2. V.L. Chakhlov, Ju.A. Moskalyov, S.V. Grigoryev. “System of digital radiography for nondestructive testing in the radiation energy range of 0.01–20 MeV”. The Third international symposium ”Application of the conversion research result for international cooperation” Sibconvers’99 Tomsk, Russia.

УДК 519.272

А.К. ТЕМНИК, Е.В. МОСКВИТИН, Е.Ю. УСАЧЕВ

ЦИФРОВОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТЕНЕВОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

В работе рассмотрены теоретические предпосылки, позволяющие определить необходимое число уровней квантования исходного изображения внутренней структуры контролируемого изделия с целью минимизации искажения исходной информации.

Проблема формирования полутонового изображения состоит из оценки распределения интенсивности светового излучения за объектом F. Эта оценка $\overline{F}$ называется восстановление изображения. Если не учитывать влияние записи изображения на монитор, то проблема восстановления изображения сводится к решению интегрального уравнения вида

$$g(x, y) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} h(x - x_1, y - y_1)\cdot F(x_1, y_1)dx_1dy_1\,, \tag{1}$$

относительно функции *F*.

Однако аналитическое решение данного уравнения связано с большими математическими допущениями. Принимая за предпосылку лемму Римана-Леберга, имеем, что сколь угодно малое возмущение g в левой части уравнения (1) приводит к сколь угодно большой погрешности при определении функции F.

Цифровое восстановление изображения формируется как решение уравнения, представляющего собой дискретную аппроксимацию уравнения (1).

Дискретная аппроксимация этих уравнений требует использования квадратурных методов, позаимствованных из численного анализа. В начале нужно взять отсчеты входящих в (1) функций с шагом, равным интервалу Найквиста, а затем применить квадратурный метод. Простейшим представлением уравнения (1), для его аппроксимации квадратурным методом, является метод прямоугольников, отсюда следует:

$$g(j\Delta x, k\Delta y) \cong \sum_{n=a_2}^{b_2}\sum_{m=a_1}^{b_1} h[(j-m)\Delta x, (k-n)\Delta y\cdot F(j\Delta x, k)], \tag{2}$$

где $a_i, b_i, i = 1, 2$ - размеры изображения.

Дискретизированное изображение $g(i, k)$ создается совокупностью отсчетов, образующих матрицу из $N\times N$ элементов, причем каждый элемент квантован на 2^R уровней, где $R = 12$. Для представления всего дискретизованного изображения требуется N^2R бит.

Сформируем вектор-столбец из N^2 элементов, образуемый в результате построчного упорядочивания матрицы-изображения $g(i, k)$, т.е. первые N элементов вектора g образуются первой строкой этой матрицы, элементы с $N+1$ по gN вектора – второй строкой и т.д. В этом случае сумма (2) может быть представлена как матричное произведение. Элементы матрицы, соответствующие коэффициентам h, b (2) в надлежащем порядке умножаются на элементы вектора F, полученного упорядочиванием матрицы F. Таким образом, (2) в матричной форме имеет вид

$$g_i = H_T \cdot F \,. \tag{3}$$

В этом выражении H_T может быть использована следующим образом. Во-первых, блочная теплицева структура, входящая в (3), может быть представлена как подблок циклической матрицы. Блочная циклическая матрица может быть обращена, и, следовательно, линейная система может быть разрешена посредством двумерного дискретного преобразования Фурье [1]. Дискретное преобразование Фурье реализуется с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье, и, таким образом, объем необходимых вычислений становится совместимым с возможностями существующих ЭВМ.

Во-вторых, обращение циклической матрицы является только первым приближением к решению задачи восстановления. В общем, циклическая аппроксимация улучшается с увеличением порядка матрицы [1].

В качестве альтернативной точки зрения на решение уравнения свертки рассматривается фильтрация. Уравнение (3) описывает линейный пространственный фильтр. По крайней мере, формально проблема восстановления изображения может быть сведена к выбору фильтра, обратного тому, который привел к искажениям. Импульсная реакция «прямого» фильтра – точечная функция рассеяния системы формирования изображений. Обработка искаженного изображения таким фильтром позволит получить исходное изображение.

