

## ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СУШИЛЬНОЙ УСТАНОВКИ НА БАЗЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

*Ф.В. Перевощиков, студент гр. 5А6Ж,*

*Н.В. Выонг, аспирант ОЭЭ ИШЭ.*

*Томский политехнический университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30,*

*тел. (3822)-606-333*

*E-mail: [fvp2@tpu.ru](mailto:fvp2@tpu.ru)*

В системах осушения воздуха процесс снижения влагосодержания основан на его охлаждении вплоть до точки росы и выпадении жидкости в конденсат. В условиях изобарного охлаждения температура точки росы зависит от относительной влажности и температуры в осушаемом пространстве, которые в свою очередь можно регулировать температурой нагревателя и скоростью потока воздуха, создаваемого вентилятором, главная часть которого – электропривод.

Таким образом, ввиду того, что система двумерная, существует некая неопределенность в направлении управления нагревателем и двигателем вентилятора, обусловленная функциональной зависимостью коэффициента передачи по мощности нагревателя и двигателя вентилятора соответственно. В современных же реалиях требуется построение такой системы управления, которая обеспечивала бы точное и быстрое позиционное регулирование за счет поддержания температуры радиатора и бокса оптимальным способом. Один из вариантов задания температуры на радиаторе теплообменника – это измерение температуры и влажности в боксе, что позволяет “предугадать” температуру точки росы с помощью выражения, получаемого из формулы давления насыщенных паров, выведенной Магнусом в 1844 году [1]:

$$P_{wp_i}(t^\circ) = a \cdot \exp\left[\frac{b \cdot t^\circ}{c + t^\circ}\right], \quad (1)$$

где  $a, b, c$  – эмпирические коэффициенты, меняющиеся от модели к модели.

Существует множество формул, построенных на общем определении Магнуса (табл.1). Из них можно выделить наиболее встречающиеся и используемые в метеорологии модели Аботт-Тебони, Алдучова, Бака [2-4].

Таблица 1. Основные формулы давления насыщенного пара над водой

Автор модели	Сокращенное название	Формула (кПа)
Аботт-Тебони	AT85	$P_{wp_i}(t^\circ) = 0.61070 \cdot \exp\left[\frac{17.38 \cdot t^\circ}{239.0 + t^\circ}\right]$
Алдучов	AERK	$P_{wp_i}(t^\circ) = 0.61094 \cdot \exp\left[\frac{17.625 \cdot t^\circ}{243.04 + t^\circ}\right]$
Бак	BU81	$P_{wp_i}(t^\circ) = 0.61121 \cdot \exp\left[\frac{17.502 \cdot t^\circ}{240.97 + t^\circ}\right]$

Накладывая на любую из вышеприведенных моделей условие равенства относительной влажности единице, можно получить искомое выражения температуры точки росы:

$$t_{\text{росы}}^{\circ} = \frac{c \cdot (\ln \varphi_{\text{бокс}} + \frac{b \cdot t_{\text{бокс}}^{\circ}}{c + t_{\text{бокс}}^{\circ}})}{b - \ln \varphi_{\text{бокс}} - \frac{b \cdot t_{\text{бокс}}^{\circ}}{c + t_{\text{бокс}}^{\circ}}} \quad (2)$$

Так же существуют модели немагнусовской формы, представляющие из себя, как правило сумму экспонент (Н: модель Векслера) [5]. Для нахождения температуры точки росы из этой модели приходится решать трансцендентное уравнение, но кажущееся усложнение вычислений ведет к увеличению точности определяемого значения температуры. Для реализации математической модели был собран прототип сушильной установки и ее системы управления (рис.1,2).



