УДК 536.24

# РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПРЯМОМ РЕБРЕ ТРАПЕЦИЕВИДНОГО ПРОФИЛЯ ПРИ ЛУЧИСТОМ ОТВОДЕ ТЕПЛА ОТ ЕГО ПОВЕРХНОСТИ

**Видин Юрий Владимирович**,
канд. техн. наук, профессор каф. теплотехники и гидрогазодинамики
Факультета энергетики Сибирского федерального университета, Россия,
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79. E-mail: roman.kazakov@list.ru

**Казаков Роман Владимирович**,
канд. техн. наук, доцент каф. теплотехники и гидрогазодинамики
Факультета энергетики Сибирского федерального университета, Россия,
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79. E-mail: roman.kazakov@list.ru

*Актуальность работы обусловлена необходимостью снижения массы и габаритов радиационных высокотемпературных теплообменных систем при одновременном повышении их энергетической эффективности. Это может быть достигнуто за счет соответствующего профилирования ребристых элементов. Такие поверхности находят широкое применение в различных областях современной техники. При этом особый научный и практический интерес представляют проблемы лучистого теплообмена развитых поверхностей.*

***Цель работы:*** *получить сравнительно несложный с математической точки зрения приближенный аналитический метод расчета распределения температуры в ребрах переменного сечения при радиационном отводе тепла с их поверхности, обладающий достаточной инженерной точностью.*

***Методы исследования:*** *использование предложенного авторами линеаризующего преобразования, позволяющего существенно уменьшить влияние нелинейного слагаемого в исходном дифференциальном уравнении переноса энергии.*

***Результат.*** *Предложен приближенный математический метод, основанный на получении нижней и верхней числовых оценок искомого температурного поля. Этот способ обладает с инженерной точки зрения вполне приемлемой точностью и одновременно является сравнительно несложным. При этом, как правило, достаточно ограничиться двумя первыми приближениями. Приведенные в статье расчетные зависимости для трапециевидных ребер могут быть использованы также в частном случае и для клиновидных ребер. Рекомендуемые математические выражения позволяют провести оценку как верхнего, так и нижнего значений искомого температурного поля. Кроме этого, на их основе можно дополнительно рассчитать коэффициенты тепловой эффективности рассмотренных ребристых систем в случае лучистого теплообмена. Разработанный метод может быть применен и в более сложных граничных условиях.*

***Ключевые слова:***
*Температурное поле, радиационный теплообмен, трапециевидная ребристая поверхность, аналитический метод, модифицированные функции Бесселя.*

## Введение

Одним из эффективных способов усиления теплообмена считается дополнительное увеличение площади поверхности стенки с той стороны, на которой внешнее термическое сопротивление является наибольшим [1–9]. Развитые поверхности обычно имеют форму ребер, прикрепленных к твердому телу. При выборе конструкции ребер ориентируются на то, чтобы они обеспечивали максимально возможную тепловую эффективность, имели минимальную стоимость высокотеплопроводного материала, малую массу, удобные размеры, небольшое гидравлическое сопротивление, достаточную механическую прочность и сравнительно несложную технологию изготовления.

Как правило, тепловой процесс функционирования оребренных конструкций можно считать стационарным или весьма близким к нему. Многочисленные исследования явлений переноса тепла в различных по конструкции оребренных системах представлены в частности в фундаментальных работах [1–9]. В основном они посвящены изучению линейных задач, решение которых может быть представлено в виде достаточно строгих, с математической точки зрения, аналитических зависимостей. Однако в ряде случаев подобные задачи оказываются существенно нелинейными. Это, например, может иметь место, если теплообмен между ребристой поверхностью и окружающей средой осуществляется излучением.

В настоящей работе представлены результаты теоретического подхода к анализу подобного класса задач. В практике нашли широкое применение прямые ребра трапециевидного профиля, применение которых позволяет заметно снизить массу оребренной стенки по сравнению со стенкой с прямоугольными ребрами.

