки до переднего края сиденья. Рекомендуется высота сиденья над уровнем пола 420–550 мм. Конструкция рабочего кресла должна обеспечивать: ширину и глубину поверхности сиденья не менее 400 мм.

Монитор должен быть расположен на уровне глаз оператора на расстоянии 500–600 мм. Согласно нормам угол наблюдения в горизонтальной плоскости должен быть не более 45° к нормали экрана. Лучше если угол обзора будет со-

ставлять 30°. Кроме того должна быть возможность выбирать уровень контрастности и яркости изображения на экране. Должна предусматриваться возможность регулирования экрана.

Рабочие места с компьютерами должны размещаться так, чтобы расстояние от экрана одного монитора до тыла другого было не менее 2,0 м, а расстояние между боковыми поверхностями мониторов - не менее 1,2 м.

Для внутренней отделки интерьера помещений, должны использоваться диффузно отражающие материалы с коэффициентом отражения для потолка - 0,7 - 0,8; для стен - 0,5 - 0,6; для пола - 0,3 - 0,5.

Для прекращения неблагоприятного воздействия вредных факторов при работе с ВДТ и ПЭВМ определены санитарно-гигиенические требования к обеспечению безопасных условий труда. Последствия воздействия этих факторов на организм оператора ЭВМ зависят от их интенсивности, продолжительности и режимов действия.

4.3 Производственная безопасность

Для идентификации потенциальных факторов используется ГОСТ 12.0.003-2015 «Опасные и вредные производственные факторы. Классификация» [28]. В таблице 14 представлен перечень опасных и вредных факторов, характерных для проектируемой производственной среды:

Таблица 14 - Возможные опасные и вредные факторы

Факторы (ГОСТ 12.0.003-2015)	Этапы работ			Нормативные документы
	Разработка	Изготовление	Эксплуатация	
1. Воздействие электромагнитного поля и ионизирующего излучения	+	+	+	СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 "Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы"
2. Наличие электростатического поля	+	+	+	СанПиН 2.2.4.1191-03 "Электромагнитные поля в производственных условиях" [29]
3. Превышение уровня шума	+	+	+	СанПиН 2.2.4.3359-16 «Санитарно-эпидемиологические требования к физическим факторам на рабочих местах» [30]; СанПиН 2.2.4/2.1.8.10-32-2002 «Шум на рабочих местах, в помещениях жилых, общественных зданий и на территории жилой застройки» [31]
4. Отсутствие или недостаток естественного света	+	+	+	СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278-03 «Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещенному освещению жилых и общественных зданий» [32]
5. Недостаточная освещенность рабочей зоны	+	+	+	СанПиН 52.13330.2016 «Естественное и искусственное освещение» [33]
6. Психофизиологические перегрузки	+	+	+	СанПиНом 2.2.2/2.4.1340-03 "Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы"

4.4 Анализ опасных и вредных факторов

Вредные факторы - это производственные факторы, воздействие которых приводит на работающего при определенных условиях к заболеванию или снижению работоспособности. При изменении уровня и времени воздействия вредные производственные факторы могут стать опасными. Опасные факторы - это производственные факторы, воздействие которых на работающего в конкретных условиях может привести к травмам, а также другим внезапным резким ухудшениям здоровья.

При работе с ПЭВМ пользователь (оператор, программист) подвергается воздействию опасных и вредных производственных факторов:

1. микроклимат в помещении (пониженная ионизация воздуха);
2. электростатических полей;
3. шуму и вибрации;
4. освещенность рабочей зоны;
5. психофизиологические факторы.

4.4.1 Воздействие электромагнитного поля и ионизирующего излучения

Известно, что ПЭВМ являются источником электромагнитного поля (ЭМП) радиочастотного диапазона. При длительном постоянном воздействии, которого на организм человека наблюдаются нарушения сердечнососудистой, дыхательной и нервной систем, появляется утомляемость, ухудшение самочувствия, гипотония, также характерна головная боль, изменение проводимости сердечной мышцы. Тепловое воздействие ЭМП характеризуется повышением температуры тела, локальным избирательным нагревом тканей, органов, клеток вследствие перехода ЭМП в тепловую энергию.

При работе с компьютером допустимые уровни электромагнитных полей (ЭМП) нормируются СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03:

1. Напряженность электромагнитного поля на расстоянии 50 см вокруг ПЭВМ по электрической составляющей должна быть не более:
 - В диапазоне частот 5Гц-2кГц - 25В/м;
 - В диапазоне частот 2кГц/400кГц - 2,5В/м.
2. Плотность магнитного потока должна быть не более:
 - В диапазоне частот 5Гц-2кГц - 250нТл;
 - В диапазоне частот 2кГц/400кГц - 25нТл.
3. Напряжённость электростатического поля должна быть 15 кВ/м;
4. Электростатический потенциал экрана видеомонитора – 500 В.

Ионизирующее излучение вызывает в организме цепочку обратимых и необратимых последствий. Ионизирующая радиация при воздействии на организм человека может вызвать два вида эффектов: детерминированные пороговые эффекты (лучевая болезнь, лучевой ожог, лучевая катаракта, лучевое бесплодие и др.) и стохастические (вероятностные) беспороговые эффекты (злокачественные опухоли, лейкозы, наследственные болезни).

4.4.2 Наличие электростатического поля

Электризация заключается в следующем: нейтральные тела, в нормальном состоянии не проявляющие электрических свойств, при условии отрицательных контактов или взаимодействий становятся электрозаряженными. Опасность возникновения статического электричества проявляется в возможности образования электрической искры и вредном воздействии его на человеческий организм, и не только в случае непосредственного контакта с зарядом, но и за счет

действий электрического поля, которое возникает при заряде. При включенном питании компьютера на экране дисплея накапливается статическое электричество. Электрический ток искрового разряда статического электричества мал и не может вызвать поражение человека. Тем не менее, вблизи экрана электризуется пыль и оседает на нем. В результате чего искажается резкость восприятия информации на экране. Кроме того, пыль попадает на лицо работающего и в его дыхательные пути.

4.4.3 Превышение уровня шума

Вентиляция производственных помещений предназначена для уменьшения запыленности, задымленности и очистки воздуха от вредных выделений производства, а также для сохранности оборудования. Она служит одним из главных средств оздоровления условий труда, повышения производительности и предотвращения опасности профессиональных заболеваний. Система вентиляции обеспечивает снижение содержания в воздухе помещения пыли, газов до концентрации не превышающей ПДК. Проветривание помещения проводят, открывая форточки. Проветривание помещений в холодный период года допускается не более однократного в час, при этом нужно следить, чтобы не было снижения температуры внутри помещения ниже допустимой. Воздухообмен в помещении можно значительно сократить, если улавливать вредные вещества в местах их выделения, не допуская их распространения по помещению. Для этого используют приточно-вытяжную вентиляцию. Кратность воздухообмена не ниже 3.

Предельно допустимый уровень (ПДУ) шума – это уровень фактора, который при ежедневной (кроме выходных дней) работе, но не более 40 часов в неделю в течение всего рабочего стажа, не должен вызывать заболеваний или отклонений в состоянии здоровья, обнаруживаемых современными методами ис-

следований в процессе работы или в отдаленные сроки жизни настоящего и последующих поколений. Соблюдение ПДУ шума не исключает нарушения здоровья у сверхчувствительных лиц.

Допустимый уровень шума ограничен ГОСТ 12.1.003-83 [33] и СанПиН 2.2.4/2.1.8.10-32-2002. Уровень шума на рабочем месте математиков-программистов и операторов видеоматериалов не должен превышать 50дБА, а в залах обработки информации на вычислительных машинах - 65дБА.

4.4.4 Недостаточная освещенность рабочей зоны

Освещение – важнейший фактор создания нормальных условий труда для работника. В случае недостатка освещенности рабочего места у человека не только уменьшается острота зрения, но и вызывается утомление организма в целом, что приводит к снижению производительности труда и увеличению опасности заболеваний.

Согласно санитарно-гигиеническим требованиям рабочее место с ПЭВМ должно освещаться комбинированным освещением. Естественное освещение поступает в помещение через одно окно в светлое время суток. Искусственное освещение обеспечивается за счет люминесцентных ламп типа ЛБ, в темное время суток, либо при недостаточном естественном освещении. Оно отличается относительной сложностью восприятия его зрительным органом человека.

4.4.5 Психофизиологические перегрузки

Значительное умственное напряжение и другие нагрузки приводят к переутомлению функционального состояния центральной нервной системы, нервно-мышечного аппарата рук. Нерациональное расположение элементов рабочего места вызывает необходимость поддержания вынужденной рабочей

позы. Длительный дискомфорт вызывает повышенное позвоночное напряжение мышц и обуславливает развитие общего утомления и снижение работоспособности.

При длительной работе за экраном дисплея появляется выраженное напряжение зрительного аппарата с появлением жалоб на неудовлетворительность работы, головные боли, усталость и болезненное ощущение в глазах, в пояснице, в области шеи, руках.

4.5 Обоснование мероприятий по снижению уровней воздействия опасных и вредных факторов на исследователя

В данном подразделе разрабатываются решения, обеспечивающие снижение влияния выявленных опасных и вредных факторов на исследователя. Также предлагаются мероприятия, обеспечивающие безопасность технологического процесса и эксплуатации оборудования.