Рис. 1. Прототип сушильной установки

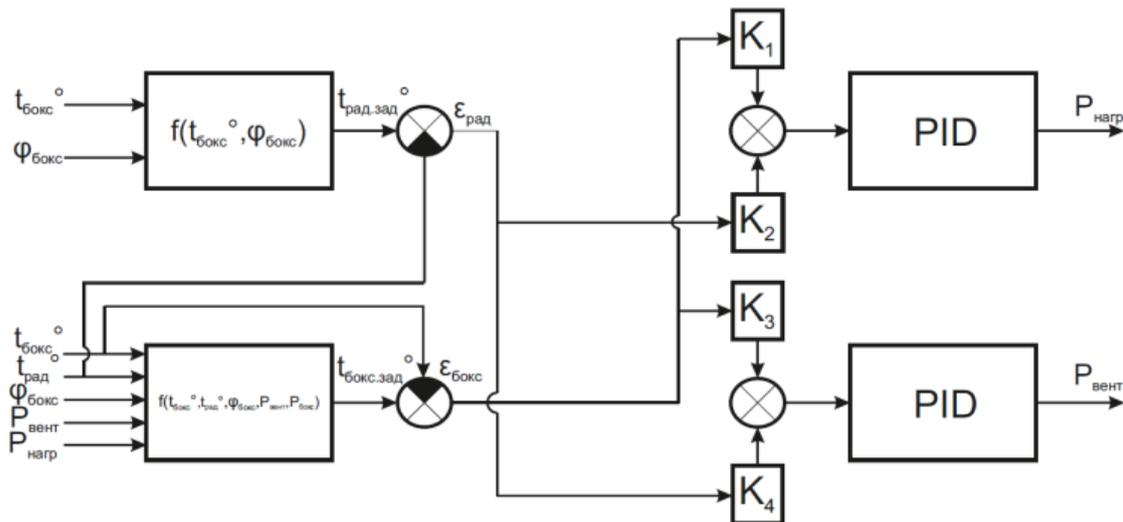


Рис. 2. Функциональная схема системы управления

Экспериментальная установка состоит из пластикового ящика; микроконтроллера *Arduino Nano*; блок резисторов, выполняющих роль нагревателя; элемент Пельтье, холодный спай которого находится в ящике; два вентилятора, один из которых создает необходимый поток воздуха в осушаемом объеме, а второй отводит теплоту с горячего спая элемента Пельтье. Система управления функционирует по следующему принципу: с

помощью измеряемых параметров сушильной установки, формируются задающие температуры бокса и радиатора по соответствующим математическим моделям. Полученное значение сравнивается с измеряемым, за счет чего определяется статическая ошибка, подающаяся по перекрестным связям на элементы  $K_q, q=1,4$ . Далее сигналы складываются и подаются на ПИД-регулятор для формирования выходных переменных состояний.

Так как определение необходимой потребляемой мощности вентилятора и нагревателя для поддержания оптимального режима работы – задача нетривиальная, ввиду сложности воссоздания задающей полипараметрической функции температуры бокса, поэтому она рассматриваться не будет. Но прототип установки позволит получить необходимый объем статистических данных с последующей интерполяцией полученных значений и отыскания этой функции. Однако, для их получения, система должна быть управляема, а для этого необходимо знать направление регулирования с учетом возникающих нелинейностей. Поэтому, далее предлагается способ отыскания коэффициентов  $K_q$ , которые «показывают» направление регулирования.

Из математического анализа известно, что определение скорости роста по направлению, это операция дифференцирования по направлениям. В данном случае направлениями выступают сами оси абсцисс и ординат, но для проведения этой процедуры необходим явный вид функций  $t_{\text{рад}}^{\circ} = t_{\text{рад}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}}), t_{\text{бокс}}^{\circ} = t_{\text{бокс}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}})$ , которые разумно идентифицировать численными методами, базирующихся на использовании экспериментальных данных.

В ходе эксперимента были сняты статические режимы и получена прямоугольная сетка температур на охлаждающем радиаторе и в боксе для ряда мощностей, потребляемых нагревателем и электроприводом вентилятора: 20, 40, 60% (табл.2).

Таблица 2. Экспериментальные данные температур

$P_{\text{нагр}}, \%$	$P_{\text{вент}}, \%$	$t_{\text{рад}}^{\circ}, \text{ }^{\circ}\text{C}$	$t_{\text{бокс}}^{\circ}, \text{ }^{\circ}\text{C}$
20	20	7.625	29.125
20	20	8.813	28.875
20	20	9.500	28.750
40	40	11.500	35.875
40	40	12.375	35.375
40	40	13.250	35.250
60	60	13.750	42.000
60	60	14.813	40.375
60	60	15.375	39.563