## Постановка задачи

Дифференциальное уравнение теплопроводности для такой конструкции ребра при стационарном режиме и лучистом взаимодействии с окружающей средой, температура которой близка к нулю, может быть записано в следующем виде

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{dT}{dx}-\frac{1}{x}\frac{\sigma_B}{\lambda\sin\varphi}T^4=0, \qquad (1)$$

а граничные условия

$$T=T_0 \text{ при } x=x_1, \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dx}=0 \text{ при } x=x_0., \quad (3)$$

Здесь $T=T(x)$ – искомое распределение температуры, K; $\lambda$ – коэффициент теплопроводности материала ребра, Вт/мК; $\sigma_B$ – видимый коэффициент теплообмена излучением, Вт/(м$^2$K$^4$); $x$ – продольная координата, начало которой находится в точке, удаленной от вершины ребра на расстоянии $x_0$, м; $l$ – высота ребра, ($x_1=l+x_0$), м; $\delta_0$ и $\delta_1$ – минимальная и максимальная толщина ребра соответственно, м; $T_0$ – температура основания ребра, K, $\varphi$ – угол между осью ребра и его наружной поверхностью, как правило не превышает 5–6 град.

### Решение

Целесообразно систему (1)–(3) привести к безразмерному виду. Для этого нужно ввести безразмерную температуру $\vartheta=\frac{T}{T_0}$, безразмерную продольную координату $X=\frac{x}{l+x_0}$ и безразмерное радиационное число Старка $Sk=\frac{\sigma_B T^3(l+x_0)}{\lambda\sin\varphi}$.

Тогда задача (1)–(3) запишется следующим образом

$$\frac{d^2\vartheta}{dX^2}+\frac{1}{X}\frac{d\vartheta}{dX}-\frac{Sk}{X}\vartheta^4=0, \quad (4)$$

$$\vartheta=1 \text{ при } X=1, \quad (5)$$

$$\frac{d\vartheta}{dX}=0 \text{ при } X=X_0=\frac{x_0}{l+x_0}. \quad (6)$$

Так как дифференциальное уравнение (4) является существенно нелинейным, то получить строгое аналитическое решение задачи (4)–(6) весьма затруднительно.

Однако для инженерных расчетов, как правило, достаточно ограничиться приближенным математическим методом, который обладал бы приемлемой точностью и был одновременно сравнительно несложным. В этой связи наиболее подходящим следует признать способ, основанный на получении нижней и верхней оценок искомого температурного поля $\vartheta(X)$ при условии, что граничные функции расположены сравнительно близко друг к другу. В рассматриваемом случае целесообразно трансформировать зависимость (4) на основе интегрального линеаризующего преобразования, предложенного в работах [7–10]. Согласно этому рекомендуемому подходу вводится новая зависимая переменная $U=U(X)$, связанная с $\vartheta(X)$ относительно простым соотношением

$$U(X)=\int_1^{\vartheta(X)}\frac{d\eta}{\eta^4}=\frac{1}{3}(1-\vartheta^{-3}). \quad (7)$$

Отсюда следует, что

$$\vartheta(X)=\sqrt[3]{\frac{1}{1-3U(X)}}. \quad (8)$$

С учетом преобразования (7) система (4)–(6) принимает вид

$$\frac{d^2U}{dX^2}+\frac{1}{X}\frac{dU}{dX}+4\vartheta^4\left(\frac{dU}{dX}\right)^2-\frac{Sk}{X}=0, \quad (9)$$

$$U=0 \text{ при } X=1, \quad (10)$$

$$\frac{dU}{dX}=0 \text{ при } X=X_0. \quad (11)$$

Нелинейный комплекс $F(X)=4\vartheta^3\left(\frac{dU}{dX}\right)^2$, появившийся в преобразованном уравнении (9), оказывает более слабое математическое влияние, чем функция $\vartheta^4$ в исходном уравнении (4), что обусловлено в определенной степени граничным соотношением (11).

Функциональный комплекс $F(X)$, входящий в зависимость (9), можно рассматривать с физической точки зрения как некоторый распределенный по длине ребра внутренний положительный источник тепла, действующий непрерывно.

Поэтому, если в первом приближении его не учитывать, то интегрирование системы (9)–(11) позволит определить $U(X)$, а затем и искомую температуру $\vartheta(X)$, которая, в связи с принятым допущением, будет являться нижней оценкой для фактического распределения температуры [11, 12].