1) Воздействие электромагнитного поля и ионизирующего излучения

Среди средств защиты от ЭМП выделяют следующие[35]:

1. Организационные мероприятия – выбор рациональных режимов работы оборудования, ограничение места и времени нахождения персонала в зоне воздействия ЭМП, т.е. защита расстоянием и временем;
2. Инженерно-технические мероприятия, включающие рациональное размещение оборудования, использование средств, ограничивающих поступление электромагнитной энергии (поглотители мощности, экранирование и т.п.);
3. Лечебно-профилактические мероприятия в целях предупреждения, ранней диагностики и лечения здоровья персонала;

4. Средства индивидуальной защиты, к которым относятся защитные очки, щитки, шлемы, защитная одежда, выполненная из металлизированной ткани (кольчуга). При этом следует отметить, что использование СИЗ возможно при кратковременных работах и является мерой аварийного характера.

В данном случае воздействие ЭМП происходит только от монитора компьютера. Исходя из паспортных данных компьютера и монитора, они соответствуют нормам ТСО-99, ТСО-03.

2) Наличие электростатического поля

Основные способы защиты от статического электричества следующие: заземление оборудования, увлажнение окружающего воздуха. Также целесообразно применение полов из антистатического материала.

3) Превышение уровня шума

При значениях выше допустимого уровня необходимо предусмотреть СКЗ и СИЗ.

1. СКЗ: устранение причин шума или существенное его ослабление в источнике образования; изоляция источников шума от окружающей среды средствами звукопоглощения; применение средств, снижающих шум и вибрацию на пути их распространения.

2. СИЗ: применение спецодежды, спецобуви и защитных средств органов слуха: наушники, беруши, антифоны.

Защита от шумов – заключение вентиляторов в защитный кожух и установка их внутри корпуса ЭВМ. Для снижения уровня шума стены и потолок помещений, где установлены компьютеры, могут быть облицованы звукопоглощающими материалами с максимальными коэффициентами звукопоглощения в области частот 63 - 8000 Гц.

Кроме того, для снижения шума на рабочем месте, можно применить следующие действия: установить пластиковые окна, для улучшения шумоизоляции;

использовать звукопоглощающие материалы, такие как пенополистерол, поролоновые маты, пробковые полотна и плиты; устройство подвесного потолка, который служит звукопоглощающим экраном.

4) Недостаточная освещенность рабочей зоны

С целью обеспечения требуемых норм освещенности необходимо произвести расчёт искусственной освещенности.

Расчёт общего равномерного искусственного освещения горизонтальной рабочей поверхности выполняется методом коэффициента светового потока, учитывающим световой поток, отражённый от потолка и стен. Длина помещения $a = 6$ м, ширина $b = 4$ м, высота $H = 2,8$ м. Высота рабочей поверхности над полом $h_p = 0,75$ м. Интегральным критерием оптимальности расположения светильников является величина λ , которая для люминесцентных светильников с защитной решёткой лежит в диапазоне 1,1–1,3. Выбираем лампу дневного света ЛД-40, световой поток которой равен $\Phi_{лд} = 2300$ Лм. Выбираем светильники с люминесцентными лампами типа ОДОР-2-40. Этот светильник имеет две лампы мощностью 40 Вт каждая, длина светильника равна 1227 мм, ширина – 265 мм. На первом этапе определим значение индекса освещенности i .

$$i = \frac{S}{(a+b)h},$$

где S – площадь помещения, h – расчетная высота подвеса светильника, м, a и b – длина и ширина помещения, м.

Высота светильника над рабочей поверхностью h

$$h = H - h_p - h_c = 2,8 - 0,75 - 0,3 = 1,55 \text{ м},$$

где H - высота помещения, м, h_p - высота рабочей поверхности, м.

В результате проведенных расчетов, индекс освещенности i равен

$$i = \frac{S}{(a+b)h} = \frac{24}{(4+6) \cdot 1,55} = 1,5.$$

Расстояние между соседними светильниками или рядами определяется по формуле:

$$L = \lambda \cdot h = 1,1 \cdot 1,55 = 1,6 \text{ м.}$$

Число рядов светильников в помещении:

$$Nb = \frac{b}{L} = \frac{4}{1,6} = 2,5 \approx 3$$

Число светильников в ряду:

$$Na = \frac{a}{L} = \frac{6}{1,6} = 3,75 \approx 4$$

Общее число светильников:

$$N = Na \cdot Nb = 4 \cdot 3 = 12$$

Учитывая, что в каждом светильнике установлено две лампы, общее число ламп в помещении $N = 24$. Расстояние от крайних светильников или рядов до стены определяется по формуле:

$$l = \frac{L}{3} = \frac{1,6}{3} = 0,53 \text{ м}$$

Размещаем светильники в три ряда. План помещения и размещения светильников с люминесцентными лампами представлен в приложении Б.

Световой поток лампы определяется по формуле:

$$\Phi = \frac{E_H \cdot S \cdot K_3 \cdot Z}{N \cdot \eta},$$

где E_H – нормируемая минимальная освещённость по СанПиН 23-05-95, лк, S – площадь освещаемого помещения, м², K_z – коэффициент запаса, учитывающий загрязнение светильника (источника света, светотехнической арматуры, стен и пр., т. е. отражающих поверхностей), наличие в атмосфере цеха дыма, пыли, Z – коэффициент неравномерности освещения, отношение E_{cp}/E_{min} . Для люминесцентных ламп при расчётах берётся равным 1,1; N – число ламп в помещении; η – коэффициент использования светового потока.

Данное помещение относится к типу помещения со средним выделением пыли, в связи с этим $K_z = 1,5$; состояние потолка – свежепобеленный, поэтому значение коэффициента отражения потолка $\rho_n = 70$; состояние стен – побеленные бетонные стены, поэтому значение коэффициента отражения стен $\rho_c = 50$. Коэффициент использования светового потока, показывающий какая часть светового потока ламп попадает на рабочую поверхность, для светильников типа ОДОР с люминесцентными лампами при $\rho_n = 70\%$, $\rho_c = 50\%$ и индексе помещения $i = 1,5$ равен $\eta = 0,47$.

Нормируемая минимальная освещенность при использовании ЭВМ и одновременной работе с документами должна быть равна 600лк.

$$\Phi = \frac{E_H \cdot S \cdot K_z \cdot Z}{N \cdot \eta} = \frac{600 \cdot 24 \cdot 1,5 \cdot 1,1}{24 \cdot 0,47} = 2106 \text{ Лм}$$

Для люминесцентных ламп с мощностью 40 Вт и напряжением сети 220В, стандартный световой поток ЛД равен 2300 Лм.

$$-10\% \leq \frac{\Phi_{ЛД} - \Phi_{л.расч}}{\Phi_{ЛД}} \cdot 100\% \leq 20\%$$

$$\frac{2300 - 2106}{2300} \cdot 100\% = 8,43\%$$

$$-10\% \leq 8,43\% \leq 20\%$$

Таким образом необходимый световой поток светильника не выходит за пределы требуемого диапазона.

5) Психофизиологические перегрузки

Режим труда и отдыха работника: при вводе данных, редактировании программ, чтении информации с экрана непрерывная продолжительность работы не должна превышать 4-х часов при 8-часовом рабочем дне. Через каждый час работы необходимо делать перерыв на 5-10 минут, а через два часа на 15 минут.

С целью снижения или устранения нервно-психологического, зрительного и мышечного напряжения, предупреждение переутомления необходимо проводить комплекс физических упражнений и сеансы психофизической разгрузки и снятия усталости во время регламентируемых перерывов, и после окончания рабочего дня.

4.6 Электробезопасность

Электробезопасность представляет собой систему организационных и технических мероприятий и средств, обеспечивающих защиту людей от вредного и опасного воздействия электрического тока, электрической дуги, электромагнитного поля и статистического электричества.

Электроустановки классифицируют по напряжению: с номинальным напряжением до 1000 В (помещения без повышенной опасности), до 1000 В с присутствием агрессивной среды (помещения с повышенной опасностью) и свыше 1000 В (помещения особо опасные).

В отношении опасности поражения людей электрическим током различают:

1. Помещения без повышенной опасности, в которых отсутствуют условия, создающие повышенную или особую опасность.
2. Помещения с повышенной опасностью, которые характеризуются наличием в них одного из следующих условий, создающих повышенную опасность: сырость, токопроводящая пыль, токопроводящие полы (металлические, земляные, железобетонные, кирпичные и т.п.), высокая температура, возможность одновременного прикосновения человека к имеющим соединение с землей металлоконструкциям, технологическим аппаратам, с одной стороны, и к металлическим корпусам электрооборудования - с другой.
3. Особо опасные помещения, которые характеризуются наличием оборудования свыше 1000 В и одного из следующих условий, создающих особую опасность: особой сырости, химически активной или органической среды, одновременно двух или более условий повышенной опасности. Территории размещения наружных электроустановок в отношении опасности поражения людей электрическим током приравниваются к особо опасным помещениям.

