

УДК 534.143

## УПРАВЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ МЕХАТРОННОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ПОМОЩИ ЕМКОСТНОГО ПАРАМЕТРА

**Томилин Александр Константинович,**

д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры теоретической и прикладной механики Института физики высоких технологий Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30. E-mail: aktomilin@gmail.com

**Прокопенко Елена Васильевна,**

преподаватель кафедры общепрофессиональных дисциплин Факультета машиностроения и транспорта РГП на ПХВ «Восточно-Казахстанский государственный технический университет им. Д. Серикбаева», Республика Казахстан, 070004, г. Усть-Каменогорск, ул. Протозанова, 69. E-mail: prokopenko.1982@mail.ru

**Актуальность исследования.** Область использования мехатронных систем постоянно расширяется. В зависимости от их назначения требуется управлять различными типами движения при помощи соответствующих нейронных сетей. Разработка новых типов актуаторов и сенсоров является актуальной научной проблемой.

**Цель работы** заключается в изучении динамики тороидального актуатора на упругой подвеске с электроемкостью в качестве управляющего параметра.

**Методы исследования.** Составлены и исследованы дифференциальные уравнения движения для свободных и вынужденных колебаний системы. Теоретическое изучение опирается на эксперимент, в котором наблюдается продольное движение тороида с током в поле магнитной пары, анализ движения производится на основе дифференциальных уравнений.

**Результаты.** Теоретически описаны собственные и вынужденные колебания тороидального актуатора в потенциальном магнитном поле при наличии конденсатора в электрической цепи. Рассмотрен частный случай, когда потенциальное магнитное поле является стационарным и однородным. Определена магнитная сила, действующая на тороид с током в потенциальном магнитном поле при наличии конденсатора во внешней цепи. Установлено, что эта сила пропорциональна ускорению тороида и направлена вдоль его оси.

**Вывод.** Емкостный параметр системы приводит к уменьшению квазиинерционного коэффициента. Из дифференциального уравнения собственных колебаний системы определяется значение собственной частоты при электромагнитном воздействии. В частном примере произведено сравнение этой частоты с частотой в отсутствие магнитной силы. Сделан вывод о возможности электромагнитной подстройки собственной частоты системы регулировкой емкостного параметра. Из дифференциального уравнения вынужденных колебаний получена расчетная формула для определения резонансной электроемкости. Результаты теоретического исследования можно использовать для создания мехатронных систем с тороидальным актуатором. Управление собственными частотами таких систем удобно производить регулировкой емкостного параметра, включенного в электрическую цепь.

### **Ключевые слова:**

Колебания упругих систем, магнитная сила, тороид, электроемкость, частота колебаний, резонанс.

### **Введение**

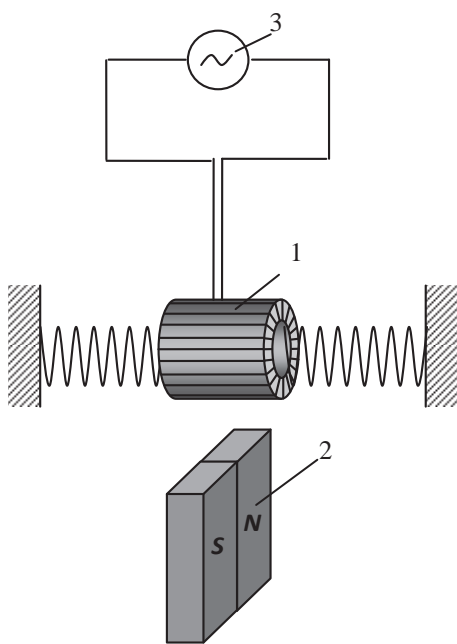
При проектировании мехатронных систем часто возникает проблема активного контроля вибрационных процессов [1–3]. При этом решается вопрос о выборе типа актуатора и соответствующего управляющего параметра в зависимости от характера движения рабочего элемента [4–14]. В настоящей работе предлагается новый тип актуатора с электроемкостью в качестве управляющего параметра.