Очевидно, что при условии $F(X)=0$, решение для функции $U(X)$ принимает вид

$$U(X)=-Sk[(1-X)+x_0\ln X]. \quad (12)$$

Следовательно, минимальное распределение температуры по длине прямого трапециевидного ребра в результате подстановки (12) в (8) запишется в простой математической форме

$$\vartheta_{\text{наим}}(X)=\sqrt[3]{\frac{1}{1+3Sk[(1-X)+X_0\ln X]}}. \quad (13)$$

Отсюда также вытекает, что теоретически минимальная температура для вершины рассматриваемого ребра будет равна

$$\vartheta_{\text{наим}}(X=X_0)=\sqrt[3]{\frac{1}{1+3Sk[(1-X_0)+X_0\ln X_0]}}. \quad (14)$$

Для нахождения верхней границы искомой температуры $\vartheta(X)$ нужно принять нелинейный комплекс $F(X)$, представляющий в уравнении (9), как уже отмечалось выше, некоторый условный положительный внутренний источник тепловыделения, максимально гипотетически возможным, а именно

$$F(X)=4\left(\frac{dU}{dX}\right)^2,$$

т. е. сделано допущение, что

$$\vartheta^3(X)=1.$$

Тогда зависимость (9) запишется

$$\frac{d^2U}{dX^2}+\frac{1}{X}\frac{dU}{dX}+4\left(\frac{dU}{dX}\right)^2-\frac{Sk}{X}=0. \quad (15)$$

Для осуществления интегрирования дополнительной задачи (15), (10), (11) целесообразно ввести новую зависимую переменную на основе соотношения.

$$\frac{dU}{dX}=W. \quad (16)$$

С учетом (16) система (15), (10), (11) преобразуется к виду

$$\frac{dW}{dX}+\frac{1}{X}W+4W^2-\frac{Sk}{X}=0, \quad (17)$$

причем

$$W=0 \text{ при } X=X_0. \quad (18)$$

Аналитическое решение нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения (17), относящегося к классу уравнений Риккати [13], может быть представлено через модифицированные функции Бесселя [14–17].

$$W=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{Sk}{X}}\frac{I_1(4\sqrt{SkX})-AK_1(4\sqrt{SkX})}{I_0(4\sqrt{SkX})+AK_0(4\sqrt{SkX})}. \quad (19)$$

Постоянная $A$ находится из условия (18)

$$A=\frac{I_1(4\sqrt{SkX_0})}{K_1(4\sqrt{SkX_0})}. \quad (20)$$

Тогда, с учетом равенства (20), решение (19) примет вид

$$W=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{Sk}{X}}\frac{\left[\begin{array}{l}I_1(4\sqrt{SkX})K_1(4\sqrt{SkX_0})-\\-K_1(4\sqrt{SkX})I_1(4\sqrt{SkX_0})\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{l}I_0(4\sqrt{SkX})K_1(4\sqrt{SkX_0})+\\+K_0(4\sqrt{SkX})I_1(4\sqrt{SkX_0})\end{array}\right]}. \quad (21)$$

Далее, подставляя (21) в зависимость (16) и учитывая условия (10), нетрудно получить выражения для промежуточной функции $U(X)$

$$U(X)=\ln\sqrt[4]{\frac{\left[\begin{array}{l}I_0(4\sqrt{SkX})K_1(4\sqrt{SkX_o})+\\+K_0(4\sqrt{SkX})I_1(4\sqrt{SkX_0})\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{l}I_0(4\sqrt{Sk})K_1(4\sqrt{SkX_0})+\\+K_0(4\sqrt{Sk})I_1(4\sqrt{SkX_0})\end{array}\right]}}. \quad (22)$$

Следовательно, верхняя предельная граница для искомого распределения температуры может быть рассчитана по формуле

$$\vartheta_{\text{наиб}}(X)=$$
$$=\sqrt[3]{\frac{1}{1+3\ln\sqrt[4]{\frac{\left[\begin{array}{l}I_0(4\sqrt{Sk})K_1(4\sqrt{SkX_0})+\\+K_0(4\sqrt{Sk})I_1(4\sqrt{SkX_0})\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{l}I_0(4\sqrt{SkX})K_1(4\sqrt{SkX_0})+\\+K_0(4\sqrt{SkX})I_1(4\sqrt{SkX_0})\end{array}\right]}}}}. \quad (23)$$