Помещение, где была разработана магистерская диссертация, принадлежит к категории помещений без повышенной опасности по степени вероятности поражения электрическим током, вследствие этого к оборудованию предъявляются следующие требования: экран монитора должен находиться на расстоянии не менее 50 см от пользователя (расстояния от источника); применение приэкранных фильтров, специальных экранов.

К средствам коллективной защиты от электрического тока можно отнести: защитное заземление, зануление, разделительные трансформаторы, защитное отключение, применение малых напряжений, изоляция, оградительные устройства, сигнализация, блокировка, знаки безопасности, плакаты.

К основным электрозащитным средствам в электроустановках напряжением до 1000 В относятся: изолирующие штанги, изолирующие и электроизмерительные клещи, диэлектрические перчатки; изолированный инструмент. Работать со штангой разрешается только специально обученному персоналу в присутствии лица, контролирующего действия работающего. При операциях с изолирующей штангой необходимо пользоваться дополнительными изолирующими защитными средствами — диэлектрическими перчатками и изолирующими основаниями (подставками, ковриками) или диэлектрическими ботами.

Перед началом работы следует убедиться в отсутствии свешивающихся со стола или висящих под столом проводов электропитания, в целостности вилки и провода электропитания, в отсутствии видимых повреждений аппаратуры и рабочей мебели, в отсутствии повреждений и наличии заземления приэкранного фильтра. Безопасные номиналы: $U = 12-36\text{В}$, $I = 0,1\text{ А}$, $R_{\text{заз}} = 4\text{ Ом}$.

4.7 Экологическая безопасность

Охрана окружающей среды - это комплексная проблема и наиболее активная форма её решения - это сокращение вредных выбросов промышленных предприятий через полный переход к безотходным или малоотходным технологиям производства.

С точки зрения потребления ресурсов компьютер потребляет сравнительно небольшое количество электроэнергии, что положительным образом сказывается на общей экономии потребления электроэнергии в целом.

Основными отходами являются черновики бумаги и отработавшие люминесцентные лампы. Бумагу направляют на утилизацию, а люминесцентные лампы собирают и направляют на утилизацию в соответствующую организацию.

При выполнении магистерской диссертации никакого ущерба окружающей среде нанесено не было.

4.8 Защита в чрезвычайных ситуациях

Чрезвычайная ситуация – обстановка на определенной территории, сложившаяся в результате аварии, опасного природного явления, катастрофы, стихийного или иного бедствия, которые могут повлечь за собой человеческие жертвы, ущерб здоровью людей или окружающей среде, материальные потери и нарушение условий жизнедеятельности людей.

В помещении, где была разработана магистерская диссертация, возможны следующие чрезвычайные ситуации: пожар, взрывы, террористические акты и диверсии.

Томске преобладает континентально-циклонический климат. Природные явления (землетрясения, наводнения, засухи, ураганы и т. д.) отсутствуют. Возможными ЧС могут быть также сильные морозы и диверсия.

Для Сибири в зимнее время года характерны морозы. Достижение критически низких температур приведет к авариям: систем теплоснабжения и жизнеобеспечения; электросетей; систем водоснабжения; транспорта.

В случае разморозки труб должны быть предусмотрены запасные обогреватели. Их количества и мощности должно хватать для того, чтобы работа на производстве не прекратилась. Если авария произойдет на водоканале, необходимо иметь суточный запас чистой воды для удовлетворения потребностей в питье и гигиене. Если авария происходит в транспортном блоке, необходимо иметь личный автотранспорт способный забирать сотрудников из дома до работы и соответственно развозить с работы домой.

Чрезвычайные ситуации, возникающие в результате диверсий, возникают все чаще.

Зачастую такие угрозы оказываются ложными. Но случаются взрывы и в действительности.

Для предупреждения вероятности осуществления диверсии предприятие необходимо оборудовать системой видеонаблюдения, круглосуточной охраной, пропускной системой, надежной системой связи, а также исключения распространения информации о системе охраны объекта, расположении помещений и оборудования в помещениях, системах охраны, сигнализаторах, их местах установки и количестве. Должностные лица раз в полгода проводят тренировки по отработке действий на случай экстренной эвакуации.

4.8.1 Пожарная безопасность

Возникновение пожара в комнате может быть обусловлено очень высокой плотностью размещения электронных схем в современных ПЭВМ. При протекании по ним электрического тока выделяется значительное количество тепла, что может привести к повышению температуры отдельных узлов до 100°C. При этом возможно оплавление изоляции соединительных проводов, их оголение, и, как следствие, короткое замыкание, сопровождаемое искрением.

Поэтому во избежание пожаров проводится пожарная профилактика – комплекс организационных и технических мероприятий, направленных на обеспечение безопасности людей, на предотвращение пожара, ограничение его распространения, а также на создание условий для успешного тушения пожара. Основы противопожарной защиты предприятий определены в стандартах ГОСТ 12.1.004-76 и ГОСТ 12.1.010-76.

При эксплуатации ПЭВМ возможны возникновения следующих аварийных ситуаций: короткие замыкания, перегрузки, повышение переходных сопротивлений в электрических контактах, перенапряжение, возникновение токов утечки. При возникновении аварийных ситуаций происходит резкое выделение тепловой энергии, которая может явиться причиной возникновения пожара.

Для предупреждения возникновения пожара необходимо соблюдать следующие правила пожарной безопасности:

- правильная эксплуатация оборудования и содержание зданий и территорий;
- противопожарный инструктаж рабочих и служащих;
- обучение производственного персонала правилам противопожарной безопасности;
- издание инструкций, плакатов, наличие плана эвакуации;
- соблюдение противопожарных правил, норм при проектировании зданий, при устройстве электропроводов и оборудования, отопления, освещения;
- правильное размещение оборудования;
- своевременный профилактический осмотр, ремонт и испытание оборудования.

В помещении для тушения возгораний предусмотрено использование углекислотного огнетушителя ОУ–3 для тушения возгораний классов А, В и электроустановок до 10 000 В при температуре воздуха –40°С до +50°С. План эвакуации людей для помещения представлены в приложении Б.

4.9 Выводы и рекомендации

Проанализировав и оценив условия труда в рабочем помещении, где был разработан дипломный проект, можно сделать следующие выводы по производственной и экологической безопасности специалиста и работы, выполняемой им:

1. По занимаемой площади и объему помещение удовлетворяет нормативным требованиям.
2. Микроклимат, шумовая обстановка и система освещения в помещении соответствуют нормам и создают нормальные условия для работы.
3. Монитор компьютера служит источником ЭМП – вредного фактора, который отрицательно влияет на здоровье работника при непрерывной работе более 4 часов, во избежание негативного влияния на здоровье необходимо делать перерывы при работе с ЭВМ и проводить специализированные комплексы упражнений для глаз.
4. Помещение, в котором находится рабочее место, относится к помещениям без повышенной опасности поражения электрическим током. Температурный режим, влажность воздуха, химическая среда не способствуют разрушению изоляции электрооборудования.
5. По состоянию пожаробезопасности помещение соответствует нормам.
6. При рассмотрении вопроса об охране окружающей среды можно сказать, что деятельность помещения не является экологически опасной.

Заключение

В рамках написания выпускной квалификационной работы были исследованы классические модели ценообразования опционов и непараметрические подходы для построения оценки риск-нейтральной плотности вероятности. Сформированы и проанализированы исходные данные.

В рамках CEV модели подобран параметр $\beta=1.84$. Посчитана извлеченная волатильность с использованием асимптотики $E \rightarrow \infty$. Выявлено, что поведение извлеченной волатильности отражает экономические новости в стране. Построена ядерная оценка Надарая – Уотсона извлеченной волатильности, которая хорошо аппроксимирует посчитанную раньше извлеченную волатильность. В рамках ядерной оценки были подобраны оптимальные параметры: гауссово ядро и ширина окна

С помощью построенной ядерной оценки и асимптотик для нецентрированных функций плотности χ^2 -распределения была посчитана риск-нейтральная плотность вероятности и справедливые цены европейских опционов типа call. Были проверены предельные случаи, справедливые при истечении срока исполнения опциона при $S_T = 10\,875,60$ и соответственных страйках $E = 10\,000$ и $E = 11\,000$.

Список публикаций

1. Савченко П.А.// Материалы XIV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук» (диплом II степени, диплом за лучший доклад секции «Экономика и управление»). -2017. – с 152.
2. Савченко П.А., Решетникова Г.Н., Сидорова Е.Ф., Табольжина Ю.Е., Тумашкина Д.А., Бударина Е.А., Малахова Т.Е. Численные методы для экономических расчетов. – Томск: ТГУ, 2017.
3. Савченко П.А. Ядерная оценка риск-нейтральной плотности вероятности для CEV модели// Материалы XVII Международной научно-практической конференции «Инновационные научные исследования: теория, методология, практика» – в процессе публикации.