Авторами произведен эксперимент с целью наблюдения движения тороидальной катушки в поле магнитной пары (рис. 1). Цилиндрический тороид имел размеры: внешний радиус  $R_i=10$  мм, внутренний радиус  $r_i=5$  мм, высота  $h=10$  мм. Двухслойная бифилярная обмотка (с целью компенсации «набегающего» витка) имела 30 витков из медного провода диаметром 1 мм. Провод намотан на пластиковый полый цилиндр. Тороид подвешивался над линией соединения двух плоских магнитов (магнитная пара), каждый из которых имел размеры:  $10 \times 20 \times 50$  мм. При пропускании по-

стоянного тока силой 2 А по обмотке тороида происходило его движение вдоль собственной оси симметрии. В случае переменного низкочастотного тока наблюдались продольные колебания тороида. За счет изменения частоты тока такую систему можно настроить в резонанс.

Теоретическое описание и некоторые возможные приложения эффекта, наблюдаемого в эксперименте, приведены в работах [15–18].

На рис. 2 представлена фотография магнитного поля, созданного парой магнитов. На торцах магнитной пары (вверху и внизу) образуются «пустые» области. Экспериментально установлено, что на тороид, помещенный в одну из этих областей, действует сила, совпадающая по направлению с токами, текущими по его внутренним виткам. В такой же области на другом торце пары тороид при том же направлении тока испытывает действие силы противоположного направления. Следовательно, в «пустых» областях создается магнитное поле, обладающее потенциальными свойствами.



**Рис. 1.** Эксперимент с тороидом: 1) тороид; 2) магнитная пара; 3) источник переменного тока

**Fig. 1.** Experiment with a toroid: 1) toroid; 2) magnetic couple; 3) ac source



**Рис. 2.** Конфигурация магнитного поля, созданного парой плоских прямоугольных магнитов

**Fig. 2.** Configuration of magnetic field generated by a pair of flat rectangular magnets

Индукция этой компоненты магнитного поля описывается скалярной функцией, поэтому иногда используется термин «скалярное магнитное поле» (СМП) [15–18]. Знаки этой функции на торцах магнитной пары различны: при совпадении направления магнитной силы с направлением внутренних токов берется знак «плюс», в противном слу-

чае – «минус». Следовательно, в качестве индикатора СМП можно использовать тороид, размеры которого не превышают размеров области СМП.

Теория, описанная в монографии [15], позволяет рассчитать силу, действующую на тороид с током, помещенный во внешнее СМП. Эта сила направлена вдоль оси тороида, что и подтверждается экспериментом.

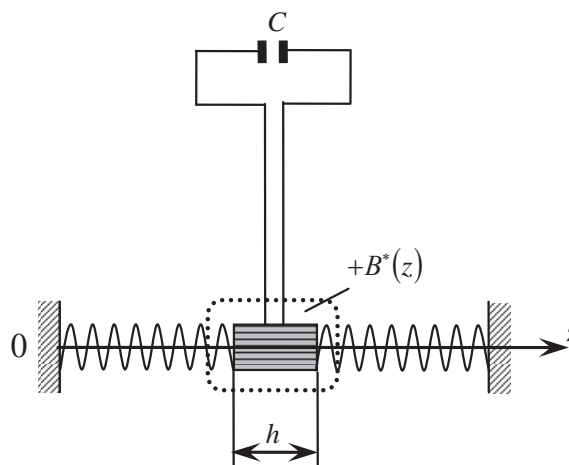
Обнаруженный эффект можно использовать для создания тороидального актуатора, генерирующего продольные колебания упругой системы. При этом имеется возможность бесконтактной настройки системы в резонанс.

### Результаты исследования и обсуждение

Исследуем процесс собственных колебаний тороида в потенциальном (скалярном) магнитном поле. На рис. 3 показана электромеханическая система, состоящая из двух пружин и тороидальной катушки. Тороид может совершать свободные колебания вдоль горизонтальной оси  $z$ . В электрическую цепь, замыкающую обмотку тороида, включен конденсатор емкости  $C$ . Тороид находится в неоднородном стационарном СМП положительного знака с индукцией  $B^*(z)$ .