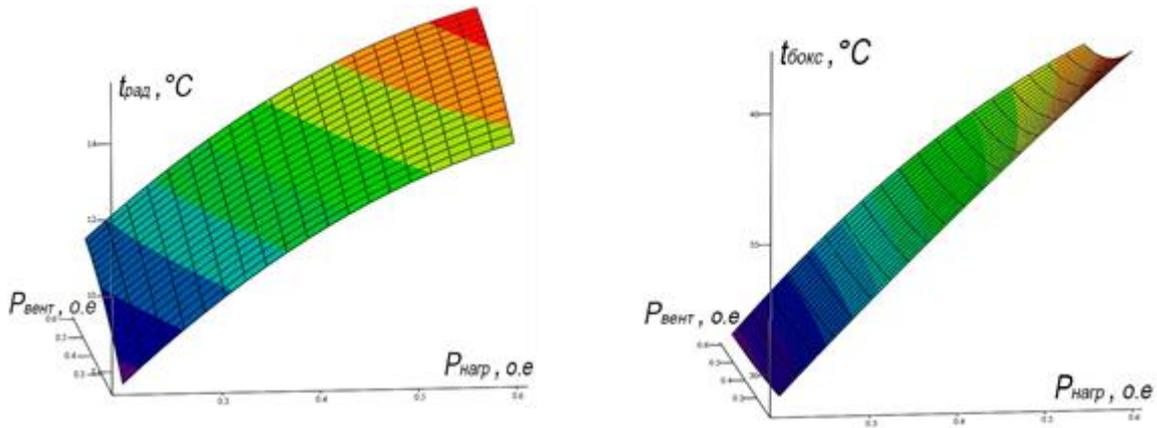


Рис. 3. Экспериментальные поверхности  $t_{\text{рад}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}})$  и  $t_{\text{бокс}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}})$

На основании полученных данных построена поверхность распределения температур (рис.3). Так же были получены кривые переходного процесса температур при изменении потребляемой мощности двигателем вентилятора и нагревателя (рис.4, 5).

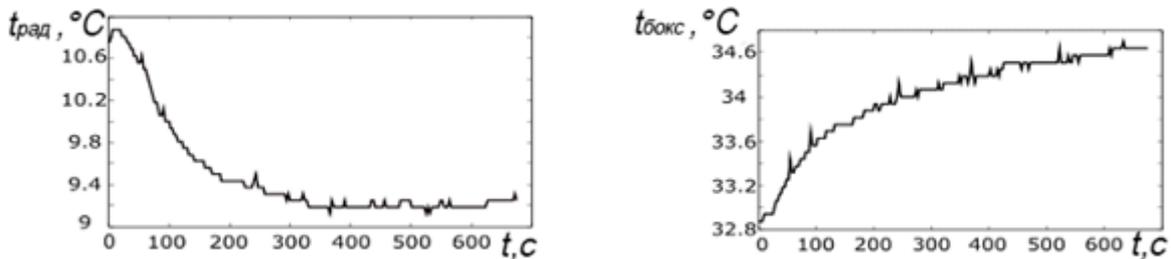


Рис. 4. Переходные процессы  $t_{\text{рад}}^{\circ}(t)$  и  $t_{\text{бокс}}^{\circ}(t)$  при уменьшении потребляемой мощности вентилятора

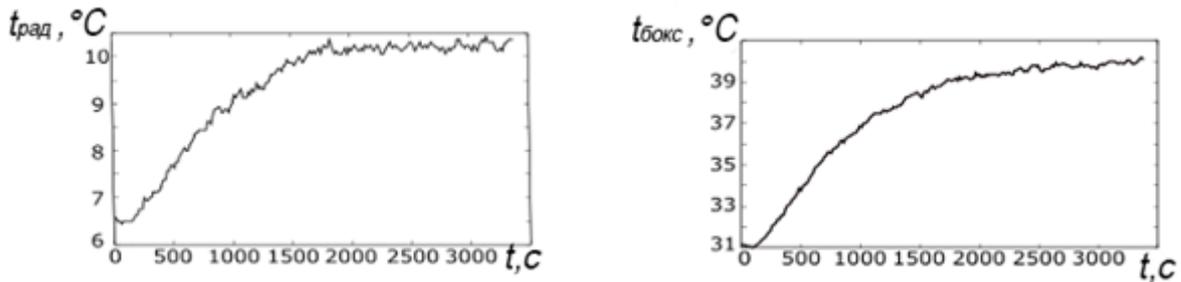


Рис. 5. Переходные процессы  $t_{\text{рад}}^{\circ}(t)$  и  $t_{\text{бокс}}^{\circ}(t)$  при увеличении потребляемой мощности вентилятора