Список используемых источников

1. Крицкий О.Л. Курс лекций теории случайных процессов. – Томск: ТПУ, 2019. – 164 с.
2. Cox, J. C. Notes on option pricing I: Constant elasticity of variance diffusions. // Working Paper, Stanford University. – 1975. – pp. 13-17.
3. John C. Hull. Options, futures, and other derivatives, seventh edition, 219-234.
4. Вайн С. Опционы. Полный курс для профессионалов. – М.: Альпина Паблишер, 2003 – 416 с.
5. Black, F. and Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities
6. Cox, J. C. Notes on option pricing I: Constant elasticity of variance diffusions. // Working Paper, Stanford University. – 1975. – pp. 13-17.
7. Larguinho, M., Dias, J.C. and Braumann, C.A., On the computation of option prices and Greeks under the CEV Model. // Quantitative Finance. – 2013. – Vol. 13. – No. 6. – pp. 907–917.
8. Dennis, P. and Mayhew, S. Risk-neutral skewness: Evidence from stock options. // Journal of Financial and Quantitative Analysis. – 2002. – № 37(3). – pp. 471-493.
9. Jackwerth, J. C. and Rubinstein, M. Recovering stochastic processes from option prices. // Working Paper, London Business School. – 2001. – pp. 123-153.
10. Rosenblatt, M. (1956) Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function. The Annals of Mathematical Statistics, 27, 832-837.
11. Джеффри Расин Непараметрическая эконометрика: вводный курс //журнал «Квантиль»,2008. – С.7-51.
12. Крицкий О.Л., Трясучев П.В. О нелинейной краткосрочной процентной ставке доходности// Финансовая аналитика: проблемы и решения, 2011, №12 (54), с.33-37.

13. Chapman D.A., Pearson N.D. Is the short rate actually nonlinear? // Journal of Finance, 2000. T. 55.
14. Breeden, D.T. and Litzenberger, R.H., Prices of state-contingent claims implicit in option prices. J. Bus. 51 (1978) 621–651.
15. Sesana, D., Marazzina, D. and Fusai, G., Pricing exotic derivatives exploiting structure, Europ. J. Oper. Res. 236 1 (2014) 369–381.
16. Крицкий О.Л., Трясучев П.В., Савельева Е.О. Ядерная оценка волатильности// Экономический анализ: теория и практика, 2012, №6 (261), с. 39-44.
17. Bekaert, G. and Wu, G. Asymetric volatility and risk in equity markets. // Review of Financial Studies. – 2000. – № 13(1). – pp. 1-42
18. G. E. Uhlenbeck and L. S. Ornstein. On the theory of Brownian motion. // Physical Review Journals. – 1930. – № 36. – pp. 823-841 p.
19. Hairer E., Roche M., Lubich C. The Numerical Solution of Differential-Algebraic Systems by Runge-Kutta Methods. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1989. – 139 p.8
20. Wilmott T. Introduces Quantative Finance. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd., 2007. 2nd Edition.
21. Ait-Sahalia Y., Lo A.W. Nonparametric risk management and implied risk aversion // Journal of Econometrics. 2000. T. 94
22. Тарасенко П.Ф., Журавлев А. В. Оценивание параметров нелинейной модели квантильной регрессии знаковым методом// Сборник научных статей международной конференции «Теория вероятностей, случайных процессов, математической статистики и приложений», Минск: Изд-во БГУ, 2005. – С. 258-266.
23. Типовая инструкция по ОТ № Р-45-084-01.
24. СанПиН 2.2.2./2.4. 1340-03.
25. Приказ Минздравсоцразвития РФ №302н.
26. Приказ №426-ФЗ.
27. Трудовой кодекс РФ.

28. ГОСТ 12.0.003-2015 «Опасные и вредные производственные факторы. Классификация» ГОСТ 12.0.003-2015 «Опасные и вредные производственные факторы. Классификация».
29. СанПиН 2.2.4.1191-03 «Электромагнитные поля в производственных условиях».
30. СанПиН 2.2.4.3359-16 «Санитарно-эпидемиологические требования к физическим факторам на рабочих местах».
31. СанПиН 2.2.4/2.1.8.10-32-2002 «Шум на рабочих местах, в помещениях жилых, общественных зданий и на территории жилой застройки»
32. СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278-03 "Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещенному освещению жилых и общественных зданий".
33. СанПиН 52.13330.2016 «Естественное и искусственное освещение».
34. ГОСТ 12.1.003-83.
35. Безопасность жизнедеятельности: Учебник для вузов/ С.В. Белов, А.В. Ильницкая, А.Ф. Козьяков и др.; Под общ. ред. С.В. Белова. 7-е изд., стер. – М.: Высш.шк., 2007. – 616 с

Приложение А (обязательное)

Таблица А.1 – Диаграмма Ганта

№ раб	Вид работ	Исполнители	T_{ki} , кал. дн.	Продолжительность выполнения работ											
				январь, февраль	Март			апрель			май			июнь	
1	Составление и утверждение научного задания	Руководитель	9												
2	Подбор и изучение материалов по теме	Инженер	9												
3	Выбор направления исследований	Инженер	6												
4	Календарное планирование работ по теме	Руководитель, Инженер	12												
5	Анализ исходных данных	Инженер	10												
6	Построение математической модели	Инженер	11												
7	Написание и тестирование программы для выбранной модели	Инженер	15												
8	Оценивание значений результатов	Руководитель	5												
9	Оценка эффективности полученных результатов	Инженер	4												
10	Составление пояснительной записки к ВКР	Инженер	14												
11	Оформление пояснительной записки к ВКР по ГОСТу	Инженер	17												

Продолжение приложения А

Таблица А.2 – Календарный план проекта

№	Название	Длительность, рабочие дни	Дата начала работ	Дата окон- чания ра- бот	ФИО ответствен- ных исполните- лей
1	Составление и утвержде- ние научного задания	8	29.01	06.02	Крицкий О. Л.
2	Подбор и изучение мате- риалов по теме	8	07.02	15.02	Савченко П. А.
3	Выбор направления ис- следований	5	16.02	21.02	Савченко П. А.
4	Календарное планирова- ние работ по теме	10	22.02	05.03	Крицкий О. Л., Савченко П. А.
5	Анализ исходных дан- ных	8	10.03	19.03	Савченко П. А.
6	Построение математиче- ской модели	10	20.03	30.03	Савченко П. А.
7	Написание и тестирова- ние программы для вы- бранной модели	13	03.04	17.04	Савченко П. А.
8	Оценивание значений ре- зультатов	4	18.04	22.04	Савченко Полина Алексеевна
9	Оценка эффективности полученных результатов	4	23.04	26.04	Крицкий О. Л.
10	Составление пояснитель- ной записки к ВКР	7	27.04	10.05	Савченко Полина Алексеевна
11	Оформление пояснитель- ной записки к ВКР по ГОСТу	14	11.05	27.05	Савченко Полина Алексеевна
Итого:		91			

Продолжение приложения А

Таблица А.3 - Реестр рисков

№	Риск	Потенциальное воздействие	Вероятность наступления (1-5)	Влияние риска (1-5)	Уровень риска	Способы смягчения риска	Условия наступления
1	Ошибка в исходных данных	Некорректная работа программы	2	4	Средний	Работа с надежными сайтами/поставщиками информации	Человеческий фактор, технический сбой
2	Отсутствие положительных результатов в сравнении с другими моделями	Невозможность дальнейшего применения программы	1	4	Низкий	Использование большого объема данных	Маленький объем исходных данных
3	Ошибка в коде	Невозможность дальнейшего применения программы	3	5	Высокий	Обучение, внимательность, многократная проверка	Ошибки при выборе исполнителей, сжатые сроки
4	Некорректная работа ПК	Некорректная работа программы, невозможность дальнейшей работы над проектом	3	5	Высокий	Использование ПК нового поколения	ПК с маленькой оперативной памятью и т.п.

Приложение Б
(обязательное)