Заметим, что объяснить наблюдаемый в эксперименте эффект при помощи обычной силы Ампера не представляется возможным по следующим причинам:

- 1) тороид расположен в «пустой» области, где обычное (соленоидальное) магнитное поле практически не обнаруживается при помощи чувствительного тесламетра;
- 2) тороидальная катушка имеет двухслойную обмотку, компенсирующую «набегающий» виток;
- 3) подводящие проводники расположены практически на одной линии, с целью компенсации сил Ампера, действующих на них.



**Рис. 3.** Схема электромеханической системы с емкостным параметром

**Fig. 3.** Circuit of electromechanical system with a capacity parameter

Закон безвихревой электромагнитной индукции [15] записывается в виде:

$$\varepsilon^* = \frac{d\Phi^*}{dt},$$

где  $\Phi^*$  – аналог потока магнитной индукции.

Пусть закон движения центра тороида  $z(t)$ , тогда:

$$d\Phi^* = B^*(z)z(t)dz.$$

Зададим начальные условия движения:  $z(0)=0$ ,  $\dot{z}(0)=V_0$ .

Так как витки тороида соединены последовательно, в нем индуцируется напряжение:

$$U_C = wV(t) \int_{z_1}^{z_2} B^*(z)dz, \quad (1)$$

где  $w$  – число витков обмотки;  $V(t)=\dot{z}$  – переносная скорость тороида;  $z_1=z-h/2$ ,  $z_2=z+h/2$  – координаты его торцов;  $h$  – высота.

Рассмотрим упрощенный случай, когда скалярное магнитное поле является стационарным и однородным:

$$B^* = \text{const}. \quad (2)$$

В этом случае (1) запишется в виде:

$$U_C = wV(t)B^*h. \quad (3)$$

Из (3) следует, что индуцированное на обкладках конденсатора напряжение  $U_C$  имеет максимальное значение при  $z=0$  (при максимальной скорости).

Заряд конденсатора и напряжение связаны соотношением:

$$Q = U_C C, \quad (4)$$

где  $C$  – емкость конденсатора.

Определим силу индуцированного тока при условии (2) с учетом (4):

$$J(t) = \frac{dQ}{dt} = wCB^*h\dot{z}. \quad (5)$$

Запишем условия [19], при которых можно пренебречь активным сопротивлением цепи и индуктивным сопротивлением тороидальной катушки:

$$\frac{1}{\omega C} \gg R, \quad \frac{1}{\omega C} \gg \omega L_0, \quad (6)$$

где  $R$  – активное сопротивление;  $L_0$  – индуктивность тороидальной катушки.

Зададим параметры тороидальной катушки и определим ее активное сопротивление с учетом подводящих проводников. Примем внешний радиус  $R_i=10$  мм, внутренний радиус  $r_i=5$  мм, высота тороида  $h=10$  мм, число витков  $w=30$ , диаметр сечения медного провода 1 мм.

При этом активное сопротивление обмотки тороида:

$$R = \rho \frac{l_w}{S} = 0,02 \text{ Ом},$$

где  $l_w$  – длина провода обмотки тороида и подводящих проводников.

Рассчитаем собственную индуктивность тороида  $L_0$ :

$$L_0 = \frac{\mu_0 w^2 S}{2\pi r}, \quad (7)$$

где  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость;  $w$  – число витков;  $S$  – площадь поперечного сечения тора;  $r$  – средний радиус тороида.