Для получения функций  $t_{\text{рад}}^{\circ} = t_{\text{рад}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}})$ ,  $t_{\text{бокс}}^{\circ} = t_{\text{бокс}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}})$  воспользуемся известным методом интерполирующего многочлена Лагранжа.

$$t_{\text{рад/бокс}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}}) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 t_{\text{рад/бокс}.i.j}^{\circ} \cdot l_{i,j}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}}) \quad (2)$$

Где  $l_{i,j}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}})$  – базисные полиномы Лагранжа, которые определяются как:

$$l_{i,j}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}}) = \prod_{p=1, p \neq i}^3 \prod_{q=1, q \neq j}^3 \frac{(P_{\text{нагр}} - P_{p.\text{нагр}})(P_{\text{вент}} - P_{q.\text{вент}})}{(P_{i.\text{нагр}} - P_{p.\text{нагр}})(P_{j.\text{вент}} - P_{q.\text{вент}})} \quad (3)$$

По опытным данным, используя (2) с помощью программной среды *Mathcad* были определены зависимости  $t_{\text{рад}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}})$  и  $t_{\text{бокс}}^{\circ}(P_{\text{рад}}, P_{\text{вент}})$ :

$$t_{\text{рад}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}}) = 125 \cdot P_{\text{нагр}}^2 \cdot P_{\text{вент}} - 156.25 \cdot P_{\text{нагр}}^2 \cdot P_{\text{вент}}^2 - 39.063 \cdot P_{\text{нагр}}^2 + 125 \cdot P_{\text{нагр}} \cdot P_{\text{вент}}^2 - 101.563 \cdot P_{\text{нагр}} \cdot P_{\text{вент}} + 46.875 \cdot P_{\text{нагр}} - 25 \cdot P_{\text{вент}}^2 + 25 \cdot P_{\text{вент}} - 1.875 \quad (4)$$

$$t_{\text{бокс}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}}) = 24.219 \cdot P_{\text{нагр}}^2 \cdot P_{\text{вент}}^2 - 69.219 \cdot P_{\text{нагр}}^2 \cdot P_{\text{вент}} + 5.063 \cdot P_{\text{нагр}}^2 - 0.781 \cdot P_{\text{нагр}} \cdot P_{\text{вент}}^2 + 27.031 \cdot P_{\text{нагр}} \cdot P_{\text{вент}} + 33.063 \cdot P_{\text{нагр}} + 1.125 \cdot P_{\text{вент}}^2 - 5.05 \cdot P_{\text{вент}} + 22.715 \quad (5)$$

В результате были получены нелинейные функции  $t_{\text{рад}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}})$  и  $t_{\text{бокс}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}})$  которые следует линеаризовать разложением в ряд Тейлора для применения теории линейных систем.

$$t_{\text{рад}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}}) = \left. \frac{\partial t_{\text{рад}}^{\circ}}{\partial P_{\text{нагр}}} \right|_{ij} P_{\text{нагр}} + \left. \frac{\partial t_{\text{рад}}^{\circ}}{\partial P_{\text{вент}}} \right|_{ij} P_{\text{вент}} = K_{\text{нагр}.ij} P_{\text{нагр}} + K_{\text{вент}.ij} P_{\text{вент}} = (-78.125 P_{\text{нагр}} - 101.563 P_{\text{вент}} - 312.5 P_{\text{нагр}} \cdot P_{\text{вент}}^2 + 125 P_{\text{вент}}^2 + 250 P_{\text{нагр}} \cdot P_{\text{вент}} + 46.875) \Big|_{ij} \cdot P_{\text{нагр}} + (-101.563 P_{\text{нагр}} - 50 P_{\text{вент}} - 312.5 P_{\text{нагр}}^2 \cdot P_{\text{вент}} + 125 P_{\text{нагр}}^2 + 250 P_{\text{нагр}} \cdot P_{\text{вент}} + 25) \Big|_{ij} P_{\text{вент}}; \quad (6)$$