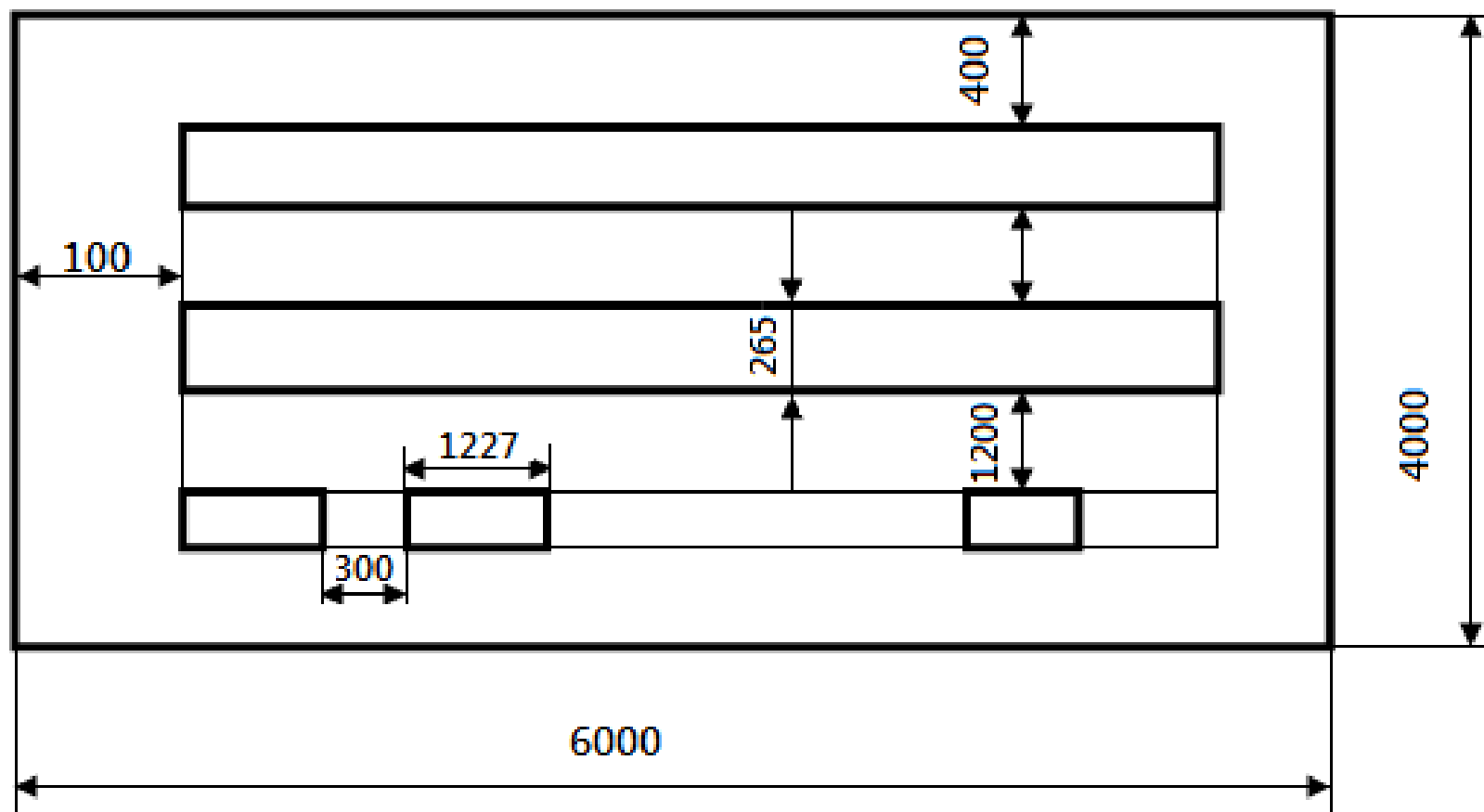


Рисунок Б– План помещения и размещения светильников с люминесцентными лампами

Продолжение приложения Б

ПЛАН ЭВАКУАЦИИ 2-го этажа

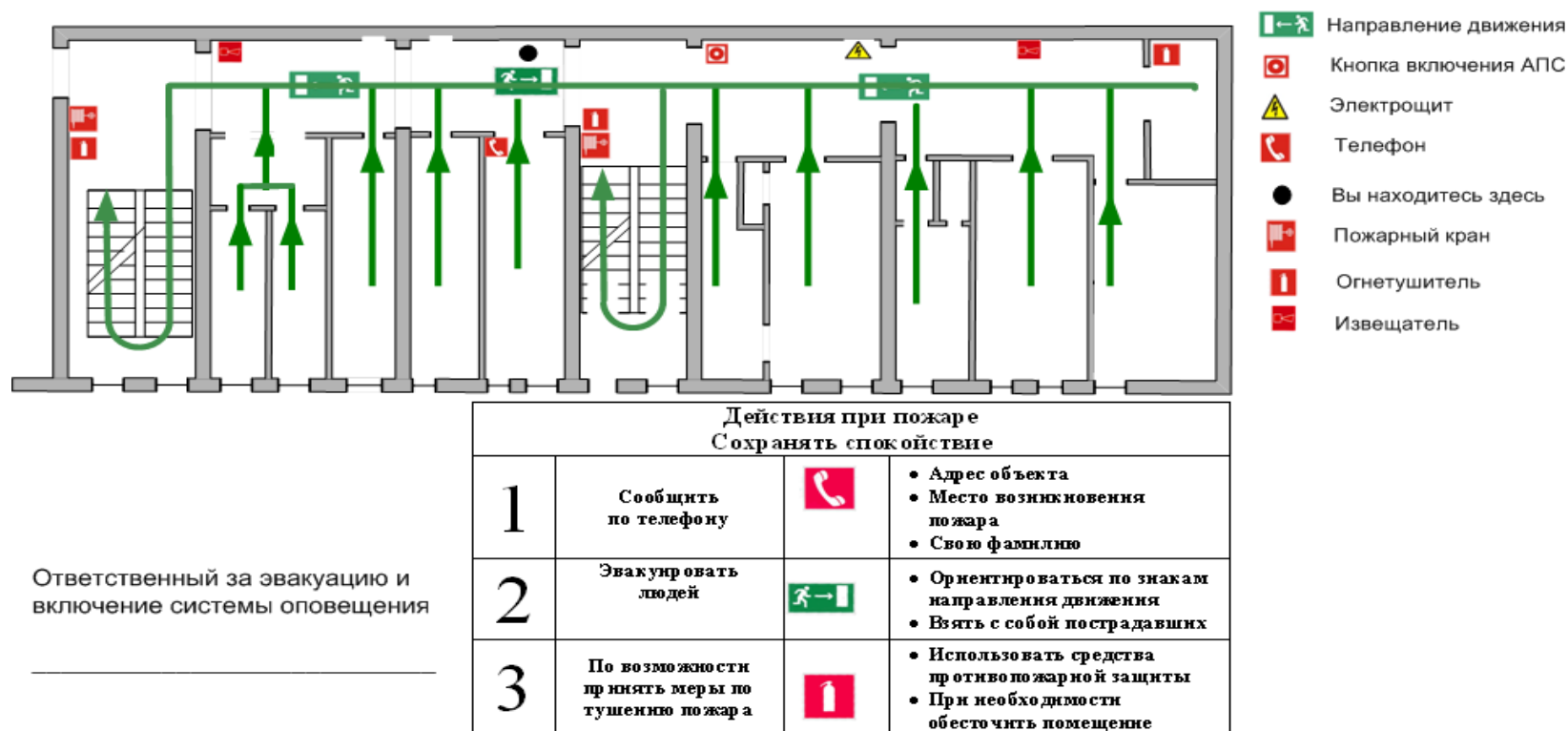


Рисунок Б.2 – План помещения и размещения светильников с люминесцентными лампами

Приложение В
(обязательное)

Kernel estimation of risk-neutral density function for CEV model

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
ОВМ71	Савченко Полина Алексеевна		

Руководитель ВКР

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Крицкий Олег Леонидович	Кандидат ф-м. наук		

Консультант-лингвист Отделения иностранных языков ШБИП

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Старший преподаватель	Кабрышева Оксана Павловна			

Introduction

The options market is one of the fastest growing and upcoming financial markets. Call / Put option a share that gives the right holder the right to buy or sell a certain asset (block of shares, bonds, futures, etc.) in a predetermined period or at a time point on conditions known in advance. Shares are currently the most common type of securities. In Russia now there are more than 800 thousand shareholders (for comparison in the USA - 5 million people).

The option is available to a wide range of investors and private traders. The Black - Scholes equation is fundamental in modeling the buying and selling of options [1]. However, the main disadvantage of this model is the assumption of a constant level of volatility, which is a limitation for the analysis of risky assets traded on stock markets.

A particular case of the stochastic volatility model is the constant elasticity of variance (CEV) model [2], which takes into account not only the changing volatility, but also the leverage effect. The CEV model is widely used to solve a number of financial options pricing issues.

The aim of the paper is to construct a kernel estimation of risk-neutral density function for the CEV model.

To achieve this goal it is necessary to solve the following tasks:

1. To conduct an analysis of existing methods and algorithms for solving the problem;
2. To form a sample of the source data;
3. To calculate the implied option volatility within the CEV model;
4. Build a nuclear assessment of volatility, select the optimal parameters (core and window width);
5. Based on the constructed nuclear assessment, calculate the risk-neutral probability density in the framework of the CEV model;
6. Calculate the fair price of the European call type option for the CEV model;

7. To analyze the results.

1 Theoretical part

1.1 Black-Scholes model

The underlying asset may take a different form: stocks, oil, currency, certain goods, etc. In addition, it is obvious that price of underlying asset at the level from which the insurance will start to pay, the more expensive the insurance itself becomes (so payment of it becomes more likely).

Black and Scholes in 1973 [5] obtained the basic formula for determining the contract price, which is based on the assumption that the price of the underlying asset S changes continuously with time t , and its future value is a logarithmic normal distribution. The equation of the process described is:

$$dS = \mu S dt + \delta S dW, \quad (1)$$

where μ is the expected return of the underlying asset, δ is volatility, dW is the wiener process that controls the stochastic price change. According to this model, the interest rate of return ds/S on the interval dt has a normal distribution with mean μ and variance σ^2 .

In the Black-Scholes model, the fair value of an option is defined as

$$C(S, t) = S \cdot \Phi(d_1) - E \cdot e^{-r(T-t)} \Phi(d_2), \quad (2)$$

where r - risk-free interest rate, T - option exercise time,

$$d_1 = \frac{\ln S - \ln E + (r + 0.5\sigma^2)(T-t)}{\sqrt{(T-t)}\sigma}, \quad d_2 = \frac{\ln S - \ln E + (r - 0.5\sigma^2)(T-t)}{\sqrt{(T-t)}\sigma} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t},$$

$$\Phi(d_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d_i} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt - \text{distribution function of a standard normal random variable.}$$

The main disadvantage of the Black - Scholes model is the assumption of a constant level of volatility $\sigma = \text{const}$. It most significantly limits the analysis of real risky

assets traded on stock markets, since often these financial instruments have variable volatility with a functional dependence of the form $\sigma=\sigma(t,S)$ or more complex when σ is a stochastic process.