На основе зависимости (23) легко вычислить наибольшую температуру на конце трапециевидного ребра ($X=X_0$)

$$\vartheta_{\text{наиб}}(X=X_0)=$$
$$=\sqrt[3]{\frac{1}{1+3\ln\sqrt[4]{\frac{\left[\begin{array}{l}I_0(4\sqrt{Sk})K_1(4\sqrt{SkX_0})+\\+K_0(4\sqrt{Sk})I_1(4\sqrt{SkX_0})\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{l}I_0(4\sqrt{SkX_0})K_1(4\sqrt{SkX_0})+\\+K_0(4\sqrt{SkX_0})I_1(4\sqrt{SkX_0})\end{array}\right]}}}}. \quad (24)$$

Однако, учитывая, что согласно теории Бесселевых функций [17–19] сумма

$$I_0(a)K_1(a)+I_1(a)K_1(a)=\frac{1}{a},$$

решение (24) может быть существенно упрощено

$$\vartheta_{\text{наиб}}(X=X_0)=\sqrt[3]{\frac{1}{1+3\ln\sqrt[4]{a\left[\begin{array}{l}I_0(4\sqrt{Sk})K_1(a)+\\+K_0(4\sqrt{Sk})I_1(a)\end{array}\right]}}}, \quad (25)$$

где параметр $a$ равен

$$a=4\sqrt{SkX_0}.$$

Если окажется необходимым уменьшить расчетный интервал между верхней и нижней границами для действительного распределения температуры $\vartheta(X)$, то это можно достигнуть путем интегрирования вместо дифференциального уравнения (15) его аналога

$$\frac{d^2U_1}{dX^2}+\frac{1}{X}\frac{dU_1}{dX}+m\left(\frac{dU_1}{dX}\right)^2-\frac{Sk}{X}=0, \quad (26)$$

где параметр $m$ принимается равным величине $m=4\vartheta^3_{\text{наим}}(X=X_0)$, причем значение $\vartheta^3_{\text{наим}}(X=X_0)$ определяется по формуле (14).

В этом случае промежуточная функция $W_1$ должна рассчитываться по выражению

$$W_1=\sqrt{\frac{Sk}{mX}}\frac{\left[\begin{array}{l}I_1(2\sqrt{2mSkX})K_1(2\sqrt{mSkX_0})-\\-K_1(2\sqrt{mSkX})I_1(2\sqrt{mSkX_o})\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{l}I_0(2\sqrt{mSkX})K_1(2\sqrt{mSkX_0})+\\+K_0(2\sqrt{mSkX})I_1(2\sqrt{mSkX_0})\end{array}\right]}. \quad (27)$$

Затем по подобию с предыдущими математическими действиями осуществляется переход к новому варианту зависимости $U_1(x)$ на основе соотношения

$$U_1(x)=\int W_1dx+C, \quad (28)$$

где постоянная интегрирования С определяется, как и ранее, из условия

$$U_1=0 \text{ при } x=1. \quad (29)$$

Подставляя (27) в (28) и учитывая (29), нетрудно получить окончательное решение для $U_1$.

$$U_1=\frac{1}{m}\ln\frac{\left[\begin{array}{l}I_0(2\sqrt{mSk})K_1(2\sqrt{mSkX_0})+\\+K_0(2\sqrt{mSk})I_1(2\sqrt{mSkX_0})\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{l}I_0(2\sqrt{mSkX})K_1(2\sqrt{mSkX_0})+\\+K_0(2\sqrt{mSkX})I_1(2\sqrt{mSkX_0})\end{array}\right]}. \quad (30)$$