Подставим численные данные в (7) и получим значение:

$$L_0 = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}.$$

Запишем выражение для продольной магнитной силы, возникающей в тороиде и действующей вдоль его оси [15]:

$$F^*(t) = wJ(t) \int_{z_1}^{z_2} B^*(z)dz. \quad (8)$$

Запишем (8) с учетом (5) при условии (2):

$$F^*(t) = w^2 CB^{*2} h \dot{z}. \quad (9)$$

Составим дифференциальное уравнение, описывающее движение тороида во внешнем стационарном однородном СМП положительного знака при наличии конденсатора в замыкающей цепи [20]:

$$(m - w^2 CB^{*2} h) \ddot{z} + v \dot{z} + cz = 0, \quad (10)$$

где  $m$  – масса тороида;  $v$  – коэффициент сопротивления;  $c$  – жесткость подвеса.

Электромагнитное воздействие (9) привело к уменьшению квазиинерционного коэффициента в дифференциальном уравнении (10). Обозначим его:

$$k = m - w^2 CB^{*2} h. \quad (11)$$

Понятно, что колебания происходят только при положительном значении квазиинерционного коэффициента  $k$ .

Рассмотрим численный пример. Зададим параметры системы. Масса тороида  $m=0,0254$  кг, индукция СМП  $B^*=1$  Тл, емкость конденсатора  $C=0,4 \cdot 10^{-3}$  Ф, коэффициент сопротивления  $v=0,1$  кг/с, жесткость подвеса  $c=4$  Н/м.

Квазиинерционный коэффициент (11) при этом имеет значение:

$$k = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

Частота собственных колебаний тороида без электромагнитного воздействия:

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m} - b^2} = 22,81 \text{ с}^{-1}, \quad (12)$$

где  $b = \frac{v}{2m}$  – фактор затухания.

Определим частоту собственных колебаний с учетом электромагнитного воздействия:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{c}{k} - b'^2} = 30,99 \text{ с}^{-1}, \quad (13)$$

где  $b' = \frac{v}{2k}$  – фактор затухания с учетом электромагнитного воздействия.

Сравнивая (12) и (13), определим изменение частоты собственных колебаний за счет электромагнитного воздействия:

$$\Delta = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega} \cdot 100 \% = 35,86 \%.$$

С учетом полученных значений нетрудно проверить выполнимость условий (6).

Сделаем вывод: используя управляющий емкостный параметр можно в широких пределах изменять собственную частоту продольных колебаний тороида во внешнем СМП.

Рассмотрим вынужденные колебания тороида. Добавим внешнюю продольную вынуждающую силу, приложенную к тороиду:

$$F = F_0 \sin pt, \quad (14)$$

где  $p$  – частота вынуждающей силы;  $F_0$  – ее амплитуда.

Составим дифференциальное уравнение продольных колебаний тороида в СМП с учетом вынуждающей силы (14) [20]:

$$\ddot{z} + \frac{v}{k} \dot{z} + \frac{c}{k} z = \frac{F_0 \sin pt}{k}. \quad (15)$$

Установившиеся вынужденные колебания совершаются с амплитудой:

$$A = \frac{F_0}{k \sqrt{\left(\frac{c}{k} - p^2\right)^2 + \frac{v^2}{k^2} p^2}}.$$

В случае резонанса:

$$\left(\frac{c}{k} - p^2\right)^2 + \frac{v^2}{k^2} p^2 = \min.$$

Из этого условия получим выражение для резонансной частоты, соответствующей (15):

$$p_r = \sqrt{\frac{c}{k} + \frac{v^2}{2k^2}}. \quad (16)$$

Чтобы настроить систему в резонанс, нужно подобрать соответствующую емкость. Из (16) получим квадратное уравнение:

$$k^2 - \frac{c}{p_r^2} k - \frac{v^2}{2p_r^2} = 0. \quad (17)$$

Уравнение (17) имеет два корня. Отрицательный корень не имеет физического смысла. Положительный корень позволяет записать соотношение, связывающее квазиинерционный коэффициент с резонансной частотой:

$$k = \frac{c}{2p_r^2} + \sqrt{\frac{c^2}{4p_r^4} + \frac{v^2}{2p_r^2}}. \quad (18)$$

Из (11) и (18) получим формулу для расчета резонансной емкости:

$$C_r = \frac{m - \frac{c}{2p_r^2} - \sqrt{\frac{c^2}{4p_r^4} + \frac{v^2}{2p_r^2}}}{w^2 B^{*2} h}.$$

Выбор резонансной частоты ограничен условием:

$$m > \frac{c}{2p_r^2} + \sqrt{\frac{c^2}{4p_r^4} + \frac{v^2}{2p_r^2}}.$$

Рассмотрим пример. При частоте и всех заданных выше параметрах системы резонанс наступает при значении емкости:

$$C_r = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}.$$

Условия (6) при этом выполняются.