1.2 Constant elasticity of variance

The model of constant elasticity of variance (CEV model) is based on the assumption [18] that the risk-neutral process, which describes the behavior of the price of the underlying asset S , has the form

$$dS = \mu S dt + \delta S^{\beta/2} dW, \quad (3)$$

where μ is the expected return on the underlying asset, δ is the volatility parameter (variability), dW is the Wiener process, $0 < \beta < 2$ is a certain coefficient. The model of constant elasticity of variance works on the assumption that there is a relationship between price and volatility.

The value of the parameter β determines what type the model will take:

- $\beta = 0$ - the process of absolute diffusion (Ornstein-Uhlenbeck equation) [18];
- $\beta = 2$ - Ito process (geometric Brownian motion);
- $\beta = 1$ – Cox-Ross model (1976).

If $\beta < 2$, then as the price of the underlying asset decreases, its volatility increases. This creates a probability distribution with a heavy left tail and a less heavy right tail.

If $\beta > 2$, then as the price of the underlying asset increases, its volatility increases, creating a probability distribution with a heavy right tail and a less heavy left tail [7]. This corresponds to the “smile of volatility”, that is, volatility is an increasing function depending on the price of shares [8].

The disadvantage of this model is the mathematical apparatus, which is complicated by the fact that this equation does not have an explicit analytical solution, therefore, with respect to S , the equation can be solved only numerically, for example, using the Runge-Kutta method [19].

Let $v = (2 - \beta)^{-1}$, $\tau = T - t$ and $m = \exp(r(2 - \beta)\tau)$. In the framework of the CEV-model, the *call* option price calculation (C) is defined as [1]:

$$C = S Q\left(2y; 2 + \frac{2}{2 - \beta}, 2x\right) - E e^{-r(T-t)} \left(1 - Q\left(2x; \frac{2}{2 - \beta}, 2y\right)\right), \quad (4)$$

where:

$$x = mkS^{2-\beta};$$

$$y = kE^{2-\beta};$$

$$k = \frac{2r}{\delta^2(2 - \beta)(m - 1)};$$

$Q(2y; 2v, 2x)$ – tail uncentricated X^2 - distribution with the number of degrees of freedom $2v$ and the shift parameter $2x$. This definition is given by the formula:

$$Q(2y; 2v, 2x) = \frac{1}{2} \int_{2y}^{\infty} e^{-(2x+u)/2} \left(\frac{u}{2x}\right)^{(v-1)/2} I_{v-1}(\sqrt{2xu}) du = \sum_{n=1}^{\infty} g(n, x) G(n + v - 1, y)$$

where:

- $g(n, x) = \frac{e^{-x} x^{n-1}}{\Gamma(n)}$ – density of tail (additional) Gamma - distribution;
- $\Gamma(n)$ – gamma-function;
- $G(n + v - 1, y) = \int_y^{\infty} g(n + v - 1, t) dt$ – tail Gamma - distribution;
- $I_q(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^q \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(z^2/4)^j}{j! \Gamma(q + j + 1)}$ – modified Bessel function of the first

kind of order q .

For large values of the parameters [3] x, y function $Q(2y; 2\nu; 2x)$, expressed in terms of $G(n + \nu - 1, y)$ and $g(n, x)$, converges rather slowly. Therefore, for the calculation, you can use the approximation of the form:

$$Q(2y; 2\nu, 2x) = \Phi(R),$$

$$\text{where } R = \frac{1 - hp \left(1 - h + \left(1 - \frac{h}{2} \right) mp \right) - \left(\frac{y}{\nu + x} \right)^h}{h \sqrt{2p(1 + mp)}}, \quad h = 1 - \frac{2}{3} \frac{(\nu + x)(\nu + 3x)}{(\nu + 2x)^2}, \quad p = \frac{(\nu + 2x)}{2(\nu + x)^2},$$

$$m = (h - 1)(1 - 3h).$$

The *put* (P) option price can be found from the relation:

$$P_t = Ke^{-r\tau} Q(2x; 2\nu, 2y) - S(1 - Q(2y; 2 + 2\nu, 2x))$$

1.3 Volatility

Forecasting the volatility of risky assets is an important step in the construction of mathematical models of financial mathematics. It is used to calculate the fair price of options and is used to develop various profitable strategies for securities portfolios.

The empirical density function of the distribution, built on the basis of historical data (Figure 1), has a non-zero excess (kurtosis) and asymmetry (skew). In addition, there is an elongation of the density function in the ε – neighborhood of the expectation point, as well as the so-called “fat tails”, when the probability of significant changes in price increments is higher than for the normal distribution. Mathematically, this means that the random process is a non-Gaussian, non-Markovian process with a long-term correlation between the data.

To study the distribution of such random processes and predict the future level of their volatility, a large number of models have been proposed. The most studied is the Black - Scholes model for options. It is based on the Black - Scholes formula for calculating the equilibrium price of buyer and seller options.

By fixing in it various execution prices E (strike prices) and expiration dates of contracts T (times to maturity), we get the so-called “estimated volatility”, which is compared with empirical estimates according to historical data. This model allows us to construct a new distribution (implied – distribution) of increments of the time series, which will already have thicker tails (Figure 1) compared to the normal distribution and, as a result, makes it possible to calculate the volatility more accurately. However, the tails remain quite “thin” compared with the distribution of data from real financial markets.

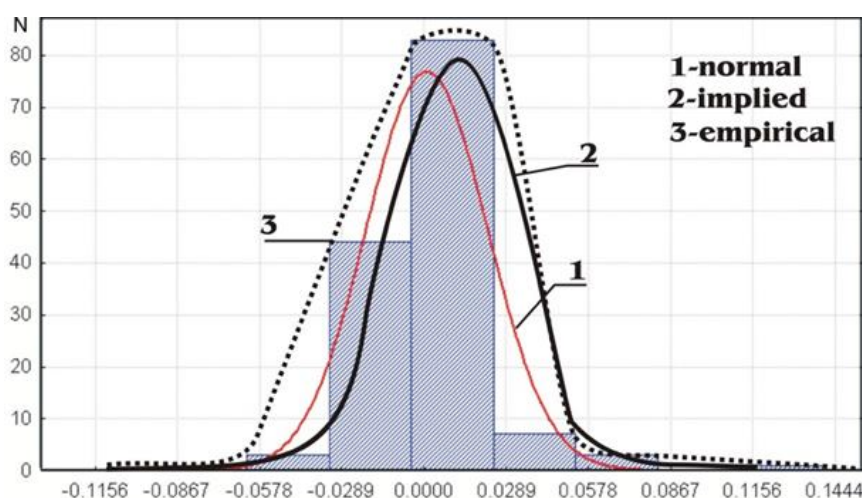


Figure 1 - Empirical distribution density for a buyer's option (call option) on a futures contract on RAO UES shares of RTS with quotations in rubles (code ES7000F5 [1], trading took place from December 1, 2004 to July 5, 2005, a total of 143 quotes) in comparison with other densities (1 – is normal density with $\mu=10^{-3}$, $\sigma=4,5 \times 10^{-4}$; 2 – implied – density; 3 – empirical density with $\mu=10^{-3}$, $\sigma=4,5 \times 10^{-4}$), N – s the number of observations that fell into the corresponding interval.

Often, the “assumed volatility” of an option is a more useful estimate than the price of an option. The reason is that the price of an option depends directly on the price of the underlying asset. If an option is held in a delta-neutral portfolio (that is, a portfolio that is hedged against small movements of the underlying asset), the next most important factor in the price of the option will be imputed volatility.

Implied volatility is so important that options are often spoken in terms of volatility, and not in terms of price, especially between professional traders.

To calculate the implied volatility of the option, there is no specific formula [20], therefore, to find it, it is necessary to solve the equation

$$C(S, t, \sigma, r, E, T) = C_{real}, \quad (5)$$

where $C(S, t, \sigma, r, E, T)$ - is the theoretical fair price of a call option calculated using the Black-Scholes formula or as part of the CEV model, C_{real} - the real price of the option on the market. In equation (5) everything is known, except σ , however, its solution is a separate complex problem. For example, when choosing the Black-Scholes formula (2), to calculate the fair price of an option, it is necessary to use the Shapiro approximation for the distribution function $\Phi(x)$

$$\Phi(x) \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}} (AD + BD^2 + CD^3),$$

where $A = 0,43613; B = -0,120167; C = 0,937298; D = (1 + 0.33267x)^{-1}$.