Отсюда следует, что более близкая функциональная зависимость к фактическому распределению температуры снизу может быть установлена с помощью подстановки формулы (30) в выражение (8)

$$\vartheta_{\text{наим}_1}(X)=$$
$$=\frac{1}{\sqrt[3]{1+\dfrac{3}{m}\ln\dfrac{\left[\begin{array}{l}I_0(2\sqrt{mSk})K_1(2\sqrt{mSkX_0})+\\+K_0(2\sqrt{mSk})I_1(2\sqrt{mSkX_0})\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{l}I_0(2\sqrt{mSkX})K_1(2\sqrt{mSkX_0})+\\+K_0(2\sqrt{mSkX})I_1(2\sqrt{mSkX_0})\end{array}\right]}}}. \quad (31)$$

Отсюда легко найти наименьшее граничное значение температуры на вершине исследуемого ребра ($X=X_0$)

$$\vartheta_{\text{наим}_1}(X=X_0)=$$
$$=\frac{1}{\sqrt[3]{1+\dfrac{3}{m}\ln\left(\begin{array}{l}2\sqrt{mSkX_0}\times\\ \times\left[\begin{array}{l}I_0(2\sqrt{mSk})K_1(2\sqrt{mSkX_0})+\\+K_0(2\sqrt{mSk})I_1(2\sqrt{mSkX_0})\end{array}\right]\end{array}\right)}}. \quad (32)$$

Действительная величина температуры $\vartheta(X=X_0)$ располагается между рассчитанными соответственно по выражениям (24) и (32), то есть

$$\vartheta_{\text{наиб}}(X=X_0)>\vartheta(X=X_0)>\vartheta_{\text{наим}1}(X=X_0), \quad (33)$$

причем

$$\vartheta_{\text{наим}_1}(X=X_0)>\vartheta_{\text{наим}}(X=X_0).$$

Очевидно, что подобным образом можно найти и последующие приближения для нижней границы $\vartheta(X)$, используя предыдущие числовые значения $\vartheta_{\text{наим}_1}(X=X_0)$, $\vartheta_{\text{наим}_2}(X=X_0)$ и т. д.

Однако на практике вполне достаточно ограничиться расчетной зависимостью (31), так как последующие итерации оказывают несущественное влияние на степень приближения. Как правило, интервал между температурными кривыми, рассчитываемыми по (24) и (32), оказывается очень узким, что позволяет получить весьма близкие оценки истинного распределения температуры как «сверху», так и «снизу».

Модифицированные функции Бесселя первого $I_n(X)$ и второго рода $K_n(X)$ нулевого и первого порядка ($n=0;1$) являются хорошо изученными и весьма подробно затабулированы, например [9, 20].

При этом модифицированная функция Бесселя $K_1(X)$ может быть, как было отмечено ранее, представлена в сравнительно простом виде

$$K_1(X)=\frac{1-XI_1(X)K_0(X)}{xI_0(X)}.$$

## Выводы

В заключение следует отметить, что приведенные в данной статье расчетные зависимости применимы также в том случае, когда трапециевидное ребро вырождается в треугольное. Тогда безразмерные предельные координаты $X_0$ и $X_1$ станут соответственно равны 0 и 1. Естественно, что благодаря этому полученные в работе аналитические формулы будут существенно проще. Это, в частности, обусловлено характером математического поведения модифицированных функций Бесселя. Так, например, $K_1(X)\to\infty$ при $X\to 0$.

Кроме того, результаты выполненного исследования можно в определенной степени распространить на радиальные ребра рассмотренного профиля при условии, что цилиндрическая поверхность, к которой они присоединены, имеет относительно небольшую кривизну.

На основе предложенных граничных температурных функций можно также рассчитать предельные значения коэффициента тепловой эффективности трапециевидного ребра при лучистом теплоотводе с его поверхности.

***Таблица.*** *Результаты расчета нижнего и верхнего граничных значений безразмерной температуры вершины температурного ребра ($X=X_0=0,5$)*

***Table.*** *Results of calculation of lower and upper boundary values of nondimensional temperature for the temperature rib peak ($X=X_0=0,5$)*

| Число Старка *Sk* Stark number *Sk* | $\vartheta_{\text{наим}}(X_0)$ по формуле (14) by the formula (14) | $\vartheta_{\text{наим1}}(X_0)$ по формуле (32) by the formula (32) | $\vartheta_{\text{наиб}}(X_0)$ по формуле (25) by the formula (25) |
|---|---|---|---|
| 0,5 | 0,9333 | 0,9375 | 0,9383 |
| 1,0 | 0,8825 | 0,8925 | 0,8957 |
| 1,5 | 0,8395 | 0,8554 | 0,8632 |
| 2,0 | 0,8045 | 0,8251 | 0,8411 |