Написанное выше матричное уравнение (3) является идеальным. Реальное изображение, как показано во второй главе, содержит шум, который можно считать аддитивным. С учетом шума изображение имеет вид

$$g_d(x, y) = g(x, y) + n(x, y).$$

Воспользовавшись дискретным представлением, получим:

$$g_d = H_T \cdot F + n \,. \tag{4}$$

Быстрое преобразование Фурье позволяет выполнять численное решение больших систем линейных уравнений. Имея плохую обусловленность и шум, нельзя получить единственное решение. В действительности существует бесчисленное множество решений, и необходимо установить критерий, чтобы выбрать одно из них, оптимальное в том или ином смысле.

Для примера выберем в качестве критерия минимум среднеквадратичной ошибки (МСКО):

$$\min E\left(F - \overline{F}\right)_T, \tag{5}$$

где $\overline{F}$ - восстановленное изображение.

Поскольку H_T в (4) есть теплицев блок, может быть использована циклическая аппроксимация этого блока. Мы знаем [1], что функции ковариации как изображения, так и шума затухают до нуля на конечном интервале. Тогда ковариационные матрицы векторов F и n, полученных лексикографическим упорядочиванием, также будут представлять собой блочные теплицевы матрицы и к ним можно применить циклическую аппроксимацию. Результирующий восстанавливающий алгоритм будет цифровым линейным пространственным фильтром, который в частотном представлении описывается выражением

$$H_w(m, n) = \frac{\overline{H(m, n)}}{\left|H(m, n)\right|^2 + \dfrac{\Phi_n(m, n)}{\Phi_F(m, n)}} \tag{6}$$

Винеровское восстановление изображения в частотном представлении имеет вид

$$\overline{F}(m, n) = H_w(m, n) \cdot g(m, n). \tag{7}$$

Рукописные индексы представляют дискретные двумерные Фурье-образы соответствующих величин, величины Φ - энергетические спектры изображения и шума, а «-» сверху означает комплексное сопряжение. Точечная функция рассеяния известна, поэтому для фильтра можно найти ее Фурье – образ.

Недостаток этого метода (Винера) в том, что кроме функции рассеяния нужно знать характеристики шума и изображения, величина и характер которых вычислены нами приближенно.

При оценке по методу наименьших квадратов знания ковариаций не требуется [1]. Эта оценка получается в результате минимизации.

Минимизация $F^T C^T C$, при условии $[H_T Fg]^T [H_T Fg] = e$.

Здесь C – обуславливающая матрица, e – величина, пропорциональная дисперсии шума, а верхний индекс T обозначает матричное транспонирование. Сохранив прежние предположения о матрице H_T и допустив, что матрица C выражается в теплицевой форме, для решения задачи можно применить дискретное преобразование Фурье. В частотном представлении решение задачи имеет вид

$$H_c(m,n) = \frac{\overline{H(m,n)}}{|H(m,n)|^2 + \lambda \cdot |c(m,n)|^2}, \tag{8}$$

где λ - параметр, определяемый посредством итерации.

Эти два метода приведены только для примера решения проблемы. В связи с разнообразием методов восстановления возникает вопрос о том, как их сравнить и какой из них лучше. Качество восстановленного изображения определяют следующие факторы: отношение сигнал/шум, форма и ширина точечной функции рассеяния, корреляционные свойства изображения и шума, критерии оптимальности восстановления, а также объем и характер имеющейся априорной информации.

Если отношение сигнал/шум велико, все методы равноценны и сводятся к обратной фильтрации. Белый шум создает одинаковые трудности для всех методов. В этих условиях небольшое дополнение априорной информации об изображении – оригинале может принести значительную пользу. В наших условиях доподлинно известно, что сигнал от дефекта имеет конечные размеры.

Использованию такой дополнительной априорной информации об изображении при использовании методов частотной экстраполяции изображения с ограниченной полосой будут рассмотрены в последующих исследованиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. Пер с англ. Лебедева Д.С. Т. 1 и 2. – М.:«Мир»,1982.

УДК 620.179.152:69

Е.В. МОСКВИТИН

ТОМОГРАФИЧЕСКАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ ТРЕХМЕРНОГО ОБЪЕКТА НА БАЗЕ МЕТОДОВ ТОМОСИНТЕЗА

Статья посвящена результатам исследования возможности томографической реконструкции трехмерного объекта по его двумерным проекциям на базе методов томосинтеза. Проиллюстрированы возможности классического алгоритма томосинтеза, а также предложен модифицированный вариант реконструкции объекта.