

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ДВУХФАКТОРНОЙ МОДЕЛИ ХАЛЛА-УАЙТА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ

Е.П. Егоров

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [jechaeg15@gmail.com](mailto:jechaeg15@gmail.com)

Двухфакторная модель Халла-Уайта (Hull-White) предполагает, что мгновенная процентная ставка равна  $dr(t) = [\theta(t) + u(t) - \bar{a}r(t)]dt + \sigma_1 dZ_1(t)$ ,  $r(0) = r_0$ , где  $Z_1$  и  $Z_2$  двумерное броуновское движение  $dZ_1(t)dZ_2(t) = \bar{p}dt$  с положительными константами  $dr_0, \bar{a}, \bar{b}, \sigma_1, \sigma_2$  и  $-1 \leq \bar{p} \leq 1$ . Допустим, что динамика процентных ставок задана с помощью модели G2++ и выглядит как  $r(t) = x(t) + y(t) + \varphi(t)$ ,  $r(0) = r_0$ , процесс  $\{x(t) : t \geq 0\}$  и  $\{y(t) : t \geq 0\}$  удовлетворяет

$$dx(t) = -ax(t)dt + \sigma dW_1(t), x(0) = 0 \quad \text{и} \quad dy(t) = -by(t)dt + \sigma dW_2(t), y(0) = 0, \quad (1)$$

где  $W_1$  и  $W_2$  двумерное броуновское движение с  $dW_1(t) + dW_2(t) = pdt$  и  $r_0, a, b, \sigma, u, \eta$  положительные константы, а  $-1 \leq p \leq 1$ . Функция  $\varphi$  определяется на интервале от  $[0, T]$ . Преобразовав (1) получим

$$r(t) = x(s)e^{-a(t-s)} + y(s)e^{-b(t-s)} + \sigma \int_s^t e^{-a(t-u)} dW_1(u) + \eta p \int_s^t e^{-b(t-u)} dW_1(u) + \eta \sqrt{1-p^2} \int_s^t e^{-b(t-u)} dW_2(u) + \varphi(t)$$

На этой стадии аналогия с двухфакторной моделью Халла-Уайта становится очевидна. Таким образом мы можем реализовать двухфакторную модель Халла-Уайта с помощью модели G2++ (1) [1]. Далее мы проводим расчёты для выражения (1) и получаем искомые процентные ставки.

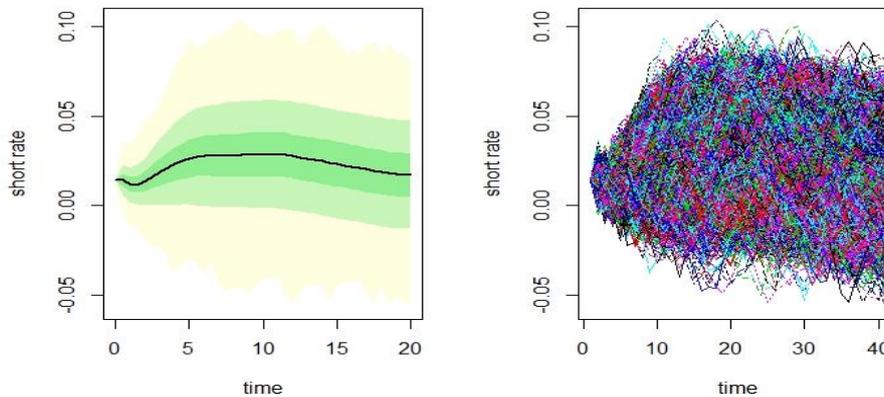


Рис. 1. Форвардные процентные ставки и доверительные интервалы (слева), получение доверительных интервалов с помощью симуляций (справа)

В работе рассмотрена двухфакторная модель Халла-Уайта. С помощью данной модели рассчитаны форвардные процентные ставки для бескупонных облигаций, а также доверительные интервалы. Все расчёты произведены с помощью языка программирования R и библиотеки ESGtoolkit [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. With Smile. (2006). Interest Rate Models - Theory and Practice. Inflation and Credit, pp.142-160.
2. Moudiki, T. (2014). ESGtoolkit, tools for Economic Scenarios Generation, pp. 2-5.