Из таблицы видно, что при умеренных величинах радиационного числа Старка ($Sk$) различия между $\vartheta_{\text{наим}_1}(X_0)$ и $\vartheta_{\text{наиб}}(X_0)$ очень мало. С ростом $Sk$ эта разница становится несколько больше. Однако в процентном соотношении она остается сравнительно небольшой.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шнейдер П. Инженерные проблемы теплопроводности. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – 478 с.
2. Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М. Теория тепло- и массообмена. – М.: Госэнергоиздат, 1961. – 680 с.
3. Шорин С.Н. Теплопередача. – М.: Изд-во Высшая школа, 1964. – 490 с.
4. Исаченко В.П., Осипов В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1975. – 486 с.
5. Краснощеков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче. – М.: Энергия, 1975. – 280 с.
6. Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. – М.: Атомиздат, 1979. – 216 с.
7. Керн Д., Краус А. Развитые поверхности теплообмена. – М.: Энергия, 1977. – 461 с.
8. Логинов В.С. Приближенные методы теплового расчета активных элементов электрофизических установок. – М.: Физматлит, 2009. – 272 с.
9. Видин Ю.В. Краткий справочник по тепломассообмену. – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2007. – 170 с.
10. Видин Ю.В., Иванов В.В., Казаков Р.В. Инженерные методы расчета задач теплообмена. – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2014. – 165 с.
11. Видин Ю.В., Казаков Р.В. Приближенный метод расчета изменения температуры в радиальном ребре // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 323. – № 4. – С. 12–13.
12. Видин Ю.В., Казаков Р.В. Расчет распределения температуры в стержне при переменном коэффициенте теплоотдачи на его поверхности // Известия Томского политехнического университета. – 2014. – Т. 324. – № 4. – С. 22–24.
13. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Изд-во «Наука», 1976. – 576 с.
14. Ватсон Г.Н. Теория Бесселевых функций. Ч. 2. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1949. – 220 с.
15. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Изд-во «Наука», 1977. – 342 с.
16. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. – М.: Наука, 1979. – 830 с.
17. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. – 1100 с.
18. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. Специальные функции математической физики. – М.: Изд-во «Наука», 2007. – 344 с.
19. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. – М.: Изд-во «Наука», 1964. – 772 с.
20. Сегал Б.И., Семендяев К.А. Пятизначные математические таблицы. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. Лит., 1962. – 450 с.


*Поступила 19.10.2014 г.*

UDC 536.24

## TEMPERATURE DISTRIBUTION IN A STRAIGHT TRAPEZOIDAL RIB WITH RADIANT HEAT REMOVAL FROM THE SURFACE


**Yuri V. Vidin**,
Siberian Federal University, 79, Svobony Avenue, Krasnoyarsk, 660041, Russia.
E-mail: roman.kazakov@list.ru

**Roman V. Kazakov**,
Siberian Federal University, 79, Svobony Avenue, Krasnoyarsk, 660041, Russia.
E-mail: roman.kazakov@list.ru



*The relevance of the discussed issue is caused by the necessity to reduce the weight and dimensions of high radiation heat exchange systems while improving their energy efficiency. This can be achieved by appropriate profiling ribbed elements. Such surfaces are widely used in various fields of modern technology. Therefore, the problems of radiative heat transfer of the developed surfaces are of special scientific and technical interest.*

***The main aim*** *of the study is to obtain a rather simple analytical method from mathematical point of view for calculating the temperature distribution in the ribs of variable cross section in the radiative heat removal from the surface.*

***The methods:*** *use of the proposed linearizing transformation that allows reducing the influence of the nonlinear term in the original differential equation of energy transfer.*

***The results.*** *The authors have proposed the approximate mathematical method based on obtaining lower and upper bounds of the temperature field. This method has an engineering perspective, it is reasonably accurate and at the same time, it is rather simple. In this case, the first two approximations are enough. The calculations given in the article, for trapezoidal ribs may also be used in the particular case for wedge ribs. The found mathematical limits for estimating the upper and lower values of the temperature field allow estimating the coefficient of thermal efficiency for the ribbed surfaces at radial heat exchange.*