$$t_{\text{бокс}}^{\circ}(P_{\text{нагр}}, P_{\text{вент}}) = \left. \frac{\partial t_{\text{бокс}}^{\circ}}{\partial P_{\text{нагр}}} \right|_{ij} P_{\text{нагр}} + \left. \frac{\partial t_{\text{бокс}}^{\circ}}{\partial P_{\text{вент}}} \right|_{ij} P_{\text{вент}} = K_{\text{нагр}.ij} P_{\text{нагр}} + K_{\text{вент}.ij} P_{\text{вент}} = (10.125 P_{\text{нагр}} + 27.031 P_{\text{вент}} + 48.438 P_{\text{вент}}^2 P_{\text{нагр}} - 0.781 P_{\text{вент}}^2 - 138.438 P_{\text{вент}} \cdot P_{\text{нагр}} + 33.063) \Big|_{ij} \cdot P_{\text{нагр}} + (27.031 P_{\text{нагр}} + 2.25 P_{\text{вент}} + 48.438 P_{\text{вент}} P_{\text{нагр}}^2 - 69.219 P_{\text{нагр}}^2 - 1.563 P_{\text{вент}} P_{\text{нагр}} - 5.05) \Big|_{ij} \cdot P_{\text{вент}}; \quad (7)$$

И в конечном итоге стало возможным записать явный вид коэффициентов  $K_q$ , которые содержатся в формулах (6) и (7):

$$K_1 = \frac{\partial t_{\text{бокс}}^{\circ}}{\partial P_{\text{нагр}}} = 10.125 P_{\text{нагр}} + 27.031 P_{\text{вент}} + 48.438 P_{\text{вент}}^2 \cdot P_{\text{нагр}} - 0.781 P_{\text{вент}}^2 - 138.438 P_{\text{вент}} \cdot P_{\text{нагр}} + 33.063; \quad (8)$$

$$K_2 = \frac{\partial t_{\text{рад}}^{\circ}}{\partial P_{\text{нагр}}} = -78.125 P_{\text{нагр}} - 101.563 P_{\text{вент}} - 312.5 P_{\text{нагр}} \cdot P_{\text{вент}}^2 + 125 P_{\text{вент}}^2 + 250 P_{\text{нагр}} \cdot P_{\text{вент}} + 46.875; \quad (9)$$

$$K_3 = \frac{\partial t_{\text{рад}}^{\circ}}{\partial P_{\text{вент}}} = -101.563 P_{\text{нагр}} - 50 P_{\text{вент}} - 312.5 P_{\text{нагр}}^2 \cdot P_{\text{вент}} + 125 P_{\text{нагр}}^2 + 250 P_{\text{нагр}} \cdot P_{\text{вент}} + 25; \quad (10)$$

$$K_4 = \frac{\partial t_{\text{бокс}}^{\circ}}{\partial P_{\text{вент}}} = 27.031 P_{\text{нагр}} + 2.25 P_{\text{вент}} + 48.438 P_{\text{вент}} P_{\text{нагр}}^2 - 69.219 P_{\text{нагр}}^2 - 1.563 P_{\text{вент}} P_{\text{нагр}} - 5.05. \quad (11)$$

### Выводы:

Таким образом, сложные нелинейные динамические процессы в сушильных установках можно представить линеаризованной математической моделью. В собранном прототипе установки по полученным интерполянтам можно сделать вывод о хорошей управляемости температуры радиатора изменением потребляемой мощности двигателя вентилятора и нагревателя, а температуру бокса можно регулировать нагревателем, но не вентилятором из-за немонотонности  $t_{\text{рад}}^{\circ}(P_{\text{вент}})$ . Но эти измерения не являются исходными данными для синтеза систем управления других сушильных аппаратов. Результатом данной работы является метод использования линейной теории на линеаризованную

математическую модель шкафа с целью отыскания параметров этой системы – коэффициентов перекрестной связи  $K_q$ ,  $q = \overline{1,4}$ , непосредственно определяющих способ и направление регулирования системой.

**Список литературы:**

1. G. Magnus. Versuche uber die spannkrafte des wasserdampfes. Annalen der Physik, 137(2). 1844. P. 225-247.
2. P. F. Abbott and R. C. Tabony. The estimation of humidity parameters. Meteorological Magazine, 114(1351). 1985. P. 49-56.
3. O. A. Alduchov and R. E. Eskridge. Improved Magnus form approximation of saturation vapor pressure. Journal of Applied Meteorology, 35(4). 1996. P. 601-609.
4. L. Buck. New equations for computing vapor pressure and enhancement factor. Journal of Applied Meteorology, 20(12). 1981. P. 1527-1532.
5. Wexler. Vapor pressure formulation for water in the range 0 to 100. J. Res. Nat. Bur. Stand. 1976 P. 775.