#### Заключение

Сформулируем основные результаты и выводы, полученные в работе.

1. Теоретически описаны собственные и вынужденные колебания тороидального актуатора в однородном и стационарном потенциальном магнитном поле при наличии конденсатора в электрической цепи.
2. Исследован линейный резонанс, определено значение резонансной емкости.
3. Результаты теоретического исследования можно использовать для создания мехатронных систем с тороидальным актуатором. Управление собственными частотами таких систем удобно производить регулировкой емкостного параметра, включенного в электрическую цепь.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-31-50037.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карнаухов Н.Ф. Электромеханические и мехатронные системы. – Ростов н/Д: Феникс, 2006. – 320 с.
2. Овчинников И.Е. Электромеханические и мехатронные системы. Ч. 1. – СПб.: СПбГУИТМО, 2008. – 121 с.
3. Karnopp D.C., Margolis D.L., Rosenberg R.C. System Dynamics: Modeling and Simulation of Mechatronic Systems. 5<sup>th</sup> ed. – New York: Wiley, 2012. – 648 p.
4. Lyshevski S.E. Precision control of mechatronic systems with electromagnetically-steered moving masses // Int. J. Advanced Mechatronic Systems. – 2013. – V. 5. – № 5. – P. 1–9.
5. Study on Application of Two New Types of Piezoelectric Actuators to the Vibration Control / W. Wang et al. // Piezoelectric & Acousto Optics. – 2010. – V. 1. – 223 p.
6. Frequency domain identification for active vibration control of flexible structures / Y. Wang et al. // Control and Automation 2005. ICCA'05: International Conference on IEEE. – Budapest, 2005. – V. 2. – pp. 1149–1153.
7. Lu Xiaobo, Tao Yungang, He Yanwei. Active vibration control of a cantilever beam using piezoelectric sensors and actuators // Trans. Nanjing Univ. Aeron. and Astron. – 1997. – V. 14. – № 3. – P. 67–72.



8. Mizuno T., Araki K. Active Dynamic Vibration Absorber with Automatic Frequency-Tracking Performance // JSME International Journal Series C. – 1998. – V. 41. – № 3. – P. 378–383.
9. Yang S.M., Jeng C.A. Structural vibration suppression by concurrent piezoelectric sensor and actuator // Smart Mater. and Struct. – 1996. – V. 5. – № 6. – P. 806–813.
10. Pietrzakowski M. Active damping of laminated plates by skewed piezoelectric patches // Journal of theoretical and applied Mechanics. – 2001. – V. 2. – № 39. – P. 377–393.
11. Smyser C.P., Chandrachehara K. Robust vibration control of composite beams using piezoelectric devices and neural networks // Smart Mat. and Struct. – 1997. – V. 6. – № 2. – P. 178–189.
12. Sun Dongchang, Wang Dajun, Xu Z.L. Distributed piezoelectric segment method for vibration control of smart beams // AIAA Journal. – 1997. – V. 35. – № 3. – P. 583–584.
13. Preumont A. Vibration control of active structures: an introduction. – Berlin, Heidelberg, New York, Hong Kong, London, Milan, Paris, Tokyo: Springer, 2011. – 480 p.
14. Mohamed et al. Intelligent hybrid Active Force Control in identification of a nonlinear MIMO system/T.L.T.// Research and Development (SCOReD): IEEE Student Conference on Research and Development. – Pulau Pinang, Malaysia, 2012. – P. 114–119.
15. Томилилин А.К. Основы обобщенной электродинамики // Математика в ВУЗе. Интернет-журнал СПбГТУ. – 2009. – № 17. URL: [http://www.spbstu.ru/publications/m\\_v/N\\_017/frame\\_17.html](http://www.spbstu.ru/publications/m_v/N_017/frame_17.html) (дата обращения: 30.10.2014).
16. Tomilin A.K., Prokopenko E.V. Non-Destructive Testing of Rods Using a Potential Component of a Magnetic Field // World Journal of Mechanics. – 2014. – V. 4. – № 2. – P. 37–43.
17. Томилилин А.К., Прокопенко Е.В. Продольные колебания упругого электропроводного стержня в неоднородном магнитном поле // Вестник ТГУ. Математика и механика. – 2013. – № 1 (21). – С. 104–111.
18. Томилилин А.К., Прокопенко Е.В. Ультразвуковой генератор с продольным электромагнитным возбуждением // Изв. вузов. Физика. – 2012. – № 6/2. – С. 248–251.
19. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с.
20. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высш. Школа, 1980. – 408 с.