In the case of using the model of constant elasticity of dispersion to calculate the fair price of an option, “estimated volatility” is calculated using equation (5), where $C(S, t, \sigma, r, E, T)$ is the theoretical fair price of the call option calculated by formula (4). For the calculation $Q(2y; 2\nu, 2x)$ it is advisable to use its asymptotics:

6. $\tau \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} Q(2y; 2 + 2\nu, 2x) &= \frac{1}{2} \int_{2y}^{\infty} e^{-(2x+u)/2} \left(\frac{u}{2x} \right)^{\nu/2} I_{\nu}(\sqrt{2xu}) du = (\text{sub } u=2xz^2) = \\ &= 2x \int_{\sqrt{y/x}}^{\infty} e^{-x(1+z^2)} z^{\nu+1} I_{\nu}(2xz) dz, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} Q(2x; 2\nu, 2y) &= \frac{1}{2} \int_{2x}^{\infty} e^{-(2y+u)/2} \left(\frac{u}{2y} \right)^{(\nu-1)/2} I_{\nu-1}(\sqrt{2yu}) du = (\text{sub } u=2yz^2) = \\ &= 2y \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-y(1+z^2)} z^{\nu} I_{\nu-1}(2yz) dz, \end{aligned} \quad (7)$$

We use the asymptotics for the modified Bessel function, when the argument $z \rightarrow \infty$:

$$I_\nu(z) \sim \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}}.$$

Then (6) and (7) will be rewritten as:

$$\begin{aligned} Q(2y; 2+2\nu, 2x) &\sim \sqrt{\frac{x}{\pi}} \int_{\sqrt{y/x}}^{\infty} e^{-x(z-1)^2} z^{\nu+1/2} dz = (\text{sub } z = 1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}) = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}\right)^{\nu+1/2} dp = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp + O\left(\frac{1}{\sqrt{2x}}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Q(2x; 2\nu, 2y) &= \sqrt{\frac{y}{\pi}} \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-y(z-1)^2} z^{\nu-1/2} dz = (\text{sub } z = 1 + \frac{p}{\sqrt{2y}}) = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2y}(\sqrt{x/y}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{2y}}\right)^{\nu-1/2} dp = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2y}(\sqrt{x/y}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp + O\left(\frac{1}{\sqrt{2y}}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

7. $\sigma \rightarrow \infty$

In this case, the following asymptotics of the Bessel function is used when

$z \rightarrow 0$:

$$I_\nu(2z) \sim \frac{z^\nu}{\Gamma(\nu+1)}.$$

Then

$$Q(2y; 2+2\nu, 2x) \sim 2 \frac{x^{\nu+1} e^{-x}}{\Gamma(\nu+1)} \int_{\sqrt{y/x}}^{\infty} e^{-xz^2} z^{2\nu+1} dz = (\text{sub } z = \sqrt{t/x}) = \frac{e^{-x}}{\Gamma(\nu+1)} \int_y^{\infty} e^{-t} t^\nu dt, \quad (10)$$

$$Q(2x; 2\nu, 2y) \sim \frac{2y^\nu e^{-y}}{\Gamma(\nu)} \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-yz^2} z^{2\nu-1} dz = (\text{sub } z = \sqrt{t/y}) = \frac{e^{-y}}{\Gamma(\nu)} \int_x^{\infty} e^{-t} t^{\nu-1} dt. \quad (11)$$

8. $E \rightarrow \infty$

$$Q(2y; 2+2\nu, 2x) \sim \sqrt{\frac{x}{\pi}} \int_{\sqrt{y/x}}^{\infty} e^{-x(z-1)^2} z^{\nu+1/2} dz = (\text{sub } z = 1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}) =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}\right)^{v+1/2} dp = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp + O\left(\frac{1}{\sqrt{2x}}\right), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Q(2x; 2v, 2y) &= \sqrt{\frac{y}{\pi}} \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-y(z-1)^2} z^{v-1/2} dz = (\text{sub } z = 1 + \frac{p}{\sqrt{2y}}) = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2y}(\sqrt{x/y}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{2y}}\right)^{v-1/2} dp = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2y}(\sqrt{x/y}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp + O\left(\frac{1}{\sqrt{2y}}\right). \end{aligned} \quad (13)$$

9. $r \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} Q(2y; 2 + 2v, 2x) &\sim \sqrt{\frac{x}{\pi}} \int_{\sqrt{y/x}}^{\infty} e^{-x(z-1)^2} z^{v+1/2} dz = (\text{sub } z = 1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}) = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} \left(1 + \frac{p}{\sqrt{2x}}\right)^{v+1/2} dp = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\sqrt{2x}(\sqrt{y/x}-1)}^{\infty} e^{-p^2/2} dp + O\left(\frac{1}{\sqrt{2x}}\right); \end{aligned} \quad (14)$$

$$Q(2x; 2v, 2y) \sim \frac{2y^v e^{-y}}{\Gamma(v)} \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-yz^2} z^{2v-1} dz = (\text{sub } z = \sqrt{t/y}) = \frac{e^{-y}}{\Gamma(v)} \int_x^{\infty} e^{-t} t^{v-1} dt. \quad (15)$$

10. $T \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} Q(2y; 2 + 2v, 2x) &\rightarrow 2C \int_0^{\infty} e^{-C(1+z^2)} z^{v+1} I_v(2Cz) dz = (\text{sub } z = \sqrt{t}) = C e^{-C} \int_0^{\infty} e^{-Ct} t^{v/2} I_v(2C\sqrt{t}) dt \\ Q(2x; 2v, 2y) &= 2y \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-y(1+z^2)} z^v I_{v-1}(2yz) dz \sim \frac{2y^v e^{-y}}{\Gamma(v)} \int_{\sqrt{x/y}}^{\infty} e^{-yz^2} z^{2v-1} dz = (\text{sub } z = p(2y)^{-1/2}) \\ &= \frac{e^{-y}}{2^{v-1} \Gamma(v)} \int_{\sqrt{2x}}^{\infty} e^{-p^2/2} p^{2v-1} dp \rightarrow \frac{1}{2^{v-1} \Gamma(v)} \int_{\sqrt{2C}}^{\infty} e^{-p^2/2} p^{2v-1} dp = \text{const}. \end{aligned}$$

1.3 Risk - neutral density function

Consider a portfolio that consists of two purchased buyer's options with exercise prices $E - \varepsilon$ and $E + \varepsilon$, where ε is an infinitely small value. If the underlying asset has a price that goes beyond the boundaries of the interval $[E - \varepsilon; E + \varepsilon]$, the counterparty receives nothing. If we push ε to zero, then we can see that the payout function f_T at time T tends to the delta function with center at point E .

The price of the call option $C(S_T, E, \tau)$ with the underlying asset value S_T , the exercise price X at an arbitrary point in time t is equal to

$$C(S_T, E, t) = E^* \left(\frac{f_T}{e^{rt}} \right),$$

where r - is the risk-free interest rate;

E^* - risk-neutral expectation with density f^* .

We turn to the limit $\varepsilon \rightarrow 0$ and get

$$C(S_T, E, t) = e^{-r\tau} f^*(X).$$

On the other hand, the price of the buyer's fair option may be written as

$$\frac{1}{\varepsilon^2} [-2C(S_T, E, t) + C(S_T, E - \varepsilon, t) + C(S_T, E + \varepsilon, t)] \rightarrow C''_{EE}(S_T, E, t).$$

Thus, risk neutral density can be written as

$$f^*(X) = e^{r\tau} C''_{EE}(S_T, E, t). \quad (16)$$

Proposition

Within the model of the constant elasticity of dispersion, there is a risk-neutral density function $f^*(S_t, E, T)$ for options of the European type with the exercise price

$$S_T = E$$

$$f^*(S_t, S_T, T) = e^{r\tau} \frac{\partial^2 C_t^*(S_t, E, T)}{\partial E^2} \Big|_{E=S_T}, \quad (17)$$

where

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 C_t^*(S_t, E, T)}{\partial E^2} = & \frac{2S(2-\beta)^2}{E^2} y(y-1+\nu) p(2y; 2+2\nu, 2x) - \frac{2S(2-\beta)}{E} y p(2y; 2\nu, 2x) + \\ & + e^{-rt} \frac{2(2-\beta)^2}{E} y(1+\nu-y) p(2x; 2+2\nu, 2y) + e^{-rt} \frac{2(2-\beta)^2}{E} y^2 p(2x; 4+2\nu, 2y), \end{aligned} \quad (18)$$

where $p(\omega; \nu, \lambda)$ - non-centered density function of the χ^2 - distribution, which is defined by

$$p(\omega; \nu, \lambda) = \frac{1}{2} e^{-(\lambda+\omega)/2} (\omega/\lambda)^{(\nu-2)/4} I_{(\nu-2)/2}(\sqrt{\lambda\omega}).$$

With the help of risk-neutral density function we can find a fair price of the European option

$$C(S_T, E, \tau, \sigma) = e^{-r\tau} \int_R \max[S_T - E, 0] f^*(S_t) dS_T. \quad (19)$$

Consider the asymptotics $p(\omega; \nu, \lambda)$ for $\tau \rightarrow 0$, $\sigma \rightarrow \infty$, $K \rightarrow \infty$, $r \rightarrow \infty$, $T \rightarrow \infty$.