***Key words:***
*Temperature field, radiative heat exchange, trapezoidal ribbed surface, analytical method, modified Bessel function.*

## REFERENCES

1. Shneyder P. *Inzhenernye metody teploprovodnosti* [Engineering methods of thermal conductivity]. Moscow, Izdatelstvo inostrannoy literatury, 1960. 478 p.
2. Ekkert E.R., Dreyk R.M. *Teoriya teplo- i massoobmena* [Theory of heat and mass transfer]. Moscow, Gosenergoizdat Publ., 1961. 680 p.
3. Shorin S.N. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1964. 490 p.
4. Isachenko V.P., Osipov V.A., Sukomel A.S. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow, Energiya Publ., 1975. 486 p.
5. Krasnoshchekov E.A., Sukomel A.S. *Zadachnik po teploperedache* [Collection of problems in heat transfer]. Moscow, Energiya Publ., 1975. 280 p.
6. Uong Kh. *Osnovnye formuly i dannye po teploobmenu dlya inzhenerov* [Basic formulas and data on heat transfer for engineers]. Moscow, Atomizdat Publ., 1979. 216 p.
7. Kern D., Kraus A. *Razvitye poverkhnosti teploobmena* [Developed heat exchange surfaces]. Moscow, Energiya Publ., 1977. 461 p.
8. Loginov V.S. *Priblizhennye metody teplovogo rascheta* [Approximate methods of thermal calculation]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 270 p.
9. Vidin Yu.V. *Kratkiy spravochnik po teplomassoobmenu* [Short guide of Heat and Mass Transfer]. Krasnoyarsk, Siberian Federal University Press, 2007. 170 p.
10. Vidin Yu.V., Ivanov V.V., Kazakov R.V. *Inzhenernye metody rascheta zadach teploobmena* [Engineering methods of calculating heat transfer problems]. Krasnoyarsk, Siberian Federal University Press, 2014. 165 p.
11. Vidin Yu.V., Kazakov R.V. Priblizenny metod rascheta temperatury v radialnom rebre [An approximate method for calculating temperature change in the radial rib]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2013, vol. 323, no. 4, pp. 12–13.
12. Vidin Yu.V., Kazakov R.V. Raschet raspredeleniya temperatury v sterzhne pri peremennom koeffitsiente teplootdachi na ego poverkhnosti [Calculation of the temperature distribution in the rod with a variable heat transfer coefficient on the surface]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2014, vol. 324, no. 4, pp. 22–24.
13. Kamke E. *Spravochnik po obyknovennym differentsialnym uravneniyam* [Handbook on Ordinary Differential Equations]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 576 p.
14. Vatson G.N. *Teoriya Besselevykh funktsy* [Theory of Bessel functions]. Moscow. Izdatelstvo inostrannoy literatury, 1949. P. 2, 220 p.
15. Yanke E., Emde F., Lesh F. *Spetsialnye funktsii* [Special functions]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 342 p.
16. Abramovits M., Stigan I. *Spravochnik po spetsialnym funktsiyam* [Handbook of Mathematical Functions]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 830 p.
17. Gradshtein I.S., Ryzik I.M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedeniy* [Table of integrals, series and products]. Moscow, Gosudarstvennoe izdatelstvo fiziko-matematicheskoy literatury, 1963. 1100 p.
18. Nikiforov A.F., Uvarov V.B. *Spetsialnye funktsii matematicheskoy fiziki* [Special functions of mathematical physics]. Moscow, Nauka Publ., 2007. 344 p.
19. Ango A. *Matematika dlya elektro- i radioinzhenerov* [Mathematics for Electrical and Radio Engineers]. Moscow, Nauka Publ., 1964. 772 p.
20. Segal B.I., Semendyaev K.A. *Pyatiznachnye matematicheskie tablitsy* [Five-figure mathematical tables]. Moscow, Gosudarstvennoe izdatelstvo fiziko-matematicheskoy literatury, 1962. 450 p.


*Received: 19 October 2014.*