Поступила 31.10.2014 г.

UDC 534.143

## CONTROL OF MECHATRONIC SYSTEM LONGITUDINAL VIBRATIONS USING CAPACITIVE PARAMETER

**Aleksandr K. Tomilin,**

National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russia. E-mail: aktomilin@gmail.com

**Elena V. Prokopenko,**

D. Serikbayev East Kazakhstan state technical university, 69, Protozanov street, Ust-Kamenogorsk, 070004, Republic of Kazakhstan. E-mail: prokopenko.1982@mail.ru

**Research relevance.** The area of mechatronic systems use is constantly expanding. Depending on their purposes the control of different modes of motion using appropriate neural networks is needed. The development of new types of actuators and sensors is a vital scientific challenge.

**The research is aimed** at the dynamics study of an elastically suspended toroidal actuator with electric capacity as a control parameter.

**Research methods.** The authors have obtained and solved differential equations of motion for free and forced vibrations of the system. Theoretical study is based on the experiment in which the longitudinal motion of the toroid with current in a magnetic field pair is observed, motion analysis is based on the differential equation.

**Results.** The paper describes theoretically free and forced vibrations of the toroidal actuator in a potential magnetic field in the presence of a capacitor in an electric circuit. The authors consider the special case when a potential magnetic field is stationary and homogeneous and determine the magnetic force acting on the toroid with current in a potential magnetic field in the presence of the capacitor in the external circuit. It was found that this force is proportional to the acceleration of the toroid and it is directed along the axis.

**Conclusion.** The capacitive parameter reduces the system quasi-inertial coefficient. From the differential equations of natural vibrations of the system, the value of the natural frequency at the electromagnetic influence is determined. In the particular example the compared this frequency with the frequency in the absence of magnetic forces. The conclusion was made on possibility of adjusting the natural frequency of the electromagnetic system using capacitive parameter. From the differential equation of the forced oscillations the authors obtained the formula for calculating the resonant electric capacity. The results of theoretical research can be used to develop mechatronic systems with a toroidal actuator. The eigen frequencies of such systems can be conveniently controlled by adjusting the capacitance parameter included in the circuit.

### Key words:

Vibrations of elastic systems, magnetic force, toroid, electrical capacitance, oscillation frequency, resonance.

The research was supported by the grant of RFBR no. 14–31–50037.