6. $\tau \rightarrow 0$

$$p(2x; 2\nu; 2y) \sim e^{-x} e^{-y} e^{2\sqrt{x}\sqrt{y}} C \frac{1}{\sqrt[4]{xy}} \sim \frac{C}{e^{k(\sqrt{mS^{2-\beta}} - \sqrt{E^{2-\beta}})^2} \sqrt[4]{xy}},$$

$$p(2y; 4 + 2\nu, 2x) \sim e^{-x} e^{-y} e^{2\sqrt{x}\sqrt{y}} C_1 \frac{1}{\sqrt[4]{xy}} \sim \frac{C_1}{\sqrt[4]{xy}} e^{-(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2} \sim \frac{C_1}{e^{k(\sqrt{mS^{2-\beta}} - \sqrt{E^{2-\beta}})^2} \sqrt[4]{xy}},$$

$$p(2y; 4 + 2\nu, 2x) \sim p(2y; 6 + 2\nu, 2x),$$

$$p(2x; 2\nu; 2y) \sim p(2x; 2 + 2\nu; 2y),$$

where C and C_1 are constants τ .

7. $\sigma \rightarrow \infty$

$$p(2y; 4 + 2\nu, 2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(\nu+2)} y^{\nu+1},$$

$$p(2x; 2\nu, 2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(\nu)} x^{\nu-1},$$

$$p(2y; 6 + 2\nu, 2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(\nu+3)} y^{\nu+2},$$

$$p(2x; 2 + 2\nu, 2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(\nu+1)} x^\nu.$$

8. $E \rightarrow \infty$

$$p(2y; 4 + 2\nu, 2x) \sim \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}}{\sqrt[4]{xy}} \left(\frac{y}{x}\right)^{(\nu+1)/2}, \quad (20)$$

$$p(2y; 6 + 2v, 2x) \sim \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}}{\sqrt[4]{xy}} \left(\frac{y}{x}\right)^{(v+2)/2}, \quad (21)$$

$$p(2x; 2v, 2y) \sim \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}}{\sqrt[4]{xy}} \left(\frac{x}{y}\right)^{(v-1)/2}, \quad (22)$$

$$p(2x; 2 + 2v, 2y) \sim \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}}{\sqrt[4]{xy}} \left(\frac{x}{y}\right)^{v/2}. \quad (23)$$

9. $r \rightarrow \infty$

$$p(2y; 4 + 2v, 2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+2)} y^{v+1},$$

$$p(2x; 2v, 2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v)} x^{v-1},$$

$$p(2y; 6 + 2v, 2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+3)} y^{v+2},$$

$$p(2x; 2 + 2v, 2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+1)} x^v.$$

10. $T \rightarrow \infty$

$$p(2y; 4 + 2v, 2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+2)} y^{v+1},$$

$$p(2x; 2v, 2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v)} x^{v-1},$$

$$p(2y; 6 + 2v, 2x) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+3)} y^{v+2},$$

$$p(2x; 2 + 2v, 2y) \sim \frac{1}{2} \frac{e^{-x-y}}{\Gamma(v+1)} x^v.$$

In the case of an option of an arbitrary type, density f^* cannot be represented as an explicit analytical formula. In [21], it was proposed to estimate the density using non-parametric approaches. For practical calculations, the approach is inconvenient,

since it is necessary to restore a continuous function f^* from the values of the second derivative $C_{EE}''(S_T, X, \tau)$ only at a few known points X (strikes are fixed with a certain step according to the specification of contracts). Thus, this approach is associated with high computational error.

1.5 Nuclear Regression Model

Let from now on X is the object space and Y is the set of possible answers. There is an unknown target dependence $f: X \rightarrow Y$ whose values are known only on the objects of the available sample $(X_i, Y_i), i = \overline{1, n}$. It is required to construct an algorithm $\hat{f}: X \rightarrow Y$, which approximates the target dependence f .

Non-parametric methods are such statistical techniques that do not require the specification of functional forms of the evaluated objects, instead, the data themselves form a model in a certain way.

The idea of nuclear smoothing is to represent the sequence of weights $\{W_i(x)\}, i = \overline{1, n}$, where the shape of the weight function $W_i(x)$ is described using the density function with the scalar parameter h (window width), which adjusts the size and shape weights about x . This form function is commonly called the kernel K [10].

The kernel is a bounded, real function K with the unit integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(z) dz = 1.$$

The sequence of weights for nuclear assessments is defined as:

$$W_i(x) = \frac{K(\frac{x - X_i}{h})}{\sum_{j=1}^n K(\frac{x - X_j}{h})}.$$

For smoothing in the multidimensional case, the product of one-dimensional kernels is mainly used. In this case, the nuclear regression estimate is:

$$\hat{r}(x) = \sum_{i=1}^n Y_i W_i(x) = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \prod_{j=1}^m K\left(\frac{x_j - x_{ij}}{h}\right)}{\sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^m K\left(\frac{x_j - x_{ij}}{h}\right)}, \quad (24)$$

where j is the factor number.

1.5.1 Selection of the kernel $K(u)$ and the optimal width of the window

Usually the following functions are considered as nuclear functions:

- Uniform

$$K(u) = \frac{1}{2} I\{|u| \leq 1\};$$

- Triangular

$$K(u) = (1 - |u|) I\{|u| \leq 1\};$$

- Yepanechnikovo

$$K(u) = \frac{3}{4} (1 - u^2) I\{|u| \leq 1\};$$

- Gaussian (normal) core

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}}.$$

It should be noted that the definition domain of the first three nuclei is the segment $[-1, 1]$, while the latter has infinite media (Figure 2). Consequently, when using a uniform, triangular, or Epechnikov kernel, the estimate will use the information in a limited window in neighborhood of X , and the estimate using the Gaussian core will use information from all observations.

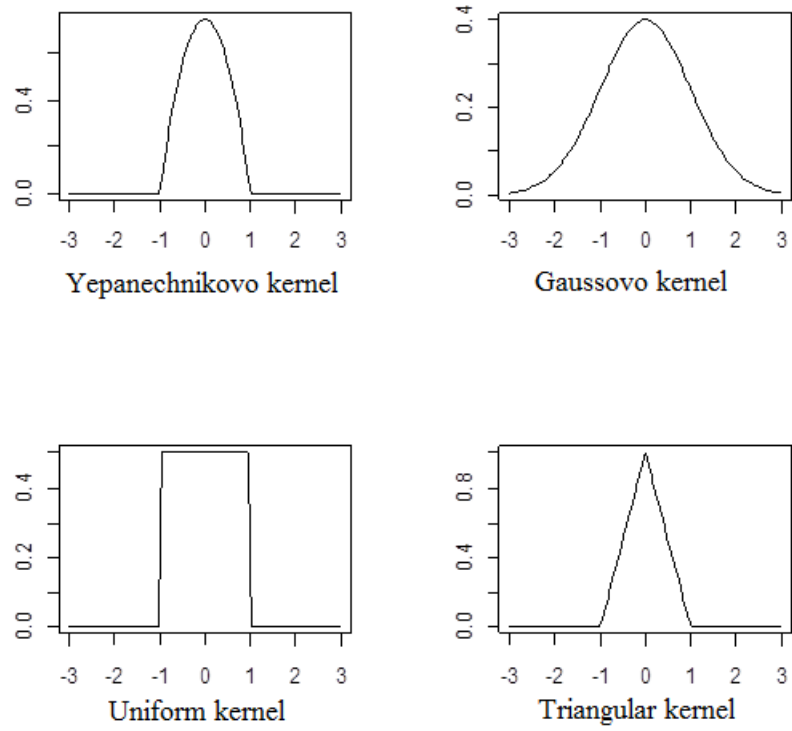


Figure 2 – Domains of the kernel functions

Based on this, the normal core will be used to calculate the nuclear estimate [22]:

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}}. \quad (25)$$

Another important factor in conducting high-quality non-parametric estimation is the selection of an appropriate window width for the task at hand. Although the nuclear function remains important, its main role is to ensure the differentiability and smoothness of the resulting estimates. The window width, on the other hand, determines the evaluation behavior in finite samples, which the nuclear function is simply not able to do. Consider two approaches to determining the parameter of blur (width of the spectrum):

1. The blur parameter is defined as half the sample size:

$$h_j = \frac{X_{max}^j - X_{min}^j}{2}, j = \overline{1, m}.$$

2. The width of the spectrum is defined as [21] :

$$h_j = s_j n^{\frac{-1(8+2q)}{\ln(n)}}, \quad (26)$$

Where q – is the order of the nuclear function, s_j – is the unconditional standard deviation for the factor j .

Conclusion

In this work classical option pricing models and non-parametric approaches were used to construct an estimate of risk-neutral probability density. Basic data are obtain and analysed.

Within the CEV model, the parameter $\beta=1.84$ is selected. The implied volatility counted at asymptotic of $E \rightarrow \infty$. It is found that the behavior of the extracted volatility reflects the economic news in the country. A Nadaray – Watson nuclear estimate of extracted volatility has been constructed, which well approximates previously calculated extracted volatility. As part of the nuclear assessment, the optimal parameters were selected: Gaussian core and window width.

Using the constructed nuclear estimate and asymptotics for non-centered density functions of the χ^2 distribution, we calculated the risk-neutral probability density and the fair prices of European call options. Limit cases were checked that are valid when the option expires at $S_T = 10\,875,60$ and the corresponding strikes $E = 10\,000$ and $E = 11\,000$.