## REFERENCES

1. Karnaukhov N.F. *Electromekhanicheckie i mekhatronnye sistemy* [Electromechanical and mechatronic systems]. Rostov-on-Don, Phoenix Publ., 2006. 320 p.
2. Ovchinnikov I.E. *Electromekhanicheckie i mekhatronnye sistemy* [Electromechanical and mechatronic systems]. St. Petersburg, 2008. P. 1, 121 p.
3. Karnopp D. C., Margolis D. L., Rosenberg R. C. *System Dynamics: Modeling and Simulation of Mechatronic Systems*. 5<sup>th</sup> ed. New York, Wiley, 2012. 648 p.
4. Lyshevski S.E. Precision control of mechatronic systems with electromagnetically-steered moving masses. *Int. J. Advanced Mechatronic Systems*, 2013, vol. 5, no. 5, pp. 1–9.
5. Wang W. Study on Application of Two New Types of Piezoelectric Actuators to the Vibration Control. *Piezoelectrics & Acousto-optics*, 2010, vol. 1, 223 p.
6. Wang Y. Frequency domain identification for active vibration control of flexible structures. *Control and Automation*, 2005. IC-CA'05. *International Conference*. – IEEE. Budapest, 2005, vol. 2, pp. 1149–1153.
7. Lu Xiaobo, Tao Yungang, He Yanwei. Active vibration control of a cantilever beam using piezoelectric sensors and actuators. *Trans. Nanjing Univ. Aeron. and Astron.*, 1997, vol. 14, no. 3, pp. 67–72.
8. Mizuno T., Araki K. Active Dynamic Vibration Absorber with Automatic Frequency-Tracking Performance. *JSME International Journal Series C*, 1998, vol. 41, no. 3, pp. 378–383.
9. Yang S.M., Jeng C.A. Structural vibration suppression by concurrent piezoelectric sensor and actuator. *Smart Mater. and Struct.*, 1996, vol. 5, no. 6, pp. 806–813.
10. Pietrzakowski M. Active damping of laminated plates by skewed piezoelectric patches. *Journal of theoretical and applied Mechanics*, 2001, vol. 2, no. 39, pp. 377–393.
11. Smyser C.P., Chandrachekhara K. Robust vibration control of composite beams using piezoelectric devices and neural networks. *Smart Mat. and Struct.*, 1997, vol. 6, no. 2, pp. 178–189.
12. Sun Dongchang, Wang Dajun, Xu Z. L. Distributed piezoelectric segment method for vibration control of smart beams. *AIAA Journal*, 1997, vol. 35, no. 3, pp. 583–584.
13. Preumont A. *Vibration control of active structures: an introduction*. Berlin, Heidelberg, New York, Hong Kong, London, Milan, Paris, Tokyo, Springer, 2011. 480 p.
14. Mohamed T.L.T. Intelligent hybrid Active Force Control in identification of a nonlinear MIMO system. *Research and Development (SCORED): IEEE Student Conference on Research and Development*. Pulau Pinang, Malaysia, 2012. pp. 114–119.
15. Tomilin A.K. Osnovy obobshchennoy elektrodinamiki [Fundamentals of generalized electrodynamics]. *Matematika v Vuze*, 2009, no. 17, 129 p. Available at: [http://www.spbstu.ru/publications/m\\_v/N\\_017/frame\\_17.html](http://www.spbstu.ru/publications/m_v/N_017/frame_17.html) (accessed 30 October 2014).
16. Tomilin A.K., Prokopenko E.V. Non-Destructive Testing of Rods Using a Potential Component of a Magnetic Field. *World Journal of Mechanics*, 2014, vol. 4, no. 2, pp. 37–43.
17. Tomilin A.K., Prokopenko E.V. Longitudinal oscillations of a resilient electroconductive core in an inhomogeneous magnetic field. *Vestn. Tomsk. Gos. Univ. Mat. Mekh.*, 2013, no. 1 (21), pp. 104–111.
18. Tomilin A.K., Prokopenko E.V. Ultrazvukovoy generator s prodolnym elektromagnitnym vzbuzhdeniem [Ultrasonic generator with longitudinal electromagnetic excitation]. *Russian Physics Journal*, 2012, no. 6/2, pp. 248–251.
19. Tamm I.E. *Osnovy teorii elektrichestva* [Fundamentals of the theory of electricity]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 616 p.
20. Biderman V.L. *Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy* [Theory of mechanical vibrations]. Moscow, Vyssh. shkola Publ., 1980. 408 p.

Received: 31 October 2014.